

# ЗБІЛЬШЕННЯ ДІАПАЗОНІВ ЗМІНИ НАПРУГИ КОНДЕНСАТОРНИМИ УСТАНОВКАМИ

**Заболотний І.П., Дмитрієва О.М.**

**Донецький державний технічний університет**

**led@dgtu.donetsk.ua**

*The task of a quantitative rating of influence of condenser installations on a range of a voltage variation is considered at the determined and random electrical loads of customers. The boundaries of linearization of the task are defined. The finite expressions for normal are obtained and are uniformly distributed of random loads.*

**Постановка задачі.** Конденсаторні установки (КУ) застосовуються для зменшення втрат активної потужності і підвищення середнього рівня напруги. Проте КУ збільшують діапазон зміни напруги, бо їх реактивна потужність пропорційна квадрату напруги. Дійсно, коли реактивне навантаження електроприймачів зростає (зменшується), втрати напруги також зростають (зменшуються), що призводить до зменшення (зростання) здібності до компенсації КУ і до ще більшого зменшення (зростання) напруги. Якісно це явище відомо давно. Метою статті є розробка методів кількісної його оцінки.

Вплив КУ на діапазони зміни напруги залежить від статичної характеристики навантаження. В проектуванні систем електропостачання виходять із принципу інваріантності опорів  $x_h$  або провідностей навантаження [1], що призводить до пропорційної залежності навантаження від напруги на шинах споживача. Цей принцип використовується і при нелінійних статичних характеристиках, коли можлива їх лінеаризація.

Активну складову струму КУ практично не змінюю, тому збільшення діапазону зміни напруги дорівнює різниці між втратами напруги від реактивного навантаження:  $\Delta U$  з КУ і  $\tilde{\Delta U}$  без неї (знак  $\sim$ ). Це дозволяє розглядати лише реактивні навантаження.

Далі припускається, що зміна напруги відбувається достатньо повільно, щоб можна було нехтувати пе-реходними процесами в електричній мережі і КУ, вважаючи опір  $x_c$  КУ незмінним. Це припущення обмежує можливість поширення отриманих результатів на коливання напруги великої швидкості.

**Вихідні співвідношення.** Розрахункова схема для реактивних складових струму  $I$  навантаження і  $I_c$  КУ наведена на рис. 1. Напруга  $U$  джерела живлення вважається незмінною.

Позначимо:  $\alpha = x / x_h$ ,  $\alpha_c = x / x_c$  і визначимо втрату напруги

$$\Delta U = \frac{\sqrt{3}xU(x_c - x_h)}{x_c x_h - x x_h + x x_c} = \sqrt{3}U \frac{\alpha_h - \alpha_c}{1 - \alpha_c + \alpha_h}. \quad (1)$$

Оскільки звичайно перекомпенсації уникають, то  $I > I_c$ ,  $x_h < x_c$  і  $\alpha_h > \alpha_c$ . За відсутності КУ, коли  $x_c \rightarrow \infty$  і  $\alpha_c = 0$ , втрата напруги

$$\tilde{\Delta U} = \sqrt{3}x/(x + x_h) = \sqrt{3}U\alpha_h/(1 + \alpha_h). \quad (2)$$

Формули (1) і (2) застосовуються, коли відомі характеристики процесу зміни опору навантаження. Якщо вихід-

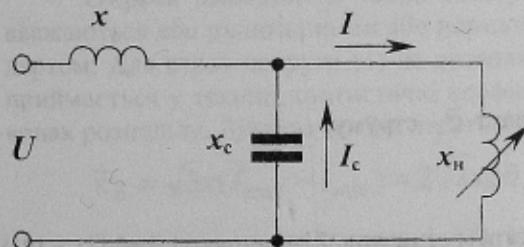


Рисунок 1

ними є характеристики струму  $\tilde{I}$  навантаження без КУ, то втрату напруги потрібно виразити через цей струм. Для цього із очевидної формули  $\tilde{I} = U/(x + x_h)$  знайдемо вирази для опору

$$x_h = (U - x\tilde{I})/\tilde{I}$$

і підставимо його в (1) і (2). У результаті отримаємо:

$$\Delta U = \sqrt{3}U \frac{x(1 + \alpha_c)\tilde{I} - \alpha_c U}{(1 - \alpha_c)U + \alpha_c x\tilde{I}}, \quad (3)$$

$$\tilde{\Delta U} = \sqrt{3}x\tilde{I}. \quad (4)$$

**Детерміновані навантаження.** Вихідними даними для розрахунку є діапазони ( $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ ) зміни опору або ( $I_{\min}$ ,  $I_{\max}$ ) струму навантаження. Межі  $\Delta U_m$  і  $\Delta U_M$  діапазонів втрат напруги знаходяться шляхом підстановки меж опору або струму в формули (1) і (3), а без КУ – в (2) і (4). У першому випадку за наявністю КУ ширина діапазону зміни втрат напруги становить

$$\kappa_{\Delta} = \Delta U_M - \Delta U_m = \frac{\sqrt{3}U\kappa_a}{(1-\alpha_c + \alpha_{nm})(1-\alpha_c + \alpha_{nM})}, \quad (5)$$

а без КУ

$$\tilde{\kappa}_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}U\kappa_a}{(1+\alpha_{nm})(1+\alpha_{nM})}, \quad (6)$$

де  $\kappa_a = \alpha_{nm} - \alpha_{nm} = x(1/x_{nm} - 1/x_{nM})$ .

КУ збільшує діапазон зміни напруги на величину

$$\Delta\kappa = \kappa_{\Delta} - \tilde{\kappa}_{\Delta} = \frac{\alpha_c(2 + \alpha_{nm} + \alpha_{nM} - \alpha_c)}{(1 + \alpha_{nm})(1 + \alpha_{nM})(1 - \alpha_c + \alpha_{nm})(1 - \alpha_c + \alpha_{nM})}, \quad (7)$$

або в процентах до напруги джерела живлення:

$$\delta_{\kappa} = 100\Delta\kappa/U. \quad (8)$$

Таким же чином знайдемо межі діапазону втрат напруги для другого випадку: підстановкою меж діапазонів струму в (3) і (4), а також ширину діапазонів

$$\kappa_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}x\tilde{\kappa}_f U^2}{[(1-\alpha_c)U + \alpha_c x I_m][(1-\alpha_c)U + \alpha_c x I_M]}, \quad (9)$$

$$\tilde{\kappa}_{\Delta} = \sqrt{3}x\tilde{\kappa}_f, \quad (10)$$

де  $\tilde{\kappa}_f$  - ширина діапазону зміни струму без КУ.

**Випадкові навантаження.** Для випадкових навантажень виходять з щільності розподілу  $f_n(x_n)$  опору або  $\tilde{F}_I(\tilde{I})$  струму без КУ. Згідно з принципом практичної впевненості [2] у розрахунках використовують не діапазон ( $\Delta U_m$ ,  $\Delta U_M$ ) можливих значень випадкової величини  $\Delta U$ , а діапазон ( $\Delta U_{min}$ ,  $\Delta U_{max}$ ) практично достовірних значень. Межова імовірність  $E_x$  звичайно приймається однаковою для виходу за меншу або більшу межі діапазону: від 0,05 до 0,001.

Для лінійної функції (4) достатньо знайти розрахунковий діапазон ( $\tilde{I}_{min}$ ,  $\tilde{I}_{max}$ ) струму – за функцією розподілу  $\tilde{F}_I(\tilde{I})$  струму з рівнянь

$$\tilde{F}_I(\tilde{I}_{min}) = E_x, \quad \tilde{F}_I(\tilde{I}_{max}) = 1 - E_x, \quad (11)$$

або через математичне очікування (середнє значення)  $M\tilde{I}$  і стандарт  $\tilde{\sigma}_I$  струму:

$$I_{min,max} = M\tilde{I} \pm \beta\tilde{\sigma}_I, \quad (12)$$

де статистичний коефіцієнт  $\beta$  залежить від виду розподілу струму і межової імовірності (табл. 1 в [3]).

Для нелінійних функцій (1)–(3) такий шлях розв'язання задачі принципово неможливий, бо розподіли втрат напруги мають інший вигляд, ніж вихідні розподіли. У цьому випадку потрібно знайти функцію розподілу  $F(\Delta U)$  втрат напруги і вже за неї обчислити межові значення.

Згідно зі загальною формулою теорії імовірностей щодо щільності розподілу

$$f(y) = \left| \frac{d(\text{arc}y)}{dy} \right| f_v(\text{arc}y) \quad (13)$$

функції у випадкового аргументу  $v$  (наприклад, (II.2) в [3]) потрібно знайти обернену функцію  $x_v = \text{arc}(\Delta U)$  або  $I = \text{arc}(\Delta U)$  і їх похідну.

Позначивши через

$$\varphi_1(\Delta U) = xx_c(\sqrt{3}U - \Delta U), \quad \varphi_2(\Delta U) = \sqrt{3}xU + (x_c - x)\Delta U,$$

із виразів (1) і (2) знайдемо

$$\text{arc}(\Delta U) = \varphi_1(\Delta U) / \varphi_2(\Delta U), \quad \text{arc}(\Delta \tilde{U}) = x(\sqrt{3}U / \Delta \tilde{U} - 1).$$

Після диференціювання цих виразів згідно з (13) отримаємо щільності розподілів втрат напруги:

$$f(\Delta U) = \frac{\sqrt{3}xx_c U}{\varphi_2^2(\Delta U)} f_n \left[ \frac{\varphi_1(\Delta U)}{\varphi_2(\Delta U)} \right], \quad (14)$$

$$f(\Delta \tilde{U}) = \frac{\sqrt{3}xU}{\Delta \tilde{U}^2} f_h \left[ x(\sqrt{3}U/\Delta \tilde{U} - 1) \right]. \quad (15)$$

Таким же чином, позначивши через

$$A = \sqrt{3}U^2/x, \quad B = \sqrt{3}(1 + \alpha_c), \quad C = -\alpha_c/U,$$

$$\varphi_3(\Delta U) = \sqrt{3}\alpha_c U + (1 - \alpha_c)\Delta U,$$

із (3) знайдемо

$$\arctan(\Delta U) = \frac{1}{x} \frac{\varphi_3(\Delta U)}{B + C\Delta U}$$

та щільність розподілу

$$f(\Delta U) = \frac{A}{(B + C\Delta U)^2} \tilde{f}_I \left[ \frac{1}{x} \frac{\varphi_3(\Delta U)}{B + C\Delta U} \right]. \quad (16)$$

Функції розподілу втрат навантаження:

$$F(\Delta U) = \int_{\Delta U_m}^{\Delta U} f(\Delta U) d(\Delta U), \quad F(\Delta \tilde{U}) = \int_{\Delta \tilde{U}_m}^{\Delta \tilde{U}} f(\Delta \tilde{U}) d(\Delta \tilde{U}). \quad (17)$$

Розрахункові значення  $\Delta U_{min}$ ,  $\Delta U_{max}$  і  $\Delta \tilde{U}_{min}$ ,  $\Delta \tilde{U}_{max}$  знаходяться з функції розподілу і межовій імовірності за аналогічними (11) рівняннями.

У практиці звичайно є відомими розподіли струмів без КУ, а розподіли опорів навантаження досі не вивчалися. Це зумовлює застосування формул (16) і (12). Проте, коли потрібно, за щільністю розподілу струму можна знайти щільність розподілу опорів. Для цього достатньо в загальну формулу (13) підставити обернену функцію  $\tilde{I} = \arctan x_h$  і її похідну. В результаті отримаємо

$$f(x_h) = \frac{U}{(x + x_h)^2} \tilde{f}_I \left( \frac{U}{x + x_h} \right). \quad (18)$$

**Окремі випадки.** В теорії електричних навантажень (наприклад, [4]) розподіли струмів навантажень вважаються або рівномірними або нормальними. Обидва розподіли характеризуються середнім значенням і стандартом. Для втрат напруги (4) це дозволяє застосувати формулу (12). Межовій імовірності 0,05, яка звичайно приймається у техніці, статистичні коефіцієнти дорівнюють 1,56 при рівномірному і 1,65 при нормальному захонах розподілу. Діапазон зміни втрат напруги без КУ, з врахуванням (4) і (12), становить

$$\tilde{\kappa}_\Delta = \sqrt{3}x(\tilde{I}_{max} - \tilde{I}_{min}) = 2\sqrt{3}x\beta\tilde{\sigma}_I. \quad (19)$$

Перейдемо до втрат напруги (3). У випадку рівномірного розподілу струму в межах  $(\tilde{I}_m, \tilde{I}_M)$  щільність  $\tilde{f}_I(\tilde{I})$  обернено пропорційна ширині діапазону  $\tilde{\kappa}_I = 2\sqrt{3}\tilde{\sigma}_I$ . Тоді згідно з (16) щільність розподілу втрат напруги при  $D = A/\tilde{\kappa}_I = U^2/(2\sqrt{3}x\tilde{\sigma}_I)$  становить

$$f(\Delta U) = \frac{D}{(B + C\Delta U)^2} \quad (20)$$

у межах

$$\Delta U_m = \sqrt{3} \frac{x(1 + \alpha_c)\tilde{I}_M - \alpha_c U}{(1 - \alpha_c)U + \alpha_c x\tilde{I}_M} \leq \Delta U \leq \sqrt{3} \frac{x(1 + \alpha_c)\tilde{I}_m - \alpha_c U}{(1 - \alpha_c)U + \alpha_c x\tilde{I}_m}.$$

Інтегрування виразу (20) згідно з (17) дає функцію розподілу

$$F(\Delta U) = D \frac{\Delta U - \Delta U_m}{(B + C\Delta U_m)(B + C\Delta U)} \quad (21)$$

у тих же межах. Рівняння виду (11) дозволяють знайти розрахункові значення втрат напруги

$$\Delta U_{min} = \frac{BE_x}{A(B + C\Delta U_M) - CE_x}, \quad \Delta U_{max} = \frac{B(1 - E_x)}{A(B + C\Delta U_m) - CE_x}. \quad (22)$$

У випадку нормального розподілу формула (16) дає

$$f(\Delta U) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}_I(B+C\Delta U)^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\tilde{\sigma}_I^2} \left[ \frac{1}{x} \frac{\phi_3(\Delta U)}{B+C\Delta U} - M\tilde{I} \right] \right\}, \quad (23)$$

а для знаходження функції розподілу потрібне числове інтегрування.

**Лінеаризація.** Діапазони зміни напруги складають проценти до номінального значення, тому в багатьох випадках можлива лінеаризація виразів для втрат напруги (символ "л").

Лінеаризацію функції (3) здійснимо у точці середнього значення струму. В цьому випадку середнє значення  $M\Delta U_{\text{л}}$  напруги знаходиться підстановкою  $\tilde{M}\tilde{I}$  в формулу (3). Позначивши через

$$G = \frac{d(\Delta U)}{d\tilde{I}} \Big|_{\tilde{I}=M\tilde{I}} = \frac{\sqrt{3}xU^2}{[(1-\alpha_c)U + \alpha_c x\tilde{I}_c]^2},$$

запишемо лінеаризований вираз

$$\Delta U_{\text{л}} = \Delta U_{\text{лс}} + G(\tilde{I} - M\tilde{I}). \quad (24)$$

Допустимість лінеаризації обґрунтовується оцінкою похибки розрахунків за формулою (24) порівняно з (3) для меж діапазону зміни струму. Для випадкових величин з запасом діапазон визначається згідно з правилом трьох сигм [2], тобто при  $E_x = 0,001$ , а не 0,05.

Лінеаризація зберігає вигляд законів розподілу і дозволяє одразу знайти не тільки середнє значення, але і стандарт втрат напруги

$$\sigma_{\Delta U} = G\tilde{\sigma}_I.$$

Згідно з (11) за наявності КУ розрахункові значення становлять:

$$\Delta U_{\text{l,max,min}} = M\Delta U_{\text{л}} \pm \beta G\tilde{\sigma}_I, \quad (25)$$

а діапазон зміни

$$\kappa_{\Delta} = 2\beta G\tilde{\sigma}_I.$$

З урахуванням (19) знайдемо збільшення діапазону зміни напруги

$$\Delta \kappa = 2\beta(G - \sqrt{3}x)\tilde{\sigma}_I. \quad (26)$$

**Приклади розрахунків.** 1. У системі електропостачання з опором 44 Ом і напругою 110 кВ без КУ струм має постійну складову  $M\tilde{I} = 0,16$  кА і гармонічні коливання з розмахом  $\delta\tilde{I} = 0,032$  кА частотою 0,5 хв<sup>-1</sup>. Оцінити ефективність підключення КУ з опором 1210 Ом.

За відсутності КУ струм змінюється від

$$M\tilde{I} - \delta\tilde{I}/2 = 0,16 - 0,032/2 = 0,144 \text{ кА}$$

до 0,176 кА. Згідно з (4) межі втрат напруги становлять:

$$\Delta \tilde{U}_{\text{m}} = \sqrt{3} \cdot 44 \cdot 0,144 = 10,97, \quad \Delta \tilde{U}_{\text{M}} = 13,41 \text{ кВ},$$

або від 9,97 до 12,19%. Діапазон зміни напруги

$$\tilde{\kappa} = 12,19 - 9,97 = 2,22\%.$$

При наявності КУ згідно з (3) при  $\alpha_c = 44 / 1210 = 0,0364$  межі втрат зменшуються до значень:

$$\Delta U_{\text{m}} = \frac{44(1+0,0364) \cdot 0,144 - 0,0364 \cdot 110}{(1-0,0364) \cdot 110 + 0,0364 \cdot 44 \cdot 0,144} = 4,6, \quad \Delta U_{\text{M}} = 7,21 \text{ кВ},$$

тобто від 4,18 до 6,55%. Ширина діапазону

$$\kappa = 6,55 - 4,18 = 2,37\%.$$

Практично такий же результат дає і формула (24), в якій  $G = 81,675$  См, а  $M\Delta U_{\text{л}} = 5,9$  кВ, тобто у кВ

$$\Delta U_{\text{л}} \approx 81,675 \tilde{I} - 7,186.$$

Це пояснюється малою шириною діапазону зміни напруги.

В [5] нормуються однохвилинні відхилення напруги, тому для оцінки ефективності КУ за цим показником потрібно знайти найбільше значення однохвилинних втрат напруги. Для цього простіше за все скористатися лінеаризованим виразом. Поточні значення втрат мають постійну складову 5,9 кВ і гармонічну складову. Оскільки одна хвилина дорівнює половині тривалості циклу ( $1 / 0,5 = 2$  хв), то осереднення гармонічної складової дає нуль. Тому однохвилинне відхилення дорівнює 5,9 кВ або 5,36%. Без КУ воно становить 11,08%.

Для коливань такої малої частоти і простої форми розмах коливань збігається з діапазоном зміни напруги. В [5] гармонічні коливання не нормуються. Згідно з рис. 6 з [5] при частоті  $0,5 \text{ хв}^{-1}$  допустимий розмах становить 2,23%.

Таким чином, КУ дозволяє зменшити втрати напруги від недопустимого значення 11,08% до 5,36%, нижчого за допустиме значення 7,5%. Однак КУ недопустимо збільшує коливання напруги.

2. Для умов попереднього прикладу з межовою імовірністю 0,05 оцінити збільшення діапазону зміни напруги, якщо  $x_c = 1210 \text{ Ом}$ , а без КУ струм змінюється випадково за нормальним законом розподілу, який має середнє значення 0,143 кА і стандарт 0,013 кА.

Теоретично нормальнa випадкова величина змінюється у нескінченних межах, але для обґрунтування можливості лінеаризації візьмемо діапазон за правилом трьох сигм:

$$\tilde{I}_1 = M\bar{I} - 3\tilde{\sigma}_I = 0,143 - 3 \cdot 0,013 = 0,104, \quad \tilde{I}_2 = 0,182 \text{ кА.}$$

Згідно з (3) для цих меж втрати напруги становлять

$$\Delta U_1 = \sqrt{3} \cdot 110 \frac{44(1 + 0,0364) \cdot 0,104 - 0,0364 \cdot 110}{(1 - 0,0364) \cdot 110 + 0,0364 \cdot 44 \cdot 0,104} = 1,332, \quad \Delta U_2 = 7,706 \text{ кВ.}$$

Якщо підставити в формулу (24) коефіцієнт

$$G = \frac{\sqrt{3} \cdot 44 \cdot 110^2}{[(1 - 0,0364) \cdot 110 + 0,0364 \cdot 44 \cdot 0,143]^2} = 81,717 \text{ См}$$

і лінеаризоване середнє значення 4,52 кВ, знайдемо межі втрат

$$\Delta U_{1,\text{л}} \approx 4,52 + 81,717(0,104 - 0,143) = 1,333, \quad \Delta U_{2,\text{л}} \approx 7,707 \text{ кВ,}$$

які лише у третьому знаку після коми відрізняються від точних значень, тому лінеаризація практично не дає похибки.

Для межової імовірності 0,05 статистичний коефіцієнт  $\beta = 1,65$ . Згідно з (26) КУ збільшує діапазон зміни напруги на величину

$$\Delta k = 2 \cdot 1,65 \cdot (81,717 \sqrt{3} \cdot 44) \cdot 0,013 = 0,236 \text{ кВ}$$

або на 0,21%.

**Висновок.** При індуктивному навантаженні користувачів конденсаторні установки зменшують середнє значення втрат напруги, але збільшують діапазон їх зміни. Це явище слід враховувати в тих випадках, коли діапазони зміни втрат напруги, які були розраховані без врахування впливу КУ, близькі до допустимих.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Дмитриева Е.Н., Пушная И.В. Расчет показателей качества напряжения с учетом электрической связи между приемниками. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 2. – С. 85-93
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
3. Шидловский А.К., Куренный Э.Г. Введение в статистическую динамику систем электроснабжения. – К.: Наукова думка, 1984. – 273 с.
4. Шидловский А.К., Вагин Г.Я., Куленный Э.Г. Расчеты электрических нагрузок систем электроснабжения промышленных предприятий – М.: Энергоатомиздат, 1992.
5. ГОСТ 13109-97. Межгосударственный стандарт. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – Введ. в Україну с 01.01.2000.
6. Mirra C., Sani G. Il fenomeno del flicker. Analisi delle sue caratteristiche. Tecniche di misura e metodi di limitazione. – L'Elettrotecnica. – 1987.