УДК 614.841.345

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ВЗРЫВОВ В ТУПИКОВОЙ ВЫРАБОТКЕ УГОЛЬНОЙ ШАХТЫ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ

Спиваковский А.В.
Донецкий государственный технический университет.
pm@cld.dgtu.donetsk.ua

In a paper the exposition of a mathematical model is given which describes origin of explosion in deadlock development of a colliery. The model is developed with application of the theory of finite chains Markov.

Взрыв, который случайно появляется в тупиковой выработке – это сложное событие. Его можно рассматривать как случайный процесс совпадения в пространстве и времени конечного числа независимых простых случайных событий, имеющих различную частоту появления и длительность существования.
Анализ всех возможных ситуаций, приводящих ко взрыву в тупиковой выработке показал, что максимальное число событий, формирующих его в тупиковой выработке, равно пяти.

Рассмотрим систему, состоящую из пяти элементов: $x_1, x_2, \ldots, x_5$. Пусть состояние каждого из них описывается случайным марковским процессом $\chi_k(t)$, $k = \overline{1,5}$, с двумя состояниями: 0 – безопасное, 1 – опасное. Обозначим через λ_k и μ_k параметры рассматриваемых процессов.

Величина λ_k характеризует интенсивность или скорость, с которой безопасные промежутки времени сменяются на опасные, а μ_k – частоту или скорость смены опасных промежутков времени на безопасные. Параметры λ_k и μ_k определяются при обработке статистических данных. Взрыв в тупиковой выработке наступает в момент случайной встречи рассматриваемых процессов $\chi_k(t)$ в состоянии, когда $\chi_1(t) = 1$; $\chi_2(t) = 1$; $\chi_3(t) = 1$; $\chi_4(t) = 1$; $\chi_5(t) = 1$; (рис.1). Задача состоит в том, чтобы, зная параметры процессов λ_1, μ_1; λ_2, μ_2; λ_3, μ_3; λ_4, μ_4; λ_5, μ_5, определить среднее время до первого взрыва τ_1, дисперсию этого времени σ_1^2, зависимость вероятности нахождения системы в каждом из состояний от времени $p_i(t)$, $i = \overline{1,31}$ и функцию распределения интервалов времени до первого взрыва $F_1(t)$, при условии, что в начале процесса все элементы находились в безопасном состоянии.

Для решения поставленной задачи выразим значения τ_1, σ_1^2, $F_1(t)$ через параметры известных процессов $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$, $\chi_3(t)$, $\chi_4(t)$, $\chi_5(t)$. Для этого совокупность этих процессов рассмотрим как процесс Маркова с $2^5 = 32$ дискретными состояниями и непрерывным временем.

Система в любой момент времени *t* может находится в одном из конечного множества состояний:

$$E\{e_1(0,0,0,0,0), e_2(1,0,0,0,0), \ldots, e_{32}(1,1,1,1,1)\}.$$

При случайном попадании системы в состояние $e_{32}(1,1,1,1,1)$ происходит взрыв в тупиковой выработке (рис. 1).

Этот процесс полностью описывается матрицей интенсивностей переходов $\mathbf{P_5}$ (1) (см. ниже).

Все искомые параметры процесса найдем из системы уравнений, записанной в матричной форме:

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{P}(t) \cdot \mathbf{A}, \tag{2}$$

решаемой при начальных условиях: $P_1(0) = 1, P_2(0) = 0, P_3(0) = 0, \ldots, P_{32}(0) = 0$.

Значения τ_1 и σ_1^2 находятся из систем уравнений [1]:

$$\tau = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \cdot \xi; \tag{3}$$

$$\sigma^2 = (2 \cdot \mathbf{N} - \mathbf{I}) \cdot \tau - \tau_{sq}, \tag{4}$$

где

$\mathbf{A = (P\text{-}I)}$; $\dot{\mathbf{P}}(t) = \left[\dot{\mathbf{P}}(t)_i\right]_{i=1}^{2^n-1}$, $\mathbf{P}(t) = \left[\mathbf{P}(t)_i\right]_{i=1}^{2^n-1}$ – вектор-строки;

$\mathbf{N} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}$ – фундаментальная матрица; $\mathbf{Q}$ –получается из матрицы интенсивностей переходов $\mathbf{P}$, исключением из нее поглощающего состояния (последняя строка и последний столбец); ξ – вектор-столбец, у которого все элементы равны 1; $\tau = \left[\tau_i\right]_{i=1}^{31}$, $\sigma = \left[\sigma_i\right]_{i=1}^{31}$,

$\tau_{\mathbf{sq}} = \left[\tau_i^2\right]_{i=1}^{31}$ – вектор-столбцы.

$$\mathbf{P}_5 = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \Delta_4 & \begin{matrix}\lambda_5 & & & 0\\ & \lambda_5 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_5\end{matrix} & \begin{matrix}0\\ \vdots\\ 0\\ \lambda_2\\ \lambda_1\\ \lambda_3\\ \lambda_4\end{matrix} & \begin{matrix}0\\ \vdots\\ \vdots\end{matrix} \\ \hline \begin{matrix}\mu_5 & & & 0\\ & \mu_5 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \mu_5\end{matrix} & \Delta_4^1 & \begin{matrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{matrix} & \begin{matrix}\vdots\\ 0\\ \lambda_2\\ \lambda_1\\ \lambda_3\\ \lambda_4\\ \lambda_5\end{matrix} \\ \hline 0\,0\ldots0\quad \mu_2\mu_1\mu_3\mu_4 & 0\,0\ldots\ldots0 & C_{31} & \\ \hline 0\,0\ldots\ldots0 & 0\,0\ldots\ldots0 & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad (1)$$

При выполнении условия:

$$\tau_1 \approx \sigma_1, \qquad (5)$$

(свойство экспоненциального распределения) функции распределения времени до первой катастрофы, если в начальный момент времени система находилась в состоянии e_1, можно представить в виде:

$$F_1(t) = 1 - e^{(-1/\tau_1)}, \qquad (6)$$

а интенсивность взрывов определяется следующим образом:

$$H_j^{(\mathrm{T})} = 1/\tau_1 \qquad (7)$$

В общем случае, когда условие (5) не выполняется, то $F_1(t)$ находим:

$$F_1(t) = 1 - \sum_{i=1}^{31} p_i(t), \qquad (8)$$

где $p_i(t)$ – находится из системы уравнений (2).

Если выполняется условие (5) и кроме этого $\overline{d}_i >> d_i, i = \overline{1,5}$; $d_5 << d_i, i = \overline{1,4}$, то обозначив $\overline{d}_i = \dfrac{1}{\lambda_i}$; $d_i = \dfrac{1}{\mu_i}$, где $\overline{d}_i$, d_i – средние интервалы времени нахождения i-го элемента в безопасном и опасном состоянии соответственно, интенсивность взрывов можно определить из формулы:

$$H_j \approx \frac{\prod_{k=1}^{4} d_k}{\prod_{k=1}^{5} \overline{d}_k} \qquad (9)$$

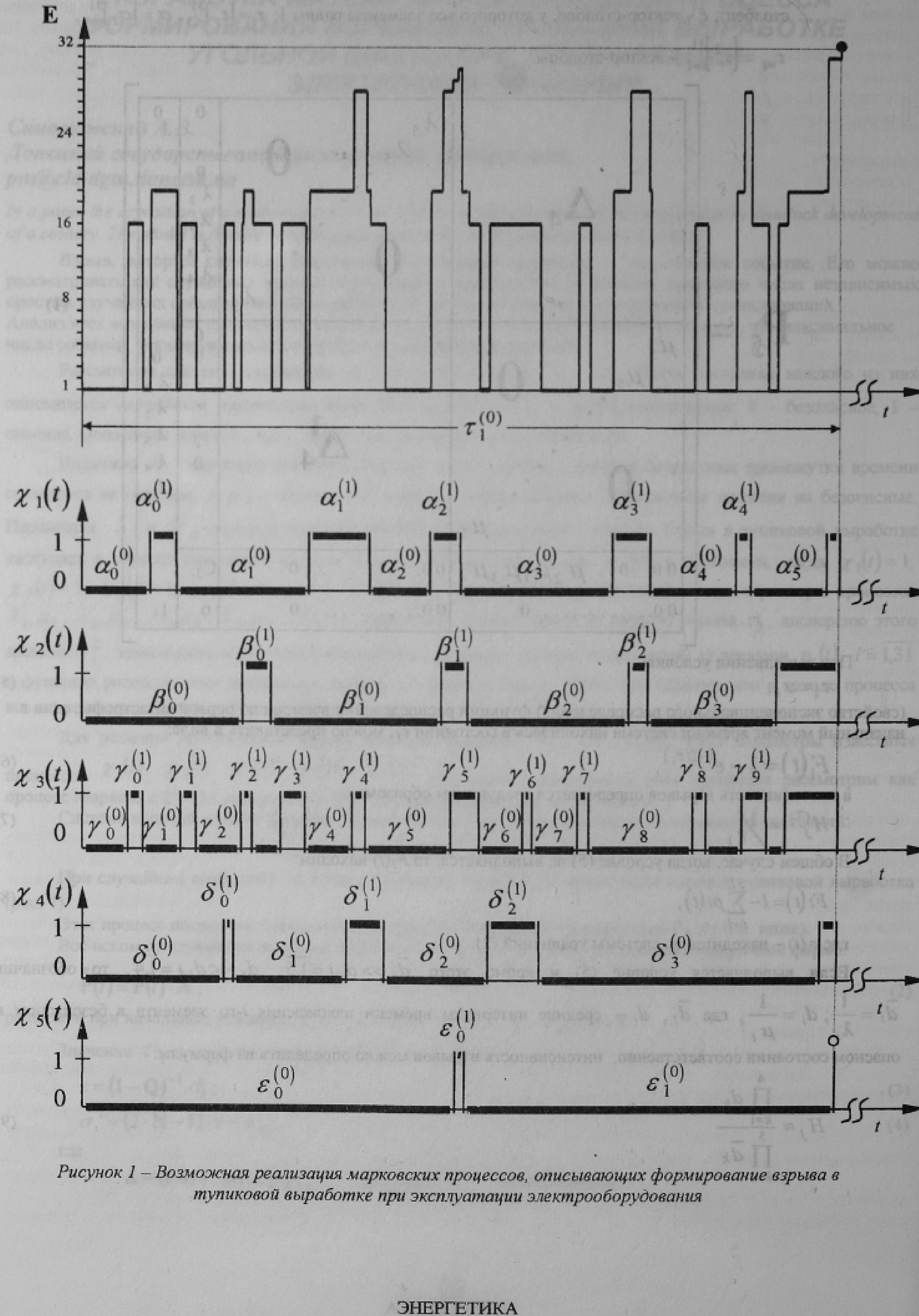

Рисунок 1 – Возможная реализация марковских процессов, описывающих формирование взрыва в тупиковой выработке при эксплуатации электрооборудования

В том случае, если заданы интервалы времени между проверками элементов $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4$, тогда среднее время нахождения их в необнаруженном опасном состоянии d_1, d_2, d_3, d_4 найдем пользуясь формулой [2]:

$$d_i = \Theta_i - \overline{d}_i \left(1 - e^{\left(-\frac{\Theta_i}{\overline{d}_i} \right)} \right); \tag{10}$$

В тех случаях, когда: $\dfrac{\Theta_i}{\overline{d}_i} < 0{,}1$; формула (11) примет вид:

$$d_i = \frac{\Theta_i^2}{2 \cdot \overline{d}_i}; \tag{11}$$

Подставляя формулу (10) в формулу (9), H можно представить следующим образом:

$$H = \frac{\prod_{i=1}^{4} \Theta_i^2}{16 \cdot \overline{d}_5 \cdot \prod_{i=1}^{4} \left(\overline{d}_i \right)^2}, \tag{12}$$

где $\overline{d}_i$, d_i – средний интервал времени между появлениями i-го события и средняя длительность его существования; Θ_i – интервал времени между проверками i-го элемента ($i = \overline{1,4}$).

$\overline{d}_5$, d_5 – средний интервал времени между появлениями опасного в отношении взрыва экзогенного источника и средняя длительность его существования.

Выводы.

Матрица (1), системы уравнений (2), (3), (4) и формулы (9)-(12) позволяют прогнозировать уровень взрывобезопасности выработок, поэтому они были положены в основу разработки методики оценки взрывобезопасности тупиковой выработки угольных шахт.

Автор благодарит научного руководителя доктора технических наук, профессора Ковалева Александра Петровича за постановку задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалев А.П. О проблемах оценки безопасности электротехнических объектов// Электричество,- 1991.- №8.-С. 50-55.
2. Ковалев А.П., Шевченко А.В., Белоусенко И.В. Оценка пожарной безопасности передвижных трансформаторных подстанций 110/35/5 кВ. // Промышленная энергетика.-- 1991.- №6. - С. 28-31.