УДК 62-83:612.314

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НОРМИРОВАННЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА СПР НЕУСТОЙЧИВОГО ДВУХМАССОВОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Акимов Л.В., Марков В.С.
Харьковский государственный политехнический университет
markov@kpi.kharkov.ua

Proposed methods of normalized characteristic polynomials coefficients variation of the fifth and sixth order promotes widening of opportunity of polynomial synthesis method of speed controller parameters for a subordinate control system of originally unstable two-mass electromechanical object in according of requirements to dynamics of stable transient processes.

В [1,2] показано, что ДЭМО с нелинейной реактивной нагрузкой, учитывающий влияние отрицательного вязкого трения с коэффициентом $\beta_c<0$, неустойчивый в статическом и динамическом режиме работы имеет ранг матрицы управляемости, равный n, т.е. порядку объекта. Отсюда следует, что при доступности измерения всех составляющих вектора состояния всегда можно поместить корни характеристического уравнения замкнутой системы в любое желаемое положение. Этим достигается свобода не только в выборе известного стандартного нормированного распределения [3], но и среднегеометрического корня ω_0, а следовательно, быстродействия замкнутой системы с неустойчивым ДЭМО. Кроме того, удается найти компромисс между желаемым характером переходного процесса по управляющему воздействию и реакцией системы на изменение основного возмущения - нагрузки электропривода. Вместе с тем реализация модального управления неустойчивым ДЭМО связана с необходимостью восстанавливать некоторые составляющие вектора состояния с помощью наблюдающих устройств. Это существенно усложняет систему.

В связи с изложенным, научный и практический интерес представляет решение задачи обеспечения желаемого качества переходных процессов в исходно неустойчивом ДЭМО в рамках традиционной структуры системы подчиненного регулирования (СПР), когда во внешнем контуре используется только обратная связь по скорости двигателя или по скорости механизма. При этом ограничивающим исследования условием является неизменность настройки внутреннего контура тока.

Данная задача решается методом полиномиальных уравнений, разработанным в [4-6], который также основан на использовании стандартных нормированных распределений. Кажущаяся простота синтеза заключается в наличии большого количества стандартных распределений, обеспечивающих типовые переходные характеристики $h_0(t)$ заранее известного вида, скорость затухания которых определяется единственным параметром – эквивалентной постоянной времени $T_0=1/\omega_0$ и заданными коэффициентами α_i характеристического полинома. Однако при использовании метода полиномиальных уравнений для синтеза СПР скорости ДЭМО возникают сложности, связанные как с выбором стандартного распределения, так и с заданием необходимой величины среднегеометрического корня замкнутой системы. Эти сложности обусловлены следующими причинами:

1. исходной неустойчивостью ДЭМО и его параметрами;
2. жестким ограничивающим условием решаемой задачи обеспечения желаемого качества функционирования системы при использовании только одной обратной связи по скорости при сохранении неизменными параметров внутреннего контура тока с традиционной настройкой на модульный оптимум;
3. различным характером переходных процессов регулируемых координат при изменении управляющего и возмущающего воздействий.

Кроме того, задача усложняется еще и тем, что полиномиальные уравнения принадлежат к классу неопределенных уравнений, т.е. уравнений, имеющих не единственное решение [4].

Указанные причины приводят к тому, что известные стандартные распределения в общем случае не позволяют найти компромисс между необходимой формой переходной характеристики по управлению, ее быстродействием и приемлемой реакцией системы на возмущающее воздействие. Возникающие противоречия еще больше усугубляются при желании понизить порядок регулятора, что способствует простоте его реализации.

В связи с изложенным, возникает задача поиска различных вариантов нормированных распределений. Впервые подобная задача была поставлена в [7,8] в связи с созданием электроприводов с устойчивой двухмассовой механической частью при ограниченном числе измеряемых координат. Для ее решения предложено использовать результаты работ [9,10], где для оценки показателей качества регулирования (перерегулирование и колебательность) в системе любого порядка $n\geq4$, имеющей характеристический полином

$$G(p) = \alpha_n p^n + \alpha_{n-1} p^{n-1} + \ldots + \alpha_1 p + \alpha_0, \tag{1}$$

введены три параметра:

$$\delta_1 = \frac{\alpha_1^2}{\alpha_0\alpha_2}; \quad \delta_2 = \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1\alpha_3}; \quad \delta_3 = \frac{\alpha_3^2}{\alpha_2\alpha_4}, \tag{2}$$

в которых $\alpha_i>0,\ \forall i\in[1\ n]$ – коэффициенты полинома.

Там же доказано, что при выполнении достаточных условий устойчивости все $\delta_j,\ \forall j\in[1(n-1)]$ при n≥5 должны соответствовать неравенству $\delta_j>1{,}465$. Этим достигается стабильность показателей качества. Следует отметить, что параметры δ_j являются безразмерными и не изменяются при вариации коэффициента масштаба характеристического уравнения, т.е. как и нормированные коэффициенты α_i, они не характеризуют быстродействие системы, а только определяют форму ее временных процессов. В качестве коэффициента масштаба следует использовать величину $z^*=\alpha_1/\alpha_0$.

Покажем, как с помощью показателей δ_j можно изменять коэффициенты α_i в выбранном стандартном нормированном распределении, обеспечивающие желаемую форму переходной характеристики $h_0(t)$. При этом, одной и той же комбинации δ_j, определенной для желаемой функции $h_0(t)$, будет соответствовать множество вариантов с различным быстродействием.

Зададимся наиболее универсальным стандартным нормированным распределением по Баттерворту шестого порядка вида

$$G_1(p) = p^6 + 3{,}86p^5 + 7{,}46p^4 + 9{,}13p^3 + 7{,}46p^2 + 3{,}86p + 1, \tag{3}$$

где $\alpha_6=1,\ \alpha_5=3{,}86,\ \alpha_4=7{,}46,\ \alpha_3=9{,}13,\ \alpha_2=7{,}46,\ \alpha_1=3{,}86,\ \alpha_0=1.$

Для данного распределения по формулам (2) найдем:

$$\delta_1=1{,}997\ ;\quad \delta_2=1{,}579\ ;\quad \delta_3=1{,}498. \tag{4}$$

Рассмотрим предлагаемые способы изменения коэффициентов нормированного распределения (3), в равной степени относящиеся к любому известному стандартному характеристическому полиному.

Способ первый. Связан с вариацией всех коэффициентов α_i в сторону их увеличения по отношению к исходным значениям. Он обоснован в [8].

Определим допустимые по достаточному условию устойчивости значения $\alpha_{5мин}$ и $\alpha_{5макс}$, предварительно записав неравенства:

$$\delta_4 = \frac{\alpha_4^2}{\alpha_3\alpha_5} > 1{,}465\ ;\quad \delta_5 = \frac{\alpha_5^2}{\alpha_6\alpha_4} > 1{,}465\ , \tag{5}$$

откуда получим

$$\alpha_5 < \alpha_{5макс} = \frac{\alpha_4^2}{1{,}465\alpha_3} = 4{,}16\ ;\ \alpha_5 > \alpha_{5мин} = \sqrt{1{,}465\alpha_4\alpha_6} = 3{,}3\ . \tag{6}$$

Если воспользоваться соотношениями (2), то для α_2, α_3 и α_4 можно записать при $\alpha_0=1$:

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1^2}{\delta_1}\ ;\quad \alpha_3 = \frac{\alpha_1^3}{\delta_1^2\delta_2}\ ;\quad \alpha_4 = \frac{\alpha_1^4}{\delta_1^3\delta_2^2\delta_3}\ . \tag{7}$$

При этом

$$\alpha_{5макс} = 0{,}683\frac{\alpha_1^5}{\delta_1^4\delta_2^3\delta_3^2}\ ;\qquad \alpha_{5мин} = 1{,}21\frac{\alpha_1^2}{\sqrt{\delta_1^3\delta_2^2\delta_3}}\ . \tag{8}$$

Вариацией α_1 при известных значениях δ_1, δ_2 и δ_3 получим новые комбинации $\alpha_{5мин}$, $\alpha_{5макс}$, α_4, α_3 и α_2.

Минимальное значение α_1 определяется непротиворечивостью неравенств (8), т.е. при $\alpha_{5мин} = \alpha_{5макс}$, откуда следует [8]

$$\alpha_{1мин} = \sqrt[3]{1{,}773\delta_1^{2,5}\delta_2^2\delta_3^{1,5}} = 3{,}58\ . \tag{9}$$

Если теперь задаться любым произвольным $\alpha_1>\alpha_{1мин}$ (9) и использовать соотношения (7) и (8), то получим неограниченное число комбинаций коэффициентов α_i, которым будет соответствовать переходная характеристика $h_0(t)$, по своим показателям аналогичная исходному Баттервортовскому процессу. Некоторые из комбинаций α_i приведены в табл.1, а на рис.1 показаны соответствующие им переходные характеристики, построенные в относительном времени $t^*=\omega_0 t$.

Из рис.1 можно видеть, что происходящее в данном случае увеличение коэффициента масштаба z^* приводит к потере быстродействия. Однако, в случае использования распределений табл.1 при полиномиальном методе синтеза параметров передаточной функции регулятора быстродействие замкнутой системы может быть восстановлено за счет увеличения среднегеометрического корня ω_0. Это следует из того, что действительная величина коэффициента масштаба определяется как

$$z = \frac{\alpha_1\omega_0^5}{\alpha_0\omega_0^6} = \frac{\alpha_1}{\alpha_0\omega_0}\ , \tag{10}$$

а поэтому большим ω_0 должны соответствовать меньшие значения z.

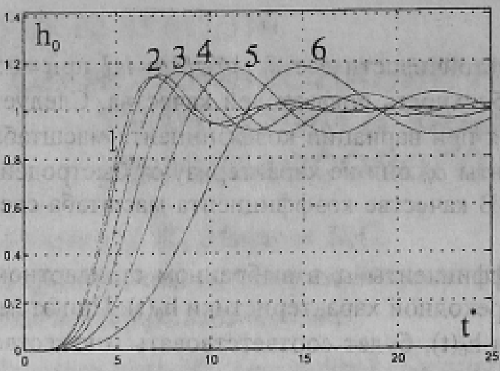

Рисунок 1 - Переходные характеристики системы шестого порядка, отвечающие распределению по Баттерворту (3) – кривая 1 и комбинациям α_i в соответствии с табл.1: второй – кривая 2; пятой – кривая 3; шестой – кривая 4; восьмой – кривая 5; десятой – кривая 6

Таблица 1

№ распределения	Коэффициенты распределения						
	α_6	α_5	α_4	α_3	α_2	α_1	α_0
1	1	3,3÷4,16	7,46	9,13	7,46	3,86-3,58	1
2	1	3,54÷4,94	8,57	10,14	8	4	1
3	1	3,91÷6,35	10,45	11,76	8,83	4,2	1
4	1	4,1÷7,14	11,49	12,62	9,26	4,3	1
5	1	4,63÷8,85	13,62	14,14	10,1	4,5	1
6	1	5,76÷15,05	20,8	19,7	12,5	5	1
7	1	6,93÷24	30,4	26,2	15,1	5,5	1
8	1	8,23÷37,5	43,2	34,1	18	6	1
9	1	11,2÷81	80	54,2	24,5	7	1
10	1	14,6÷157,5	137	80,8	32	8	1

Способ второй. Основан на вариации только некоторых коэффициентов α_i.

Коэффициенты δ_j (2) и (5) могут быть также использованы для изменения того или иного коэффициента α_i в выбранном нормированном распределении, как это сделано для коэффициента α_5 формулами (6).

Обратим внимание, что δ_1, δ_2 и δ_3 имеют значения большие, чем величина *1,465*, обеспечивающая достаточные условия устойчивости характеристического полинома (3). Поэтому, если принять неизменными, например $\alpha_4=7,46$ и $\alpha_2=7,46$ и использовать величину $\delta_{3мин}=1,465$, то для минимального значения коэффициента α_3 получим

$$\alpha_{3мин}=\sqrt{1,465\alpha_2\alpha_4}=9,03\,. \tag{11}$$

При этом $\alpha_{3макс}$ находится из условия $\delta_2=\delta_{2мин}=1,465$

$$\alpha_{3макс}=\frac{\alpha_2^2}{\delta_{2мин}\alpha_1}=9,84\,. \tag{12}$$

Вариации коэффициентов α_5 (6) и α_3 (11), (12) совместно с $\alpha_{1мин}$ позволяют представить нормированное распределение (3) в виде

$$G_2(p)=p^6+(3,3\div 3,86\div 4,16)p^5+7,46p^4+(9,03\div 9,13\div 9,84)p^3+$$
$$+7,46p^2+(3,86\div 3,58)p+1. \tag{13}$$

Переходные характеристики $h_0(t)$, соответствующие новым значениям α_1, α_3 и α_5, показаны на рис.2. Видно несущественное отличие в переходных характеристиках. Однако значительно возрастают возможности полиномиального метода синтеза по обеспечению условий реализуемости регулятора и необходимого качества переходных процессов в замкнутой системе с исходно неустойчивым ДЭМО.

Способ третий. Он основан на минимальных значениях $\delta_{jмин}$ $\forall j\in[1\ (n\text{-}1)]$.

В соответствии с формулой (9) при $\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_{мин}=1,465$ для минимального значения коэффициента α_1 получим

$$\alpha^*_{1мин}\geq\sqrt[3]{1,773\delta^6_{мин}}=1,21\delta^2_{мин}=2,59\,. \tag{14}$$

При этом остальные коэффициенты, вновь получаемого распределения, находятся по соотношениям (7) и (8). Они представляются величинами:

$$\alpha_2=\frac{\alpha^{*2}_{1мин}}{\delta_{мин}}=4,57\,;\ \alpha_3=\frac{\alpha^{*3}_{1мин}}{\delta^3_{мин}}=5,52\,;\ \alpha_4=\frac{\alpha^{*4}_{1мин}}{\delta^6_{мин}}=4,55\,;\ \alpha_5=1,21\frac{\alpha^{*2}_{1мин}}{\delta^3_{мин}}=2,58\,. \tag{15}$$

Таким образом, третий способ дает характеристический полином

$$G_3(p)=p^6+2{,}58p^5+4{,}55p^4+5{,}52p^3+4{,}57p^2+2{,}59p+1. \quad (16)$$

Соответствующая ему переходная характеристика $h_0(t)$ показана на рис.3, кривая 2. Можно видеть, что в данном случае происходит уменьшение времени нарастания $t_н=min\{t/h(t)=0{,}95\}$ по отношению к кривой 1, отвечающей исходному распределению по Баттерворту (3). Это уменьшение времени нарастания сопровождается увеличением перерегулирования и некоторым ростом амплитуд колебаний. Однако распределение (16) при использовании его в полиномиальном методе синтеза параметров регулятора способствует уменьшению величины среднегеометрического корня, что в конечном итоге приводит к необходимому качеству устойчивых переходных процессов в замкнутой системе с неустойчивым ДЭМО.

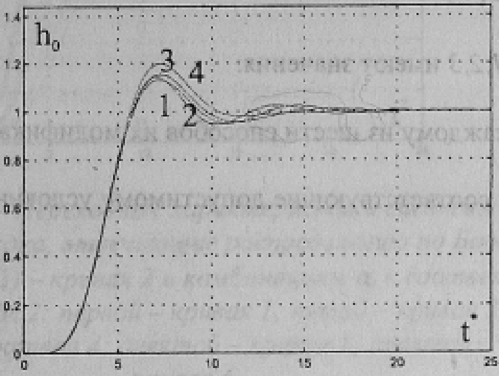

Рисунок 2 - Переходные характеристики системы шестого порядка, отвечающие распределению (13) и следующим комбинациям α_5, α_3 и α_1 при $\alpha_1=\alpha_2=7{,}46$: 1.кривая 1 - $\alpha_5=3{,}86$, $\alpha_3=9{,}13$, $\alpha_1=3{,}86$; 2. кривая 2 - $\alpha_5=3{,}3$, $\alpha_3=9{,}03$, $\alpha_1=3{,}86$; 3.кривая 3 - $\alpha_5=4{,}16$, $\alpha_3=9{,}84$, $\alpha_1=3{,}86$; 4. кривая 4 - $\alpha_5=3{,}86$, $\alpha_3=9{,}13$, $\alpha_1=3{,}58$

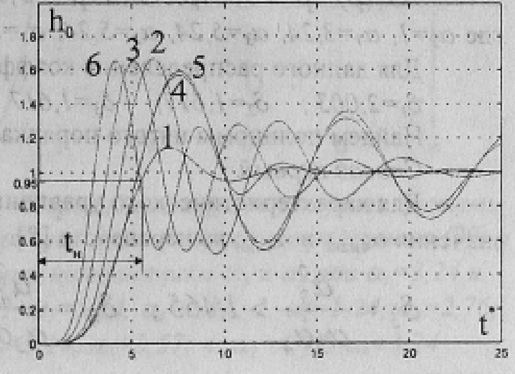

Рисунок 3 - Переходные характеристики системы шестого порядка, отвечающие распределениям: 1. по Баттерворту (3); 2. (16); 3. (17); 4. (18); 5. (19); 6. (22)

Способ четвертый. Связан с непосредственным изменением коэффициента масштаба z^* в сторону его уменьшения.

Известно [9], что уменьшение значения нормирующего множителя z^* ведет к увеличению быстродействия, а следовательно, способствует уменьшению среднегеометрического корня замкнутой системы, где используется данный вид распределения.

Примем $z^*=2{,}15$, $\alpha_0=1$ и $\delta_{j мин}=1{,}465$, $\forall j\in[1\ \ (n-1)]$. Тогда для нового распределения будем иметь

$$G_4(p)=0{,}318p^6+1{,}002p^5+2{,}15p^4+3{,}15p^3+3{,}15p^2+2{,}15p+1. \quad (17)$$

Переходная характеристика $h_0(t)$, соответствующая распределению (17) показана на рис.3, кривая 3. Данный процесс аналогичен предыдущему, но имеет еще меньшее время нарастания $t_н$, а следовательно позволяет дальнейшее уменьшение величины среднегеометрического корня, гарантирующего физическую реализуемость регулятора.

Способ пятый. Также связан с уменьшением времени нарастания переходной характеристики $h_0(t)$.

В [9] указано, что в пределах технических границ качества и допустимого перерегулирования уменьшение показателей δ_1 и δ_2 при $\delta_3=const$ приводит к уменьшению времени нарастания.

Используем это правило для определения новых распределений. Примем в соответствии с (4) $\delta_3=1{,}498=const$ и зададимся новыми значениями $\delta_{1з}=\delta_{2з}=1{,}48$ взамен их величин, отвечающих исходному распределению по Баттерворту (3). Для нового распределения при $\alpha_3=9{,}13=const$ будем иметь

$$G_{5\text{-}1}(p)=p^6+5{,}14p^5+8{,}61p^4+9{,}13p^3+6{,}46p^2+3{,}09p+1. \quad (18)$$

при $\delta_{1з}=\delta_{2з}=1{,}47$ и $\alpha_3=9{,}13$ для характеристического полинома получим

$$G_{5\text{-}2}(p)=p^6+5{,}21p^5+8{,}66p^4+9{,}13p^3+6{,}42p^2+3{,}07p+1. \quad (19)$$

Переходные характеристики, отвечающие полиномам (18) и (19) показаны кривыми 4 и 5 на рис.3. Здесь также наблюдается рост быстродействия по отношению к исходному распределению по Баттерворту (3).

Способ шестой. Основан на применении, сформулированных в [10], необходимых условий устойчивости для линейных непрерывных систем.

Смысл этих условий заключается в том, что если использовать вспомогательные параметры λ_i, образуемые четверками рядом стоящих коэффициентов характеристического многочлена (1)

$$\lambda_i=\alpha_{i-1}\alpha_{i+2}/\alpha_i\alpha_{i+1}, \quad \forall i\in[1\ \ (n-2)], \quad (20)$$

то необходимыми условиями устойчивости систем с порядком n≥4 являются:

$$\begin{cases} 1.\ \lambda_i<1, & \forall i\in[1\ \ (n-2)], \\ 2.\ \lambda_{i-1}\lambda_i<C_{ni}, & \forall i\in[2\ \ (n-2)], \end{cases} \quad (21)$$

где при n=6 имеем $C_{62}=1/3$, $C_{63}=1/4$, $C_{64}=1/3$.

По указанным условиям найдено распределение вида

$$G_6(p)=0{,}094p^6+0{,}36p^5+0{,}94p^4+1{,}7p^3+2{,}09p^2+1{,}75p+1, \tag{22}$$

в котором $\lambda_1=\lambda_2=0{,}464$, $\lambda_3=\lambda_4=0{,}47$, $\lambda_1\lambda_2=0{,}21$, $\lambda_2\lambda_3=0{,}217$ и $\lambda_3\lambda_4=0{,}22$, что полностью отвечает требованиям (21).

На рис.3 кривая 6 соответствует устойчивой переходной характеристике, отвечающей распределению (22). Здесь также наблюдается рост быстродействия по отношению к исходному распределению по Баттерворту (3).

Все рассмотренные способы могут быть использованы и для стандартного нормированного распределения по Баттерворту пятого порядка вида

$$G_1(p)=p^5+3{,}24p^4+5{,}24p^3+5{,}24p^2+3{,}24p+1, \tag{23}$$

где $\alpha_5=1$, $\alpha_4=3{,}24$, $\alpha_3=5{,}24$, $\alpha_2=5{,}24$, $\alpha_1=3{,}24$, $\alpha_0=1$.

Для данного распределения коэффициенты δ_j, $j=1,2,3$ имеют значения:

$$\delta_1=2{,}003\ ; \quad \delta_2=1{,}617; \quad \delta_3=1{,}617 \tag{24}$$

Найдем полиномы пятого порядка, отвечающие каждому из шести способов их модификации.

Способ первый.

Для характеристического уравнения (23) найдем, соответствующие допустимому условию устойчивости, значения $\alpha_{4макс}$ и $\alpha_{4мин}$ из неравенств [8]

$$\delta_3=\frac{\alpha_3^2}{\alpha_2\alpha_4}>1{,}465\ ; \quad \delta_4=\frac{\alpha_4^2}{\alpha_3\alpha_5}>1{,}465\ , \tag{25}$$

откуда

$$\alpha_4<\alpha_{4макс}=0{,}683\frac{\alpha_3^2}{\alpha_2}=3{,}57\ ;\ \alpha_4>\alpha_{4мин}=1{,}21\sqrt{\alpha_3}=2{,}76\ . \tag{26}$$

На основании (2) определим:

$$\alpha_2=\frac{\alpha_1^2}{\delta_1}\ ;\ \alpha_3=\frac{\alpha_1^3}{\delta_1^2\delta_2}\ ;\ \alpha_4=\frac{\alpha_1^4}{\delta_1^3\delta_2^2\delta_3} \tag{27}$$

и с учетом (25) найдем $\alpha_{1мин}$, соответствующее значению $\alpha_{4мин}$

$$\alpha_{1мин}=\sqrt[5]{1{,}465\delta_1^4\delta_2^3\delta_3^2}=3{,}04\ . \tag{28}$$

Для исходных значений δ_1, δ_2, δ_3 (24) при известном $\alpha_{1мин}$ (28) по формулам (27) находим α_2, α_3 и $\alpha_{4мин}$. Затем определяется $\alpha_{4макс}$ по формуле (26).

Принимая произвольные значения $\alpha_1>\alpha_{1мин}$, по формулам (27) и (28) находятся последовательно величины коэффициентов α_1, α_2, α_3, $\alpha_{4мин}$ и $\alpha_{4макс}$, отвечающие новым вариантам Баттервортовского распределения пятого порядка. В табл.2 приведены некоторые из комбинаций α_i для характеристического многочлена пятого порядка, а на рис.4 показан ряд переходных характеристик $h_0(t)$. Видно, что данные распределения $G_1(p)$ приводят к снижению быстродействия, что дает возможность иметь определенную вариацию среднегеометрического корня при синтезе параметров регулятора для неустойчивого ДЭМО, отвечающих условию его физической реализуемости.

Таблица 2

№ распределения	Коэффициенты распределения							
	α_5	$\alpha_{4мин}$	$\alpha_{4макс}$	α_4	α_3	α_2	α_1	α_0
1	1	2,51	2,78	2,51	4,33	4,61	3,04	1
2	1	2,76	3,57	3,24	5,24	5,24	3,24	1
3	1	2,99	4,39	4	6,11	5,8	3,41	1
4	1	3,26	5,51	5	7,25	6,51	3,61	1
5	1	3,8	8,31	7,5	9,86	7,99	4	1
6	1	4,22	11,02	10	12,17	9,18	4,29	1
7	1	4,59	13,8	12,5	14,42	10,29	4,54	1
8	1	4,91	16,55	15	16,52	11,26	4,75	1
9	1	5,48	22,14	20	20,56	13,04	5,11	1
10	1	6,36	32,78	30	27,65	15,93	5,65	1

Способ второй. Одновременно с вариацией коэффициента α_4, осуществленной в (26), найдем возможные пределы изменения, например коэффициента α_2, в полиноме (23). Примем неизменными коэффициенты $\alpha_1=3{,}24$, $\alpha_3=5{,}24$ и используем минимально возможные величины $\delta_{1мин}=1{,}465$ и $\delta_{2мин}=1{,}465$, обеспечивающие достаточные условия устойчивости характеристического полинома (23). Тогда для минимального и максимального значений α_2 получим:

$$\alpha_{2мин}=\sqrt{\delta_{2мин}\alpha_1\alpha_3}=4,99\,;\ \alpha_{2макс}=\frac{\alpha_1^2}{\delta_{1мин}}=7,16\,. \tag{29}$$

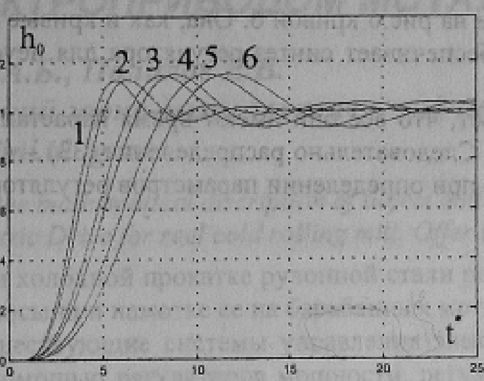

Рисунок 4 - Переходные характеристики системы пятого порядка, отвечающие распределению по Баттерворту (23) – кривая 2 и комбинациям α_i в соответствии с табл.2: первой – кривая 1; пятой – кривая 3; шестой – кривая 4; девятой – кривая 5; десятой – кривая 6

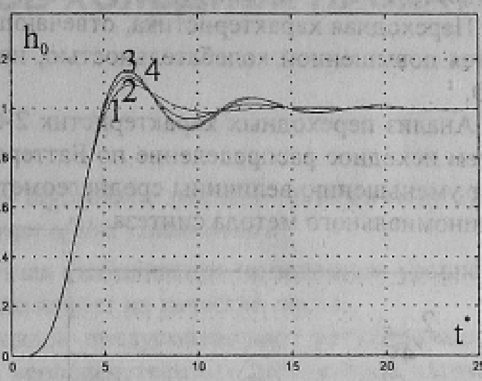

Рисунок 5 - Переходные характеристики системы пятого порядка, отвечающие распределению (30) и следующим комбинациям α_4 и α_2 при $\alpha_1=3,24$ и $\alpha_3=5,24$: 1. $\alpha_2=5,24$, $\alpha_4=3,24$; 2. $\alpha_2=5,24$, $\alpha_4=2,76$; 3. $\alpha_2=5,24$, $\alpha_4=3,57$; 4. $\alpha_2=4,99$, $\alpha_4=3,24$

Полученные вариации коэффициентов α_4 (26) и α_2 (29) позволяют представить нормированное распределение (23) в новом виде

$$G_2(p)=p^5+(2,76\div3,57)p^4+5,24p^3+(4,99\div7,16)p^2+3,24p+1. \tag{30}$$

Переходные характеристики $h_0(t)$, отвечающие найденным значениям α_4 и α_2, показаны на рис.5. Характеристики, как и в случае многочлена шестого порядка, мало отличаются друг от друга. Однако свобода в изменении того или иного коэффициента в выбранном стандартном распределении существенно расширяет возможности полиномиального метода синтеза.

Способ третий. Как и ранее примем $\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_{мин}=1,465$. Тогда в соответствии с формулой (28) для минимального значения коэффициента α_1 получим

$$\alpha^*_{1мин}\ge\sqrt[5]{\delta^{10}_{мин}}=\delta^2_{мин}=2,146\,. \tag{31}$$

Зададимся $\alpha^*_{1мин}=2,5$. Тогда остальные коэффициенты вновь создаваемого распределения находятся по соотношениям (27). Они представляются величинами:

$$\alpha_2=\frac{\alpha^{*2}_{1мин}}{\delta_{мин}}=4,26\,;\ \alpha_3=\frac{\alpha^{*3}_{1мин}}{\delta^3_{мин}}=4,96\,;\ \alpha_4=\frac{\alpha^{*4}_{1мин}}{\delta^6_{мин}}=3,95\,. \tag{32}$$

Полученные результаты позволяют записать новое распределение в виде

$$G_3(p)=p^5+3,95p^4+4,96p^3+4,266p^2+2,5p+1. \tag{33}$$

Соответствующая (33) $h_0(t)$ показана кривой 2 на рис.6.

Способ четвертый. Примем $z^*=2$, $\alpha_0=1$ и зададимся δ_j, $\forall j\in[1\ 3]$ исходя из их значений (24), а также примем $\delta_4=\delta_{4мин}=1,465$.

Для нового распределения будем иметь

$$G_4(p)=0,122p^5+0,471p^4+1,233p^3+1,997p^2+2p+1. \tag{34}$$

Переходная характеристика, соответствующая распределению (34), показана кривой 3 на рис.6.

Способ пятый. В соответствии с (24) примем $\delta_3=1,617=const$ и зададимся величинами $\delta_{1_3}=\delta_{2_3}=1,48$. Тогда для нового распределения при $\alpha_3=5,24=const$ будем иметь

$$G_{5\text{-}1}(p)=p^5+3,81p^4+5,24p^3+4,46p^2+2,57p+1. \tag{35}$$

При $\delta_{1_3}=\delta_{2_3}=1,47$ для характеристического многочлена получим

$$G_{5\text{-}2}(p)=p^5+3,84p^4+5,24p^3+4,42p^2+2,55p+1. \tag{36}$$

Переходные характеристики, отвечающие распределениям (35) и (36), показаны кривыми 4 и 5 на рис.6.

Способ шестой. При использовании параметров λ_i (20) найдено распределение

$$G_{6\text{-}1}(p)=3,19p^5+1,97p^4+6,37p^3+3,27p^2+2,15p+1, \tag{37}$$

для которого проверка необходимых условий устойчивости (21) дает: $\lambda_1=0,106$; $\lambda_2=0,203$; $\lambda_3=0,83$; $\lambda_1\lambda_2=0,183<C_{52}=0,25$; $\lambda_2\lambda_3=0,168<C_{53}=0,25$. Значения C_{52} и C_{53} взяты из [10].

К распределению, полученному шестым способом, может быть также отнесено характеристическое уравнение вида

$$G_{6\text{-}2}(p)=1{,}2p^5+2{,}98p^4+4{,}34p^3+4{,}6p^2+2{,}89p+1, \quad (38)$$

корнями которого являются: $-0{,}555\pm j0{,}556;\ -0{,}123\pm j1{,}087;\ -1{,}126.$

Проверка необходимых условий устойчивости (21) для распределения (38) дает: $\lambda_1=0{,}326;\ \lambda_2=0{,}43;\ \lambda_3=0{,}426;\ \lambda_1\lambda_2=0{,}14<0{,}25;\ \lambda_2\lambda_3=0{,}184<0{,}25.$

Переходная характеристика, отвечающая (38), показана на рис.6 кривой 6. Она, как и кривые 2,4 и 5, отличается повышенной колебательностью, но вместе с тем обеспечивает синтез регулятора для неустойчивого ДЭМО.

Анализ переходных характеристик 2-6 рис.6 показывает, что все они имеют время нарастания $t_н$ меньшее, чем исходное распределение по Баттерворту (кривая 1). Следовательно распределения (33) – (38) способствуют уменьшению величины среднегеометрического корня при определении параметров регулятора на основе полиномиального метода синтеза.

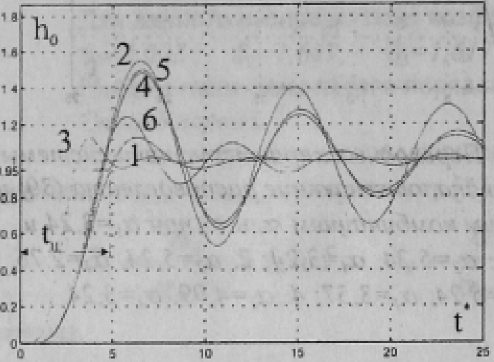

Рисунок 6 - Переходные характеристики системы пятого порядка, отвечающие распределениям: 1. по Баттерворту (23); 2. (33); 3. (34); 4. (35); 5. (36); 6. (38)

Таким образом, предложенные способы вариации коэффициентов нормированных характеристических многочленов пятого и шестого порядков способствуют расширению возможностей полиномиального метода синтеза параметров регулятора скорости для СПР исходно неустойчивого ДЭМО в соответствии с предъявляемыми требованиями к динамике устойчивых переходных процессов..

ЛИТЕРАТУРА

1. Акимов Л.В., Клепиков А.В., Клепиков В.Б. Синтез системы модального управления упругим электромеханическим объектом с нагрузкой типа пара трения //Сб. Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. Харьков: Основа. 1996. С.51-58.
2. Акимов Л.В., Клепиков А.В. Синтез системы модального управления упругой ЭМС при нагрузке типа пара трения с улучшенными динамическими показателями //В сб. Автоматизированные электромеханические системы с модальными регуляторами и наблюдателями состояния. Харьков. ХГПУ. 1997. С.4-11.
3. Красовский А.А., Поспелов Г.С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.: Госэнергоиздат. 1962. 600 с.
4. Волгин Л.Н. Элементы теории управляющих машин. (Метод полиномиальных уравнений в задачах синтеза систем автоматического управления с цифровыми вычислительными машинами). М.: Советское радио. 1962. 164 с.
5. Волгин Л.Н. Оптимальное дискретное управление динамическими системами. М.: Наука. 1986. 250 с.
6. Залялеев С.Р. О применении метода полиномиальных уравнений для синтеза непрерывных систем электропривода //Электротехника. 1998. №2. С.48-53.
7. Бургин Б.Ш. Быстродействие динамических электромеханических систем стабилизации скорости с ограниченным числом измеряемых координат //Электричество. 1991. №9. С.37-42.
8. Бургин Б.Ш. Варианты нормированного характеристического уравнения двухмассовой электромеханической системы //Электричество. 1993. №8. С.42-47.
9. Липатов А.В. О параметрах, характеризующих качество линейных систем. –Тр. МАИ. 1972. Вып.240. С.31-38.
10. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами //Б.Н. Петров, Н.И. Соколов, А.В. Липатов и др. М.: Машиностроение. 1986.256 с.