

УДК 330.43 (075.8)

Румянцев Н.В., д.э.н.

профессор, ДонНТУ,

Румянцев М.В.

Rumyantsev N.V.

e-mail: [rumnik49@mail.ru](mailto:rumnik49@mail.ru)

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АВТОРЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ (ТИПА AR) ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ**

**АННОТАЦИЯ.** *В работе, на основе общей теории разностных уравнений предлагается метод определения, как тренда, так и циклической составляющей динамического ряда, описанного авторегрессионными моделями временного ряда.*

**SUMMARY.** *In work, on the basis of the general theory difference equations the definition method, both a trend, and a cyclic component of the dynamic number described autoregressive models of a time number is offered.*

**Ключевые слова.** Экономический цикл, динамический ряд, авторегрессионная модель, разностные уравнения.

**Keywords.** Business cycle, a dynamic number, autoregressive model, the equations differences.

**Введение.** Теория экономических циклов, наряду с теорией экономического роста, относится к теории экономической динамики, позволяющей достаточно хорошо описывать экономические процессы, протекающие во времени. Следует отметить, что аналогичные вопросы рассматриваются и в эконометрике, а именно, в теории временных рядов [1, 2]. Особая роль экономической динамики проявляется в вопросах объяснения экономических циклов, которая призвана объяснять причины колебаний экономической активности во времени. Промежуток времени между двумя

одинаковыми состояниями экономической конъюнктуры называют экономическим циклом. Вопросам определения длительности экономических циклов посвящено немало работ (Надо придумать). Особую роль в решении данного вопроса отводят эконометрике, причем в качестве фактора, влияющего на длительность экономического цикла берутся различные факторы (См. лит.). Кроме того, для анализа цикличности процессов используются разложения Фурье [3]. Автором предлагается метод определения цикличности авторегрессионных моделей, основанный на применении к авторегрессионным моделям общей теории разностных уравнений.

**Постановка задачи.** Известно, что для применения авторегрессионных моделей необходимо проверить стационарность выборочной совокупности. В эконометрике при исследовании временных рядов используют несколько методов определения стационарности процесса [4]:

1. метод сравнения разности средних уровней;
2. метод Фостера – Стюарта;
3. критерий Вилкоксона;
4. обобщенный тест Дики – Фуллера (представлен в пакете *EViews*).

В работе предполагается, что все условия применимости авторегрессионных моделей выполняются и исследованию данной проблемы не уделяется никакого внимания.

**Решение задачи.** Первый экономический кризис [5]:начался в 1825 г. в Великобритании по причине перепроизводства. Он длился 11 лет и завершился кризисом 1836 г., который поразил Великобританию и США. Следующий экономический кризис начался в 1847 г. и охватил Великобританию, США, Францию и Германию. В 1857 г. возникла первый мировой экономический кризис, который положил начало мировому характеру этого явления. Среди мировых экономических кризисов следует назвать кризисы 1866, 1873, 1882, 1890, 1900, 1907, 1913-1914, 1920-1921, 1929-1933, 1937-1938 гг. После Второй мировой войны произошли экономические кризисы 1948-1949, 1953-1954,

1957-1958, 1960-1961, 1969-1970, 1974-1975, 1980-1982, 1992-1993 гг. Новый спад в экономическом развитии начался в начале 1996 р., а затем и в 2008 г. А.

Вначале отметим тот факт, что, опираясь на статистические данные о длительностях промежутков между экономическими циклами можно, построить выборочное распределение частот для интервалов между мировыми циклами (объем выборки равен 23). Размер интервалов между величинами мировых кризисов имеет следующее распределение частот

$X_{\text{років}}$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$n_i$	2	1	2	2	3	2	5	3	1	2

Итак, из таблицы легко видим, что среднее значение интервала между значениями мировых кризисов равно 7,8 лет а дисперсия данного параметра равна  $Dx = 6,6$  лет, среднее квадратное отклонение  $\sigma = 2,57$  года. Интервал времени между кризисами имеет нормальный закон распределения, причем на основе правила 2ух сигма, максимальный промежуток времени равен примерно 13 лет, а минимальное значение - 3 года.

Опираясь на теоретический материал по теории циклов можно утверждать, что для практического определения наличия или отсутствия циклов в экономике любой страны (в том числе и для Украины) можно использовать статистический материал относительно значений уровня ВВП, так как этот показатель с нашей точки зрения, наиболее полно отражает состояние экономики любой страны.

Для решения поставленной задачи будем использовать авторегрессионный процесс порядка  $p$  [AR(p)] представленный в виде уравнения с  $p$  лагами вида

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} \quad (1)$$

Для ответа на вопрос о существовании или отсутствии циклов в изучаемом процессе будем считать, что уравнение (1) представляет собой

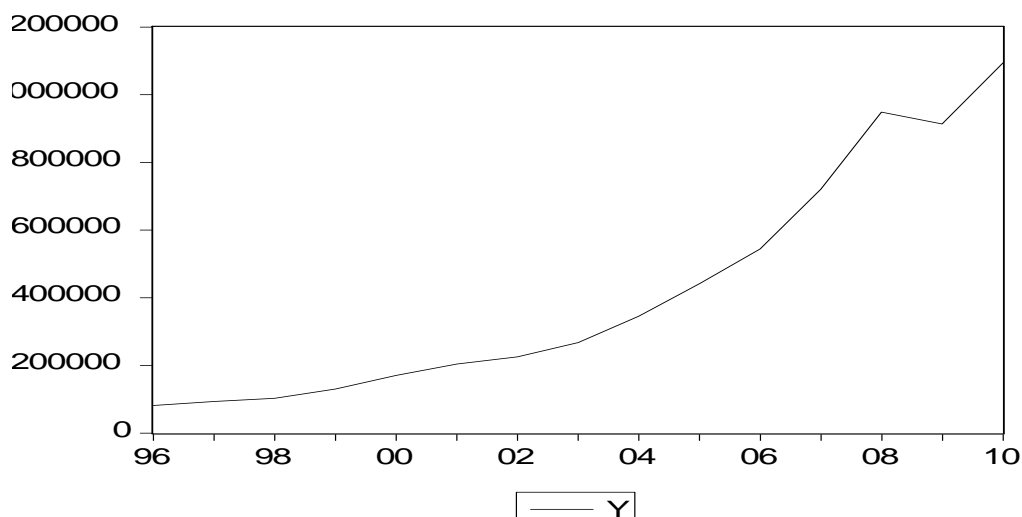
разностное уравнение  $p$ -ого порядка. Известно, что для любого однородного разностного уравнения можно, построив характеристическое уравнение,

$$\lambda^t - a_1\lambda^{t-1} - a_2\lambda^{t-2} - \dots - a_p = 0 \quad (2)$$

найти его общее решение, выражающееся через корни характеристического уравнения (2). Эта проблема решается аналогично тому, как решается проблеме нахождения общего решения дифференциального уравнения  $t$ -ого порядка. Анализ корней характеристического уравнения позволяет сделать вывод о существовании или отсутствии колебательного процесса (или экономических циклов) в изучаемом процессе, а именно: наличие комплексного корня всегда дает колебательную составляющую изучаемому процессу, а наличие только действительных корней – говорит о ее отсутствии.

Таким образом задача определения колебательного характера экономического процесса той или иной страны сводится к построению соответствующего, адекватного реальному процессу уравнения с лаговой переменной и дальнейшему нахождению общего решения соответствующего данному уравнению разностного уравнения.

Проиллюстрируем вышесказанное на примере экономики Украины. Построим вначале уравнение для ВВП страны, используя лаговые переменные и опираясь на статистический материал уровня ВВП, начиная с 1996г. по 2010 г. (см. график зависимости уровня ВВП от времени)



Опираясь на теоретический материал по теории циклов, можно утверждать, что для практического определения наличия или отсутствия циклов в экономике Украины, необходимо построить уравнение для ВВП страны, используя лаговые переменные до второго порядка включительно. Используя пакет Eviews, определяем, что для экономики Украины эконометрическая модель вида

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2}$$

не является адекватной моделью, так как она не значима, т.к. оценки коэффициентов не значимы.

Dependent Variable: Y  
 Method: Least Squares  
 Date: 05/02/13 Time: 10:31  
 Sample(adjusted): 1998 2010  
 Included observations: 13 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	34197.64	34416.91	0.993629	0.3438
Y(-1)	0.8795	0.312104	2.817992	0.3182
Y(-2)	0.274161	0.350986	0.781116	0.4528
R-squared	0.962220	Mean dependent var	469838	
Adjusted R-squared	0.954663	S.D. dependent var	342977.3	
S.E. of regression	73028.06	Akaike info criterion	25.43425	
Sum squared resid	5.33E+10	Schwarz criterion	25.56462	
Log likelihood	-162.3226	F-statistic	127.3435	
Durbin-Watson stat	2.072768	Prob(F-statistic)	0.000000	

Оценим модель, в которой входят три лаговые переменные, а именно модель вида:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + a_3 Y_{t-3}$$

Используя пакет Eviews определяем, что модель с тремя лаговыми переменными значима

Dependent Variable: Y  
 Method: Least Squares  
 Date: 05/02/13 Time: 18:01  
 Sample(adjusted): 1999 2010  
 Included observations: 12 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-19089.54	42397.40	-0.450252	0.6645
Y(-1)	0.779430	0.273808	2.846631	0.0216
Y(-2)	-2.586211	1.314371	-1.967641	0.0847
Y(-3)	3.959286	1.762733	2.246106	0.0549
R-squared	0.974909	Mean dependent var		500442.8
Adjusted R-squared	0.965500	S.D. dependent var		339182.5
S.E. of regression	63000.73	Akaike info criterion		25.20088
Sum squared resid	3.18E+10	Schwarz criterion		25.36252
Log likelihood	-147.2053	F-statistic		103.6123
Durbin-Watson stat	1.572826	Prob(F-statistic)		0.000001

и имеет вид

$$Y_t = -19089,54 + 0,78Y_{t-1} - 2,59Y_{t-2} + 3,96Y_{t-3}. \quad (3)$$

Найдем вначале решение для однородного разностного уравнения, полученного из (3). Имеем

$$Y_t - 0,78Y_{t-1} + 2,59Y_{t-2} - 3,96Y_{t-3} = 0$$

Этому уравнению соответствует характеристическое уравнения третьего порядка:

$$\lambda^3 - 0,78\lambda^2 + 2,59\lambda - 3,96 = 0.$$

Это кубическое уравнение имеет один действительный корень  $\lambda_1 = 0,985$  и два комплексных сопряженных корня:  $\lambda_{2,3} = 1,13(\cos 2,022 + i \sin 2,022)$ .

Тогда общее решение однородного конечно-разностного уравнения, соответствующее неоднородному уравнению  $Y_t = -19089,54 + 0,78Y_{t-1} - 2,59Y_{t-2} + 3,96Y_{t-3}$  имеет вид:

$$Y_t = 0,985C_1t + 1,13(C_2 \cos 2,022t + C_3 \sin 2,022t) \quad (4)$$

Из приведенного уравнения (4) видим, что действительно, ВВП Украины имеет цикл, продолжительность которого примерно равна 4 годам и тренд, уравнение которого  $Y_t = 0,985C_1t$ . Для нахождения констант  $C_1, C_2, C_3$  необходимо задать начальные условия.

**Выводы.** Отметим, что полученное уравнение (4) является общим решением соответствующего разностного уравнения, имеет достаточно простой вид, обладает особенностью, заключающейся в том, что для ее применения не обязательно знать статистический материал, как в формуле (3), позволяет оценить характеристики экономического процесса при  $t \rightarrow \infty$ , чего нельзя сделать при изучении соотношения (3).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Елисеева И.И. Эконометрика: учебник/ И.И.Елисеева, С.В.Курышева, Т.В.Костеева и др.: под ред. И.И.Елисеевой. – 2-е изд., перераб. и доп.. – М.: Финансы и статистика, 2007. 576 с.
2. Уотшем Т. Количественные методы в финансах: Учеб. пособ. для вузов/Пер. с англ. Под ред. М.Р. Ефимовой// Т. Уотшем, К. Паррамоу. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999. – 527 с.
3. Пономаренко В.С. Моделювання поведінки інвестора на фондову ринку: Монографія/ В.С.Пономаренко, О.В.Раєвська, К.А.Стрижиченко. – Харків: ВД «ІНЖЕК», 2004. – 264 с.
4. Галанов В.А. Рынок ценных бумаг: Учебник. – М.: Инфра - М. – 2006. – 379 с.

5. Долженкова Л.Д. Кризисы и реформы: Дестабилизация финансовых рынков конца 90-х годов XXв. и изменение архитектуры международной валютно-кредитной системы/Л.Д. Долженкова. -М.: Логос, 2004. - 305 с.