

## **Исследование проблем динамики, прочности и надежности машин и их узлов**

УДК 539.3

### **СОПРЯЖЕНИЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ СОСУДОВ С ТОРЦЕВЫМИ ЗАГЛУШКАМИ**

**Петрова Ю.Н.**

*(ДонГУЭТ им. М. Туган-Барановского, г. Донецк, Украина)*

Перспективным направлением повышения сроков хранения и стабилизации качества пищевых продуктов является применение сверхвысоких давлений для их обработки. При обработке пищевых продуктов давлением в несколько тысяч атмосфер можно подавить действие микроорганизмов, инактивизировать действие ферментов, сохранить витамины, ароматические вещества, текстуру и цвет, повысить срок хранения продуктов, без применения высокотемпературной термообработки [1]. С другой стороны преимуществом использования высоких давлений к обработке пищевых продуктов является одновременная и равномерная передача давления на всю массу загрузки продуктов и независимость параметров процесса от размеров и геометрии обрабатываемого материала. При обычной тепловой обработке размер и геометрия может быть лимитирующим фактором. Так, снижение размера фрагментов продовольственного сырья в тепловом водно-фазовом процессе необходимо для улучшения тепло-массового переноса, однако при этом ухудшаются питательные свойства продукта и состояние окружающей среды. В связи с этим процесс с использованием высокого давления приобретает большую гибкость и универсальность, а, следовательно, является современным прогрессивным методом переработки продуктов.

Имея хорошую экспериментальную базу, ряд фирм Великобритании, Швейцарии, Франции уже выпустили установки для обработки пищевых продуктов высоким давлением [2-4]. Французская компания Uiti заявила о начале выпуска оборудования GEC Flshom, предназначенного для обработки сверхвысоким давлением свежего сока цитрусовых, что позволяет увеличить срок его хранения от 5-8 дней до трех недель, сохранить витамины и улучшить вкусовые качества. Разрабатывается проект оборудования производительностью 2000 литров в час [5]. В Японии эта технология используется в промышленных масштабах с 1990 г. Исследования японского института сверхвысоких давлений реализованы в виде промышленной установки для обработки фруктовых соков [6]. Лидером в производстве оборудования для обработки продуктов сверхвысоким давлением является Шведская фирма АВВ Metallurgy АВ. Такие установки позволяют обрабатывать за один час при давлении 4 тыс. атм. до 600 литров сока, а также консервировать молоко, фрукты, коктейли на их основе. Конструкция рабочих камер в этих установках позволяет проводить обработку при заранее заданных температурах до 100<sup>0</sup>С [7].

Однако, в связи с коммерческим характером информации, отсутствуют методики прочностного расчета установок сверхвысокого давления, не выявлено в литературе анализа напряженно-деформированного состояния камер в виде толстостенных цилиндров.

Известно, что цилиндры под давлением в основном испытывают безмоментное напряженное состояние по всей длине за исключением небольших участков в местах сопряжения цилиндра с торцевыми заглушками или кольцевыми ребрами жесткости.

Силловые факторы в местах сопряжения цилиндра с заглушками (в виде пластин) можно найти методом сил из канонических уравнений:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

смысл которых определяет равенство взаимных линейных (по направлению  $X_1$ ) и угловых (по направлению  $X_2$ ) перемещений сечений образующей срединной поверхности цилиндра и заглушки (пластины) (рис. 1).

В монографии [8] показано, что при отношении радиусов  $r/R \geq 0,5$  при вычисления деформаций толстостенных цилиндров можно использовать теорию изгиба замкнутых круговых цилиндрических оболочек.

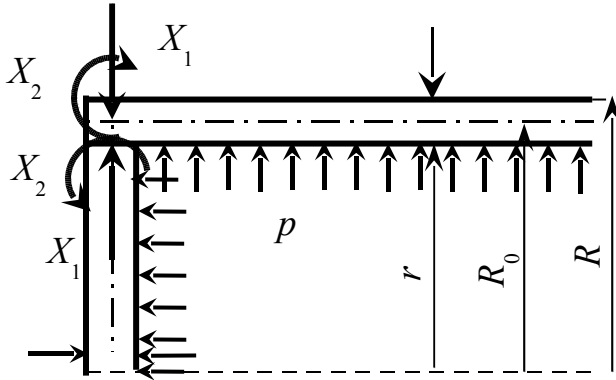


Рис. 1

Тогда главный единичный коэффициент  $\delta_{11}$  будет состоять из линейных перемещений в цилиндре

$\frac{R_0^3}{2\beta^3 D}$  и пластине  $\frac{R_0}{E\delta_n}(1-\mu)$ .

$$\frac{R_0^3}{2\beta^3 D} \quad \text{и пластине} \quad \frac{R_0}{E\delta_n}(1-\mu).$$

Первую составляющую (в цилиндре) можно получить на основании уравнения деформированной образующей срединной поверхности полубесконечной замкнутой круговой цилиндрической оболочки от радиальной полярно симметричной нагрузки  $X_1 = P_0 = 1$  [9, 10]

а вторую – из задачи Ляме [11]:  $w(R) = \frac{qR}{E} \left( \frac{1+\eta^2}{1-\eta^2} - \mu \right)$ , положив  $\eta = r/R = 0$  и  $q = X_1/\delta_n$ .

$$w(\xi) = \frac{P_0 R_0^3}{2\beta^3 D} T(\xi) + \frac{M_0 R_0^2}{2\beta^2 D} U(\xi), \quad (2)$$

$\delta_n$ .

Таким путем находим

$$\delta_{11} = \frac{R_0^3}{2\beta^3 D} \left( 1 + \frac{2\beta^3 D}{ER_0^2 \delta_n} (1-\mu) \right) = \frac{R_0^3}{2\beta^3 D} k_{11}, \quad (3)$$

где коэффициент линейных перемещений  $k_{11}$  учитывает жесткость пластины  $E\delta_n$  толщиной  $\delta_n$  и цилиндрическую жесткость цилиндра  $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$  с геометрической ха-

рактеристикой  $\beta = 4\sqrt{3(1-\mu^2)\frac{R_0^2}{\delta^2}}$ .

Второй главный коэффициент  $\delta_{22}$  состоит из углового перемещения в цилиндре от  $X_2 = M_0 = 0$ , т.е.  $\frac{R_0}{\beta D}$  [9], полученного из уравнения углов поворота нормали к образующей полубесконечного цилиндра от распределенной моментной нагрузки  $X_2 = M_0 = 1$

$$\vartheta(\xi) = \frac{P_0 R_0^2}{2\beta^2 D} W(\xi) + \frac{M_0 R_0}{\beta D} T(\xi). \quad (4)$$

и углов поворота на шарнирной опоре пластины [11]

$$\theta = \frac{dw}{d\rho} = \frac{m\rho}{D_n(1+\mu)} = \frac{R_0}{(1+\mu)D_n}, \text{ т.е.}$$

$$\delta_{22} = \frac{R_0}{\beta D} \left( 1 + \frac{\beta \delta^3}{(1+\mu)\delta_n^3} \right) = \frac{R_0}{\beta D} k_{22}, \quad (5)$$

где коэффициент угловых перемещений  $k_{22}$  учитывает отношение цилиндрической жесткости цилиндра и пластины  $D/D_n = \delta/\delta_n$ .

Побочный коэффициент  $\delta_{12} = \delta_{21}$  согласно (10), состоит лишь из угла поворота нормали к образующей цилиндра или равного ему линейного перемещения

$$\delta_{21} = \frac{R_0^2}{2\beta^2 D}. \quad (6)$$

Грузовой коэффициент  $\Delta_{1P}$  состоит из радиального перемещения образующей цилиндра от внутреннего давления  $p$  [10]

$$\Delta_{1P} = \frac{pR_0^4}{4\beta^4 D}, \quad (7)$$

а  $\Delta_{2P}$  представляет угол поворота на шарнирной опоре пластины от равномерно распределенной нагрузки интенсивностью  $p$  [11]

$$\vartheta = -\frac{dw}{d\rho} = -\frac{1}{d\rho} \left[ \frac{\rho}{64D} \left( R_0^2 - \rho^2 \right) \left( \frac{5+\mu}{1+\mu} R_0^2 - \rho^2 \right) \right] = -\frac{pR_0^3}{8(1+\mu)D_n} = \Delta_{2P}. \quad (8)$$

Таким образом, при сопряжении цилиндра с пластиной система канонических уравнений метода сил (1) принимает вид:

$$k_{11} \frac{R_0^3}{2\beta^3 D} X_1 + \frac{R_0^2}{2\beta^2 D} X_2 = -\frac{pR_0^4}{4\beta^4 D},$$

$$\frac{R_0^2}{2\beta^2 D} X_1 + k_{22} \frac{R_0}{\beta D} X_2 = \frac{pR_0^3}{8D_n(1+\mu)}$$

Отсюда находим силовые факторы в сопряжении:

$$X_1 = -\frac{pR_0}{\beta} \frac{k_{22} + \frac{\beta^3}{4(1+\mu)} \left( \frac{\delta}{\delta_n} \right)^3}{2k_{11}k_{22} - 1}, \quad (9)$$

$$X_2 = \frac{pR_0^2}{2\beta^2} \frac{1 + k_{11} \frac{\beta^3}{2(1+\mu)} \left( \frac{\delta}{\delta_n} \right)^3}{2k_{11}k_{22} - 1}. \quad (10)$$

При сопряжении цилиндра с кольцевым ребром жесткости сечением  $b \times h$ , составляющую пластины в  $\delta_{11} \frac{R_0}{E\delta_n} (1-\mu)$  нужно заменить на радиальную деформацию коль-

ца  $\frac{R_{\kappa}^2}{EF_{\kappa}}$ , а в коэффициенте  $\delta_{22}$  вместо  $\frac{R_0}{(1+\mu)D_n}$  нужно подставить угол поворота кольца из его плоскости  $\frac{R_{\kappa}^2}{EJ}$  с моментом инерции площади поперечного сечения кольца  $J = \frac{bh^3}{12}$  [10]. При этом грузовой коэффициент  $\Delta_{2P} = 0$  и вместо (9), (10) получим:

$$X_1 = -\frac{pR_0}{\beta} \frac{k_{22}}{2k_{11}k_{22} - 1}, \quad X_2 = \frac{pR_0^2}{2\beta^2} \frac{1}{2k_{11}k_{22} - 1}, \quad (11)$$

где

$$k_{11}^* = 1 + \frac{2D\beta^3 R_{\kappa}^3}{R_0^2 EF_{\kappa}}, \quad k_{22}^* = 1 + \frac{\beta DR_{\kappa}^2}{R_0 EJ}. \quad (12)$$

Если кольцо или пластина абсолютно жесткие, когда  $J = F_{\kappa} = \delta_n = \infty$ , то  $k_{11} = k_{22} = 1$ , тогда получим известные формулы силовых факторов (опорных реакций) в жестко защемленной оболочке [10, 11]:

$$X_1 = -\frac{pR}{\beta}, \quad X_2 = \frac{pR^2}{2\beta^2}. \quad (13)$$

Для оценки прочности элементов сопряжения рассмотрим цилиндр  $2r = 193$  мм,  $2R = 273$  мм,  $\eta = 0,706$ ,  $\delta = 40$  мм с заглушками в виде пластин толщиной  $\delta_n = 40$  мм под давлением  $p$ .

Геометрическая характеристика цилиндра

$$\beta = 4\sqrt{3(1-0,3^2)\left(\frac{116,5}{40}\right)^2} = 2,193,$$

цилиндрическая жесткость

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,04^3}{12(1-0,3^2)} = 5,86 \cdot 10^{-6} \cdot E.$$

Коэффициенты силовых факторов (3), (5):

$$k_{11} = 1 + \frac{2 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6} \cdot 2,193^3}{0,1165^2 \cdot 0,04} \cdot 0,7 = 1,1594,$$

$$k_{22} = 1 + \frac{2,193}{1,3} = 2,6869.$$

Силовые факторы в сопряжении (9), (10):

$$X_1 = -\frac{pR_0}{\beta} \frac{2,6869 + \frac{2,193^3}{4 \cdot 1,3}}{2 \cdot 1,1594 \cdot 2,6869 - 1} = -0,9015 \frac{pR_0}{\beta},$$

$$X_2 = \frac{pR_0^2}{2\beta^2} \frac{1 + 1,1594 \frac{2,193^3}{2 \cdot 1,3}}{5,2303} = 1,0903 \frac{pR_0^2}{2\beta^2}.$$

Продольные напряжения в цилиндре от изгиба и растяжения:

$$\sigma_x = X_2 \frac{6}{\delta^2} + \frac{\eta^2}{1-\eta^2} p = 1,0903 p \frac{R_0^2}{2\beta^2} \frac{6}{\delta^2} + \frac{0,7069^2}{1-0,7069^2} p = (5,288 + 0,999) p = 6,287 p.$$

В толстостенных цилиндрах с учетом неравномерности распределения изгибных напряжений по толщине кольцевые напряжения при отношении  $r/R \geq 0,5$  через перемещения можно вычислять по формуле [8]:

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2} \frac{w(x)}{R_0} \left( \frac{1}{1 \pm \delta/2R_0} - \mu^2 \right). \quad (14)$$

Так как радиальное перемещение в месте сопряжения равно

$$w = \frac{R_0 X_1}{E \delta_n} (1-\mu) = \frac{R_0}{E \delta_n} (1-\mu) \cdot 0,9015 \frac{p R_0}{\beta} = 0,820 \frac{p R_0^2}{E \delta_n \beta},$$

то кольцевое напряжение у внутренней поверхности цилиндра

$$\sigma_t = 0,820 \frac{p R_0^2}{E \delta_n \beta} \frac{E}{(1-\mu^2) R_0} \left( \frac{1}{1-\delta/2R_0} - \mu^2 \right) = \frac{0,820 \cdot 1,117 \cdot 116,5}{0,91 \cdot 2,193 \cdot 40} p = 1,337 p.$$

Радиальное напряжение  $\sigma_r = -p$ . Расчетное напряжение по энергетической теории прочности

$$\sigma_{расч} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_x \sigma_t - \sigma_t \sigma_r - \sigma_r \sigma_x} = 6,444 p.$$

Сравнивая это напряжение с расчетным напряжением в жестко защемленном цилиндре  $\sigma_{расч} = \frac{p R_0^2}{2\beta^2} \frac{6}{\delta^2} = 1,816 \frac{p R_0}{\delta} = 5,288 p$  [12], замечаем, что сопряжение цилиндра с пластиной усугубляет напряженное состояние цилиндра.

Для снижения силовых факторов в сопряжении предлагается заглушку не приваривать к цилиндру, а лишь опирать на кольцевое ребро (рис. 2).

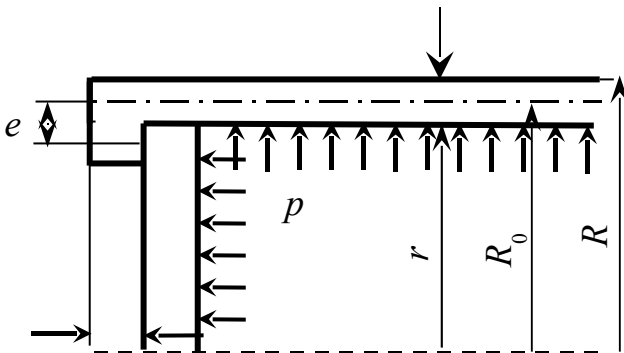


Рис. 2

Изгибающий момент в сопряжении

$$M_0 = P_0 e = 0,03 \cdot 2,925 = 0,0877 \text{ МНм/м.}$$

Эпюра распределения этого момента по длине образующей определяется уравнением [9]

Толщина кольцевого ребра  $h$  определяется условием его прочности на срез. При давлении  $p = 600$  МПа это условие примет вид  $p \frac{\pi r^2}{2\pi r h} \leq \tau$ , откуда  $h \geq \frac{pr}{2\tau}$ .

$$\text{При } \tau = 0,6 \text{ } \sigma_T \text{ получим } h = \frac{600 \cdot 0,193}{2 \cdot 2 \cdot 0,6 \cdot 1200} = 0,04 \text{ м} = 40 \text{ мм.}$$

Поперечная сила в цилиндре равна погонной силе трения заглушки по ребру (с коэффициентом трения  $f = 0,1$ )

$$P_0 = f \frac{pr}{2} = 0,1 \frac{0,195}{2 \cdot 2} p = 4,87 \cdot 10^{-3} p = 2,925 \text{ МН/м.}$$

$$M(\xi) = M_0 W(\xi) - \frac{P_0 R_0}{\beta} V(\xi) = M_0 \left[ W(\xi) - \frac{R_0}{\beta e} V(\xi) \right] =$$

$$= M_0 \left[ W(\xi) - \frac{116,5}{2,193 \cdot 30} V(\xi) \right] = M_0 [W(\xi) - 1,77V(\xi)],$$

как показано на рис. 3.

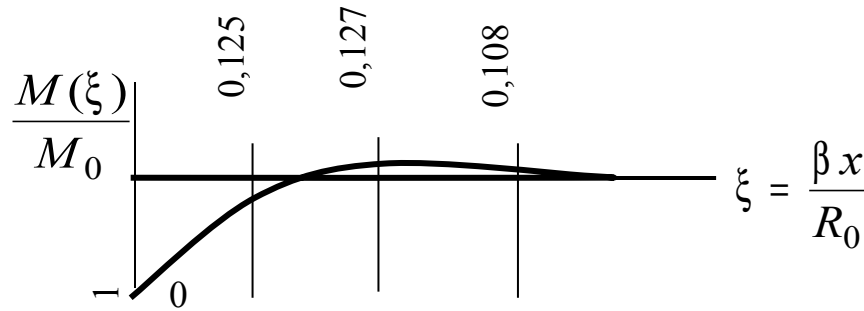


Рис. 3

В сопряжении  
возникают изгибные  
напряжения

$$\sigma_x = \frac{M_0}{\delta^2} \left( 6 + p \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \right) =$$

$$= (4,87 \cdot 10^{-3} + 0,999) p =$$

$$= 1,004 p,$$

кольцевые нормаль-  
ные напряжения

$$\sigma_t = \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta^2} p = 2,998 p$$

и радиальные напря-  
жения  $\sigma_r = -p$ . Расчет-

ные напряжения по энергетической теории прочности

$$\sigma_{расч} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_x \sigma_t - \sigma_t \sigma_r - \sigma_r \sigma_x} = 2,80 p.$$

В безмоментной зоне цилиндра расчетное напряжение [12]

$$\sigma_{расч} = \frac{\sqrt{3}}{1 - \eta^2} p = 3,463 p,$$

т.е. напряжение в сопряжении не вызывает опасности, если прочность цилиндра в безмоментной зоне обеспечена.

**Список литературы:** 1. Gould G.W, Preservation: past, present, future.// British Medical Bulletin. –2000. – v.56, №1. – P. 84-96. 2. Buchheim W. Haltbarmachung und Bearbeitung von Lebensmitteln min hohen hybrostatischen Drucken. // Cordian. – 1997. – 97, №3. – P. 31-34. 3. Zimmerman F., Bergman C. Isostatic high-pressure equipment for food preservation.// Food Technol. – 1993. – 47, №6. – P. 162-163. 4. Tonello C. Hautes pressions et boissons.// Bios boissons condition. – 1997. – 28, №269. – P. 26-30. 5. Philippon J., Voldrich M. Les hautes pressions: un adjuvant du froid.// Rev/ gen. Froid. – 1993. – 83, №5. – P. 27-32. 6. Mitzusiki Y., Tamani Y. Preparation of grapefruit juicis for treatment of the food.// Food Process. – 1991. – 26, №12. – P. 10-11. 7. Gola S., Palmieri I., Cacace D. Stabilita microbiologica di prodotti acidi trattati con alte pressioni.// Ind. Conserve. – 1992. – 62, №4. – P. 417-420. 8. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 453 с. 9. Шевченко Ф.Л. Изгиб балок на упругом основании и полярно симметричных оболочек. – Донецк: Изд. ДПИ, 1993. – 47 с. 10. Шевченко Ф.Л. Задачи по механике упругих деформируемых систем, часть 2. – Киев: ИСИО, 1996. – 206 с. 11. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 2. Сложное напряженное состояние. – Киев: ИСИО, 1993. – 239 с. 12. Петрова Ю.Н. Циклические напряжения в подкрепленных цилиндрах. Прогрессивные технологии и системы маши-

ностроения: Международный сборник научных трудов. – Донецк: ДонНТУ, 2003. Вып. 26. – С. 15-21.

### СПОЛУЧЕННЯ ТОВСТОСТІННИХ СУДИН З ТОРЦЕВИМИ ЗАГЛУШКАМИ

Петрова Ю.М.

Розглядаються додаткові напруження згину, які виявляються у місцях сполучення циліндра з торцевими елементами. Пропонуються конструктивні міри з усунення цих напружень у вигляді пластин, не закріплених з циліндром. Приводиться розрахунок напружено-деформованого стану в зоні згину.

### СОПРЯЖЕНИЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ СОСУДОВ С ТОРЦЕВЫМИ ЗАГЛУШКАМИ

Петрова Ю.Н.

Рассматриваются дополнительные изгибные напряжения, возникающие в местах сопряжения цилиндра с торцевыми элементами (заглушками). Предлагаются конструктивные меры по устранению этих напряжений в виде пластин, не закрепленных к цилиндру. Приводится расчет напряженно-деформированного состояния цилиндра в зоне изгиба.

### CONJUGATION OF THICK-WALLED VESSELS WITH THE PAVEMENT CHOKES

Petrova J.N.

Additional bend stresses which appear in the places of conjugation the cylinder with the pavement elements (chokes) are considered. Constructive measures in the removal of these stresses as the kind of unfixed to the cylinder plates are suggested. The calculation of the strained-deformed condition of the cylinder in the bends zone is given.