

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРАСНОАРМІЙСЬКИЙ ІНДУСТРІАЛЬНИЙ ІНСТИТУТ
ВДНЗ ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ІНЖЕНЕРНОЇ МЕХАНІКИ

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ

розділ СТАТИКА

для студентів навчального напрямку інженерна механіка

Розглянуто на засіданні
кафедри Інженерної механіки
протокол №9 від 28.04.2010р.

Затверджено на засіданні
навчально-видавничій Раді
Дон НТУ
Протокол № від

КРАСНОАРМІЙСЬК – 2010

УДК 531(075.8)

Теоретична механіка. Лабораторні роботи розділ Статика (для студентів навчального напрямку Інженерна механіка) / Т.В. Горячева, І.М. Лаппо. – КП ДонНТУ, 2010. – 40с.

Подано матеріал до виконання лабораторних робіт з розділу "Статика" теоретичної механіки. Приведені теоретичні відомості з основних тем, відповідно навчального плану підготовки бакалаврів навчального напрямку "Інженерна механіка". Показано методику розв'язання задач, наведені приклади. Дано варіанти задач для самостійного опрацювання теоретичного матеріалу.

Автори: Т.В. Горячева (КП Дон НТУ)
І.М. Лаппо (КП Дон НТУ)

Рецензент: О.Г. Татяниченко (Дон НТУ)

Розглянуто на засіданні кафедри "Інженерна механіка" 28 квітня 2010р., протокол № 9.

Затверджено на засіданні навчально-видавничій Раді ДонНТУ
" " _____ 2010р., протокол № _____

Відповідальний за випуск С.О. Вірич

@ Горячева Т.В., Бабенко М.О.
Красноармійськ, КП ДонНТУ, 2008

ПЕРЕДМОВА

Методичний посібник складений у повній відповідності до діючої програми курсу теоретичної механіки для студентів навчального напрямку "Інженерна механіка", що вивчають дисципліну за скороченою програмою. Він охоплює основні теми. Матеріал подається в логічній послідовності, з посиланнями на ілюстрації, що допомагає віалізувати подання теоретичного матеріалу.

Посібник є першою частиною курсу теоретичної механіки і включає питання статички твердого тіла.

Подані рекомендації до виконання лабораторних робіт складаються з трьох частин: теоретичних відомостей, дослідної частини, в якій наведено методику розв'язання та приклади, завдання для самостійного опрацювання теми. Викладення теоретичної частини ведеться переважно векторним способом, який є найбільш коротким і найбільш повно відповідає суті понять механіки.

Даній посібник призначений для розвитку у студентів вміння застосовувати положення механіки для розв'язання конкретних питань дослідження рівноваги.

Посібник розрахований на студентів денної та заочної форми навчання, але може бути використаний і для самостійного вивчення основ теоретичної механіки.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1

ТЕМА: ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНОВАГИ СИСТЕМИ ЗБІЖНИХ СИЛ.

Мета роботи: Вивчити геометричні та аналітичні умови рівноваги плоскої системи збіжних сил. Набути практичних навиків щодо розглядання рівноваги системи збіжних сил.

Теоретичні відомості

Система сил, лінії дії яких лежать в одній площині та перетинаються в одній точці, називаються **плоскою системою збіжних сил**.

Дію плоскої системи сил можна привести до однієї сили, яку називають **головним вектором** системи сил чи **рівнодійною**.

Рівнодійна плоскої системи збіжних сил дорівнює векторній (геометричній) сумі всіх сил, що діють.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (1.1)$$

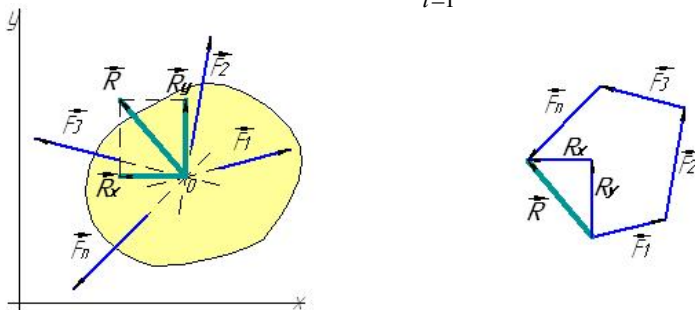


Рисунок 1.1. – Визначення рівнодійної плоскої системи збіжних сил.

Визначити рівнодійну можна аналітичним (координатним) способом. Для цього вектори сил та їх рівнодійну розкладають на проєкції у вибраній системі координат.

$$\vec{R} = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{2y} + \dots + \vec{F}_{nx} + \vec{F}_{ny} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ix} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{iy}$$
$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y, \quad R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} \quad (1.2)$$

Тоді модуль рівнодійної: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ (1.3)

Розглядаючи системи збіжних сил можна виділити два способи дослідження рівноваги. Це геометрична умова та аналітична умова рівноваги системи збіжних сил.

Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил: векторний силовий багатокутник є замкненим діючими силами, тобто рівнодійна дорівнює нулю. (рис 1.2.)

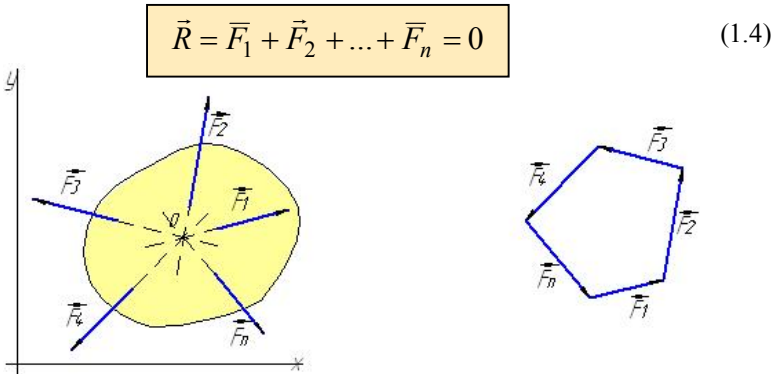


Рисунок – 1.2. Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил

Аналітичні умови рівноваги системи збіжних сил формулюються наступним чином: система збіжних сил буде знаходитись в рівновазі коли алгебраїчна сума проєкцій сил на взаємно перпендикулярні осі координат дорівнюють нулю.

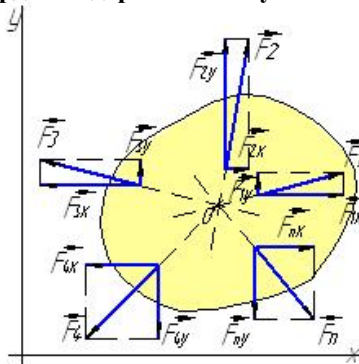


Рисунок 1.3. – Аналітична умова рівноваги системи збіжних сил

Аналітичні умови рівноваги базується на рівняннях 1.2 і для плоскої системи описуються рівняннями.

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = 0$$

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad (1.5)$$

Для просторової системи збіжних сил аналітичні умови рівноваги складаються з 3-х рівнянь:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \quad (1.6)$$

Дослідна частина

Дослідження рівноваги системи збіжних сил виконується в наступній послідовності:

1. Визначити тіло рівновагу якого слід розглянути в даній задачі.
2. Обрати пов'язану з тілом зручну для розв'язання систему координат.
3. Показати на схемі всі активні сили, що діють на вибране тіло.
4. Звільнити тіло від в'язей і замінити їх дію відповідними реакціями. Зобразити у вигляді векторів усі сили реакцій відкинутих в'язей.
5. Скласти рівняння, яке б виражало умови рівноваги тіла. Тип цих рівнянь визначається характером системи сил, яка діє на тіло.

Розглянемо приклад дослідження плоскої системи збіжних сил.

Завдання. Тіло вагою 2Н утримується в рівновазі за допомогою двох шнурів АВ і ВС. Визначити натяг, який виникає в шнурах, якщо кути $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 135^\circ$. Схема дана на рис.1.4. – а .

Розв'язання

1. Аналітичний спосіб дослідження рівноваги системи збіжних сил.
 - Виділяємо об'єкти рівноваги яких досліджується – це шнури АВ і ВС та підвішене тіло;
 - Оберемо пов'язану з об'єктами плоску систему координат;

- Покажемо вектором вагу тіла \vec{G} (вектор спрямований вертикально вниз)
- Позбавимо шнури АВ і ВС в'язей, замінивши їх дію відповідними реакціями. Для гнучких в'язей реакція в'язі – натяг спрямована вздовж осі в'язі. Позначаємо реакцію шнурів T_{BA} і T_{BC} . Зводимо всі сили, що діють в одне точку – точку В.
- Складемо рівняння рівноваги плоскої системи збіжних сил:

$$1. \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad 2. \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0.$$

З врахуванням рис. 1.4 – б, маємо:

$$1. T_{BA} \cdot \cos 60^\circ - T_{BC} \cos 45^\circ = 0$$

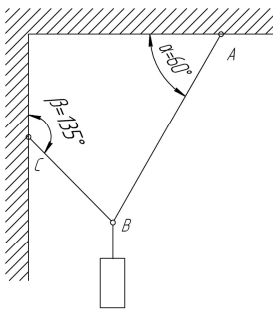
$$2. T_{BA} \sin 60^\circ + T_{BC} \sin 45^\circ - G = 0$$

Розв'язуючи рівняння рівноваги отримуємо:

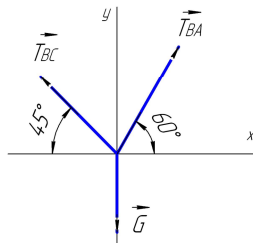
$$\begin{cases} T_{BA} = \frac{T_{BC} \cdot \cos 45^\circ}{\cos 60^\circ} \\ T_{BC} = \frac{G}{\cos 45^\circ \operatorname{tg} 60^\circ + \sin 45^\circ} \end{cases}$$

$$T_{BC} = 1,04 \text{ кН},$$

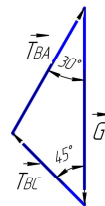
$$T_{BA} = 1,46 \text{ кН}$$



а – схема системи



б – аналітичний спосіб



в – графічний спосіб

Рисунок 1.4. – Дослідження умов рівноваги системи сил:

а – схема системи;

б – розрахункова схема аналітичного способу розв'язання;

в – схема графічного способу розв'язання.

- Графічний спосіб дослідження рівноваги плоскої системи збіжних сил:

- Виділяємо об'єкти рівноваги яких досліджується – це шнури АВ і ВС та підвішене тіло;
- Покажемо вектором вагу тіла \vec{G} (вектор спрямований вертикально вниз);
- Позбавимо шнури АВ і ВС в'язей, замінивши їх дію відповідними реакціями. Для гнучких в'язей реакція в'язі – натяг спрямована вздовж осі в'язі. Позначаємо реакцію шнурів T_{BA} і T_{BC} .
- Обираємо зручний масштаб для будови векторного силового трикутника:

$$\vec{G} = 2\text{кН} \leftrightarrow 20 \text{ мм};$$

- Зберігаючи напрям дії реакцій в'язей \vec{T}_{BA} і \vec{T}_{BC} будуємо векторний трикутник. Він замикається діючими векторами сил, тобто умова рівноваги виконується (рис. 1.4 – в);
- Визначити модулі реакцій в'язей можна якщо виміряти їх відображення (рис.1.4 – в) та перевести з відповідного масштабу до значення в кн. Так з рис 1.4. – в реакції в'язей становлять:

$$T_{BC} = 1,04 \text{ кН}, \quad T_{BA} = 1,46 \text{ кН}$$

- Визначити реакції в'язей можна з векторного трикутника за допомогою теореми синусів:

$$\frac{T_{BA}}{\sin 45^\circ} = \frac{T_{BC}}{\sin 30^\circ} = \frac{G}{\sin 105^\circ}$$

Користуючись отриманим співвідношенням встановлюємо:

$$T_{BA} = \frac{G \cdot \sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = 1,46 \text{ кН}$$

$$T_{BC} = \frac{G \cdot \sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = 1,04 \text{ кН}$$

- Аналізуючи дані отримані різними способами встановлюємо перебування плоскої системи збіжних сил к рівновазі та тотожність результатів визначення реакцій в'язей різними способами.

Результат: $T_{BC} = 1,04 \text{ кН}, \quad T_{BA} = 1,46 \text{ кН}$

Завдання для дослідження

Дослідивши рівновагу системи збіжних сил, визначити реакції стрижнів заданої системи графічним та аналітичним способами.

Дані до вибору варіантів завдань, схеми та параметрів досліджуваних систем наведені в таблицях 1.1 і 1.2.

Таблиця 1.1. –

Схеми досліджуваних систем

№ СХЕМИ	СХЕМА	№ СХЕМИ	СХЕМА
1		6	
2		7	

3		8	
4		9	
5		10	

Таблиця 1.2 –

Дані досліджуваних систем

№ ВАРІАНТУ				№ СХЕМИ	ВИХІДНІ ДАНІ							
					n	F_1	$n-1$	F_2	n	α	$n-1$	β
1	11	21	31	1	1	0,3	1	1,0	1	30	1	60
2	12	22	32	2	2	0,6	2	0,1	2	40	2	45
3	13	23	33	3	3	0,2	3	0,8	3	75	3	30
4	14	24	34	4	4	0,8	4	0,3	4	60	4	75
5	15	25	35	5	5	1,0	5	0,6	5	20	5	45
6	16	26	36	6	6	0,4	6	0,9	6	45	6	15
7	17	27	37	7	7	0,7	7	0,5	7	15	7	60
8	18	28	38	8	8	0,5	8	0,3	8	30	8	75
9	19	29	39	9	9	0,1	9	0,4	9	30	9	60
10	20	30	40	10	0	0,9	0	0,2	0	60	0	20

n – остання цифра шифру; $n - 1$ – передостання цифра шифру

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2

ТЕМА: ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНОВАГИ ДОВІЛЬНОЇ ПЛОСКОЇ СИСТЕМИ СИЛ.

Мета роботи: Вивчити умови рівноваги довільної плоскої системи сил. Набути практичних навиків щодо розглядання рівноваги довільної системи сил та визначення реакцій в'язей.

Теоретичні відомості

Система сил, лінії дії яких лежать в одній площині, не паралельні між собою та не перетинаються в одній точці називається **довільною плоскою системою сил**.

Однією з основних задач статyki є приведення довільної системи сил до простішого вигляду. За методом Пуансон довільна система сил зводиться до однієї сили та однієї пари сил (моменту).

Нехай задана довільна плоска система сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, що діють на тіло (рис.2.1).

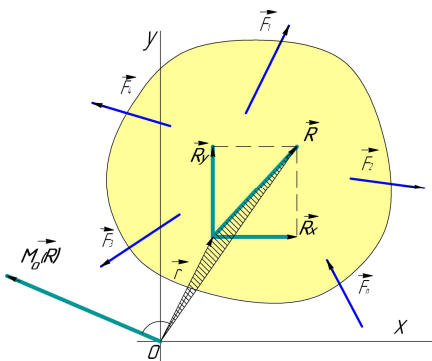


Рисунок 2.1. – Довільна плоска система сил

Головним вектором цієї системи сил є векторна сума всіх сил заданої системи, тобто рівнодійна системи сил:

$$\vec{F}_O = \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (2.1)$$

Використовуючи аналітичний спосіб визначення рівнодійної, та проектуючи рівняння 2.1 на Декартові осі координат Oxy, не важко

встановити аналітичні вирази для визначення головного вектору довільної плоскої системи сил.

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} \quad (2.2)$$

Головним моментом такої системи сил, відносно точки (довільного центру зведення) називають векторну суму моментів сил, що складають дану систему, відносно того ж центра.

$$\vec{M}_o = \vec{M}_o(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n \vec{M}_o(\vec{F}_i) = \vec{R} \times \vec{r} \quad (2.3)$$

Для того, щоб довільна система сил перебувала в рівновазі (була еквівалентна нулю) необхідно щоб головний вектор системи сил та головний момент цієї системи відносно довільного центру зведення дорівнювали нулю. Це ствердження виражає умови рівноваги довільної системи сил.

$$\vec{R}_o = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0, \quad \vec{M}_o = \sum_{i=1}^n \vec{M}_o(\vec{F}_i) = 0 \quad (2.4)$$

Розглядаючи плоску довільну систему сил можна виділити дві скалярні форми рівнянь умови рівноваги:

I форма

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{iy} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n F_{ix} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_o(F_i) &= 0 \end{aligned}$$

II форма

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{iU} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_A(F_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_B(F_i) &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Дослідна частина

Дослідження рівноваги плоскої довільної системи сил виконується в наступній послідовності:

1. Визначити тіло рівновагу якого слід розглянути в даній задачі.

2. Обрати пов'язану з тілом зручну для розв'язання систему координат.
3. Показати на схемі всі активні сили, що діють на вибране тіло.
4. Звільнити тіло від в'язей і замінити їх дію відповідними реакціями. Зобразити у вигляді векторів усі сили реакцій відкинутих в'язей.
5. Скласти рівняння, яке б виражало умови рівноваги тіла. Тип цих рівнянь визначається характером системи сил, яка діє на тіло.

Розглянемо приклади дослідження плоскої довільної системи сил.

Завдання.

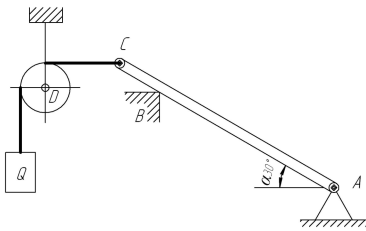


Рисунок 2.2.

Однорідна балка довжиною $AC = 2\text{м}$ і вагою $G = 400\text{Н}$ кінцем А закріплена шарнірно, а проміжною точкою В опирається на нерухому опору. До кінця балки С прикріплений перекинутий через блок D трос, що несе вантаж вагою $Q = 300\text{Н}$. Виходячи з умов рівноваги визначити реакції опор в точках А і В, якщо $BC = 0,2AC$ і $\alpha = 30^\circ$ (рис.2.2).

Розв'язання.

1. Розглядаємо рівновагу балки АВ.
2. Показуємо силу \vec{G} – вагу балки (прикладена до середини балки, оскільки балка є однорідною і постійного перерізу). Це активна сила, що діє на балку.
3. Обираємо плоску системи координат Аху, пов'язавши початок відліку з шарніром А.
4. Звільняємо балку від в'язей прикладених до неї. В'язями є нерухомий циліндричний шарнір А, трос перекинутий через блок D (тертям в блоці нехтувати), і опора В. Реакція \vec{N}_B опори В направлена перпендикулярно до балки АС. Напрямок реакції \vec{R}_A шарніру А – невідомий, тому будемо шукати цю реакцію у вигляді двох проєкцій \vec{X}_A і \vec{Y}_A . Оскільки блок D рахується ідеальним, то натяг троса буде дорівнювати вазі вантажу Q.
5. Складемо розрахункову схему (рис. 2.3).

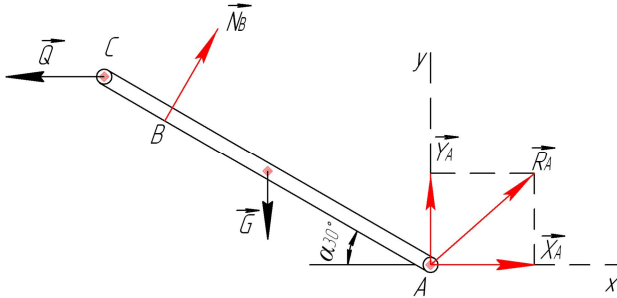


Рисунок 2.3 – Розрахункова схема

З рисунка визначаємо – на балку діє плоска довільна система сил.

6. Складаємо рівняння рівноваги по I формі :

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad Y_A + N_B \cdot \cos 30^\circ - G = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad X_A + N_B \cdot \sin 30^\circ - Q = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad G \cdot \frac{1}{2} AC \cdot \cos 30^\circ - N_B \cdot \frac{4}{5} AC + Q \cdot AC \cdot \sin 30^\circ = 0$$

Розв'язуючи одержані рівняння знаходимо:

$$N_B = \frac{5}{4} \left(\frac{1}{2} G \cdot \cos 30^\circ + Q \cdot \sin 30^\circ \right) = 403,75 \text{ Н};$$

$$X_A = Q - N_B \cdot \sin 30^\circ = 108,175 \text{ Н};$$

$$Y_A = G - N_B \cdot \cos 30^\circ = 50,35 \text{ Н}.$$

Визначимо реакцію шарніру А: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 119,32 \text{ Н}$

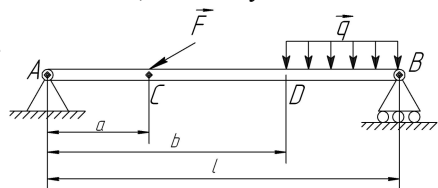
Результат: $N_B = 403,75 \text{ Н}, \quad R_A = 119,32 \text{ Н}.$

Завдання .

До балки AB вагою $0,5 \text{ Н}$ прикладена сила $F = 1,6 \text{ Н}$ під кутом $\alpha = 30^\circ$ до осі балки, рівномірно розподілене навантаження постійної інтенсивності $q = 1,2 \text{ Н/м}$ (рис. 2.4).

Розміри: $a = 3 \text{ м}, b = 7 \text{ м}, l = 12 \text{ м}.$

Визначити реакції в'язей.



Розв'язання.

1. Розглядаємо рівновагу балки АВ.
2. Показуємо активні сили, що діють на балку. Це сила \vec{G} – вага балки (прикладена до середини балки, оскільки балка є однорідною і постійного перерізу) та зосереджена сила \vec{Q} , еквівалентна розподіленому навантаженню q . Сила \vec{Q} прикладена на середині ділянки BD .

Визначимо модуль цих сил:

$$G = 0,5 \text{ Н}, \quad Q = q \cdot BD = q \cdot (l - b) = 1,2 \cdot (12 - 7) = 6 \text{ Н}.$$

3. Обираємо плоску системи координат Axy , пов'язавши початок відліку з шарніром A .
4. Звільняємо балку від в'язей прикладених до неї. В'язями є нерухомий циліндричний шарнір A , та рухома (каткова) опора B . Реакція \vec{R}_B опори B направлена перпендикулярно до балки AB (перпендикулярно площині опору опори). Напрямок реакції \vec{R}_A шарніру A – невідомий, тому будемо шукати цю реакцію у вигляді двох проєкцій \vec{X}_A і \vec{Y}_A . Складаємо розрахункову схему (рис. 2.5).

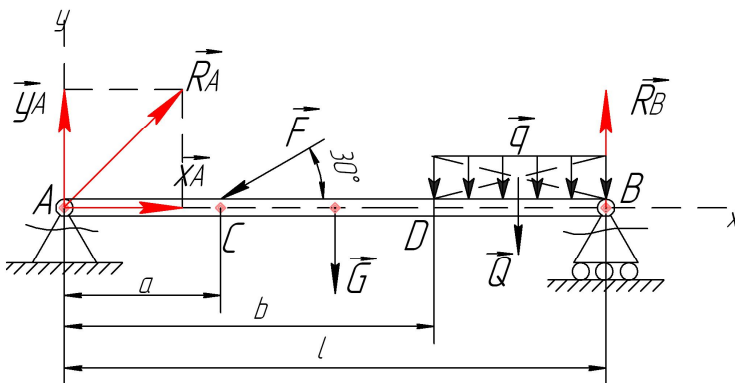


Рисунок 2.5 – Розрахункова схема

З рисунка визначаємо – на балку діє плоска довільна система сил.

5. Складаємо рівняння рівноваги по II формі :

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad X_A - F \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad -G \cdot \frac{1}{2}l + R_B \cdot l - F \cdot a \cdot \sin 30^\circ - Q \cdot (l - 0,5BD) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad G \cdot \frac{1}{2}l - Y_A \cdot l + F \cdot (l - a) \cdot \sin 30^\circ + Q \cdot 0,5BD = 0$$

Розв'язуючи одержані рівняння знаходимо:

$$X_A = F \cos 30^\circ = 1,6 \cdot 0,866 = 1,39 \text{ Н};$$

$$R_B = \frac{G \cdot 0,5l + F \cdot a \cdot \sin 30^\circ + Q \cdot (l - 0,5(l - b))}{l} =$$

$$= \frac{0,5 \cdot 0,5 \cdot 12 + 1,6 \cdot 3 \cdot 0,5 + 6 \cdot (12 - 0,5 \cdot 5)}{12} = 5,2 \text{ Н}$$

$$Y_A = \frac{G \cdot 0,5l + F \cdot (l - a) \cdot \sin 30^\circ + Q \cdot 0,5(l - b)}{l} =$$

$$= \frac{0,5 \cdot 0,5 \cdot 12 + 1,6 \cdot (12 - 3) \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,5 \cdot (12 - 7)}{12} = 2,1 \text{ Н}$$

Визначимо реакцію шарніру А: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 2,52 \text{ Н}$

6. Перевіримо правильність рішення, склавши рівняння рівноваги системи сил на вісь Ay :

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad Y_A + R_B - F \cdot \sin 30^\circ - G - Q = 0$$

$$2,1 + 5,2 - 1,6 \cdot 0,5 - 0,5 - 6 = 0; \quad 7,3 - 7,3 = 0 - \text{вірно}.$$

Результат: $R_B = 5,2 \text{ Н}, \quad R_A = 2,52 \text{ Н}.$

Завдання для дослідження

Дослідити рівновагу плоскої довільної системи сил, визначити реакції опор заданої системи аналітичним способом.

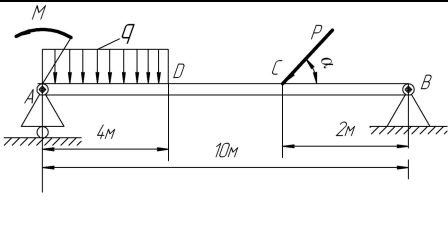
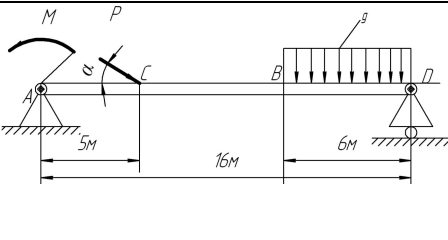
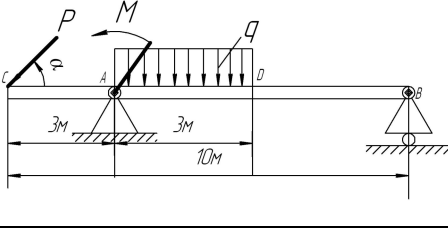
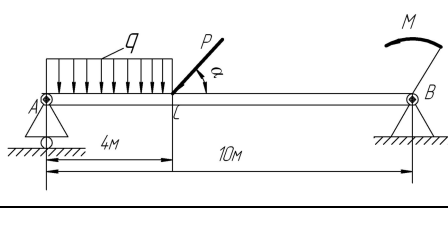
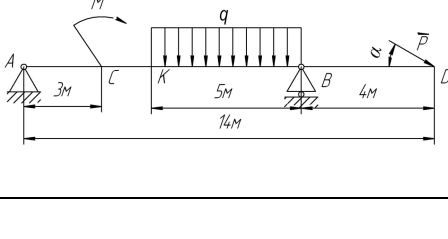
Дані до вибору варіантів завдань, схеми та параметрів досліджуваних систем наведені в таблицях 2.1 і 2.2.

Таблиця 2.1. –

Дані досліджуваних систем

№ схеми	№ схеми	P, Н	q, Н/м	M, Н·м	α	
№ варіанту	1	P, Н	q, Н/м	M, Н·м	α	
	1	25	2	20	30	
	11	16	10	14	135	
	21	15	3	25	270	
31	45	8	40	90		
№ варіанту	2	P, Н	q, Н/м	M, Н·м	α	
	2	80	5	25	30	
	12	30	4	20	135	
	22	10	12	15	270	
32	85	6	60	90		
№ варіанту	3	P, Н	q, Н/м	M, Н·м	α	
	3	50	5	35	30	
	13	16	12	40	135	
	23	8	10	25	270	
33	35	6	45	90		
№ варіанту	4	P, Н	q, Н/м	M, Н·м	α	
	4	60	1	50	30	
	14	35	6	60	135	
	24	15	2	40	270	
34	50	10	30	90		
№ варіанту	5	P, Н	q, Н/м	M, Н·м	α	
	5	12	2	10	30	
	15	20	8	12	135	
	25	15	4	20	270	
35	10	6	8	90		

Продовження таблиці 2.1.

№ схеми	6	P, H	q, H/м	M H·м	α	
№ варіанту	6	4	6	45	30	
	16	5	12	18	135	
	26	3	8	25	270	
	36	8	15	30	90	
№ схеми	7	P, H	q, H/м	M H·м	α	
№ варіанту	7	30	4	35	30	
	17	10	6	5	135	
	27	12	2	10	270	
	37	25	8	20	90	
№ схеми	8	P, H	q, H/м	M H·м	α	
№ варіанту	8	16	10	12	30	
	18	40	12	50	135	
	28	10	8	25	270	
	38	60	5	35	90	
№ схеми	9	P, H	q, H/м	M H·м	α	
№ варіанту	9	20	2	18	30	
	19	10	5	35	135	
	29	18	8	14	270	
	39	25	9	20	90	
№ схеми	10	P, H	q, H/м	M H·м	α	
№ варіанту	10	65	6	10	30	
	20	50	4	45	135	
	30	80	8	35	270	
	40	30	10	60	90	

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3

ТЕМА: ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНОВАГИ ДОВІЛЬНОЇ ПРОСТОРОВОЇ СИСТЕМИ СИЛ.

Мета роботи: Вивчити умови рівноваги довільної просторової системи сил. Набути практичних навиків щодо розглядання рівноваги довільної системи сил та визначення реакцій в'язей.

Теоретичні відомості

Система сил, розташованих в просторі, не паралельних між собою та які не перетинаються в одній точці називається **довільною просторовою системою сил**.

Однією з основних задач статyki є приведення довільної системи сил до простішого вигляду. За методом Пуансон довільна система сил зводиться до однієї сили та однієї пари сил (моменту).

Нехай задана довільна плоска система сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, що діють на тіло (рис.3.1).

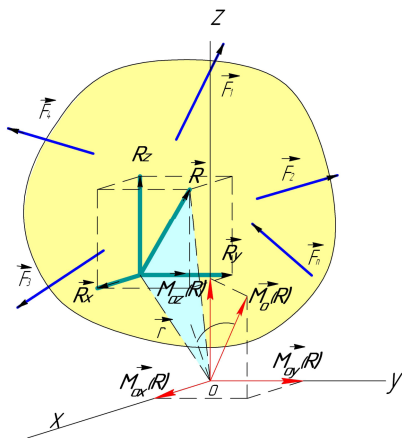


Рисунок 3.1. – Довільна просторова система сил

Головним вектором цієї системи сил є векторна сума всіх сил заданої системи, тобто рівнодія системи сил:

$$\vec{F}_o = \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (3.1)$$

Використовуючи аналітичний спосіб визначення рівнодійної, та проектуючи рівняння 3.1 на Декартові осі координат $Oxyz$, не важко встановити аналітичні вирази для визначення головного вектору довільної просторової системи сил.

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}, \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz} \quad (3.2)$$

Головним моментом такої системи сил, відносно точки (довільного центру зведення) називають векторну суму моментів сил, що складають дану систему, відносно того ж центра.

$$\vec{M}_o = \vec{M}_o(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n \vec{M}_o(\vec{F}_i) = \vec{R} \times \vec{r} \quad (3.3)$$

Врахувавши що $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ і $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z$ можна визначити момент рівнодійної за допомогою визначника:

$$M_o(\vec{R}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix} = \underbrace{\vec{i}(y \cdot R_z - z \cdot R_y)}_{M_{ox}(R)} + \underbrace{\vec{j}(z \cdot R_x - x \cdot R_z)}_{M_{oy}(R)} + \underbrace{\vec{k}(R_x \cdot y - x \cdot R_y)}_{M_{oz}(R)}$$

Тоді момент рівнодійної можна розкласти на проєкції у просторовій системі координат

$$M_o(\vec{R}) = M_{ox}(\vec{R}) + M_{oy}(\vec{R}) + M_{oz}(\vec{R}) \quad (3.4)$$

де $M_{ox}(R)$ - момент рівнодійної відносно осі Ox ;

$M_{oy}(R)$ - момент рівнодійної відносно осі Oy ;

$M_{oz}(R)$ - момент рівнодійної відносно осі Oz .

Для того, щоб довільна система сил перебувала в рівновазі (була еквівалентна нулю) необхідно щоб головний вектор системи сил та головний момент цієї системи відносно довільного центру зведення дорівнювали нулю. Це ствердження виражає умови рівноваги довільної системи сил.

$$\vec{R}_o = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0, \quad \vec{M}_o = \sum_{i=1}^n \vec{M}_o(\vec{F}_i) = 0 \quad (3.5)$$

Розв'язання.

1. Розглядаємо рівновагу балки АВ.

Показуємо активні сили, що діють на балку. Це сила \vec{G} – вага балки (прикладена в заданому місці балки, та зосереджена сила \vec{P} , прикладена на ободі шківів радіусом R . Крім того на шків радіусом r намотаний трос, що утримує вантаж \vec{Q} . В цьому тросі виникає натяг, який дорівнює вазі вантажу $T = Q$. Для зручності визначимо проекції сили Q на осі координат.

Маємо: $Q_x = Q \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot 0,707 = 1,41 \text{ кН}$;

$Q_y = Q \cdot \sin 45^\circ = 2 \cdot 0,707 = 1,41 \text{ кН}$.

2. Обираємо просторову системи координат $Axyz$, пов'язавши початок відліку з опорою A .
3. Звільняємо балку від в'язей прикладених до неї. В'зявши є нерухомі циліндричні шарніри A і B . Напрямок реакції \vec{R}_A шарніру A – невідомий, тому будемо шукати цю реакцію у вигляді двох проекцій \vec{X}_A і \vec{Z}_A . Аналогічно для опори B – \vec{X}_B і \vec{Z}_B . Складаємо розрахункову схему (рис. 3.2).

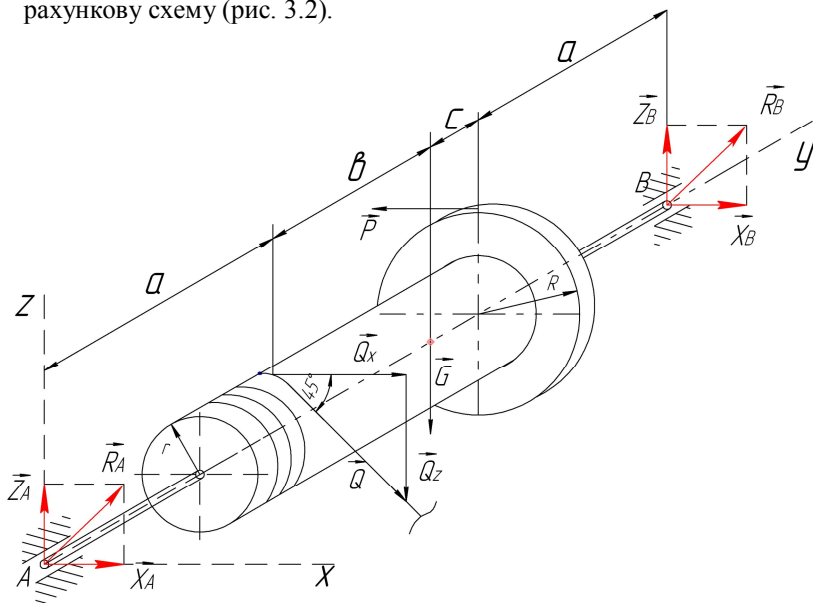


Рисунок 3.2. – Розрахункова схема.

4. Складаємо рівняння рівноваги довільної просторової системи сил:

$$4.1. \sum_{i=1}^n M_{Ay}(F_i) = 0:$$

$$Q \cdot r + P \cdot R = 0, \quad P = \frac{Q \cdot r}{R} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,15} = 13,33 \text{ кН}$$

$$4.2. \sum_{i=1}^n M_{Ax}(F_i) = 0:$$

$$-Q_z \cdot a - G \cdot (a+b) + Z_B \cdot (2a+b+c) = 0$$

$$Z_B = \frac{Q_z \cdot a + G \cdot (a+b)}{2a+b+c} = \frac{1,41 \cdot 0,2 + 20 \cdot (0,2+0,3)}{2 \cdot 0,2+0,3+0,1} = 16,025 \text{ кН}.$$

$$4.3. \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0:$$

$$Z_A + Z_B - Q_z - G = 0,$$

$$Z_A = Q_z + G - Z_B = 2 + 20 - 16,025 = 3,975 \text{ кН}.$$

$$4.4. \sum_{i=1}^n M_{Az}(F_i) = 0$$

$$-Q_x \cdot a + P \cdot (a+b+c) - X_B \cdot (2a+b+c) = 0$$

$$X_B = \frac{P \cdot (a+b+c) - Q_x \cdot a}{2a+b+c} = \frac{13,33 \cdot (0,2+0,3+0,1) - 2 \cdot 0,2}{2 \cdot 0,2+0,3+0,1} = 9,49 \text{ кН}$$

$$4.5. \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0:$$

$$X_A + X_B + Q_x - P = 0,$$

$$X_A = P - Q_x - X_B = 13,33 - 1,41 - 9,49 = 2,43 \text{ кН}.$$

5. Визначимо сумарні реакції опор:

$$\vec{R}_A = \vec{X}_A + \vec{Z}_A, \quad R_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2} = \sqrt{2,43^2 + 9,49^2} = 9,79 \text{ кН};$$

$$\vec{R}_B = \vec{X}_B + \vec{Z}_B, \quad R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = \sqrt{9,49^2 + 16,025^2} = 16,51 \text{ кН};$$

Результат: $P = 13,33 \text{ кН}; \quad R_A = 9,79 \text{ кН}; \quad R_B = 16,51 \text{ кН}.$

Завдання для дослідження

Дослідити рівновагу довільної просторової системи сил, визначити реакції опор заданої системи та сили, що забезпечують рівновагу вала, якщо $F_1 = 5 \text{ кН}$.

Дані до вибору варіантів завдань, схеми та параметрів досліджуваних систем наведені в таблицях 3.1 і 3.2.

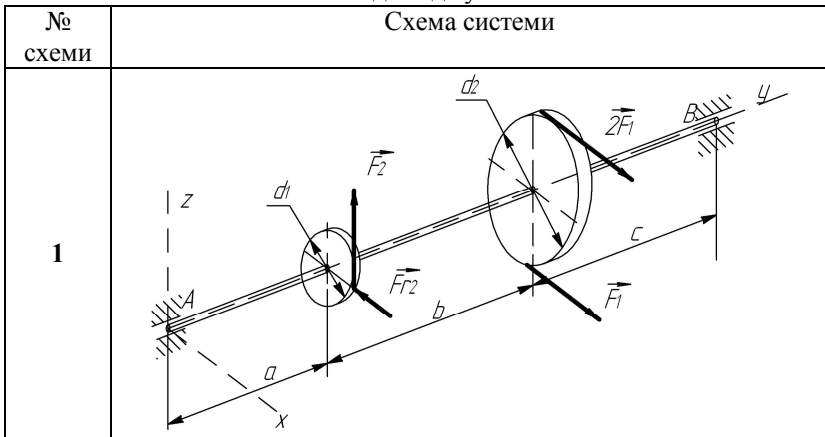
Таблиця 3.1.

№ схеми	№ варіанту					Дані системи										
						n	$a, \text{ м}$	$n-1$	$b, \text{ м}$	n	$c, \text{ м}$	$n-1$	$d_1, \text{ м}$	n	$d_2, \text{ м}$	$n-1$
1	1	11	21	31	1	0,1	1	0,2	1	0,3	1	0,4	1	0,6	1	$0,4F_2$
2	2	12	22	32	2	0,8	2	0,15	2	0,12	2	0,3	2	0,5	2	$0,1 F_2$
3	3	13	23	33	3	0,1	3	0,15	3	0,1	3	0,2	3	0,4	3	$0,5 F_2$
4	4	14	24	34	4	0,2	4	0,4	4	0,3	4	0,5	4	0,6	4	$0,8 F_2$
5	5	15	25	35	5	0,2	5	0,3	5	0,3	5	0,6	5	0,2	5	$1,0 F_2$
6	6	16	26	36	6	0,12	6	0,2	6	0,3	6	0,2	6	0,6	6	$1,2 F_2$
7	7	17	27	37	7	0,3	7	0,4	7	0,3	7	0,8	7	0,3	7	$0,3 F_2$
8	8	18	28	38	8	0,4	8	0,2	8	0,4	8	0,3	8	0,8	8	$1,5 F_2$
9	9	19	29	39	9	0,2	9	0,25	9	0,25	9	0,2	9	0,5	9	$2,0 F_2$
10	10	20	30	40	10	0,3	10	0,3	10	0,3	10	0,4	10	0,6	10	$0,7 F_2$

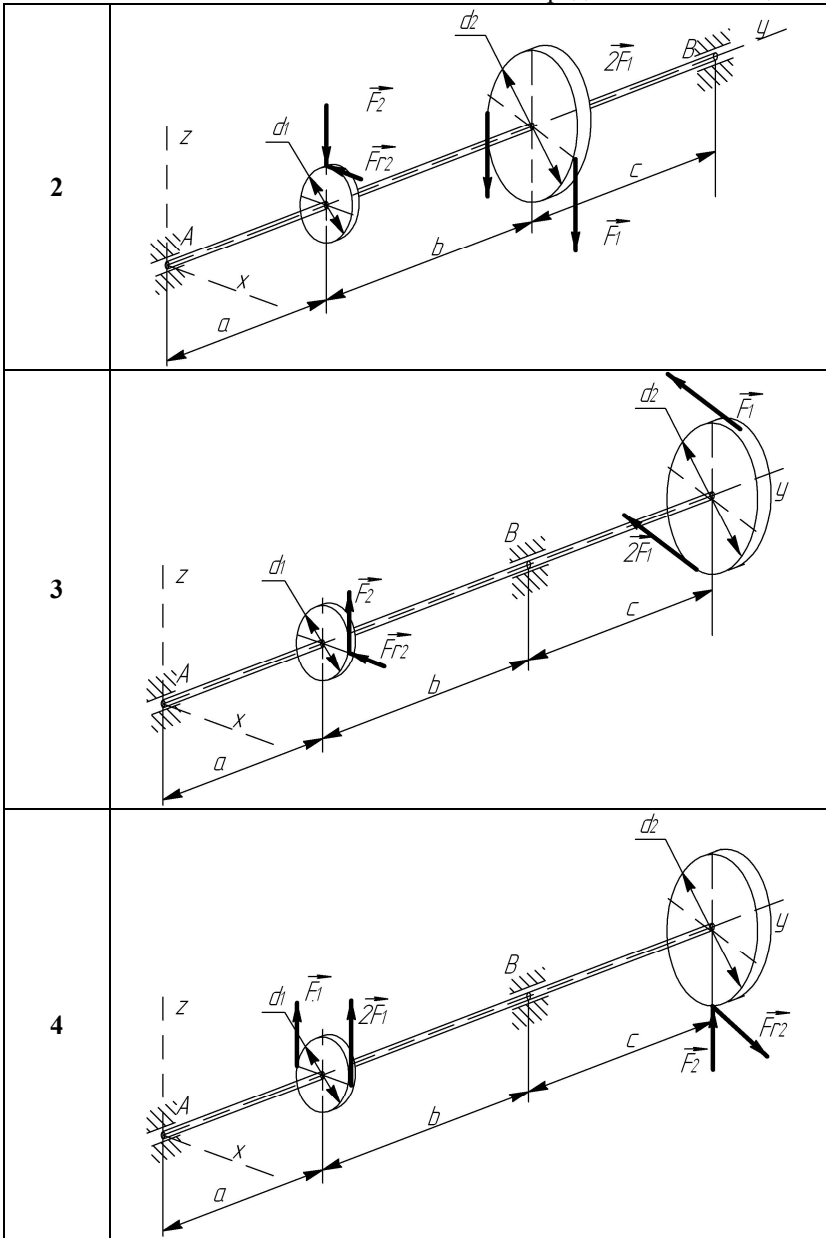
n – остання цифра шифру; $n-1$ – передостання цифра шифру

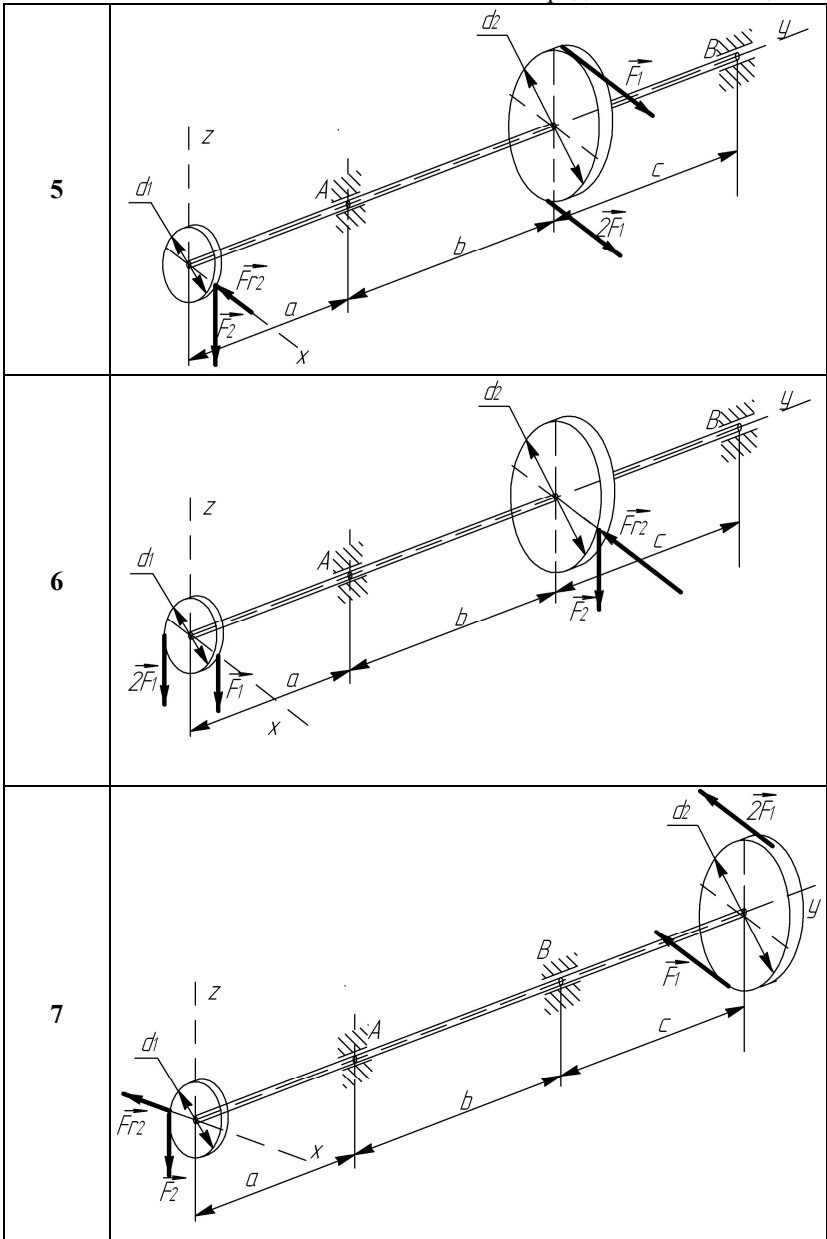
Таблиця 3.2.

Схеми досліджуваних систем

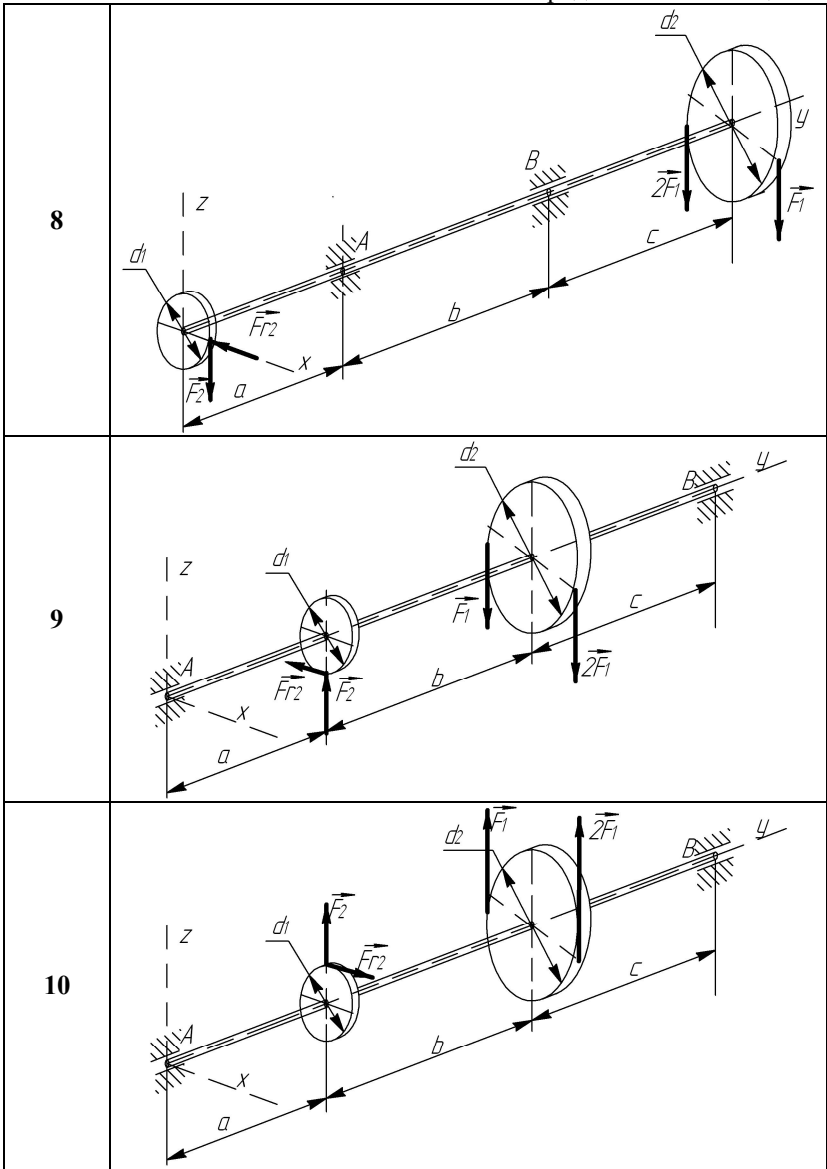


Продовження таблиці 3.2.





Продовження таблиці 3.2.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4

ТЕМА: ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ ЦЕНТРУ ВАГИ ОДНОРІДНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА.

Мета роботи: Вивчити методи обчислення положення центру ваги плоского твердого тіла. Набути практичних навиків щодо обчислення координат центру ваги та підтвердити результати експериментальним методом.

Теоретичні відомості

Сили тяжіння окремих частин тіла до Землі направлені приблизно до центру Землі. Оскільки розміри таких тіл малі, порівняно з радіусом Землі, то ці сили можна вважати паралельними. Рівновага цих паралельних сил, рівна їх сумі, і є **вагою тіла**, а центр цієї системи паралельних сил, в якому прикладена вага тіла, називається, **центром ваги тіла**. В твердому тілі центр ваги займає певне визначене положення, що не залежить від розміщення тіла в просторі.

Позначимо сили тяжіння окремих частинок тіла до Землі $\Delta\vec{G}_1, \Delta\vec{G}_2, \dots, \Delta\vec{G}_n$, вагу тіла \vec{G} , координати його центра ваги x_c, y_c, z_c , а координати будь-якої частини твердого тіла x_i, y_i, z_i (рис. 4.1).

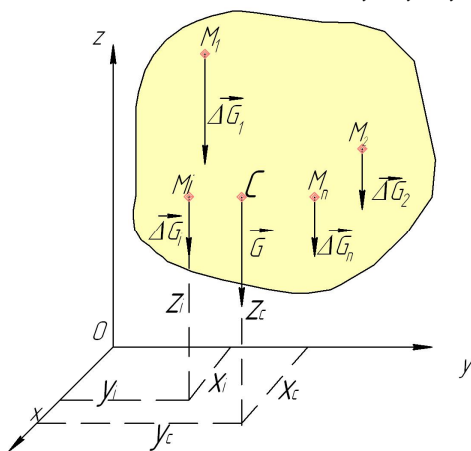


Рисунок 4.1. – Координати центру ваги твердого тіла.

Координати центра ваги тіла можна визначити як координати центра паралельних сил. Для центра ваги формули приймуть вид:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i G_i}{G}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i G_i}{G}; \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n z_i G_i}{G} \quad (4.1.)$$

В цих формулах алгебраїчної величини є тільки координати точок, а значення $\vec{\Delta G}_i$ всі додатні, оскільки всі сили спрямовані в один бік.

Визначимо положення центра ваги однорідного тіла. Вага однорідного тіла визначається формулою:

$$G = \gamma \cdot V,$$

де V – об'єм тіла,

γ – вага одиниці об'єму.

Аналогічно вага кожної частини визначається за формулою $\Delta G_i = \gamma \cdot \Delta V_i$, де ΔV_i – об'єм елементарної частини тіла. Позначимо x_i , y_i , z_i – координати центра ваги цієї частини. Підставивши ці значення в (4.1), одержимо:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \Delta V_i}{V}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \Delta V_i}{V}; \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \Delta V_i}{V} \quad (4.2.)$$

Центр ваги однорідного тіла, що заповнює деякий об'єм, називається **центром ваги цього об'єму**.

Однорідне тіло, що має форму тонкої пластинки, можна розглядати як матеріальну плоску фігуру. Положення центра ваги плоскої фігури визначається двома координатами x_c і y_c (рис.4.2).

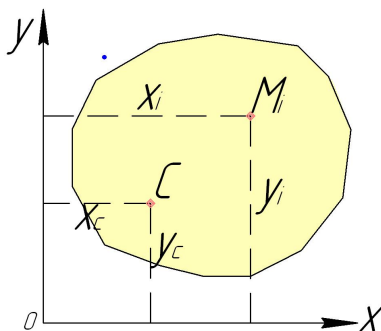


Рисунок 4.2. – Координати центра ваги плоскої фігури

Вагу однорідної пластини виразимо формулою $G = \omega \cdot S$,
де S – площа плоскої фігури;
 ω – вага одиниці площі.

Розіб'ємо фігуру на елементарні площинки. Вага кожної площинки визначається формулою:

$$\Delta G_i = \omega \cdot \Delta S_i,$$

де ΔS_i - площа елементарної площинки .

Позначимо x_i, y_i координати центра ваги елементарної площинки і підставивши у формулу 4.1. отримаємо координати центра ваги фігури плоскої фігури

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot S_i}{S}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot S_i}{S} \quad (4.3)$$

Виходячи з отриманих раніше загальних формул, можна виділити декілька способів визначення координат центра ваги тіла.

- 1) Симетрія. Якщо однорідне тіло має площину, вісь чи центр симетрії, то його центр ваги лежить відповідно на осі чи в центрі симетрії;
- 2) Розбиття. Якщо тіло можна розбити на кінцеву кількість частин, для яких положення центрів ваги відомо, чи може бути легко обчислено, то координати всього тіла можна безпосередньо визначити за формулами (4.1.) – (4.3.), причому число додатків буде дорівнювати числу виділених частин;
- 3) Доповнення. Цей спосіб є окремим випадком способу розбиття. Він застосовується до тіл, які мають вирізи. Використовуючи від'ємні площі по вказаним формулам обчислюють положення центра ваги;
- 4) Інтегрування. Якщо тіло не можна розбити на кінцеву кількість частин, положення центрів яких відомо, то тіло розбивають на довільні елементарні об'єми, для яких формули (4.1.) – (4.3.) приймають вид:

$$x_c = \frac{1}{S} \int x ds, \quad y_c = \frac{1}{S} \int y ds, \quad z_c = \frac{1}{S} \int z ds \quad (4.4.)$$

- 5) Експериментальній. Тіло підвішують на тросі чи нитці за його різні точки. Напрямок нитки кожного разу дає напрям сили тяжіння. Точка перетинання цих напрямів є центром ваги тіла.

Дослідна частина

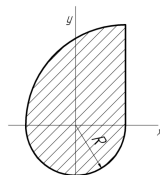
Дослідження рівноваги плоского тіла можна здійснити обчисленням координат його центру ваги. Розрахунок можна перевірити експериментально, упевнившись в тотожності отриманих результатів. Дослідження виконується в наступній послідовності:

1. Проаналізувати форму заданої фігури, встановивши можливість її поділу на прості частини.
2. Визначити площу кожної частини і тіла в цілому.
3. Пов'язавши тіло зі зручною системою координат визначити координати центру кожної частини.
4. Обрати один з способів обчислення координат центру ваги визначити координати центру ваги заданого тіла.
5. Провести перевірку результатів експериментальним способом.
6. Порівняти результати. Зробити висновки.

Розглянемо приклади дослідження довільної просторової системи сил.

Завдання.

Визначити координати центру ваги плоскої фігури , якщо $R = 20\text{см}$.



Розв'язання

1. Дана плоска фігура має складну криволінійну форму. Проаналізувавши її можна виділити дві прості частини (рис.4.3. а):
1 – півкола, радіусом $R = 20\text{см}$;
2 – сектор, з центральним кутом $\alpha = 90^\circ$, радіусом $R_2 = 2R = 40\text{ см}$.
2. Визначимо площі частин:

$$S_1 = \frac{1}{2} \pi \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 20^2 = 628 \text{ см}^2,$$

$$S_2 = \frac{1}{4} \pi \cdot R_2^2 = \frac{1}{4} \cdot 3,14 \cdot 40^2 = 1256 \text{ см}^2$$

Площа всієї пластини:

$$S = S_1 + S_2 = 628 + 1256 = 1884 \text{ см}^2.$$

3. Визначимо координати центрів частин:

Півколо 1 є симетричним відносно осі Оу, його координати:

$$y_1 = -\frac{4R}{3\pi} = -0,424R = -0,424 \cdot 20 = -8,48 \text{ см}^2;$$

$$x_1 = 0,$$

Коловий сектор 2 є симетричним відносно його бісектриси, тому його центр лежить на ній.

$$AC = \frac{8R}{3\pi} = \frac{8 \cdot 20}{3 \cdot 3,14} = 16,98 \text{ см}$$

Координати центру сектору визначимо, як:

$$y_2 = AC_2 \cdot \sin 45^\circ = 16,98 \cdot 0,707 = 12 \text{ см};$$

$$x_2 = AC_2 \cdot \cos 45^\circ - R = 16,98 \cdot 0,707 - 20 = -8 \text{ см}.$$

4. Визначимо координати центру ваги всієї фігури по формулі (4.3):

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot S_i}{S} = \frac{0 \cdot 628 - 8 \cdot 1256}{1884} = -5,33 \text{ см},$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot S_i}{S} = \frac{-8,48 \cdot 628 + 12 \cdot 1256}{1884} = 5,17 \text{ см}.$$

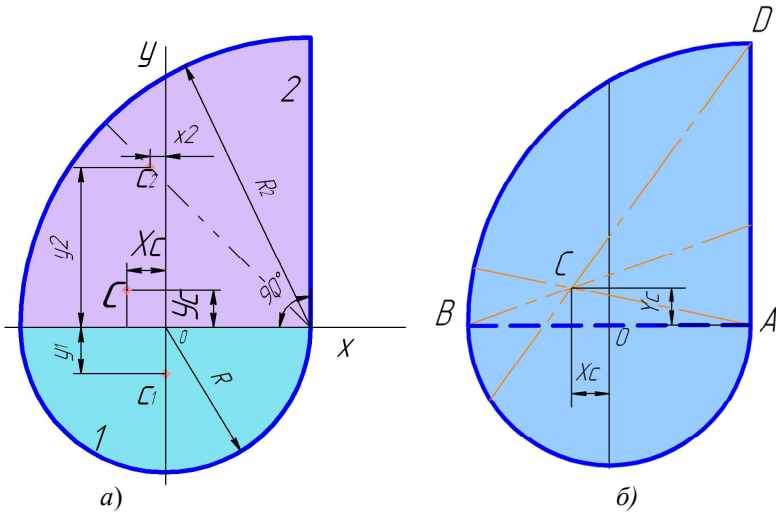


Рисунок 4.3. – схема визначення координат центру ваги пластини: а – розрахунковим способом; б – експериментальним способом.

5. Визначимо координати центру пластини експериментальним способом – підвішуванням за визначені точки (рис. 4.3,б).

1 – підвішування за точку D .

2 – підвішення за точку A .

3 – під вішення за точку *B*.

Після встановлення рівноваги пластини кожного разу проводимо з точки підвісу промінь вертикалі ваги. Точка перетинання променів є центром ваги пластини (рис.4.3.б).

Вимірявши відстань від точки перетину променів до базових осей координат отримуємо координати центру ваги

пластини: $X_C = -5,3$ см;

$Y_C = 5,2$ см.

Встановимо похибку визначення координат:

$$\Delta = \frac{Y_{C(p)} - Y_{C(e)}}{Y_{C(p)}} \cdot 100\% = \frac{5,2 - 5,17}{5,2} \cdot 100\% = 0,5\% \quad \text{— отримана похибка}$$

задовольняє інженерним розрахункам.

Завдання для дослідження.

Для заданої пластини визначити координати центру ваги розрахунковим та експериментальним способами. Визначити похибку визначення.

Дані до вибору варіантів завдань, схеми та параметрів досліджуваних систем наведені в таблицях 4.4. та 4.5.

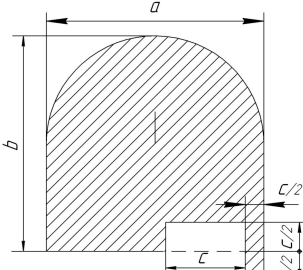
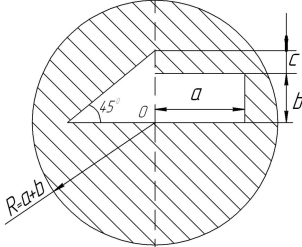
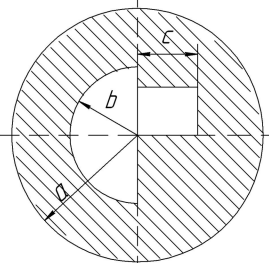
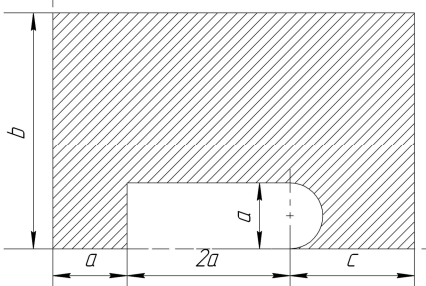
Таблиця 4.4.

Дані досліджуваних систем

№ схеми	№ варіанту				Дані системи		
					<i>a</i> , см	<i>b</i> , см	<i>c</i> , см
1	1	11	21	31	40	60	10
2	2	12	22	32	20	15	5
3	3	13	23	33	40	20	15
4	4	14	24	34	20	60	30
5	5	15	25	35	20	25	35
6	6	16	26	36	60	40	15
7	7	17	27	37	15	40	65
8	8	18	28	38	40	70	15
9	9	19	29	39	40	25	5
10	10	20	30	40	30	70	20

Таблиця 4.5.

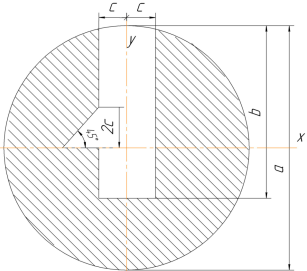
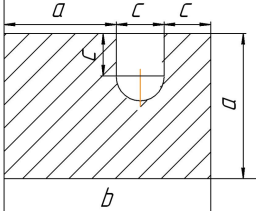
Схеми досліджуваних систем

№ схеми	Схема системи
1	
2	
3	
4	

Продовження таблиці 4.5.

<p>5</p>	
<p>6</p>	
<p>7</p>	
<p>8</p>	

Продовження таблиці 4.5.

<p>9</p>	
<p>10</p>	

Вказівки до виконання лабораторних робіт та оформлення звіту

Перед виконанням лабораторних робіт кожен студент повинен ознайомитись з інструкцією з техніки безпеки при роботі на обладнанні лабораторії та строго виконувати цю інструкцію.

Звіт за виконану лабораторну роботу оформлюється кожним студентом та захищається перед виконанням наступної роботи.

Звіт по лабораторних роботах оформлюється на аркушах білого паперу для написання форматом А4 (210×297 мм).

На першому аркуші – обкладинці виконується основний надпис для текстових документів згідно з ГОСТ 2.105-79; на наступних – надпис по формі 2а для текстових документів згідно з ГОСТ 2.105-79.

Звіт по виконанню кожної лабораторної роботи повинен містити:

- назву роботи;
- дані щодо варіанту;
- схему та дані завдання;
- короткий опис використаних способів розрахунку;
- результати розрахунків та обчислень;
- таблицю отриманих результатів;
- висновки.

Всі заповнені аркуші брошуруються в загальній обкладинці з титульним аркушем. Приклад оформлення титульного листа показаний в додатку. Справа подано відстані від нижньої лінії, яка обрамлює формат до основи відповідного рядка та номер шрифту, яким слід виконувати запис рядка.

Звіт подається в друкованому виді шрифт Times New Roman, розмір 12 – 14 пт. Схеми, ескізи виконуються з дотриманням вимог ЄСКД та основних співвідношень в розмірах, в графічній програмі "КОМПАС-3D". Символи, формули, таблиці, рисунки представляються *тільки в форматі MS Word* (допускається використання *Equation Editor*). Рисунки розміщують по тексту, мінімальна товщина ліній – 1 пункт. Применение внедренных объектов, требующих перед печатью пересчета либо связей с другими документами, не допускается.

Библиографические ссылки даются арабскими цифрами в квадратных скобках [1]. Список литературы приводится сразу после текста без слова ЛИТЕРАТУРА. Фамилии и инициалы (после фамилии) авторов указываются курсивом.

Перелік рекомендованої літератури.

1. Цасюк А.В. Теоретична механіка. Навчальний посібник. – К. : ЦНЛ, 2004р
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики.-М.: Высш.школа, - 1986.
3. Бать М.И., Джанедидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. В 3-х т.-М: Наука, 1983.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике/ Под ред.Яблонского.-М.: Высшая. школа, 1985.
5. Сборник коротких задач по теоретической механике: Учебное пособие для вузов. / Под ред. О.Э. Кепе. – М :Высшая школа, 1989.
6. Новожилов И.В., Зацепин М.Ф. Типовые расчеты по теоретической механике. – М.: В.Ш. – 1986г.
7. Методические указания к решению задач по теоретической механике. Адамов В.Н. – Д. ДПИ, 1970г.

Зміст

Передмова.....	3
Лабораторна робота 1 Тема: Дослідження рівноваги системи збіжних сил.....	4
Лабораторна робота 2 Тема: Дослідження рівноваги довільної плоскої системи сил...	12
Лабораторна робота 3 Тема: Дослідження рівноваги довільної просторової системи сил.....	20
Лабораторна робота 4 Тема: визначення положення центру ваги однорідного твердого тіла.....	29
Вказівки до виконання лабораторних робіт та оформлення звіту.....	38
Перелік рекомендованої літератури.....	39