ISSN 0136—3603

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Специальный выпуск

4
1983

ИЗДАНИЕ НОВОЧЕРКАССКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

№ 4 ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА 1983

УДК 62-529

СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПО МОДУЛЬНОМУ ОПТИМУМУ

П. Х. Коцегуб, Е. В. Колчев, Ю. В. Губарь, А. В. Светличный

На основе методики синтеза дискретных систем управления из условий модульного оптимума приводятся соотношения, позволяющие производить выбор параметров цифровых регуляторов в однократно и двукратно-интегрирующей системах. Для различных типов цифровых интеграторов выполнен анализ динамических свойств рассмотренных систем.

Рассматриваются дискретные системы управления, состоящие из непрерывной части (объекта) и цифровых регуляторов. К анализу и синтезу таких систем в настоящее время проявляется повышенный интерес в связи с широким внедрением для целей управления микроЭВМ. К рассматриваемому классу можно отнести современные цифроаналоговые системы электроприводов. Из всего многообразия методов синтеза дискретных систем рассматривается выбор параметров регуляторов из условиях модульного оптимума, который нашел широкое применение в практике проектирования непрерывных систем подчиненного регулирования [1].

Передаточная функция дискретной замкнутой системы всегда может быть преобразована к виду

$$K^*(z)=k\cdot\bar{K}^*(z),$$

где k—коэффициент передачи замкнутой системы;

$$\bar{K}^*(z)=\frac{b_0+b_1z+b_2z^2+\ldots+b_mz^m}{a_0+a_1z+a_2z^2+\ldots+a_nz^n}=\frac{\bar{H}(z)}{\bar{G}(z)};\ \ \bar{K}^*(1)=1.$$

Квадрат модуля амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы

$$A^2(\Omega)=K^*(j\Omega)\cdot K^*(-j\Omega)=k^2\cdot\bar{K}^*(j\Omega)\cdot\bar{K}^*(-j\Omega)=k^2\bar{M}(\Omega),$$

где $K(j\Omega)=K(z)_{z=e^{j\Omega T}}$.

$$\bar{M}(\Omega)=\bar{K}^*(j\Omega)\bar{K}^*(-j\Omega)=\frac{B_0+2\cdot\sum\limits_{i=1}^{m}B_i\cdot\cos i\Omega T}{A_0+2\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}A_i\cdot\cos i\Omega T}=\frac{N(\Omega)}{R(\Omega)};\qquad(1)$$

$$B_i=\sum_{l=0}^{m-i}b_l\cdot b_{l+i};\ \ A_i=\sum_{l=0}^{n-i}a_la_{l+i};\qquad(2)$$

T—период квантования по времени дискретной системы; $\bar{M}(\Omega)$— квадрат нормированной амплитудно-частотной характеристики, $\bar{M}(0)=1$.

Так как $A^2(\Omega)$ с точностью до постоянного множителя совпадает с $\overline{M}(\Omega)$, условия оптимизации по модулю амплитудно-частотной характеристики могут быть записаны в виде

$$\overline{M}'(\Omega)\big|_{\Omega\to 0}=0;\ \overline{M}''(\Omega)\big|_{\Omega\to 0}=0;\ \ldots;\ \overline{M}^{(j)}(\Omega)\big|_{\Omega\to 0}=0.$$

Эти условия выполняются, если [2]

$$N'(\Omega)\big|_{\Omega\to 0}=R'(\Omega);\ N''(\Omega)\big|_{\Omega\to 0}=R''(\Omega);\ \ldots;\ N^{(j)}(\Omega)\big|_{\Omega\to 0}=R^{(j)}(\Omega). \qquad (3)$$

С учетом (1) и (3) после вычитания из каждого последующего условия j оптимизации слагаемых, обращающихся в нуль в силу требований предыдущего условия $j-1$, окончательно имеем

$$\sum_{i=j}^{m}\frac{\prod\limits_{l=0}^{j-1}(i^2-l^2)}{\prod\limits_{l=0}^{j-1}(j^2-l^2)}\cdot B_i=\sum_{i=j}^{m}\frac{\prod\limits_{l=0}^{j-1}(i^2-l^2)}{\prod\limits_{l=0}^{j-1}(j^2-l^2)}\cdot A_i,\ j=1,\ 2,\ \ldots \qquad (4)$$

Количество последовательно выполняемых условий j равно количеству варьируемых параметров.

В том случае, когда нормировка передаточной функции не выполнялась, то есть $\overline{K}^*(1)\neq 1$, левую часть уравнений (4) следует умножить на $\left(\sum\limits_{i=0}^{n}a_i\right)^2$, а правую — на $\left(\sum\limits_{i=0}^{m}b_i\right)^2$.

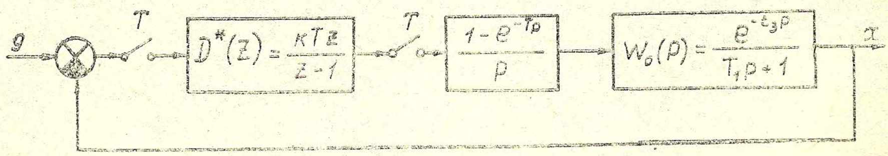

Рис. 1

Рассмотрим особенности синтеза однократно интегрирующей системы, представленной на рис. 1. Она включает дискретный регулятор с передаточной функцией

$$D^*(z)=\frac{k\cdot T\cdot z}{z-1}, \qquad (5)$$

экстраполятор нулевого порядка с фиксацией на период T и объект с передаточной функцией

$$W_0(p)=\frac{e^{-t_з p}}{T_1p+1}. \qquad (6)$$

Время запаздывания $t_з \ll T$ присуще либо объекту, либо вносится дискретным регулятором при реализации алгоритма интегрирования.

Передаточная функция замкнутой системы [3]

$$K^*(z)=\frac{D^*(z)\frac{z-1}{z^2}\cdot Z_\Delta\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\}}{1+D^*(z)\cdot\frac{z-1}{z^2}\cdot Z_\Delta\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\}}=\frac{b_0+b_1z}{a_0+a_1z+a_2z^2}, \qquad (7)$$

где

$$b_0=(d^\Delta-d)kT;\ b_1=(1-d^\Delta)kT;\ a_0=(d^\Delta-d)kT+d;$$

$$a_1=(1-d^\Delta)kT-(1+d);\ a_2=1;\ \Delta=1-\frac{t_з}{T};$$

$d=e^{-\lambda}$; $\lambda=\frac{T}{T_1}$; Z_Δ — символ модифицированного z-преобразования.

Определим коэффициент усиления разомкнутой системы k из условия модульного оптимума. Варьируемый параметр один, поэтому $j=1$ и требуется выполнение условия $(K^*(z)=\bar{K}^*(z),\ m=1,\ n=2)$

$$B_1 = A_1 + 4A_2, \tag{8}$$

где $B_1=b_0b_1$; $A_1=a_0a_1+a_1a_2$; $A_2=a_0a_2$.

Из последнего уравнения с учетом (7) находим

$$k = \frac{1}{T}\cdot\frac{1-d}{1-d+2\cdot d^{\Delta}}.$$

Переходная функция системы при найденном коэффициенте k имеет вид

$$h(nT) = Z^{-1}\left\{K^*(z)\cdot\frac{z}{z-1}\right\} = 1 - \frac{1}{\sin\psi}(\alpha^2+\beta^2)^{n/2}\cdot\sin(n\theta+\psi),$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2}[1+d-(1-d^{\Delta})\cdot F(d,\ \Delta)];\quad F(d,\ \Delta) = \frac{1-d}{1-d+2\cdot d^{\Delta}};$$

$$\beta = \frac{1}{2}\sqrt{4(d^{\Delta}-d)F(d,\ \Delta)+4d-(1+d)^2+ \rightarrow}$$

$$\overline{\rightarrow +2(1+d)(1-d^{\Delta})F(d,\Delta)-(1-d^{\Delta})^2F^2(d,\ \Delta)};$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha};$$

$$\psi = \arcsin\frac{\beta[(\alpha-1)^2+\beta^2]}{\sqrt{(1-\alpha)^2+\beta^2}\cdot\sqrt{[\alpha^2+\beta^2-d+(1-2\alpha+d)\alpha]^2+(1-2\alpha+d)^2\beta^2}}.$$

Исследование переходной функции показало, что ее максимум $h_{\text{м}}(nT)=h(n_{\text{м}}T)$ имеет место при

$$n_{\text{м}} = E\left[\frac{\pi-\varphi_1}{\theta}+0{,}99(9)\right],$$

где E — символ целой части;

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha+\dfrac{\alpha^2+\beta^2-d}{1-2\alpha+d}}.$$

При этом $h_{\text{м}}(nT)\leqslant 1{,}05$ при любом значении $\lambda\leqslant 10$ и запаздывании $t_з\leqslant T$, то есть переходные процессы отличаются малой колебательностью. Время же достижения переходной функцией максимального значения $h_{\text{м}}(nT)$ растет с увеличением запаздывания. При $\lambda>1$ и $t_з=T$ наблюдается уменьшение быстродействия в 2 и более раз.

При отсутствии запаздывания и $\lambda<0{,}5$ максимум переходной функции достигается при $n_{\text{м}}\approx E[2\pi/\lambda]$, а соответствующее время $n_{\text{м}}T\approx 2\pi T_1$, которое совпадает с аналогичным выражением для непрерывных систем. Кроме того, при $\lambda<0{,}5-0{,}6$ величина коэффициента k с достаточной степенью точности может быть определена из уравнения

$$k \approx \frac{1}{2(T_1+t_з)}.$$

Формулы для коэффициента усиления k, найденные для регуляторов, выполняющих интегрирование по другим алгоритмам, приведены в таблице.

Таблица

$D^*(z)$	k			
	общая формула	$t_з=0$	$t_з=1\cdot T$	$T<T_1(\lambda<1)$
$\frac{kTz}{z-1}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{1-d+2d^{\Delta}}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{1+d}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{3-d}$	$\approx\frac{1}{2(T_1+t_з)}$
$\frac{kT}{z-1}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{3(1-d)+2d^{\Delta}}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{3-d}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{5-3d}$	$\approx\frac{1}{2(T_1+T+t_з)}$
$\frac{kT(z+1)}{2(z-1)}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{2(1-d+d^{\Delta})}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{2}$	$\frac{1}{T}\frac{1-d}{2(2-d)}$	$\approx\frac{1}{2(T_1+T/2+t_з)}$

Из формул таблицы видно, что при $\lambda<1$ запаздывание в системе может быть учтено увеличением инерционности объекта на величину $t_з$. Учет же влияния квантования по времени зависит от типа интегратора.

Выполним расчет параметров двукратно-интегрирующей системы рис. 2, в которой с целью снижения колебательности переходного процесса по управляющему воздействию осуществляется интегральный, а по каналу обратной связи—интегрально-пропорциональный законы регулирования. Варьируемыми параметрами будем считать коэффициенты k_1 и k_2.

Передаточная функция замкнутой системы

$$K^*(z)=\frac{x(nT)}{g(nT)}=\frac{b_1z+b_2z^2}{a_0+a_1z+a_2z^2+a_3z^3}, \tag{9}$$

где

$$b_1=c_1c_4;\ b_2=c_1c_3;\ a_0=-c_4-d;\ a_1=c_1c_2-c_3+1+2d;$$
$$a_2=c_3c_2-2-d;\ a_3=1;\ c_1=k_2T;\ c_2=c_1+1;$$
$$c_3=k_1(T-T_1+dT_1);\ c_4=k_1[(1-d)T_1-dT];\ d=e^{-\lambda};\ \lambda=\frac{T}{T_1}.$$

Имеем $j=2$; $m=2$; $n=3$; $K^*(z)=\overline{K}^*(z)$. Поэтому условия оптимизации (4) приобретают вид

$$\left.\begin{aligned}B_1+4B_2&=A_1+4A_2+9A_3;\\ B_2&=A_2+6A_3.\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Совместное решение уравнений (10) с учетом (2) и (9) дает

$$k_1=\frac{\lambda\left(4+3\lambda-\sqrt{\frac{16\lambda}{1-d}+\lambda^2}\right)}{2T\left(2-\lambda\frac{3d-1}{1-d}+\lambda^2\right)};\quad k_2=\frac{k_1}{2-k_1T}. \tag{11}$$

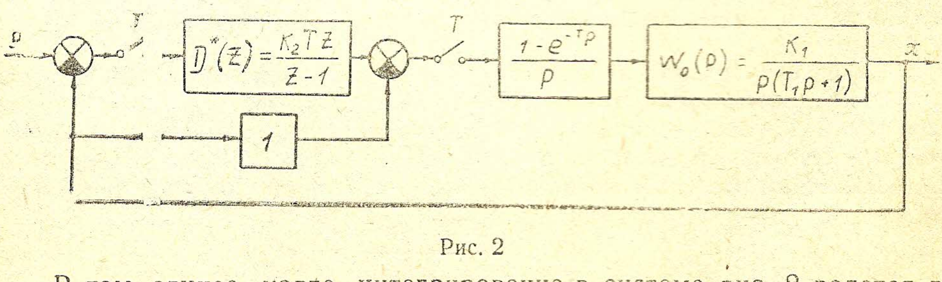

Рис. 2

В том случае, когда интегрирование в системе рис. 2 ведется в соответствии с передаточной функцией

$$D^*(z)=\frac{k_2T(z+1)}{2(z-1)}, \tag{12}$$

соответственно имеем

$$k_1=\frac{\lambda}{2T}\cdot\frac{2+\lambda-2\cdot\sqrt{\frac{\lambda}{1-d}}}{1-\frac{\lambda d}{1-d}+\frac{\lambda^2}{4}};\quad k_2=\frac{k_1}{2}. \qquad (13)$$

Следует отметить, что применение интегратора с передаточной функцией $D^*(z)=\frac{kT}{z-1}$, очевидно, не оправдано. Работа системы с таким регулятором эквивалентна работе с регулятором (5) и запаздыванием $t_{з1}=T+t_з$ большим, чем на период. Динамические свойства такой системы могут быть низкими.

Анализ динамики системы рис. 2, выполненный на ЦВМ с использованием метода пространства состояний, свидетельствует о малой колебательности переходного процесса (максимальное значение $h(nT)$ при любых $\lambda<10$ не превышает 1,09). Быстродействие системы при $\lambda<2$ практически не зависит от типа интегрирования. При $\lambda>2$ несколько более высокое быстродействие обеспечивается при интегрировании в соответствии с передаточной функцией (5).

Например, при $\lambda=5$ имеем $n_м=4$, $h_м(nT)=1{,}074$ и $n_м=5$, $h_м(nT)=1{,}089$ соответственно при $D^*(z)$ определяемом из (5) и (12). При малых λ ($\lambda<0{,}5$) максимум переходной функции достигается при $n_м\approx E[10/\lambda]$.

Анализ выражений (11) и (13) показывает, что при $\lambda<10$ параметры системы с достаточной степенью точности определяются из уравнений

$$k_1=\frac{1}{2(T_1+0{,}5T)};\quad k_2=\frac{1}{4T_1+T}\ \text{—при}\ D^*(z)=\frac{k_2Tz}{z-1};$$

$$k_1=\frac{1}{2(T_1+0{,}37T)};\quad k_2=\frac{1}{4(T_1+0{,}37T)}\ \text{—при}\ D^*(z)=\frac{k_2T(z+1)}{2(z-1)}.$$

Если интегрально-пропорциональный закон регулирования осуществляется как по каналу обратной связи, так и по управляющему воздействию, то при настройке системы по уравнениям (11) и (13) колебательность системы возрастает. Максимальное значение $h(nT)$ возрастает от 1,44 до 1,61 при изменении λ от 0,1 до 10.

В заключение следует отметить, что при синтезе системы, объект которой содержит аналоговый контур регулирования с передаточной функцией

$$W_0(p)=\frac{1}{T_1p(T_\mu p+1)+1},\quad T_1\geqslant 2T_\mu,$$

в качестве первого приближения можно воспользоваться полученными здесь формулами, заменив контур апериодическим звеном с постоянной времени T_1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев Е. Д. и др. Управление вентильными электроприводами постоянного тока.—М.: Энергия, 1970. 199 с.
2. Копегуб П. Х., Толочко О. И. Оптимизация систем управления вентильными электроприводами по модулю амплитудно-частотной характеристики.— Электромеханика, 1977, № 6, с. 679—684.
3. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования.—М.: Наука, 1972. 768 с.

Рукопись поступила
05. 04. 82