

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ В РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

**Заец Д.В., студент; Погромский Д.Г., студент**

(ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, Украина)

При расчете и анализе переходных процессов в выражения для свободных составляющих входят постоянные интегрирования которые определяются с помощью начальных условий. Под начальными условиями в электрических цепях понимают значение токов и напряжений, а также их производных в момент времени  $t=0$ .

Методику определения начальных условий рассмотрим на конкретном примере (рис.1)

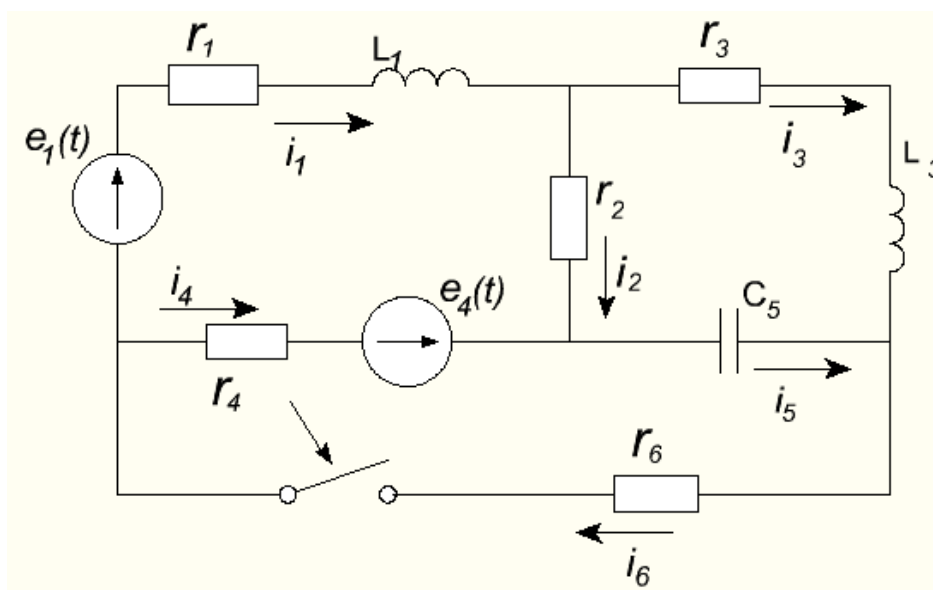


Рисунок 1– Исходная электрическая схема

В предлагаемой схеме в момент коммутации была подключена ветвь с резистивным сопротивлением  $r_6$ . Схема содержит три реактивных элемента; индуктивности  $L_1$  и  $L_3$ , а так же емкость  $C_5$ . Это означает, что характеристическое уравнение имеет третий порядок. Следовательно выражение для свободных составляющих каждого тока (напряжения) входят по три постоянных интегрированных, для определения которых необходимо знать начальные значения токов (напряжений), а так же их первых и вторых производных. Ниже приводятся рекомендованный порядок их определения.

1. На первом этапе определяем независимые начальные условия.

$$i_1 = i_{L_1}(0) = i_{L_1}(0_-)u_c(0) = u_c(0_-)i_{L_3}(0) = i_{L_3}(0_-) \quad (1)$$

Для определения независимых начальных условий необходимо рассматривать схему в состоянии до коммутации, схема будет иметь вид (рис.2)

Возможны варианты источников питания постоянного, переменного тока, синусоидального или не синусоидального тока.

1.1.Рассмотрим вариант с использованием источником постоянного тока ( $E_1, E_4$ ). Принимая во внимание, что при постоянном токе  $X_L = 0$  и  $X_C = \infty$  схема имеет вид (рис.3). Из схемы следует. Согласно второму закону Кирхгофа.

$$i_1(0_-) = \frac{E_1 - E_4}{r_1 + r_2 + r_4} i_1(0_-) = 0 u_c(0_-) = i_1(0) \cdot r_2 = 0 \quad (2)$$

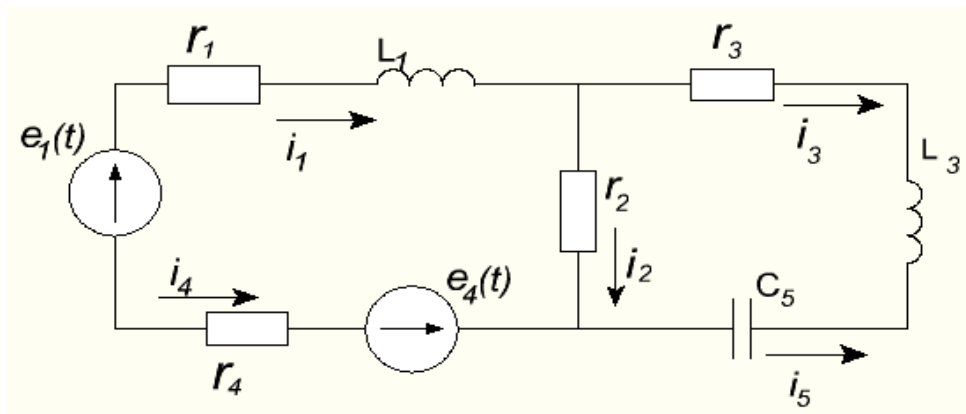


Рисунок 2– Исходная схема до коммутации.

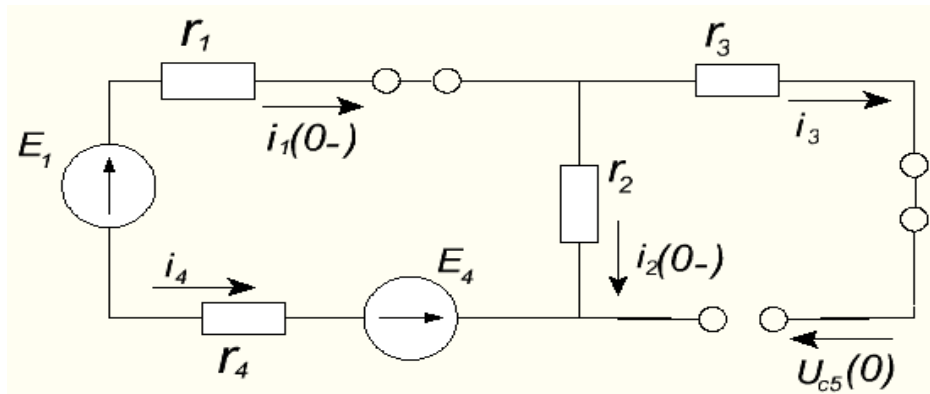


Рисунок 3– Исходная схема до коммутации при источниках питания постоянного тока

### 1.2. Источник синусоидального напряжения.

В этом случае используя символический метод, рассчитываются комплексы тока в ветвях с индуктивностью  $\underline{I}_1 = \underline{I}_{L1} = I_1 e^{j\psi_{i_1}}$  и  $\underline{I}_3 = \underline{I}_{L3} = I_3 e^{j\psi_{i_3}}$ , а так же напряжение на емкости  $\underline{U}_c = \underline{U}_{c5} = U_c e^{j\psi_{u_c}}$ , с их помощью записывают мгновенные значения соответственно равны.

$$i_1 = I_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{i_1})$$

$$i_3 = I_3 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{i_3})$$

$$u_c = U_c \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_{u_c})$$

Тогда начальные условия равны:

$$i_1(0_-) = I_1 \sqrt{2} \sin \psi_{i_1}$$

$$i_3(0_-) = I_3 \sqrt{2} \sin \psi_{i_3}$$

$$u_c(0_-) = U_c \sqrt{2} \sin \psi_{u_c}$$

2. Определяем зависимые начальные условия. В этом случае используем вспомогательную схему (рис.4).

Правило составления схемы :

- 1) Ключ ставим в положение после коммутации.
- 2) Индуктивность заменяем источниками тока  $i_{L1}, i_{L2}$ .
- 3) Емкость заменяем источником напряжения. ЭДС которого будет равна  $u_c$ .

В результате получим схему только с резистивными элементами. И ее состояние может быть описано системой алгебраических уравнений по первому и второму Закону Кирхгофа. Либо другими методами основанными на законах Кирхгофа. В данном случае удобно использовать метод контурных токов (МКТ).

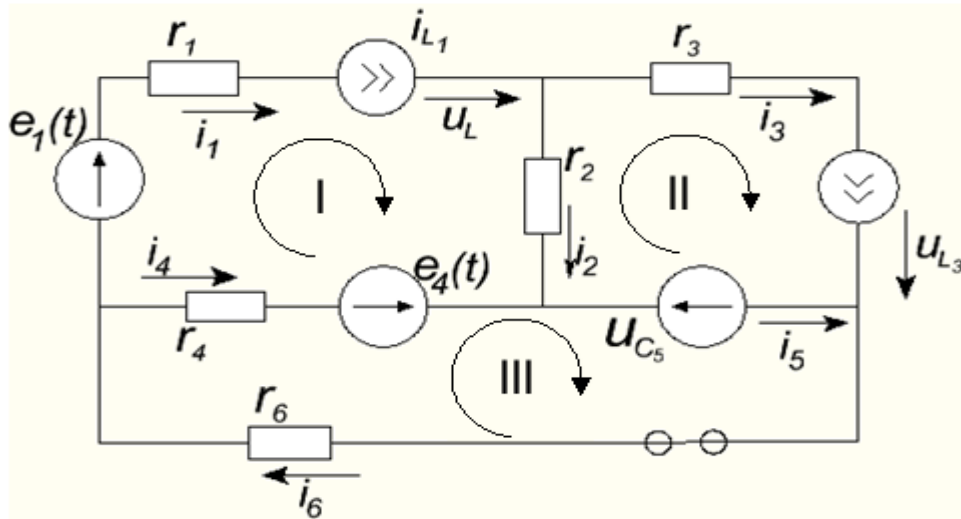


Рисунок 4– Вспомогательная схема для определения зависимых начальных условий  
 Данная схема содержит три контура, их контурные токи соответственно равны.

$$i_I = i_{L_1} i_{II} = i_{L_3}$$

$$i_{III}(r_4 + r_6) - i_I r_4 = e_4 - u_{C_5}$$

следовательно

$$i_{III} = \frac{e_4 + i_{L_1} r_4 - u_{C_5}}{r_4 + r_6}$$

Токи в ветвях соответственно равны.

$$i_1 = i_I = i_{L_1} i_3 = i_{II} = i_{L_3}$$

Тогда токи в оставшихся ветвях соответственно равны.

$$i_6 = i_{III} = \frac{e_4 - u_{C_5} + i_{L_1} r_4}{r_4 + r_6}$$

$$i_2 = i_I - i_{III} = i_{L_1} \frac{e_4 - u_{C_5} + i_{L_1} r_4}{r_4 + r_6} \quad (3)$$

$$i_4 = i_{III} - i_I = \frac{e_4 - u_{C_5} - i_{L_1} r_4}{r_4 + r_6} - i_{L_1}$$

$$i_5 = i_{III} - i_{II} = \frac{e_4 - u_{C_5} - i_{L_1} r_4}{r_4 + r_6} - i_{L_3}$$

Тогда начальные значения этих токов соответственно равны.

$$i_6(0) = i_{III}(0) = \frac{e_4(0) - u_{C_5}(0) + i_{L_1}(0) r_4}{r_4 + r_6}$$

$$i_2(0) = i_I(0) - i_{III}(0) = i_{L_1}(0) - i_{L_3}(0)$$

$$i_4(0) = i_{III}(0) - i_I(0) = i_6(0) - i_{L_1}(0)$$

$$i_5(0) = i_{II}(0) - i_{III}(0) = i_{L_3}(0) - i_6(0)$$

3. Определим начальные условия для первых производных.

Их рекомендуется определять в том же порядке, а именно:

$$i'_{L_1}(0), i'_{L_3}(0), u'_c(0), i'_6(0), i'_2(0), i'_4(0), i'_5(0)$$

3.1. Определить начальные условия для первой производной  $i'_{L_1}(0), i'_{L_3}(0)$ .

Для их определения примем во внимание что  $u_L = L \frac{di}{dt}$

Из второго закона Кирхгофа для первого контура следует.

$$u_{L_1} + i_2 r_2 - i_4 r_4 + i_1 r_1 = e_1 - e_4 \quad (4)$$

тогда

$$i'_{L_1}(0) = \frac{di_1(0)}{dt} = \frac{1}{L_1} (e_1(0) - e_4(0) - i_2(0)r_2 + i_4(0)r_4 - i_1(0)r_1)$$

Составим уравнение для второго контура по второму Закону Кирхгофа.

$$u_{L_3} - i_2 r_2 + i_3 r_3 = u_{c_5} \quad (5)$$

следовательно

$$i'_{L_3}(0) = \frac{di_3(0)}{dt} = \frac{1}{L_3} (U_{c_5}(0) + i_2(0)r_2 - i_3(0)r_3)$$

3.2. Определим  $u'_c(0)$ . Для этого используем условие.

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} \Rightarrow u'_c = \frac{1}{C} i_c \quad (6)$$

тогда

$$u'_{c_5}(0) = \frac{1}{C_5} i_5(0)$$

3.3. Определим начальные условия для первой производной токов  $i'_6(0), i'_2(0), i'_4(0), i'_5(0)$ .

Для их определения используется ранее полученные выражения (3) для этих токов путем взятия производных от левой и правой части выражений. При этом следует иметь в виду, что производные от ЭДС постоянного тока равны нулю, а от ЭДС синусоидально тока  $e = E_m \sin(\omega t + \Psi_e)$  равны  $e'(t) = \omega E_m \sin(\omega t + \Psi_e)$ , следовательно  $e'(0) = \omega E_m \sin \Psi_e$ .

Используя полученные ранее выражения берем от левой и правой части производную. В результате имеем:

$$\begin{aligned} i'_6(0) &= \frac{e'_4(0) - i'_{L_1}(0)r_4 - u'_{c_5}(0)}{r_4 + r_6} \\ i'_2(0) &= i'_{L_1}(0) - i'_{L_3}(0) \\ i'_{L_4}(0) &= i'_6(0) - i'_{L_1}(0) \\ i'_5(0) &= i'_{L_3}(0) - i'_6(0) \end{aligned} \quad (7)$$

4. Определяем начальные условия для вторых производных. Их необходимо определять в том же порядке:  $i''_{L_1}(0), i''_{L_3}(0), u''_c(0), i''_6(0), i''_2(0), i''_4(0), i''_5(0)$ .

При этом используем ранее полученные выражения для получения начальных условий путем взятия производной в левой и правой части.

4.1 Для определения  $i''_{L_1}$  и  $i''_{L_3}$  используем выражение 4 и 5.

$$\begin{aligned} i''_{L_1}(0) &= \frac{di_1(0)}{dt} = \frac{1}{L_1} (e_1(0) - e_4(0) - i_2(0)r_2 + i_4(0)r_4 - i_1(0)r_1) \\ i''_{L_3}(0) &= \frac{di_3(0)}{dt} = \frac{1}{L_3} (U_{c_5}(0) + i_2(0)r_2 - i_3(0)r_3) \end{aligned}$$

4.2 Величину  $u''_c(0)$  определяют с использованием выражения 6.

$$u''_{c_5}(0) = \frac{1}{C_5} i'_5(0)$$

4.3 Определим начальные условия для второй производной токов  $i_6''(0), i_2''(0), i_4''(0), i_5''(0)$ .

Используя полученные ранее выражения берем от левой и правой части производную. В результате имеем:

$$i_6''(0) = \frac{e_4''(0) - i_{L_1}''(0)r_4 - u_{C_5}''(0)}{r_4 + r_6}$$

$$i_2''(0) = i_{L_1}''(0) - i_{L_3}''(0)$$

$$i_{L_4}''(0) = i_6''(0) - i_{L_1}''(0)$$

$$i_5''(0) = i_{L_3}''(0) - i_6''(0)$$

Полученный алгоритм может использоваться для нахождения начальных условий более высокой производной, путем последовательного взятия производной от левой и правой частей в соответственных выражениях.

#### Перечень ссылок

1. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В. Основы теории цепей. – М. : Энергия, 1989.- 530 с

УДК 621.446

### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПИ С ИНДУКТИВНОСТЬЮ И НЕЛИНЕЙНЫМ РЕЗИСТИВНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

**Тимонин И.С., студент; Фёдоров М.М., проф., д.т.н.**

(ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, Украина)

Особенности переходных процессов в цепи с индуктивностью и нелинейным резистивным элементом рассмотрим на примере подключения, этой цепи, к источнику постоянного напряжения (рис.1)

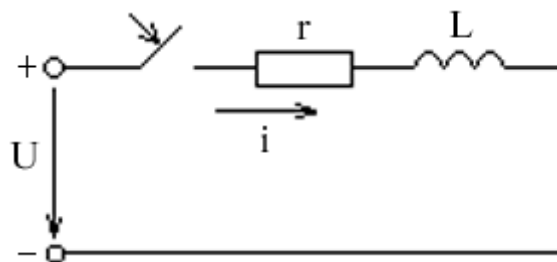


Рисунок 1 – Подключение цепи RL с нелинейным резистором к источнику постоянного напряжения

Нелинейные сопротивления (н.с.) заданы вольтамперной характеристикой (ВАХ) (рис. 2)

ВАХ нелинейных сопротивлений 1-го и 2-го, на начальных этапах имеют повышенное сопротивление и в принужденном режиме составляют 100 Ом, а ВАХ нелинейных сопротивлений 3-го и 4-го имеют пониженное сопротивление, которое в принужденном режиме также 100 Ом.

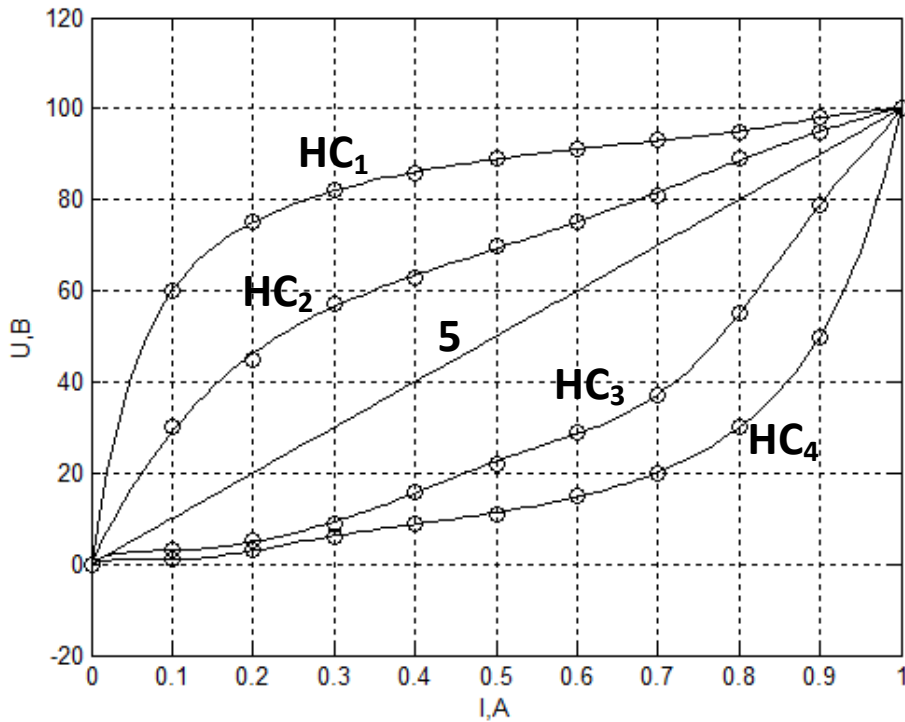


Рисунок 2 – Вольтамперная характеристика нелинейных элементов

На первом этапе использую аппроксимацию полиномами заданных кривых – получены аналитические выражения вида (1), описывающие каждую кривую.

$$U(I) = b_1 x^9 + b_2 x^8 + b_3 x^7 + b_4 x^6 + b_5 x^5 + b_6 x^4 + b_7 x^3 + b_8 x^2 + b_9 x + b_{10} \quad (1)$$

Их представляю в виде таблицы коэффициентов.

Таблица 1-значение коэффициентов аппроксимирующих функций

$U(I)_1$	24801	-129359	288768	-361533	279587	-138716	44498	-9126	1181	0
$U(I)_2$	0	0	0	0	160	750	1228	906	367	0
$U(I)_3$	60626	-257153	450901	-425870	23787	-81499	17083	-1977	118	0
$U(I)_4$	23423	-106189	205927	-221218	142601	-55561	12410	-1357	65	0

Переходные процессы в цепи RL описаны уравнением (2) на основании законов Кирхгофа.

$$U = u_r + L \frac{di}{dt} \quad (2)$$

Расчёт переходных процессов осуществляется численным методом, согласно которому ток в момент времени  $t_k$  определяется формулой (3):

$$i_{k+1} = i_k + \Delta i_k, \quad (3)$$

где:  $i_k$  – ток в момент времени  $t_k$ ,

$i_k$  – ток в момент времени  $t_k + \Delta t$ ,

$\Delta i_k$  – приращение тока на промежутке времени  $\Delta t$ .

Величину  $\Delta t_k$  выбираем из условия  $\Delta t = \frac{t_{\text{пп}}}{N}$ ,

где:  $t_{\text{пп}}$  – время переходного процесса в цепи R-L с линейным резистивным элементом, величина которого  $r=100$  Ом

$N$  – Количество точек, равное (100-1000).

Время переходного процесса  $t_{\text{пп}}$  определяется по формуле (4):

$$t_{\text{пп}} = 4\tau = 4\frac{L}{r} \quad (4)$$

Для определения приращения тока  $\Delta i_k$  воспользуемся дифференциальным уравнением цепи (5):

$$\Delta i_k = \frac{U - u_r}{L} * \Delta t \quad (5)$$

Используя полученный алгоритм, были рассчитаны переходные процессы для четырёх случаев с нелинейным резистивным элементом и для одного случая с линейным резистором, которые приведены на рисунке 3.

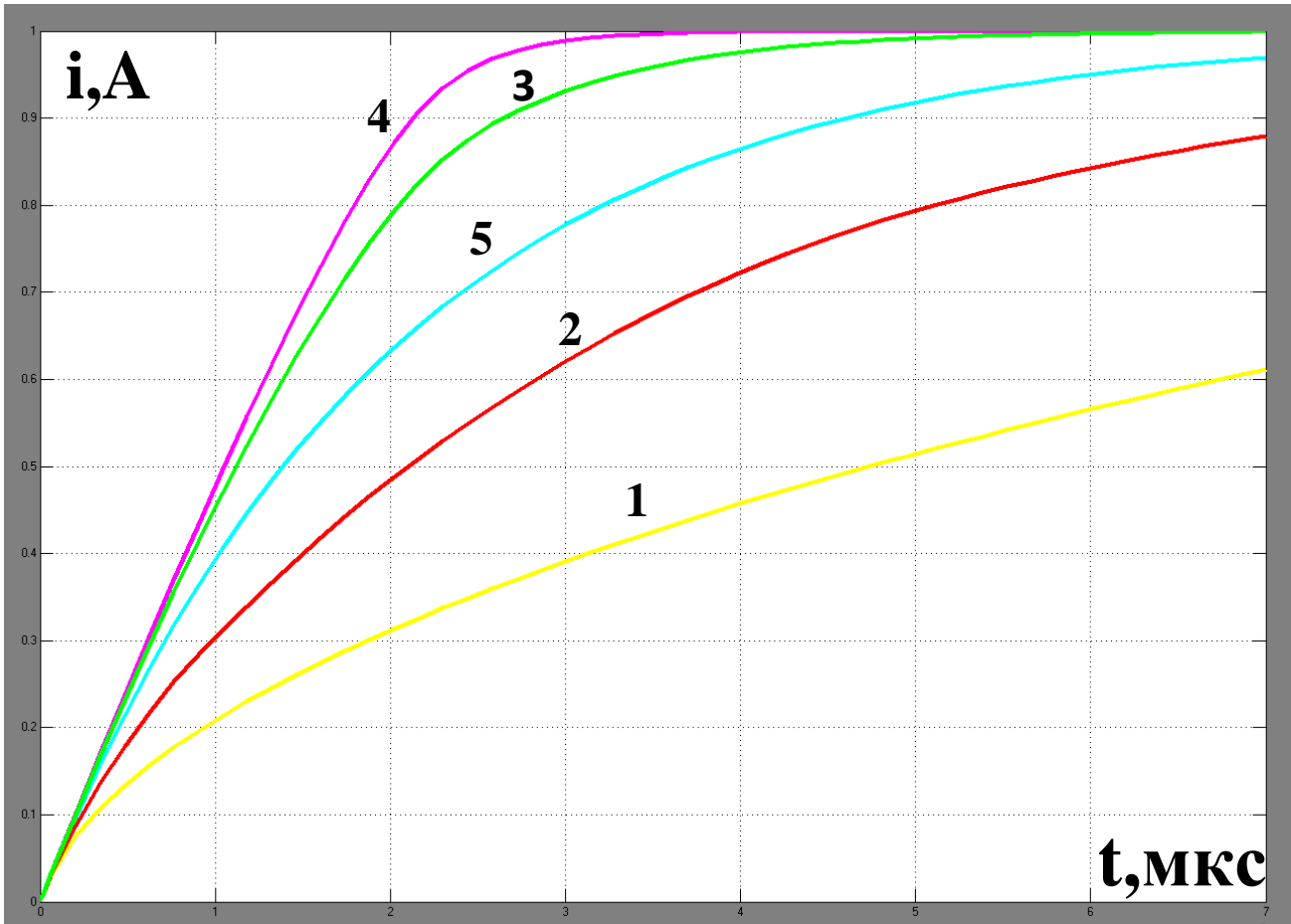


Рисунок 3 – Графики переходных процессов

Из этих кривых следует: между кривыми ВАХ и кривыми переходных процессов наблюдается зависимость, которая выражена степенью выпуклости кривых, изображенных на рисунке 2. Кривая 5 показывает переходный процесс с линейным резистивным элементом, для кривой 1 и 2 (резистивный элемент нелинейный) длительность переходного процесса больше, а для кривой 4 и 3 – меньше.

#### Перечень ссылок

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Учебн. пособие [для студентов, вузов] / Москва: Высшая школа, 1996. – 623с.
2. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. Учебник для ВУЗов. М.: Энергия, 1978 – 592 стр.
3. Зевеке Г.В., Ионкин П. Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. М.: Энергия, 1975. – 752 с.: ил. А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей
4. Божко В.В. Степенные полиномы, конспект лекций.