

УДК 622.831.3

И.Г. Сахно (канд. техн. наук., доц.)

Донецкий национальный технический университет

sahno_i@mail.ru

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С УЧЕТОМ ИХ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Одним из основных методов исследований в горной геомеханике является математическое моделирование. Интенсивное развитие компьютерных технологий в последнее время способствовало развитию численных методов моделирования и их преобладанию над аналитическими. В статье на основе критического анализа существующих методов численного математического моделирования определена перспективность метода конечных элементов для моделирования геомеханических процессов. Этот метод широко апробирован при расчетах конструкций в различных инженерных задачах. Однако простое перенесение опыта имитационного моделирования в область геомеханических расчетов не всегда корректно. Предложен вариант построения и расчета моделей, позволяющий повысить информативность результатов и более полно отразить природу геомеханических процессов вокруг горной выработки. При этом предложено использовать упруго-пластическую модель материала Друкера-Прагера и учитывать геометрическую нелинейность задачи, а также проводить пошаговое решение с суммированием результатов по предыдущим шагам. Выполнено сравнение традиционного и предлагаемого вариантов проведения имитационного моделирования. При выполнении расчета по предлагаемому варианту смещения имеют максимум на контуре выработки, видно зону влияния выработки в кровле и почве. Можно получить представления о размерах зон упругих и неупругих деформаций. Возникающие в моделях напряжения отличаются по абсолютной величине, а вертикальные напряжения даже по знаку. Напряжения, рассчитанные по энергетической теории прочности, которые могут быть приняты в качестве критерия разрушения горных пород, в предлагаемом варианте расчета на 14,7% выше, чем в традиционном. Таким образом, предлагаемый способ расчета более корректен, информативен и более полно отражает природу геомеханических процессов вокруг горной выработки. Это позволяет сделать вывод о целесообразности его применения при моделировании задач горной практики.

Ключевые слова: математическое моделирование, напряжения, деформации, метод конечных элементов.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Расчет конструкций является одной из основных универсальных задач всех инженерных расчетов, в том числе и в горной геомеханике. При этом во многом заимствуются известные клас-

сические решения методов строительной механики и сопротивления материалов. Особенностью исследования геомеханических процессов является широкое распространение физического и математического моделирования.

Математическое моделирование, реализуемое с помощью аналитических и численных методов, является одним из основных инструментов, позволяющих исследовать напряженно-деформированное состояние породного массива при решении задач горной геомеханики, который позволяет получать качественные характеристики и количественные зависимости. При этом аналитические методы основаны на значительном упрощении решаемых задач и требуют наличия развитого математического аппарата. Так, например, получить аналитическое решение задачи распределения напряжений и деформаций вокруг горной выработки сложной конфигурации в объемной постановке при наличии слоев пород с различными свойствами, а также областей неупругих деформаций и разрушенных пород является сложнейшей, и часто нерешаемой задачей. Поэтому в геомеханике в последнее время широко используются численные методы моделирования, обладающие более широкими возможностями и получившие новый толчок к развитию с появлением высокоскоростных ЭВМ.

Анализ исследований и публикаций. Основные численные методы реализуемые при решении задач прочности в различных областях техники: метод конечных элементов, метод конечных разностей, метод граничных элементов, метод дискретных элементов, комбинированные методы. При этом лидирующее положение занимает метод конечных элементов (МКЭ), основные идеи которого были заложены Р. Курантом и Д. Гильбертом [1]. Метод был впервые применен на ЭВМ в 1944 году Дж. Аргирисом. Существенный толчок в своем развитии МКЭ получил в 1963 году после того, как было доказано то, что его можно рассматривать как один из вариантов метода Рэлея — Ритца, который путем минимизации потенциальной энергии сводит задачу к системе линейных уравнений равновесия. Основной вклад в развитие МКЭ в геомеханике сделали О.К. Зенкевич [2-4], Б.З. Амусин [5], Ж.С. Ержанов [6], А.Б. Фадеев [7].

Постоянное развитие средств вычисления, программного обеспечения привело к тому, что практически все современные расчеты на прочность проводят, используя МКЭ, реализуемый в различных программных пакетах.

Объясняется это тем что:

1. Расчетные схемы моделируемых объектов имеют черты реального объекта, не требуется их упрощение до стандартных решений сопротивления материалов и строительной механики, могут быть детализированы с необходимой степенью точности в нужных местах

2. Для МКЭ характерна наглядность процесса и высокое качество визуализации,

3. Проведение численного моделирования не требует высокой математической подготовки, может проводиться инженером-пользователем на основании руководств и инструкций программного продукта. При этом инженер проводящий моделирование понимает специфику решаемой задачи с практической точки зрения, не допускает ошибок интерпретации математических результатов, что позволяет проводить корректировку модели в соответствии с конкретными условиями и получать грамотные инженерные решения.

Постановка задач исследований. Расчеты на основе допущения о линейной упругости материала являются наиболее распространенными при расчете конструкций и анализе прочности. Линейно-упругий материал подчиняется соотношениям закона Гука и не сохраняет деформаций после снятия нагрузки.

При моделировании же геомеханических процессов необходимо учитывать тот факт, что корректное их описание не может быть достигнуто с помощью решения линейных упругих задач. Кроме того большинство геомеханических процессов нелинейны по своей природе и не могут быть решены чисто в статической постановке. Причинами нелинейного поведения являются: физическая нелинейность геоматериалов, под которой понимается непропорциональность свойств между напряжениями и деформациями, наличие контактов и трения между элементами модели, различные свойства элементов, а также геометрическая нелинейность решаемых задач, обусловленная большими перемещениями, соразмеримыми с размерами моделируемых объектов, что не

позволяет принимать гипотезу первоначального недеформированного состояния расчетной схемы в процессе нагружения.

Решение задач с физической и геометрической нелинейностями в МКЭ проводится, как правило, итерационными методами Ньютона-Рафсона и Ньютона-Канторовича. При этом матрица жесткости уточняется на каждой итерации с помощью секущей линеаризации. Решение сводится к последовательному приближению к искомой функции, а процесс вычислений заканчивается после достижения заданной точности решения.

Современные специализированные программные продукты содержат в своих модулях набор деформационных моделей, позволяющих исследовать поведение материалов, подчиняющихся различным физическим законам (гиперупругость, вязкоупругость, кинематическое упрочнение, изотропное упрочнение, ползучесть и др.). Применительно к задачам геомеханики для моделирования поведения грунтов, горных пород и бетона вызывает интерес упругопластическая модель использующая уравнение состояния Мора-Кулона или Друкера-Прагера (построенная на приближении к закону Мора-Кулона в виде конической поверхности), применение которой позволяет получить более точное приближение к реальным результатам [8].

При решении задач о напряженно-деформированном состоянии горных пород вблизи различных горнотехнических объектов в основном применяют принцип суперпозиции сил, моделируя некоторый объем породного массива, на границах которого прикладывают распределенную нагрузку, соответствующую напряжениям, эквивалентным весу отброшенной толщи пород, решая при этом статическую задачу. Выводы о возникновении, размерах и конфигурации зон неупругих деформаций, зон разрушения делают на основании анализа полученных в модели напряжений, при принятии определенной теории прочности (для разрушения) или критериальных уравнений полученных в результате аналитического решения стандартных задач (для ЗНД).

Такой подход является не совсем корректным по двум причинам. Во-первых, схема модели не соответствует реальной схеме нагружения, поскольку при моделировании на границу модели, уже содержащую определенный горнотехнический объект, прикладывается давление, в то время как согласно общепринятым в геомеханике представлениям горные породы находятся в

условиях естественного сжатия (по разным мнениям геостатического или неравнокомпонентного), и деформирование контура выработок вызывается разгрузкой пород, вызванной образованием полости. Кроме того, при моделировании по описанному пути напряженное состояние в модели не соответствует деформированному состоянию, поскольку максимум смещений находится на границе модели в месте приложения нагрузки, в то время как в реальности деформации затухают от контура выработки вглубь массива. Такое допущение не позволяет проводить анализ с точки зрения деформаций массива, сравнивать полученные результаты с результатами натуральных наблюдений и инструментальных замеров.

Во-вторых, реальное нагружение является процессом, протекающим во времени, поэтому решение имитационной задачи должно проводиться путем разбиения пути нагружения на малые интервалы и суммированием найденных на каждом шаге решений, так как известно, что поведение геоматериалов зависит от пути (истории нагружения). Таким образом, если временной фактор явно не используется, необходимо проводить дискретизацию задачи задавая нагрузку функцией времени, что позволяет упростить решение до ряда последовательно решаемых статических задач.

Учитывая вышесказанное, для оценки изложенных соображений с практической стороны представляет интерес проведение сравнительного анализа двух вариантов проведения расчета с помощью МКЭ – традиционного и предлагаемого.

Изложение материала и результаты. В качестве примера рассмотрим задачу о напряженно деформированном состоянии породного массива вмещающего протяженную горную выработку арочного сечения после ее проведения.

Моделирование проводилось в программном комплексе Ansys Inc. в масштабе 1:1. Геометрические размеры моделируемой области и сетка конечных элементов в двух вариантах расчетов были приняты одинаковыми. Моделировалась выработка, проведенная на глубине 1000 м в алевролите. Исходные данные для моделирования (табл. 1) были взяты из кадастра физических свойств горных пород [9] для условий Донецко-Макеевского угленосного района.

Таблица 1.

Исходные данные для численного моделирования

№ п/п	Объемная масса γ , кгс/м ³	Модуль упругости E, МПа	Коэффициент Пуассона, μ	Угол внутреннего трения φ , град	Сцепление C, МПа
1	2500	2500	0,3	35	0,95

В первом случае решалась статическая упругая задача. На контур расчетной области содержащей выработку прикладывалась нагрузка соответствующая глубине работ.

Во втором случае моделирование проводилось пошагово. Сначала производили нагружение модели, которая имитировала массив без горной выработки. Таким образом, моделировалось естественное напряженное состояние горных пород. Полученное напряженно-деформированное состояние в модели запоминалось и принималось в качестве исходного состояния для второго шага, на котором в массиве выполняли полость, имитирующую горную выработку. При этом расчет выполнялся без выхода из модуля решения. Результаты проведения расчета приведены на рисунках 1-3.

На рис. 1 приведены картины распределения суммарных смещений в моделях в первом и втором варианте расчета соответственно.

На рис. 2 приведены картины распределения вертикальных напряжений, на рис. 3 – напряжений по энергетической теории прочности возникающих в моделях в первом и втором варианте расчета соответственно.

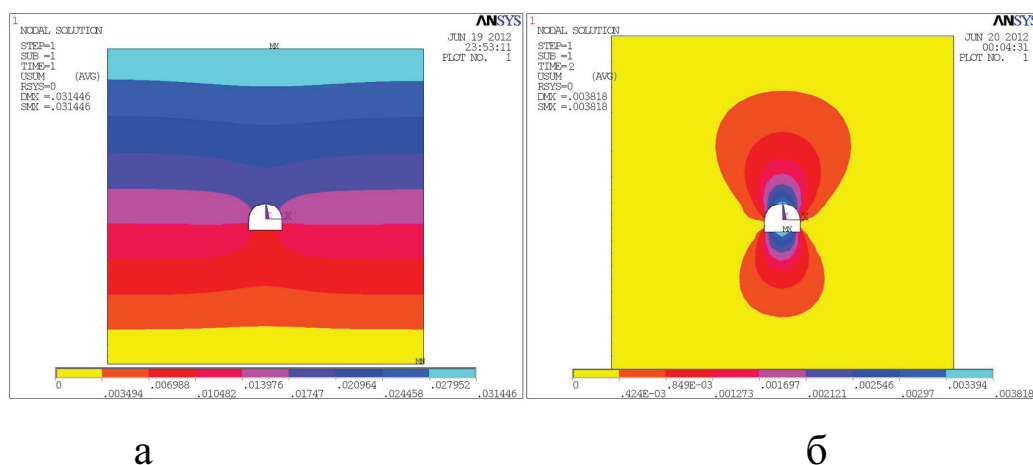
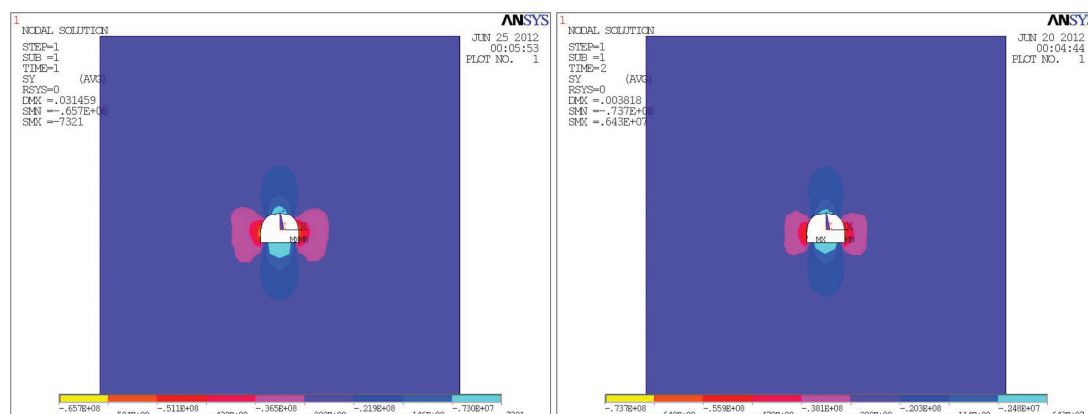


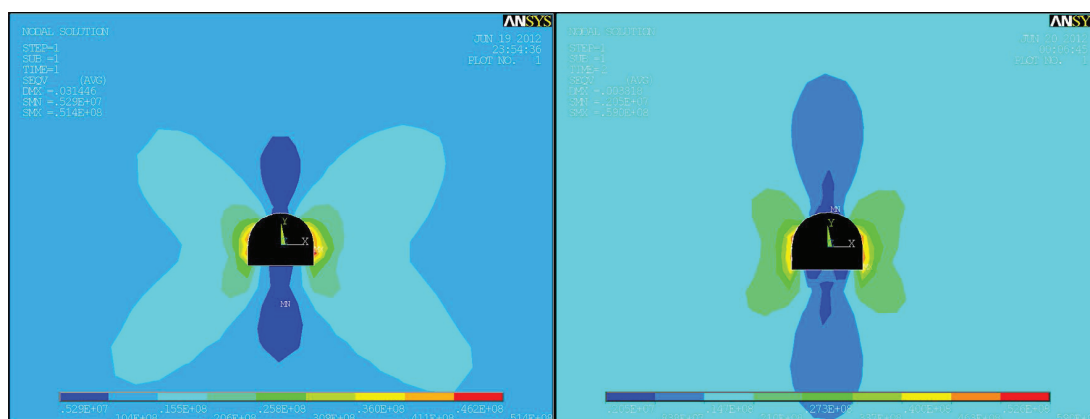
Рис. 1. Картины распределения суммарных смещений в моделях в первом (а) и втором (б) варианте расчета



а

б

Рис. 2. Картины распределения вертикальных напряжений возникающих в моделях в первом (а) и втором (б) варианте расчета



а

б

Рис. 3. Картины распределения напряжений по энергетической теории прочности возникающих в моделях в первом (а) и втором (б) варианте расчета

Анализ представленных рисунков показывает, что смещения в модели (рис. 1), рассчитанной по первому (традиционному) варианту имеет максимум на верхней границе модели и не отражает реальной картины распределения смещений в массиве. Смещения во втором варианте (предлагаемом) имеют максимум на контуре выработки, отчетливо видно зону влияния выработки в кровле и почве, по величине смещений можно получить представления о размерах зон упругих и неупругих деформаций. Таким образом, предлагаемый способ расчета более корректен, информативен и более полно отражает природу процесса сдвиге-

ний. Картины распределения напряжений вокруг выработки визуально похожи, однако возникающие в модели напряжения существенно отличаются. Максимальные напряжения возникают в боках выработки, минимальные в кровле по центральной оси. Так минимальные вертикальные напряжения по первому варианту - 65,7 МПа, по второму -73,7 МПа, отличаются на 12%, максимальные вертикальные напряжения по первому варианту - 7321 Па, по второму 6,43 МПа, отличаются на несколько порядков, причем по первому варианту возникающие напряжения имеют знак «минус», то есть они сжимающие, а во втором случае знак «плюс». То есть, во втором варианте в боках выработки возникают сжимающие напряжения, в кровле - растягивающие напряжения, что более полно отражает действительную картину вокруг горной выработки. Напряжения, рассчитанные по энергетической теории прочности, также отличаются. Максимальные и минимальные напряжения по первому и второму варианту расчета составляют 51,4 МПа, 5,29 МПа и 59,0 МПа, 2,05 МПа соответственно. То есть максимальные напряжения отличаются на 14,7%, а минимальные на 258%. Причем максимальные напряжения по первому варианту расчета ниже, а минимальные выше, чем по второму варианту. Так как напряжения по энергетической теории прочности могут быть критерием разрушения горных пород, разница в 14,7% является достаточно существенной, и может создавать серьезную погрешность. Поскольку расчет по второму варианту более отражает физическую сущность геомеханических процессов на контуре выработки, его результаты являются, на наш взгляд более корректными.

Выводы и направления дальнейших исследований. Таким образом, проведенное сравнение позволяет сделать следующие выводы. При выполнении расчета по предлагаемому варианту смещения имеют максимум на контуре выработки, отчетливо видно зону влияния выработки в кровле и почве, можно получить представления о размерах зон упругих и неупругих деформаций. Возникающие в моделях напряжения существенно отличаются по абсолютной величине, а вертикальные напряжения даже по знаку. Напряжения, рассчитанные по энергетической теории проч-

ности, которые могут быть приняты в качестве критерия разрушения горных пород, в предлагаемом варианте расчета на 14,7% выше, чем в традиционном. Таким образом, предлагаемый способ расчета более корректен, информативен и более полно отражает природу геомеханических процессов вокруг горной выработки. Это позволяет сделать вывод о целесообразности его применения при моделировании задач горной практики.

Список литературы

1. Курант Р. Методы математической физики / Р. Курант, Д. Гильберт. – М.-Л.: Гостехтеориздат, 1951. – Т.1. – 525 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 539 с.
3. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред / О. Зенкевич, И. Чанг. – М.: Недра, 1974. – 368 с.
5. Амусин Б.З. Метод конечных элементов при решении задач геомеханики / Б.З. Амусин, А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1975. – 144 с.
6. Ержанов Ж.С. Метод конечных элементов в задачах механики горных пород / Ж.С. Ержанов, Т.Д. Каримбаев. – Алма-Ата: Наука, 1975. – 237 с.
7. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
8. Касьян Н.Н. Моделирование структурно-неоднородных массивов горных пород с применением метода конечных элементов / Н.Н. Касьян, И.Г. Сахно, С.Г. Негрей / Науковий вісник національного гірничого університету. – 2008. – №5. – С. 49-52.
9. Мельников Н.В. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород / Н.В. Мельников, В.В. Ржевский, М.М. Протодяконов. – М.: Недра, 1975. – 279 с.

Стаття надійшла до редакції 15.09.2012.

Рекомендовано до друку д-ром техн.наук В.В. Назимко

І.Г. Сахно

Донецький національний технічний університет

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕХАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ З ВРАХУВАННЯМ ЇХ НЕЛІНІЙНОСТІ

Одним з основних методів досліджень в гірничій геомеханіці є математичне моделювання. Інтенсивний розвиток комп'ютерних технологій

останнім часом сприяв розвитку чисельних методів моделювання та їх перевазі над аналітичними. У статті на основі критичного аналізу існуючих методів чисельного математичного моделювання визначена перспективність методу скінчених елементів для моделювання геомеханічних процесів. Цей метод широко апробований при розрахунках конструкцій в різних інженерних задачах. Проте просте перенесення досвіду імітаційного моделювання в область геомеханічних розрахунків не завжди коректно. Основною особливістю завдань гірничої геомеханіки є їх нелінійність, що ускладнює процедуру розрахунку і висуває додаткові вимоги для забезпечення задовільної збіжності результатів. Запропонований варіант побудови і розрахунку моделей, що дозволяє підвищити інформативність результатів і більш повно відобразити природу геомеханічних процесів довкола гірничої виробки. При цьому запропоновано використовувати пружно-пластичну модель матеріалу Друкера-Прагера і враховувати геометричну нелінійність задачі, а також проводити покрокове вирішення з підсумовуванням результатів по попередніх кроках. Проведено порівняння традиційного і пропонованого варіантів проведення імітаційного моделювання. При виконанні розрахунку за пропонованим варіантом зсуви мають максимум на контурі виробки, видно зону впливу виробки в покрівлі і ґрунті. Можна отримати уявлення про розміри зон пружних і непружних деформацій. Напруження, що виникають в моделях, відрізняються за абсолютною величиною, а вертикальні напруження навіть за знаком. Напруження, розраховані за енергетичною теорією міцності, які можуть бути прийняті як критерій руйнування гірських порід, в пропонованому варіанті розрахунку на 14,7% вище, ніж в традиційному. Таким чином, запропонований спосіб розрахунку більш коректний, інформативний і повніше відображає природу геомеханічних процесів довкола гірничої виробки. Це дозволяє зробити висновок про доцільність його використання при моделюванні задач гірничої практики.

Ключові слова: математичне моделювання, напруження, деформації, метод скінчених елементів.

I.G. Sakhno

Donetsk National Technical University

NUMERICAL MODELING OF GEOMECHANICAL PROCESSES TAKING INTO ACCOUNT THEIR NONLINEARITY

Modeling is one of the basic research methods in mining geomechanics. Great advances in computer technologies stimulate the development of numerical modeling methods, which have become prevailing over analytical ones. The analysis of existing numerical modeling methods has allowed us to define the

prospects of using the finite element method in geomechanical processes modeling. This method is widely tested in structural calculations for various engineering purposes. However, the use of simulation modeling experience in the field of geomechanical calculations is not always correct because the basic feature of mining geomechanics problems is their nonlinearity, which complicates calculation procedures and puts forward additional requirements as for providing sufficient agreement of the results. The paper provides a new method of constructing and calculating models, which increases the results informativity and completely reflects the nature of geomechanical processes around a mining excavation. In this case we suggest using the plasto-elastic model of Druker-Prager and taking into account geometric nonlinearity of a problem. It is important to carry out step-by-step solution summing up the results of previous steps. We compared the suggested method of simulation modeling with the traditional one. If the calculation is performed according to the suggested method the displacements have their maximum on the excavation contour; in the roof and the floor we can see the zone affected by the excavation. We can define the sizes of the zones of elastic and inelastic deformations. The stresses in models differ by their absolute values, and vertical stresses even differ by their sign. The stresses calculated according to the energetical strength theory can serve as a criterion of rock mass destruction. In the suggested calculation method these stresses are by 14,7% higher if compared to the traditional one. Thus, the suggested calculation method is more correct, informative and completely reflects the nature of geomechanical processes around a mining excavation. It leads to the conclusion about the expediency of this method in mining problems modeling.

Keywords: mathematical modeling, stress, deformation, finite element method.