

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**к лабораторным работам**  
**по программированию на языке Паскаль**

**часть 1**

(для студентов специальности 6.050102  
“Компьютерная инженерия”  
дневной формы обучения)

**Рассмотрено**  
на заседании кафедры КИ  
Протокол № 1  
от 31 августа 2010 г.

**Утверждено**  
на заседании учебно-  
издательского совета ДонНТУ  
Протокол № 4  
от 07 октября 2010 г.

Донецк ДонНТУ 2010

УДК 681.3(07)

Методические указания к лабораторным работам по программированию на языке Паскаль, часть 1 (для студентов специальности 6.050102 “Компьютерная инженерия” дневной формы обучения). Составители: В.И. Назаренко, О.Ю.Чередникова, К.Б.Юсупова. – Донецк: ДонНТУ, 2010. - 75 с.

Приведены методические указания к трем работам, которые входят в цикл лабораторных работ по программированию на языке Паскаль. В первой части цикла рассматриваются темы: "Программирование разветвляющихся процессов", "Организация итерационных циклов", "Обработка одномерных массивов". Для работы №1 приведено 128 заданий, для работ №2 и №3 - по 100 заданий. Материал пособия содержит также общие методические указания, направленные на формирование у студентов современного стиля программирования.

Составители:                    доц. Назаренко В.И.  
    асс. Чередникова О.Ю.  
    асс. Юсупова К.Б.

Ответственный                проф. Святный В.А.  
за выпуск

Рецензент                        доц. Федяев О.И.

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Цикл лабораторных работ по программированию на языке Турбо Паскаль предназначен для приобретения практических навыков алгоритмизации инженерно-технических задач и их программной реализации. Последовательность выполнения задач построена по принципу возрастающей сложности и постепенного использования в программах языковых средств, которые рассматриваются в лекционном курсе программирования. Конкретные рекомендации по выполнению лабораторных работ приведены в методических указаниях к каждой работе.

В общих методических указаниях рассматриваются основные требования, связанные с формированием у студентов правильного стиля программирования.

Основным принципом в проектировании программ является следующий: программа составляется прежде всего для человека, а не для машины. В связи с этим в тексте программы обязательно должны содержаться средства, которые облегчают ее понимание и улучшают ее читабельность.

Специальных стандартов на тексты программ не существует. Тем не менее профессиональные программисты при написании текста программы придерживаются определенных правил, направленных на соблюдение приведенного выше принципа программирования.

При разработке программы, которая реализует задание по лабораторной работе, обязательным по отношению к тексту программы является выполнение приведенных ниже основных требований.

1. Заголовки программы и каждого раздела (**Program**, **Label**, **Const**, **Type**, **Var**, **Begin** раздела операторов), а также фразу **Uses** и заголовки процедур и функций начинать с первой позиции строки.

2. Разделы описаний, как правило, располагать в порядке, предусмотренном стандартным языком Паскаль: **Label**, **Const**, **Type**, **Var**, описание процедур и функций.

3. Каждое слово **Begin** начинать с новой строки.

4. Каждое слово **End** записывать с новой строки точно с той позиции, с которой начинается относящееся к нему слово: **Begin**, **Case** или **Record**.

5. Текст программы между словами **Begin** и **End**, **Case** и **End**, **Record** и **End** должен быть сдвинут на один отступ вправо. Отступ равен двум позициям строки.

6. Текст программы после слов **do**, **then**, **else** должен начинаться с новой строки и быть сдвинут на один отступ вправо по отношению к началу предшествующей строки.

7. Каждое слово **Else** должно быть расположено под тем словом **If**, к которому оно относится.

8. После заголовка процедуры или функции приводить в комментарии краткое описание работы, которую она выполняет.

9. Длинные тексты программы разделять комментариями на фрагменты. В комментарии сжато описывать работу фрагмента.

10. Процедуры и функции отделять одну от другой пунктирной линией, взятой в комментарий.

11. После слова **End** завершающего блока процедуры или функции в комментарии указывать имя данной процедуры или функции.

12. После объявления имени переменной, как правило, описывать в комментарии ее назначение.

13. В качестве символов комментария использовать только фигурные скобки.

14. Имена элементов программы (переменные, массивы и др.) записывать, как правило, с прописной буквы.

15. Имена переменных в программе в общем случае не должны отличаться от обозначений, принятых в постановке задачи.

16. Отдельные части имени, которое состоит из нескольких слов, выделять прописными буквами (например, `FromStringToNumber`).

17. Длина строки программы не должна превышать 68 символов (для печати текста программы стандартным шрифтом на бумаге формата А4).

18. Оператор **Goto** разрешается применять в программе в двух случаях:

- для принудительного выхода из цикла (можно заменить оператором **Break**);
- для перехода к отдаленному фрагменту программы.

Абсолютно недопустимо использовать оператор **Goto** для перехода снизу вверх в программе.

Если с помощью оператора **Goto** происходит переход на конец процедуры или функции, то его целесообразно заменить оператором **Exit**.

19. В программе вместо значений констант использовать, как правило, имена констант.

20. В разделе описания переменных, как правило, использовать имена типов, а не описания типов. Например, вместо описания

```
Var A : array[1..100] of string[40];
```

целесообразно использовать такую конструкцию:

```
Const Nmax = 100;  
Type string40 = string[40];  
Ar = array[1..Nmax] of string40;  
Var A : Ar;
```

Последнее требование связано в основном с тем, что в большой программе любая переменная может быть использована где-нибудь как фактический параметр при обращении к процедуре, а при таком обращении всегда требуется совпадение имени типа формального и фактического параметров.

21. Следует избегать различных программных "трюков", затрудняющих понимание программы.

Например, трудно понять работу такого фрагмента:

```
Var x,y,z,w : real;  
.....  
If x>y then  
    w:=0  
Else  
    w:=y-x;  
    z:=x+w;
```

Оказывается, это вычисление значения, равного большему из двух чисел:  $x$  и  $y$ .

*Второй пример.*

Для обмена значений двух переменных иногда записывают:

```
x:=x-y; y:=x+y; x:=y-x;
```

вместо более ясной схемы обмена "по треугольнику":

```
z:=x; x:=y; y:=z .
```

Экономия одной переменной, что имеет место в первом варианте обмена, не оправдывает снижение читабельности программы. К тому же первый вариант требует больше машинного времени для своего выполнения.

Программирование в соответствии с приведенными выше правилами часто именуется структурным программированием, а написанную в таком стиле программу называют структурированной.

В методических указаниях к каждой лабораторной работе приведены примеры ее реализации; программные тексты примеров наглядно иллюстрируют выполнение перечисленных выше требований.

Тексты методических указаний размещаются не только в изданных печатным способом пособиях, они записаны также на компьютерах дисплейного класса. Студентам рекомендуется переписать тексты методических указаний на дискету и использовать в дальнейшем программные примеры, которые содержатся в них, как основу для разработки своего варианта выполнения лабораторной работы. Прежде всего эта рекомендация относится к сервисным процедурам и функциям. Включение их в свою программу путем копирования файла по крайней мере экономит время, которое нерационально расходуется при наборе этих процедур с клавиатуры.

## **Лабораторная работа № 1**

### **ПРОГРАММИРОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЯЮЩИХСЯ ПРОЦЕССОВ**

#### **Методические указания**

Цель работы - практически освоить методы организации разветвляющихся вычислительных процессов и решения задач этого типа на языке Турбо Паскаль.

Для каждого приведенного ниже задания необходимо составить программу, которая предусматривает:

- работу с пользователем в режиме диалога;
- ввод с клавиатуры координат точки (x, y);
- вывод на экран ответа о принадлежности точки заданной фигуре.

Для формирования задания по лабораторной работе используются таблицы 1.1 и 1.2, из которых по номеру своего варианта, данного преподавателем, выбираются два номера фигуры - два числа, записанные в верхней и правой рамках. Например, для варианта 11 из таблицы 1.2 получаем числа 19 и 27, которые определяют номера геометрических фигур на рис.1.3 и 1.4. Тогда из двух половинок геометрических фигур, изображенных на рис. 1.1 - 1.4, составляется одна фигура, которая и является условием задачи в лабораторной работе № 1. В соответствии с этим условием нужно разработать программу, которая в режиме диалога будет запрашивать у пользователя координаты произвольной точки и выдавать на экран сообщение о принадлежности этой точки заданной фигуре.

В среде программистов существует мнение, что каждая программа содержит по крайней мере одну ошибку. Не является исключением в этом отношении и программа, составленная студентом по заданию к лабораторной работе № 1.

Ошибки в программе разделяют на синтаксические и семантические. Синтаксические ошибки обнаруживает компилятор. При этом процесс трансляции программы прерывается, на экран выводится сообщение о типе ошибки, а курсор указывает на ее местоположение. Поиск и устранение семантических ошибок производится в процессе отладки программы. По отношению к рассматриваемой задаче отладку рекомендуется выполнять в такой последовательности.

1) Последовательно задать координаты точек, которые не принадлежат рассматриваемой фигуре (по одной точке в каждой внутренней области не принадлежности и по одной точке в каждом квадранте за внешними границами фигуры).

Таблица 1.1

Номера фигур							
1	2	3	4	5	6	7	8
1	17	31	43	53	61	67	71
73	2	18	32	44	54	62	68
87	74	3	19	33	45	55	63
99	88	75	4	20	34	46	56
109	100	89	76	5	21	35	47
117	110	101	90	77	6	22	36
123	118	111	102	91	78	7	23
127	124	119	112	103	92	79	8

Номера вариантов

9
10
11
12
13
14
15
16

Таблица 1.2

Номера фигур							
17	18	19	20	21	22	23	24
9	24	37	48	57	64	69	72
80	10	25	38	49	58	65	70
93	81	11	26	39	50	59	66
104	94	82	12	27	40	51	60
113	105	95	83	13	28	41	52
120	114	106	96	84	14	29	42
125	121	115	107	97	85	15	30
128	126	122	116	108	98	86	16

Номера вариантов

25
26
27
28
29
30
31
32

2) Последовательно задать по одной точке на каждой линии, которая определяет границы фигуры, как внешние, так и внутренние. При этом должно быть выполнено одно из двух условий: все границы входят или не входят в состав фигуры.

3) В каждом квадранте задать по одной точке, которая явным образом принадлежит рассматриваемой фигуре.

*Примечание.* Не всегда удается выполнить второй пункт, используя описанную выше методику решения задачи. Это связано со следующим.

Координаты точек и коэффициенты уравнений, описывающих заданную фигуру, – это вещественные числа. Эти числа в памяти компьютера представлены, как правило, приближенно. Например, десятичное число 0,2 в двоичном представлении – это бесконечная дробь  $0,001100110011\dots = 0,(0011)$ . В машинном изображении отбрасывается некоторое количество двоичных цифр, в результате чего получаем число, несколько меньшее по сравнению с точным значением 0,2.

Представим, что с клавиатуры введена координата 5,0. Ей на машинном уровне может соответствовать число 4,9999..99 или 5,000..001. Тогда при сравнении вместо ответа «числа равны» мы получим «машинное число больше» или «машинное число меньше». По отношению к задаче по лабораторной работе №1 это может привести к тому, что для большинства границ фигуры мы получаем ответ, что они принадлежат этой фигуре, а для одной или двух границ получаем сообщение об их непринадлежности.

Правильные результаты могут быть получены, если вещественные числа сравнивать с учетом возможной погрешности их машинного представления. Например, можно считать, что два числа  $a$  и  $b$  равны друг другу, если модуль их разницы меньше некоторого малого числа  $\varepsilon$  (например, 0.001), то есть  $a = b$ , если  $|a - b| \leq \varepsilon$ . Однако сравнение вещественных чисел рассматривается лишь в лабораторной работе № 3, поэтому при выполнении лабораторной работы № 1 будет считаться допустимым нарушение второго пункта в одной или двух границах фигуры.

### Отчет по лабораторной работе №1

В отчете по лабораторной работе необходимо привести:

- титульный лист;
- номер варианта, номера половинок фигуры;
- рисунок фигуры с уравнениями составляющих ее линий;
- условия принадлежности или непринадлежности точки заданной фигуре;
- текст программы,
- вывод о работе программы, в частности о принадлежности данной фигуре точек, расположенных на ее границах.

Текст программы должен быть отпечатан на принтере с помощью компилятора языка Турбо Паскаль. Если по какой-либо причине для этого используется система Word, то печать программы нужно выполнять шрифтом Courier New, в котором все символы имеют одинаковую ширину (это сохраняет структурированность программы). Для остальных разделов отчета рекомендуется использовать шрифт Times New Roman, а для математических обозначений и формул целесообразно применять редактор формул.

### Пример выполнения задания

Условие задачи: вариант 128.

Из таблицы 1.2 выбираем номера половинок фигур: 17 и 32. Из них составляем полную фигуру, показанную на рис.1.5.

Записываем уравнения всех линий, которые ограничивают фигуру.

Для каждого квадранта выписываем условия, при которых точка с координатами  $(x, y)$  попадает в закрашенную область, включая в состав этой области ее границы.

Первый квадрант ( $x > 0$  и  $y \geq 0$ ):

$$y \leq -1.6x + 16$$

$$\text{и } (x - 6)^2 + y^2 \geq 4, \text{ если } 4 \leq x \leq 8,$$

$$\text{и } y \geq 8 \text{ или } y \leq 4, \text{ если } x \leq 2.$$

Второй квадрант ( $x \leq 0$  и  $y > 0$ ):

$$y \leq 0.9x + 9$$

$$\text{и } (x + 6)^2 + y^2 \geq 4, \text{ если } -8 \leq x \leq -4.$$

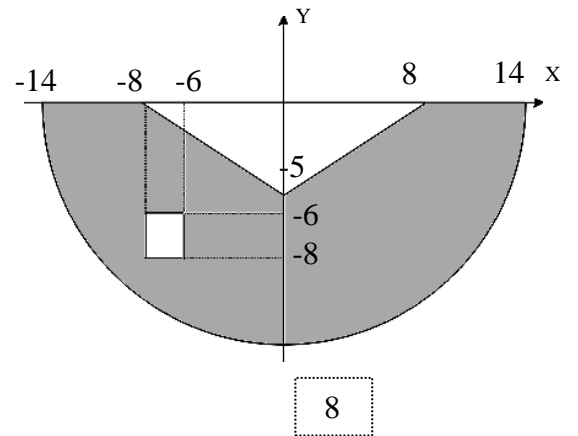
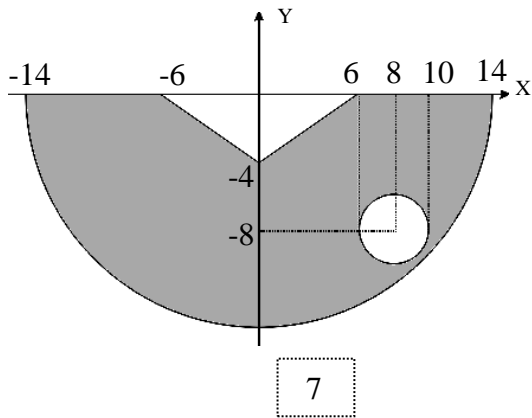
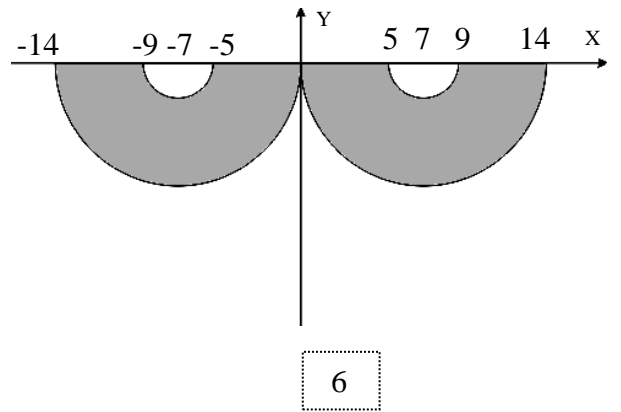
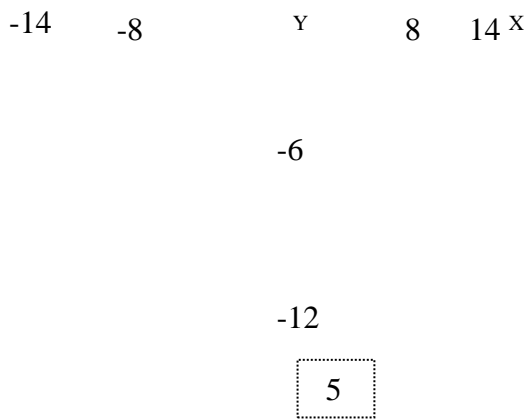
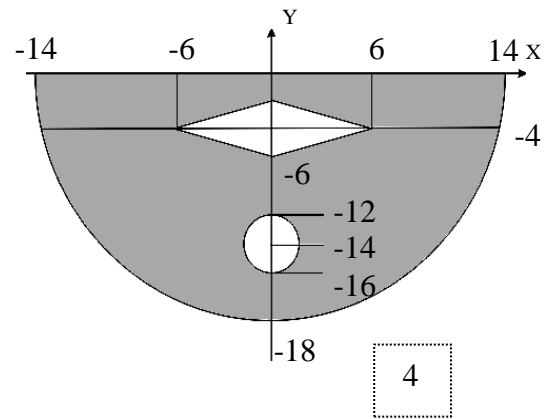
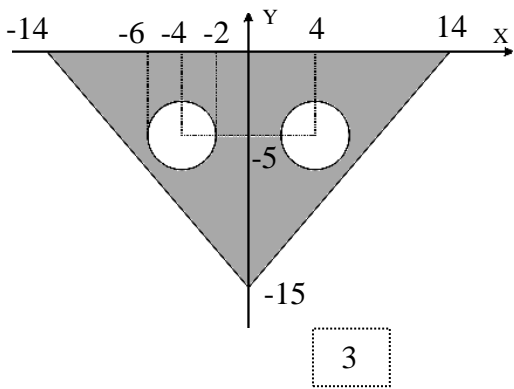
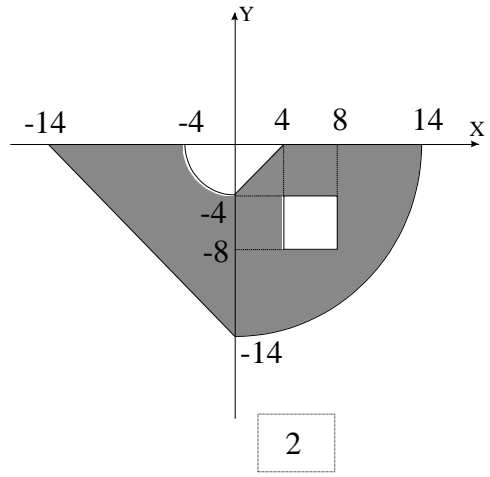
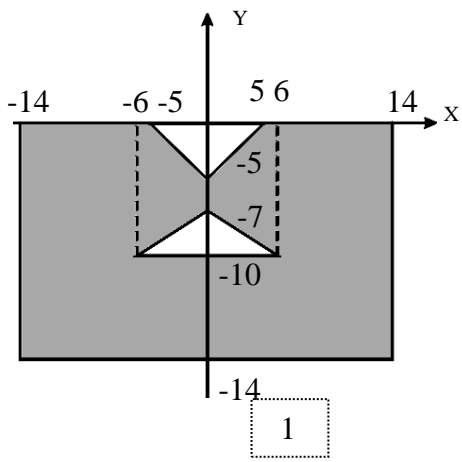
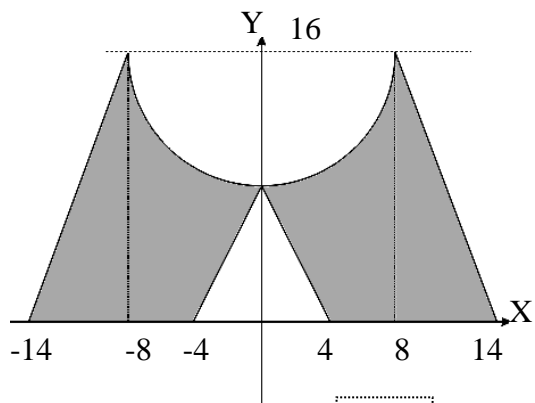
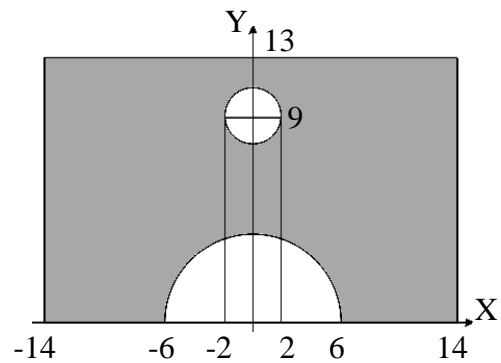


Рисунок 1.1

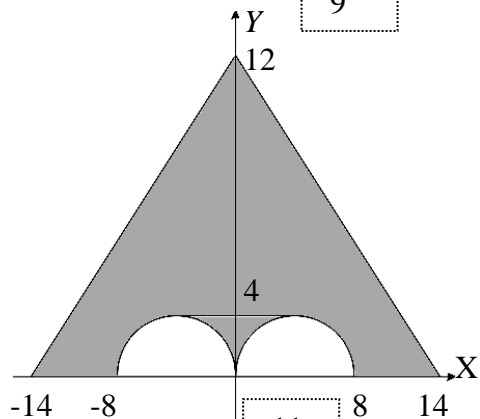




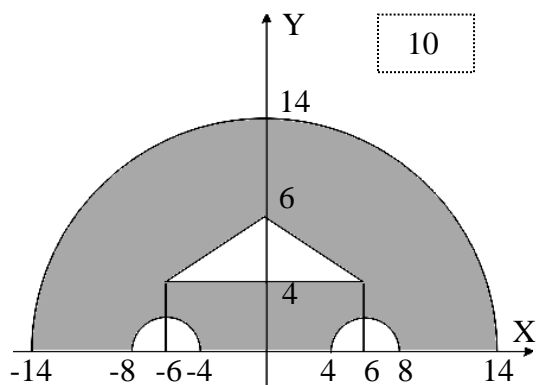
9



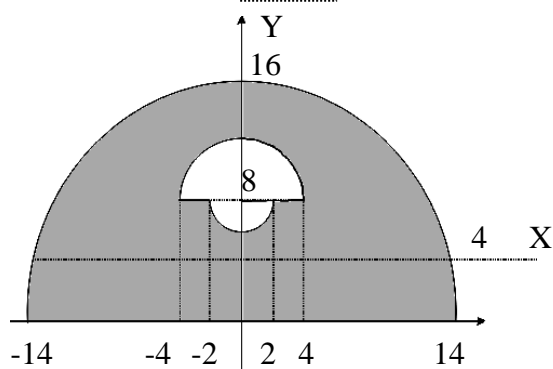
10



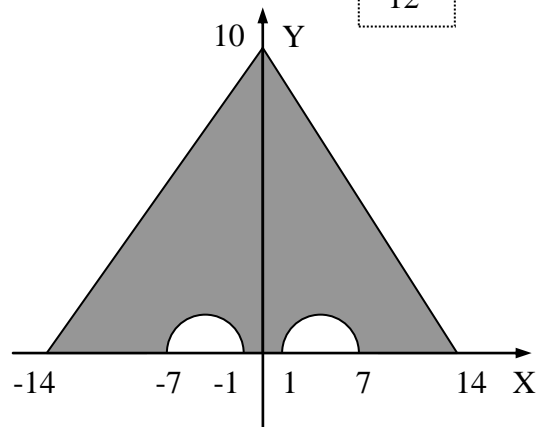
11



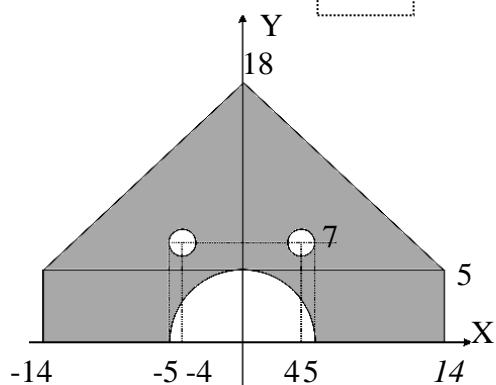
12



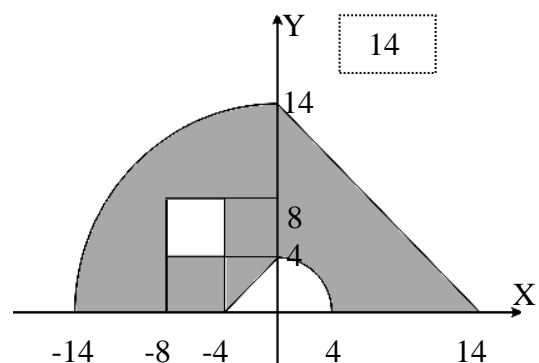
13



14



15



16

Рисунок 1.2.

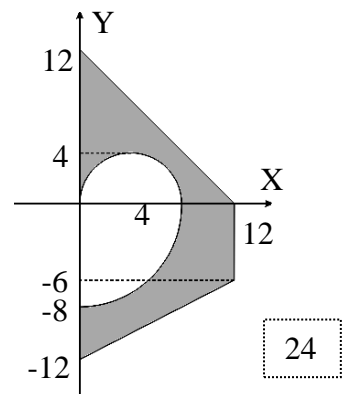
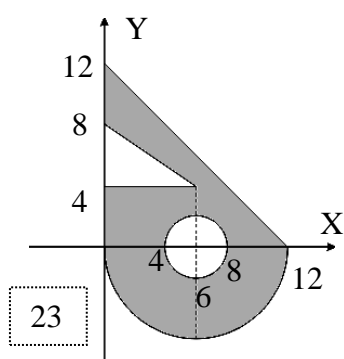
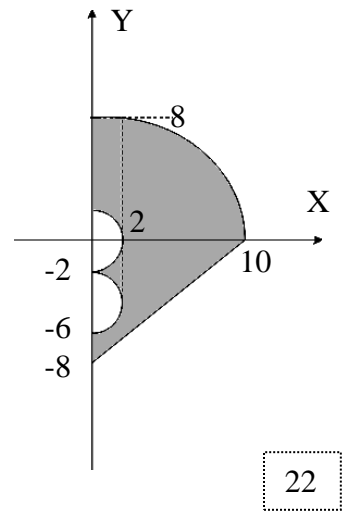
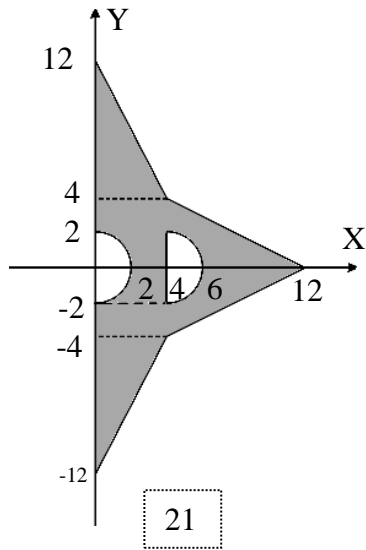
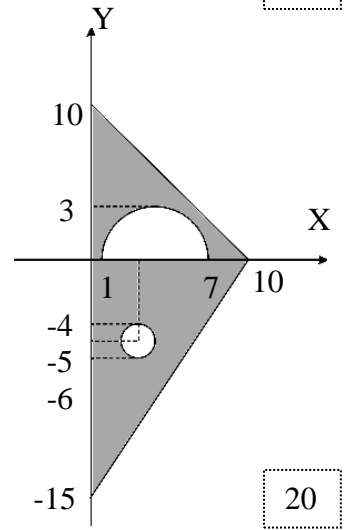
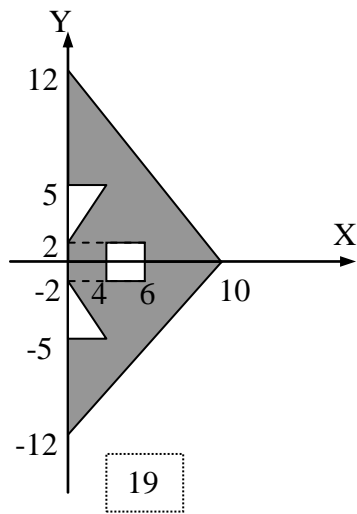
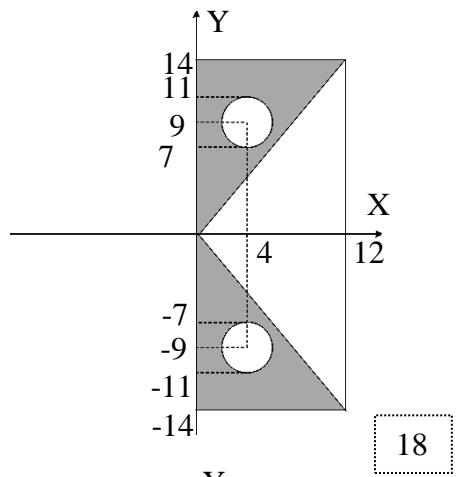
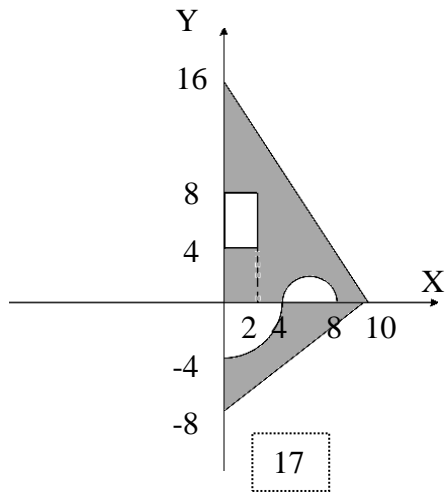


Рисунок 1.3.

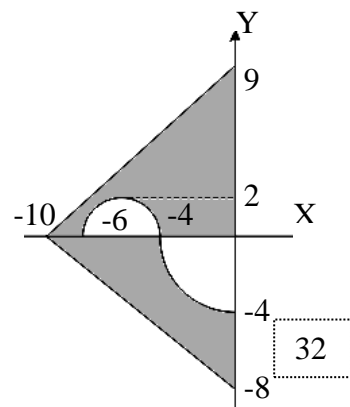
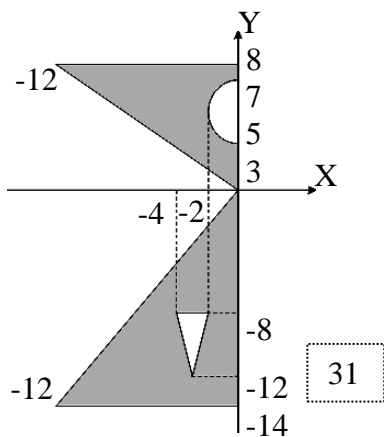
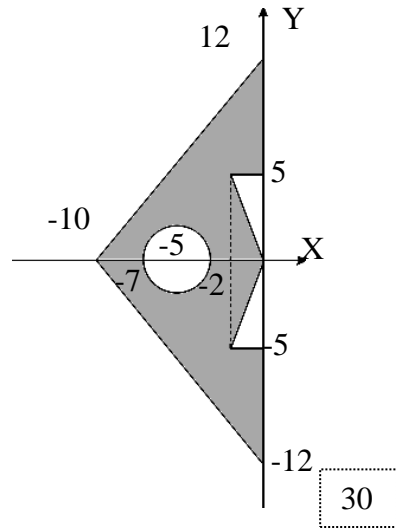
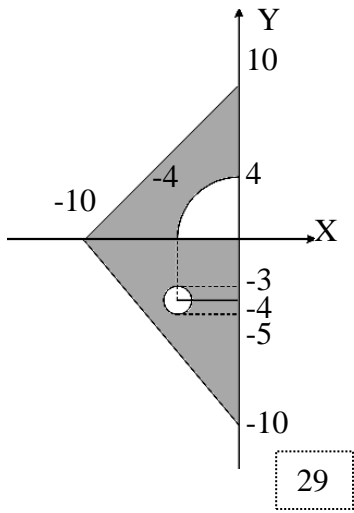
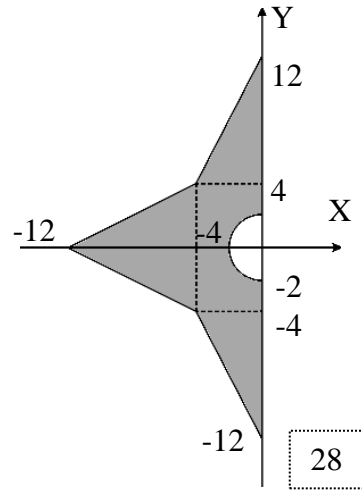
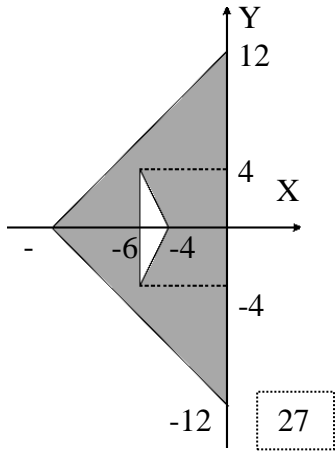
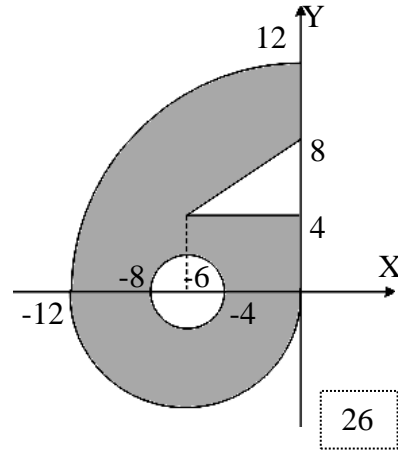
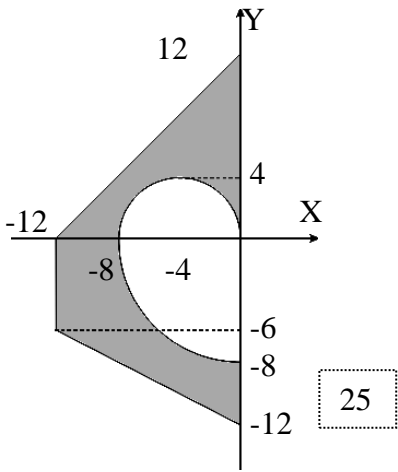


Рисунок 1.4.

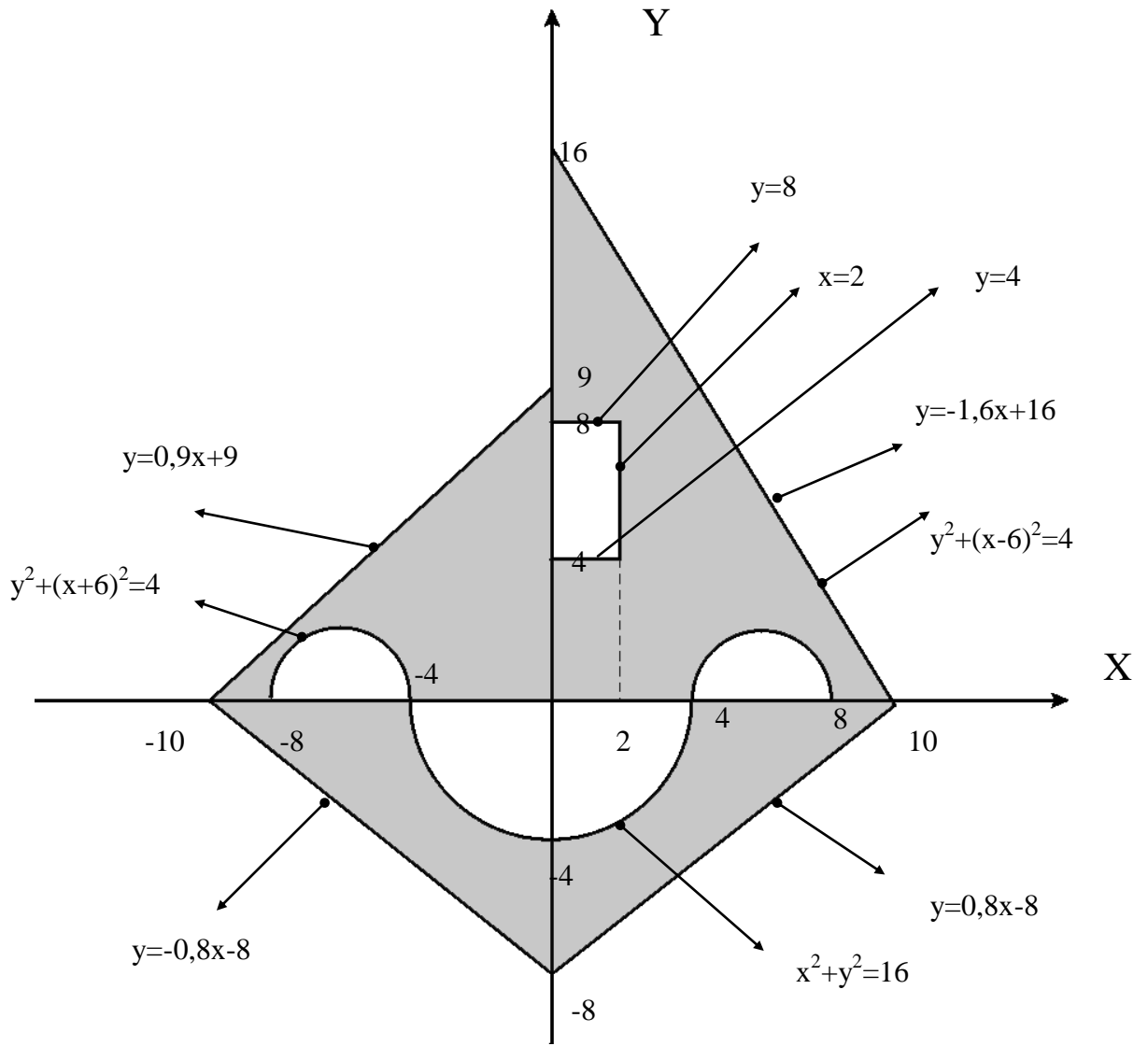


Рисунок 1.5

При решении задачи нужно учитывать, что части фигуры могут быть симметричны относительно оси  $OX$  или  $OY$ , при этом появляется возможность объединить описание условий для двух смежных квадрантов. В данной задаче части фигуры, расположенные в третьем и четвертом квадрантах, симметричны относительно оси  $OY$ .

Третий и четвертый квадранты ( $y \leq 0$ ):

$$y \geq 0.8|x| - 8$$

$$\text{и } x^2 + y^2 \geq 16, \text{ если } |x| \leq 4.$$

При разработке программы зачастую проще реализовать условия непринадлежности точки заданной фигуре, чем условия принадлежности. Поэтому в качестве второго варианта логического описания запишем условия непринадлежности. При этом, как и ранее, будем считать, что точки, которые лежат на границах фигуры, принадлежат самой фигуре.

Первый квадрант ( $x > 0$  и  $y \geq 0$ ):

$$y > -1.6x + 16$$

или  $(x-6)^2 + y^2 < 4$ , если  $4 \leq x \leq 8$ ,  
или  $y < 8$  или  $y > 4$ , если  $x \leq 2$ .

Второй квадрант ( $x \leq 0$  и  $y > 0$ ):

$y > 0.9x + 9$

или  $(x+6)^2 + y^2 < 4$ , если  $-8 \leq x \leq -4$ .

Третий и четвертый квадранты ( $y \leq 0$ ):

$y < 0.8|x| - 8$

или  $x^2 + y^2 < 16$ , если  $|x| \leq 4$ .

Ниже приведен текст программы, реализующей условия непринадлежности.

```
Program Labor1;  
Uses Crt;  
Var x,y : real;      { координаты точки на плоскости }  
     ch : char;      { символ нажатой клавиши }  
     Next,          { признак ввода следующей точки }  
     Cond : boolean; { признак принадлежности точки }  
                     { фигуре }  
Begin  
  Repeat  
    ClrScr;  
    Writeln('Введите координаты точки x,y');  
    Read(x,y);  
    Writeln('x = ',x:5:1,' y = ',y:5:1);  
    Cond:=true;  
    If (x>0) and (y>=0) then      { Первый квадрант }  
      Begin  
        If y>-1.6*x+16 then  
          Cond:=false;  
        If (x>=4) and (x<=8) and (sqr(y)+sqr(x-6)<4) then  
          Cond:=false;  
        If (x<=2) and (y<8) and (y>4) then  
          Cond:=false;  
      End  
    Else  
      If (x<=0) and (y>0) then    { Второй квадрант }  
        Begin  
          If y>0.9*x+9 then  
            Cond:=false;  
          If (x>=-8) and (x<=4) and (sqr(y)+sqr(x+6)<4) then  
            Cond:=false;  
        End  
      Else          { Третий и четвертый квадранты }  
        Begin  
          If y<0.8*abs(x)-8 then  
            Cond:=false;  
          If (abs(x)<=4) and (sqr(x)+sqr(y)<16) then  
            Cond:=false;  
        End  
  Until Cond = false;  
End
```

```

    End;
  If Cond then
    Writeln('Точка принадлежит фигуре')
  Else
    Writeln('Точка не принадлежит фигуре');
    Writeln('Продолжить ввод координат (Y/N) ?');
  Repeat
    ch:=ReadKey;
    ch:=UpCase(ch);
    If ch='Y' then
      Next:=true
    Else
      If ch='N' then
        Next:=false;
  Until (ch='Y') or (ch='N');
Until not Next;
End.

```

Комментарии к программе Labor1.

1. Фраза "**Uses** Crt" означает, что в программе используется стандартный модуль Crt, в котором содержатся процедуры и функции для работы с экраном и клавиатурой. В программе Labor1 такими процедурами и функциями являются ClrScr и ReadKey.

Процедура ClrScr (сокращение слов Cleaner Screen) выполняет очистку экрана, функция ReadKey - чтение символа нажатой клавиши.

2. Булевская переменная Next используется для управления циклом повторения работы программы. В программе Labor1 считается, что значение Next = true является признаком ввода и анализа координат очередной точки, а значение Next = false - это признак окончания работы программы. Оператор цикла

```

Repeat
. . . . .
Until not Next;

```

работает до тех пор, пока переменная Next не приобретет значение false (в этом случае **not** Next = true).

3. Диалог с пользователем о необходимости продолжения или завершения работы программы реализуется циклом

```

Repeat
. . . . .
Until (ch='Y') or (ch='N');

```

После запроса программы пользователь должен нажать клавишу 'Y' ('Yes') или 'N' ('No'). Символ нажатой клавиши присваивается переменной ch. Функция UpCase выполняет преобразование строчной латинской буквы в прописную, что обеспечивает независимость ответа пользователя от состояния регистра (верхний или нижний). Цикл Repeat продолжает свою работу до тех пор, пока не будет нажата клавиша 'Y' или клавиша 'N', игнорируя при этом нажатие любых других клавиш.

4. Булевская переменная Cond используется для формирования признака принадлежности координат введенной точки заданной фигуре. После ввода координат переменной Cond присваивается значение true, что является признаком принадлежности. Если при анализе значений координат x и y будет обнаружено

выполнение какого-либо условия непринадлежности, то эта переменная получает значение false.

5. Нетрудно заметить, что на рисунках 1.1 .. 1.5 для отрисовки геометрических фигур используются лишь прямые и окружности.

Вывод уравнения прямой рекомендуется выполнять в общем виде по координатам двух точек  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  отрезка, принадлежащего данной прямой:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Пусть мы имеем две точки:  $(1, 5)$  и  $(3, 7)$ . Тогда

$$\frac{y - 5}{7 - 5} = \frac{x - 1}{3 - 1}; \quad \frac{y - 5}{2} = \frac{x - 1}{-2}; \quad y - 5 = \frac{2(x - 1)}{-2};$$
$$y - 5 = -x + 1; \quad y = -x + 6$$

Уравнение окружности:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2,$$

где  $(x_c, y_c)$  — координаты центра тяжести;

$R$  — радиус окружности.

## Лабораторная работа №2

### ОРГАНИЗАЦИЯ ИТЕРАЦИОННЫХ ЦИКЛОВ

#### Методические указания

Цель работы - освоить методику программной реализации задач, которые используют итерационные алгоритмы метода последовательных приближений.

Итерационным называется вычислительный процесс, в котором для определения последующего, более точного значения функции используется ее предыдущее значение; при этом реализуется метод последовательных приближений. Характерным свойством итерационного цикла является то, что для него нельзя заранее указать количество повторений цикла. Это количество зависит от конкретных значений исходных данных и во многих случаях от требуемой точности вычислений.

Рассмотрим три частных случая итерационных вычислительных процессов.

1. Итерационная формула Ньютона для функции  $y = \sqrt{x}$ :

$$y_{n+1} = \frac{1}{2} \left( y_n + \frac{x}{y_n} \right).$$

Начальное значение  $y_0 = x$ .

Пусть  $x = 16$ . Тогда

$$y_0 = 16;$$
$$y_1 = 0.5(16 + 16/16) = 8.5;$$
$$y_2 = 0.5(8.5 + 16/8.5) = 5.1911765;$$
$$y_3 = 0.5(5.1911765 + 16/5.1911765) = 4.1366647;$$
$$y_4 = 0.5(4.1366647 + 16/4.1366647) = 4.0022575;$$
$$y_5 = 0.5(4.0022575 + 16/4.0022575) = 4.0000006.$$

Здесь для каждого нового значения функции  $y_{n+1}$  используется ее предыдущее значение  $y_n$ . Процесс вычисления заканчивается, когда разность между предыдущим и текущим значениями функции становится меньше наперед заданной максимальной допустимой погрешности  $\varepsilon$ , то есть

$$|y_{n+1} - y_n| \leq \varepsilon$$

Для принятия решения о прекращении дальнейших вычислений в памяти необходимо сохранять два значения функции: текущее  $y_{n+1}$  и предыдущее  $y_n$ .

Ниже приведена программная реализация итерационной формулы Ньютона. В программе переменная  $y_{n+1}$  обозначена через  $y$ , переменная  $y_n$  - через  $yn$ .

```

Program Newton;
Const eps = 0.00001;      { допустимая погрешность }
Var     n  : integer;     { количество итераций }
        x, y, yn : real;
Begin
  Read(x); Writeln('x= ', x:12);
  y:=x; n:=0;
  If x>0 then      { блокирование деления на ноль }
    Repeat
      yn:=y; n:=n+1;
      y:=0.5*(yn+x/yn);
    Until abs(y-yn)<eps;
  Writeln('n= ', n, '   y= ', y:12);
End.

```

Переменная  $n$  выполняет в программе Newton вспомогательную работу: она определяет количество итераций, затраченных на вычисление квадратного корня для заданного значения аргумента  $x$  с заданной максимально допустимой погрешностью  $\varepsilon$ .

2. Определение длины кривой  $y = f(x)$  на интервале  $[a, b]$  с погрешностью, не превышающей заданного значения  $\varepsilon$ .

Длина кривой приблизительно определяется как длина ломаной линии, количество отрезков  $n$  которой равно количеству делений заданного интервала  $[a, b]$ .

В приведенной ниже программе Length решение выполняется относительно функции

$$y = \sin^2 \sqrt{x}$$

Начальное значение  $n$  принято равным 10. При каждом повторении цикла **Repeat** это количество увеличивается вдвое. Цикл работает, пока разность между значением Lold длины кривой в предыдущем цикле и значением Lnew этой длины в текущем цикле превышает допустимую погрешность  $\varepsilon$  (разность между "старым" и "новым" значениями длины кривой).

```

Program Length;
Const eps = 0.001; { допустимая погрешность решения }
Var   i,
        n : word;   { количество отрезков деления }
        { интервала }
        a, b,
        { границы интервала }
        x1, y1, x2, y2,
        { конечные точки отрезка }
        h,
        { шаг по оси абсцисс }

```



```

        d,                { длина отрезка }
        Lnew, Lold        { длина ломаной линии }
        : real;
Begin
    Read(a,b);
    Writeln('a = ',a:5:1,'      b = ',b:5:1);
    n:=5; Lnew:=0;
Repeat
    n:=2*n; Lold:=Lnew;
    h:=(a+b)/n; Lnew:=0;
    x1:=a; y1:=sqr(sin(sqrt(x1)));
For i:=1 to n do
    Begin
        x2:=x1+h; y2:=sqr(sin(sqrt(x2)));
        d:=sqrt(sqr(x2-x1)+sqr(y2-y1));
        Lnew:=Lnew+d;
        x1:=x2; y1:=y2;
    End;
Until abs(Lnew-Lold)<=eps;
    Writeln('n= ',n,'  L= ', Lnew:12);
End.

```

Для интервала [1, 4] получены следующие результаты:

$\varepsilon = 0.001$	$n = 40$	$L = 5.09598$
$\varepsilon = 0.0001$	$n = 80$	$L = 5.09606$
$\varepsilon = 0.00001$	$n = 320$	$L = 5.09609$

### 3. Разложение функции в степенной ряд.

Функция  $e^x$  может быть вычислена как сумма элементов степенного ряда

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} .$$

Здесь  $n!$  ( $n$  факториал) =  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ .

Для факториала справедливы следующие формулы:

$$(n+1)! = (n+1) \cdot n!; \quad 1! = 1; \quad 0! = 1.$$

Обозначим члены ряда через  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

Частная сумма

$$S_n = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n; \quad a_n = \frac{x^n}{n!}$$

определяет значение функции  $e^x$  с некоторой погрешностью. Процесс вычисления заканчивается, когда разность между частными суммами  $S_n$  и  $S_{n+1}$  становится меньше заданного значения  $\varepsilon$ :

$$S_{n+1} = S_n + a_{n+1}; \quad |S_{n+1} - S_n| \leq \varepsilon$$

Тогда условие прекращения вычислений принимает вид:

$$|a_{n+1}| \leq \varepsilon$$

Следовательно, для того, чтобы принять решение о прекращении вычислений, в памяти необходимо сохранять только значение очередного члена ряда.

Пусть  $x=1$ .

Тогда $a_0 = 1$ ;	$S_0 = 1$ ;
$a_1 = x = 1$ ;	$S_1 = S_0 + a_1 = 2$ ;
$a_2 = x/2! = 1/2 = 0.5$ ;	$S_2 = S_1 + a_2 = 2.5$ ;
$a_3 = x/3! = 1/6 = 0.1666667$ ;	$S_3 = 2.6666667$ ;
$a_4 = 1/24 = 0.0416667$ ;	$S_4 = 2.7083334$ ;
$a_5 = 1/120 = 0.00833333$ ;	$S_5 = 2.7166667$ ;
$a_6 = 1/720 = 0.0013888$ ;	$S_6 = 2.7180555$ ;
$a_7 = 1/5040 = 0.0001984$ ;	$S_7 = 2.7182539$ ;
$a_8 = 1/40320 = 0.0000248$ ;	$S_8 = 2.7182787$ ;
$a_9 = 1/362880 = 0.0000028$ ;	$S_9 = 2.7182815$ ;
$a_{10} = 1/3628800 = 0.0000003$ ;	$S_{10} = 2.7182818$ .

Нетрудно заметить, что при  $x = 1$  получено значение числа  $e$ .

Члены ряда  $e^x$  можно вычислять непосредственно по формуле

$$a_n = \frac{x^n}{n!} . \quad (1)$$

Тогда имеем

$$a_0 = \frac{x^0}{0!}; \quad a_1 = \frac{x^1}{1!}; \quad a_2 = \frac{x^2}{2!}; \quad a_3 = \frac{x^3}{3!}; \dots$$

Однако непосредственное использование формулы для общего члена ряда, как правило, неэффективно. В самом деле, для вычисления элемента

$$a_6 = \frac{x^6}{6!}$$

необходимо выполнить 10 умножений  $b = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ ;  $c = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$  и одно деление  $b/c$ .

В то же время до вычисления элемента  $a_6$  в программе должно было быть определено значение элемента  $a_5 = \frac{x^5}{5!}$ . Если использовать для вычисления  $a_6$  полученное перед этим значение  $a_5$ , то потребуется лишь одно умножение и одно деление:

$$a_6 = a_5 \cdot x / 6.$$

Следовательно, в данном случае для вычисления очередного элемента числовой последовательности  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  целесообразно использовать значение предыдущего элемента этой же последовательности, то есть использовать формулу

$$a_{n+1} = f(a_n, n).$$

Формула, в которой для вычисления очередных членов числовой последовательности используются значения предыдущих членов этой последовательности, называется рекуррентной.

Чтобы вывести рекуррентную формулу для общего члена ряда функции  $e^x$ , подставим в формулу (1) вместо  $n$  выражение  $n+1$ :

$$a_{n+1} = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}. \quad (2)$$

Разделив (2) на (1), получим

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{x^{n+1} n!}{(n+1)! x^n} = \frac{x}{n+1}.$$

Тогда

$$a_{n+1} = \frac{x}{n+1} a_n.$$

При разработке алгоритма вычисления элементов разложения функции  $y=F(x)$  в ряд может иметь место один из трех случаев:

- 1) в формуле  $a_n = f(x, n)$  содержатся только степенная функция для  $x$ , факториал и показательная функция для  $n$  (например,  $x^n$ ,  $n!$  и  $2^n$ );
- 2) в формуле  $a_n = f(x, n)$  используется лишь степенная функция для  $n$  (например,  $n^2$ );
- 3) в формуле  $a_n = f(x, n)$  имеются функции, указанные для обоих приведенных выше случаев.

Для первого случая методика вывода рекуррентной формулы аналогична методике, использованной для функции  $e^x$ .

Для второго случая рекуррентная формула непригодна, поскольку здесь она приводит не к сокращению, а к увеличению объема вычислений.

*Пример:*

$$a_n = \frac{n^2}{n^3 + 1} \quad (3)$$

Если записать

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)^3 + 1},$$

то получим

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)^2 (n^3 + 1)}{[(n+1)^3 + 1] n^2} a_n. \quad (4)$$

Формула (4) требует большего количества вычислений по сравнению с формулой (3). Следовательно, для второго случая целесообразно использовать непосредственно формулу  $a_n = f(x, n)$  типа формулы (3).

Для третьего случая выражение, по которому вычисляется элемент  $a_n$ , следует разделить на две части:

$$a_n = b_n \cdot c_n,$$

причем в одной части сосредоточить функции, которые относятся к первому случаю, а в другой - функции, которые относятся ко второму случаю.

Пример:

$$a_n = \frac{(1 + 2^n) x^{n+1}}{n^2 (2n)!}$$

Здесь

$$b_n = \frac{1 + d_n}{n^2}; \quad c_n = \frac{x^{n+1}}{(2n)!}; \quad d_n = 2^n;$$

$$d_{n+1} = 2 d_n; \quad c_{n+1} = \frac{x}{(2n+1)(2n+2)} c_n;$$

$$b_{n+1} = \frac{1 + d_{n+1}}{(n+1)^2}; \quad a_{n+1} = b_{n+1} c_{n+1}.$$

Для всех вариантов, приведенных в задании к лабораторной работе № 2, необходимо вычислить значения некоторой функции в заданном диапазоне аргументов. Вычисляемая при этом сумма является частной суммой заданного степенного ряда, поэтому наряду с вычислением суммы  $S$  необходимо вычислить (для сравнения) и функцию  $y = F(x)$ .

Алгоритм выполнения задания по лабораторной работе №2 сводится к двум вложенным циклам. Внутренний итерационный цикл суммирует слагаемые  $a_n$  при фиксированном значении аргумента  $x$  до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность результата; во внешнем цикле производится изменение аргумента  $x$  в заданном диапазоне от начального  $x_n$  до конечного значения  $x_k$  с шагом  $h_x$ .

Результаты вычислений нужно напечатать в виде таблицы

$x$	$n$	$S$	$y$	$dy, \%$
-----	-----	-----	-----	----------

Здесь  $dy = 100 \cdot \text{abs}((y-S)/\max(y, S))$  - погрешность вычислений, %.

В некоторых задачах используется двойной факториал  $(2n)!!$  или  $(2n-1)!!$ . Это означает произведение соответствующей последовательности четных или нечетных чисел:

$$(2n)!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (2n-2) \cdot (2n);$$

$$(2n-1)!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n-3) \cdot (2n-1).$$

Для вычисления функций, которые не входят в состав библиотеки Турбо Паскаля ( $\arcsin(x)$ ,  $\lg(x)$ ,  $\text{sh}(x)$  и др.), можно использовать следующие формулы:

$$1) \quad y = \arcsin(x)$$

$$y = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{если } ||x|-1| < \varepsilon \\ \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Реализация на Паскале при  $\varepsilon = 10^{-10}$ :

```

if abs(abs(x)-1) < 1E-10 then
  y:=pi/2
else
  y:=arctan(x/sqrt(1-sqr(x)));

```

2)  $y = \operatorname{arccos}(x)$

$$y = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{если } |x| < \varepsilon \\ \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, & \text{если } x > 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \pi, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Реализация на Паскале:

```

if abs(x) < 1E-10 then
  y:=pi/2
else
  y:=arctan(sqrt(1-sqr(x))/x)+pi*byte(x<0);

```

Операнд `byte(x<0)` означает, что логическое выражение  $x < 0$  (его значением может быть *true* или *false*, внутреннее представление - однобайтное значение 1 или 0) рассматривается как целая переменная типа `byte` и может иметь соответственно значение 1 или 0.

*Примечание.*  $\operatorname{Arcsin}(x) = \frac{\pi}{2}$ , если модуль аргумента  $x$  находится в  $\varepsilon$ -окрестности значения 1, т.е.  $1-\varepsilon < |x| < 1+\varepsilon$ .  $\operatorname{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}$ , если модуль аргумента  $x$  находится в  $\varepsilon$ -окрестности значения 0, т.е.  $-\varepsilon < x < +\varepsilon$ .

3)  $y = \operatorname{arccotg}(x)$

$$y = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}(x)$$

4)  $y = \lg(x)$

$$y = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

5)  $y = \operatorname{sh}(x)$  - гиперболический синус:  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  ;

6)  $y = \operatorname{ch}(x)$  - гиперболический косинус:  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  ;

7) Гиперболические тангенс, котангенс, секанс и косеканс ( $th(x)$ ,  $cth(x)$ ,  $sch(x)$ ,  $csch(x)$ ) определяются аналогично соответствующим тригонометрическим функциям ( $th(x)=sh(x)/ch(x)$  и т.д.).

8)  $y = Arsh(x)$  – ареасинус:  $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ ;

9)  $y = Arch(x)$  – ареакосинус:  $y = \pm \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$ ;

Ареакосинус (гиперболический арккосинус) - функция двузначная.

10)  $y = Arth(x)$  – ареатангенс:  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$ ;  $|x| < 1$ ;

11)  $y = Arcth(x)$  – ареакотангенс:  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$ ;  $|x| < 1$

Для оформления таблицы в наиболее простом случае можно использовать символы "-" (для горизонтальной линии) и "|" (для вертикальной линии). Для более эстетичного представления таблицы можно воспользоваться символами псевдографики

┌, ─, │, ┐ и т.д.

	205	209	
201			187
199		197	196
186		179	
200			188
	207		

	205	209	
201			187
204		216	185
186		179	
200			188
	207		

	194		196	
218		197		191
195				180
179				
192				217
		193		

Ниже в наглядной форме представлены символы псевдографики, которые используются при оформлении таблиц. Числа возле линейных элементов и соединений указывают код соответствующего символа.

Набор символов псевдографики с клавиатуры ПЭВМ производится следующим образом:

- 1) нажать и удерживать клавишу Alt;
- 2) набрать на цифровой клавиатуре справа код символа;
- 3) отпустить клавишу Alt.

### **Отчет по лабораторной работе №2**

В отчете по лабораторной работе необходимо привести:

- титульный лист;
- номер варианта, условие задачи по данному варианту;
- вывод рабочих формул;
- блок-схему программы;
- текст программы;
- таблицу результатов.

### **Пример выполнения задания**

Составить программу вычисления суммы

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

для функции  $y = \sin(x)$ .

Рабочие формулы:

$$a_0 = x; \quad S_0 = a_0; \quad n = 0;$$

$$a_{n+1} = -\frac{x^2}{(2n+2)(2n+3)} a_n;$$

$$S_{n+1} = S_n + a_{n+1}.$$

Программа решения задачи приведена ниже. В программе целочисленной переменной  $n$  присвоен тип `real`, чтобы исключить преобразование типа при вычислении переменной  $a$ .

Переменная  $m$  определяет количество внешних циклов перебора значений  $x$ .

Оператор

```
Repeat
    ch:=ReadKey;
Until ord(ch)=27;
```

означает, что цикл **Repeat** будет повторяться до тех пор, пока не будет нажата клавиша с кодом 27 (клавиша Esc). Следовательно, этот оператор осуществляет приостановку работы программы, чтобы пользователь мог прочитать на экране результаты ее работы.

```
Program Labor2;
Uses Crt;
Const eps = 0.0001;
Var
    i,                { параметр цикла }
    m  : byte;       { количество выполнений внешнего цикла }
    x,                { аргумент функции }
    xn, xk,          { начальное и конечное значения x }
    hx,              { шаг изменения аргумента x }
    max,             { max(y, S) }
    n,               { количество итераций }
    a,               { элемент ряда }
    S,               { частичная сумма ряда }
    y,               { значение функции }
    dy : real;       { погрешность вычисления, % }
    ch : char;       { символ нажатой клавиши }

Begin
    ClrScr;
    Writeln('Введите значения xn, xk, hx');
    Read(xn, xk, hx);
    ClrScr;
    Writeln('          xn= ', xn:5:2, '          xk= ', xk:5:2,
            '          hx= ', hx:5:2);
    Writeln(' _____|_____');
    Writeln(' |_____|');
    Writeln(' | x | n | S | y |',
            ' | dy, % |');
    Writeln(' _____|_____');
    m:=Round((xk-xn)/hx)+1;
```



```

x:=xn;
For i:=1 to m do
  Begin
    a:=x; S:=x; n:=0;
    While abs(a)>eps do
      Begin
        a:=-sqr(x)*a/((2*n+2)*(2*n+3));
        S:=S+a;
        n:=n+1;
      End;
    y:=sin(x);
    If abs(y)>abs(S) then
      max:=y
    Else
      max:=S;
    If (abs(y)>1E-10) or (abs(S)>1E-10) then
      dy:=100*abs((y-S)/max)
    Else
      dy:=0;
    Writeln(' | ',x:6:2,' | ',n:3:0,' | ',S:9:6,' | ',
            '\ y:9:6,' | ',dy:10,' | ');
    x:=x+hx;
  End;
Writeln(' _____|',
        ', _____| ');
Repeat
  ch:=ReadKey;
Until ord(ch)=27;
End.

```

Результаты работы программы:

xn= 0.00      xk= 4.00      hx= 0.25

x	n	S	y	dy, %
0.00	1	0.000000	0.000000	0.000E+00
0.25	3	0.247404	0.247404	4.891E-06
0.50	3	0.479427	0.479426	3.222E-04
0.75	4	0.681639	0.681639	3.020E-05
1.00	4	0.841468	0.841471	3.245E-04
1.25	4	0.948964	0.948985	2.133E-03
1.50	5	0.997497	0.997495	2.141E-04
1.75	5	0.983998	0.983986	1.177E-03
2.00	6	0.909296	0.909297	1.420E-04
3.25	6	0.778067	0.778073	7.633E-04
3.50	6	0.598449	0.598472	3.882E-03
3.75	7	0.381664	0.381661	7.583E-04
3.00	7	0.141131	0.141120	7.525E-03
3.25	7	-0.108160	-0.108195	3.242E-02
3.50	8	-0.350788	-0.350783	1.373E-03
3.75	8	-0.571577	-0.571561	2.709E-03
4.00	8	-0.756849	-0.756802	6.095E-03

*Комментарии к программе.*

1. Переменная  $n$  определяет количество итераций в программе (или номер элемента ряда, что в данном случае означает то же самое) и по своей природе является целочисленной. Эта переменная непосредственно используется в правой части оператора

$$a := -\text{sqrt}(x) * a / ((2*n+2) * (2*n+3)).$$

Если переменную  $n$  объявить с типом `byte`, то при каждом вычислении правой части данного оператора будет происходить преобразование значения переменной из типа `byte` в тип `real`, поскольку переменные  $a$  и  $x$ , входящие в формулу, имеют тип `real`. Чтобы исключить такое преобразование, замедляющее работу программы, переменной  $n$  присвоен тип `real`, а при печати ее значения используется формат `3:0` (при этом дробная часть числа и разделяющая точка не печатаются).

2. Переменная  $m$  определяет количество внешних циклов перебора значений  $x$  и вычисляется по заданным значениям  $x_n$ ,  $x_k$  и  $h_x$ .

3. При вычислении значения параметра  $dy$  учитывается частный случай, когда  $S = 0$  и  $y = 0$  (значение  $\sin(x)$  при  $x = 0$ ). Тогда переменной  $dy$  принудительно присваивается нулевое значение, во избежание деления  $\frac{0}{0}$ .

Для тестирования программы заранее нужно выполнить контрольный расчет выходных значений для нескольких вариантов исходных данных. Обычно для этого берут значения аргументов на границе и какое-нибудь промежуточное значение. В данном примере достаточно выполнить контрольный расчет для значений  $x = 0$  и  $x = 1$ .

В лабораторной работе № 2 следует различать два основных источника возможных ошибок:

- неправильная запись формулы разложения  $S$  для функции  $y = f(x)$ ;
- неправильная программная реализация функции  $y = f(x)$  или формулы разложения  $S$ .

Рекомендуется следующий порядок выполнения контрольного расчета для заданного значения аргумента  $x$ :

1. По таблице или с помощью калькулятора определить значение  $y = f(x)$ . Для  $y = \sin(x)$  при  $x = 0.5$  имеем  $y = 0.47942554$ .
2. Вычислить значение  $S$  по первым трем элементам разложения  $a_0, a_1, a_2$ . В данном примере при  $x = 0.5$  получим

$$a_0 = 0.5; \quad a_1 = -0.02083; \quad a_2 = 0.00026; \quad S = 0.47943.$$

Если ряд сходится медленно  $|a_{n+1}/a_n| > 0.1$ , то целесообразно взять для вычисления 5 .. 8 членов ряда.

3. Сравнить значение функции  $y$ , полученное при контрольном расчете, с результатами работы программы. Если эти значения заметно отличаются друг от друга, то необходимо найти и устранить ошибку, допущенную при контрольном расчете или при программной реализации функции  $y=f(x)$ .

4. Если значение функции  $y$  мало отличается от значения суммы  $S$ , полученной при контрольном расчете, то формула разложения записана верно.

5. Если значение функции  $y$  и суммы  $S$ , полученные в программе, заметно отличаются друг от друга, то необходимо найти и устранить ошибку в программной реализации суммы  $S$ .

*Примечание.*

В каждом варианте лабораторной работы № 2 указаны вычислительная формула для суммы  $S$  членов ряда, начальное  $x_n$  и конечное  $x_k$  значения аргумента, шаг  $h_x$  изменения аргумента, максимальная допустимая погрешность вычислений  $\varepsilon$ , формула для вычисления функции  $y$ .

Все варианты заданий проверены на компьютере. Разработанная студентом программа считается корректной, если для всех значений аргумента  $x$  в заданном диапазоне погрешность решения не превышает 0.01%.

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2

### “ОРГАНИЗАЦИЯ ИТЕРАЦИОННЫХ ЦИКЛОВ”

№	Вычислительная формула	Аргумент	Шаг	Eps	Функция
1.	$S = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(3^{2n+1} - 3)x^{2n+1}}{2^{2n+1}(2n+1)!}$	[0; 8]	0.5	$10^{-5}$	$y = \sin^3\left(\frac{x}{2}\right)$
2.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n+1} x^{2n+1}}{2n+1}$	[-0.45; 0.45]	0.05	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arth}(2x)$
3.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(1+x)^{2n}}{n}$	[-1.9; -0.1]	0.1	$10^{-5}$	$y = \ln \frac{1}{2+2x+x^2}$
4.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)! x^{2n+1} \cdot 2}{(n!)^2 (2n+1)}$	[-0.45; 0.45]	0.05	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arsh}(2x)$
5.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n+1} x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin(2x)$
6.	$S = \frac{x}{1+x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n} (n!)^2 \left(\frac{x^2}{1+x^2}\right)^n}{(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arctg}(x)$
7.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n(2n-1)}$	[0.05; 0.95]	0.05	$10^{-5}$	$y = (1+x)\ln(1+x) + (1-x)\ln(1-x)$
8.	$S = \frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$	[-0.9; 0.9]	0.1	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arcctg}(x)$

9.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[3 + (-1)^{n+1}]x^n}{2 \cdot n!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = e^x + sh(x)$
10.	$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n x^{4n}}{(4n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = ch(x) \cos(x)$
11.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{2n-1} x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin^2(x)$
12.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2^{2n+1} (2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = sh\left(\frac{x}{2}\right)$
13.	$S = 1 + \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + 3^{2n-1})x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = ch^3(x)$
14.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$	[0; 1.8]	0.1	$10^{-5}$	$y = 2(\cos^2 x - 1)$
15.	$S = \frac{1}{x} + 2x \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{x^2 + n^2}$	[0.1; 1]	0.05	$10^{-5}$	$y = \pi \operatorname{csc} h(\pi x)$
16.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n+2}}{2n-1}$	[-0.5; 0.9]	0.1	$10^{-5}$	$y = x^3 \operatorname{arctg}(x)$
17.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$	[0; 0.8]	0.05	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x)$
18.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)! 2 \cdot x^{2n+1}}{(n!)^2 (2n+1)}$	[0; 0.4]	0.025	$10^{-5}$	$y = \arcsin(2x)$
19.	$S = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{2(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$
20.	$S = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(3^{2n} + 3)x^{2n}}{2^{2n} (2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-6}$	$y = \cos^3\left(\frac{x}{2}\right)$
21.	$S = \frac{1}{x^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2 - n^2 \pi^2}$	[0.1; 1.8]	0.1	$10^{-5}$	$y = \frac{1 + x \operatorname{cosec}(x)}{2x^2}$

22.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{n!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = (1+x)e^x$
23.	$S = \frac{1}{x} + 2x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 - n^2 \pi^2}$	[0.1; 3.1]	0.2	$10^{-5}$	$y = \operatorname{cosec}(x)$
24.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^{2n} (2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right)$
25.	$S = \prod_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{(2n+1)^2 \pi^2}\right)$	[-2; 2]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$
26.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{sh}(x-1)$
27.	$S = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{(2n-1)^2 - x^2}$	[0; 0.8]	0.05	$10^{-5}$	$y = \operatorname{sec}\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
28.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{4n-3} x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 1.8]	0.1	$10^{-5}$	$y = \sin^2(x) \cdot \cos^2(x)$
29.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)x^{2n}}{n!}$	[0; 3.5]	0.25	$10^{-5}$	$y = (1+2x^2)e^{x^2}$
30.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{(2n+1)!}$	[1; 10]	0.5	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{4} \left( \frac{x+1}{\sqrt{x}} \operatorname{sh}\sqrt{x} - \operatorname{ch}\sqrt{x} \right)$
31.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2^{2n+1} (2n+1)}$	[-1.8; 1.8]	0.2	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arth}\left(\frac{x}{2}\right)$
32.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)! x^{2n+1}}{2^{4n+1} (n!)^2 (2n+1)}$	[-1.8; 1.8]	0.2	$10^{-4}$	$y = \operatorname{arcsin}\left(\frac{x}{2}\right)$

33.	$S = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(3^{2n} + 3)2^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 3.6]	0.2	$10^{-5}$	$y = \cos^3(2x)$
34.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2^{2n+1}(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$
35.	$S = x + \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{(n-1)n}$	[0; 1]	0.1	$10^{-5}$	$y = (1+x)\ln(1+x)$
36.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$	[-0.9; 0.9]	0.15	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arctg}(x)$
37.	$S = \frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2^{2n+1}(2n+1)}$	[-1.8; 1.8]	0.2	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arcctg}\left(\frac{x}{2}\right)$
38.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{2n(2n-1)}$	[0; 0.9]	0.05	$10^{-4}$	$y = x \cdot \operatorname{arctg}(x) - \ln \sqrt{1+x^2}$
39.	$S = 1 + \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+3^{2n-1})4^n x^{2n}}{(2n)!}$	[-1.8; 1.8]	0.2	$10^{-5}$	$y = \operatorname{ch}^3(2x)$
40.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[3+(-1)^n]x^n}{2 \cdot n!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = e^x + \operatorname{ch}(x)$
41.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n \cdot n!}$	[0; 9]	0.5	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{\sqrt{e^x}}$
42.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)! x^{2n+1}}{2^{2n} (n!)^2 (2n+1)}$	[0; 0.975]	0.075	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arcsin}(x)$
43.	$S = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(3^{2n+1} - 3)2^{2n+1} x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin^3(2x)$
44.	$S = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{4n-1} x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos^2(2x)$
45.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n+2}}{(2n+1)!}$	[-2; 2]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{sh}(x^2)$

46.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(2n)!}$	[0; 9]	0.5	$10^{-4}$	$y = x \cdot \cos \sqrt{x}$
47.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 3^{2n-1} x^{2n-2}}{(2n-1)!}$	[0.1; 1.9]	0.1	$10^{-4}$	$y = \frac{\sin 3x}{x}$
48.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$	[-2; 2]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{ch}(2x)$
49.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$	[0.1; 0.9]	0.05	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$
50.	$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \left(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1\right) \cdot e^{\frac{x}{2}}$
51.	$S = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{x^{2n}(\sqrt{3}-1)}{(2n)!} + \frac{x^{2n+1}(\sqrt{3}+1)}{(2n+1)!} \right)$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$
52.	$S = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(3^{2n} + 3)x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos^3(x)$
53.	$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!! x^n}{(2n)!!}$	[-0.9; 0.9]	0.1	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$
54.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{x}{x+2}\right)^{2n+1}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{2} \ln(x+1)$
55.	$S = x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!! x^{2n+1}}{(2n)!!(2n+1)}$	[-0.9; 0.9]	0.1	$10^{-5}$	$y = \arcsin(x)$
56.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n+1} x^{2n+1}}{2n+1}$	[-0.45; 0.45]	0.05	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arctg}(2x)$
57.	$S = \frac{1}{\pi^2 x^2} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 + n^2}{(x^2 - n^2)^2}$	[0.1; 0.9]	0.05	$10^{-6}$	$y = \operatorname{cosec}^2(\pi x)$

58.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)! x^{2n+1}}{2^{2n} (n!)^2 (2n+1)}$	[0; 0.95]	0.05	$10^{-5}$	$y = arsh(x)$
59.	$S = 1 + \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + 3^{2n-1}) x^{2n}}{4^n (2n)!}$	[-4; 4]	0.5	$10^{-5}$	$y = ch^3\left(\frac{x}{2}\right)$
60.	$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2n-1)x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 0.9]	0.05	$10^{-5}$	$y = \cos(x) + x \sin(x)$
61.	$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^{2n}$	[0; 0.9]	0.05	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
62.	$S = \frac{4x}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2 + x^2}$	[-2; 2]	0.25	$10^{-7}$	$y = th\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
63.	$S = \frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n+1} x^{2n+1}}{2n+1}$	[-0.45; 0.45]	0.05	$10^{-5}$	$y = arcctg(2x)$
64.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n \cdot x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[-2; 2]	0.25	$10^{-5}$	$y = x \cos(x) - \sin(x)$
65.	$S = 1 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n+1)(n+2)x^n$	[0; 0.9]	0.05	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{(1+x)^3}$
66.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2n+1}$	[0.1; 1.5]	0.1	$10^{-5}$	$y = \frac{1}{2} \ln(x)$
67.	$S = x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!! x^{2n+1}}{(2n)!! (2n+1)}$	[0; 0.5]	0.05	$10^{-5}$	$y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$
68.	$S = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(3^{2n+1} - 3)x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin^3(x)$
69.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{4n-1} x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin^2(2x)$
70.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos(2x)$



71.	$S = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{2n-1} x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos^2(x)$
72.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = 2e^x \operatorname{sh}(x)$
73.	$S = \frac{x}{2} \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{x^2}{4n^2 \pi^2} \right)$	[-2; 2]	0.25	$10^{-7}$	$y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$
74.	$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right)$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
75.	$S = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2x+1)^{2n-1}}$	[0.1; 1.8]	0.1	$10^{-5}$	$y = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$
76.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{\frac{(n+1)(n+2)+1}{2}} \frac{x^n}{n!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin(x) + \cos(x)$
77.	$S = \sqrt{\frac{1-x}{2}} \left[ 2 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!(1-x)^n}{(2n)!!2^n(n+\frac{1}{2})} \right]$	[0; 0.8]	0.05	$10^{-5}$	$y = \arccos(x)$
78.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n}}{(2n)!}$	[-2; 2]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{ch}(x^2)$
79.	$S = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!!}{(2n)!!(2n+1)x^{2n+1}}$	[1.1; 2.8]	0.1	$10^{-5}$	$y = \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}\right)$
80.	$S = x \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{x^2}{n^2 \pi^2} \right)$	[-2; 2]	0.25	$10^{-7}$	$y = \sin(x)$
81.	$S = \frac{4x}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2 - x^2}$	[0; 0.8]	0.05	$10^{-7}$	$y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

82.	$S = \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n-1-x)^2} + \frac{1}{(2n-1+x)^2} \right]$	[0.1; 0.9]	0.05	$10^{-6}$	$y = \sec^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)$
83.	$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n^2+1)x^{2n}}{(2n)!}$	[0; 1.8]	0.1	$10^{-5}$	$y = \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \cos(x) - \frac{x}{2} \sin(x)$
84.	$S = x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n(2n+1)}$	[-0.45; 0.45]	0.05	$10^{-7}$	$y = \operatorname{arsh}(x)$
85.	$S = \frac{1}{\pi x} + \frac{2x}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 - n^2}$	[0.1; 0.9]	0.05	$10^{-5}$	$y = \operatorname{cosec}(\pi x)$
86.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2^{2n}(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$
87.	$S = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = (1+x)e^{-x} - (1-x)e^x$
88.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n+1)!}$	[0.1; 1.9]	0.1	$10^{-4}$	$y = \frac{\sin(x)}{x}$
89.	$S = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \frac{x^{2n+1} \sqrt{3}}{(2n+1)!} \right]$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
90.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{n!}$	[0; 2]	0.125	$10^{-5}$	$y = e^{-x^2}$
91.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n+1} x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{sh}(2x)$

92.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{4n^2 - 1}$	[0; 1]	0.05	$10^{-5}$	$y = \frac{1+x^2}{2} \operatorname{arctg}(x) - \frac{x}{2}$
93.	$S = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{(4n+1)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{sh}(x) + \sin(x)$
94.	$S = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)x^{2n-1}}$	[1.25; 5]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arctg}(x)$
95.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2^{2n+1} (2n+1)}$	[-1.75; 1.75]	0.25	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}\right)$
96.	$S = x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	[-0.35; 0.35]	0.05	$10^{-7}$	$y = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$
97.	$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{2(2n)!}$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$
98.	$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$	[-0.9; 0.9]	0.1	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arth}(x)$
99.	$S = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{x^{2n}}{(2n)!} \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} - \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right]$	[0; 4]	0.25	$10^{-5}$	$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{10}\right)$
100	$S = \ln(2x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n)!}{2n \cdot 2^{2n} (n!)^2 x^{2n}}$	[5; 14]	0.5	$10^{-5}$	$y = \operatorname{arsh}(x)$

### Лабораторная работа №3

#### ОБРАБОТКА ОДНОМЕРНЫХ МАССИВОВ

#### Методические указания

Цель работы - освоить методы организации программ обработки одномерных массивов.

В каждом варианте заданий к лабораторной работе №3 необходимо сформировать один или два одномерных массива по приведенным в задании формулам. Исходные данные студент выбирает самостоятельно, но так, чтобы для каждой логической ветви программы были указаны данные, которые находятся в необходимом диапазоне. Количество элементов исходного массива рекомендуется выбирать в пределах 10 .. 20.

В программе должен быть предусмотрен ввод и печать исходных данных, а также печать выходных результатов. Для контроля правильности вычислений может быть предусмотрена также печать промежуточных результатов.

В программах к лабораторным работам №1 и №2 при их активизации пользователь вводит незначительное количество исходных данных: в работе №1 - две переменные, в работе №2 - три переменные. Ввод этих данных осуществляется с клавиатуры ПЭВМ. В работе № 3 исходные данные - это массив, который содержит 10 — 20 элементов. Поскольку при отладке программы пользователь вынужден многократно выполнять ее запуск, то при каждом запуске программы было бы нужно заново выполнять набор с клавиатуры всего массива исходных данных. Это заметно увеличивает общее время отладки программы и, кроме того, связано с потенциальной возможностью внесения ошибок в программу при формировании исходных данных вручную.

В работе №3 исходный массив данных должен вводиться из текстового файла. Текстовый файл формируется в среде редактора Турбо Паскаля таким же образом, как и Паскаль-программа (программа на Паскале - это также текстовый файл). Поскольку при каждом запуске программы исходные данные вводятся с одного и того же файла, использование файлов с исходными данными исключает возможность внесения в программу ошибок ввода, а также уменьшает затраты времени программиста на отладку программы.

Каждый обрабатываемый в Паскаль-программе объект должен иметь собственное имя, которое описывается в разделе **Var**. Следовательно, в этом разделе должно быть указано также имя текстового файла, из которого должен выполняться ввод исходных данных. Текстовому файлу в разделе **Var** ставится в соответствие стандартное имя типа `text`.

В отличие от других объектов программы по отношению к файлу различают внутреннее и внешнее имена файла. Внутреннее имя – это имя, которое присвоено файлу в разделе **Var**; внешнее имя - это имя, которое имеет файл на внешнем носителе информации (в данном случае на жестком или на гибком диске). Внутреннее имя формируется по правилам языка Паскаль, внешнее - по правилам операционной системы MS DOS. В принципе одному и тому же файлу в программе могут быть поставлены в соответствие разные файлы на диске.

Установка соответствия между внешним и внутренним именами файла осуществляется процедурой `Assign`, которая записывается в виде

```
Assign(F, S),
```

где *F* - внутреннее имя файла;

*S* - внешнее имя файла, которое записывается в простейшем случае в виде строки-константы.

Например,

```
Assign(F, 'InArray.dat').
```

Файл в программе должен быть открыт для его использования, а после окончания обработки должен быть закрыт. Открытие исходного текстового файла осуществляется процедурой

```
Reset(F),
```

его закрытие - процедурой

```
Close(F).
```

Основная работа, которая выполняется операционной системой при открытии файла – это назначение специальной области оперативной памяти для организации ввода-вывода (буфер ввода-вывода); при закрытии файла эта область освобождается.

Ввод из текстового файла и вывод в текстовый файл производятся таким же образом, как и ввод с клавиатуры и вывод на экран, но в процедурах Read и Write перед списком ввода-вывода должно быть указано внутреннее имя файла.

При выполнении задания по лабораторной работе №3 предлагается придерживаться приведенных ниже указаний.

#### 1. Печать исходных данных.

Все исходные данные, которые вводятся извне (клавиатура, диск), должны быть напечатаны для визуального контроля. Возможный вариант программы вывода одномерного массива на экран приведен в примере выполнения задания по лабораторной работе №3.

#### 2. Программирование полинома.

Если программируемая формула - это полином, то его следует вычислять по схеме Горнера. В общем случае для полинома

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

схема Горнера имеет вид

$$P_n(x) = (\dots(a_n x + a_{n-1})x + \dots + a_1)x + a_0 .$$

Например, выражение

$$y = 8x^5 - 2x^4 + x^2 - 10x + 1$$

по схеме Горнера должно быть представлено в виде

$$y = (((8x - 2)x \cdot x + 1)x - 10)x + 1$$

Как известно, погрешность произведения равна сумме погрешностей сомножителей. Поскольку для получения значения полинома по исходной формуле нужно  $2n-1$  умножений, а по схеме Горнера –  $n$  умножений, схема Горнера позволяет получить значение полинома с меньшей погрешностью; расчет по схеме Горнера также требует меньше машинного времени. Дополнительным преимуществом схемы Горнера является возможность легко организовать вычисление полинома в цикле, если представить его коэффициенты в виде одномерного массива.

*Пример.* Составить программу вычисления значения полинома  $n$ -ой степени.

Запишем полином  $n$ -ой степени в следующем виде:

$$P(x, n) = (\dots(a_n x + a_{n-1})x + \dots + a_1)x + a_0 .$$

Программа вычисления значения полинома:

```
Program Polynom;  
Const Nmax = 100;  
Type PolynomType = array[0..Nmax] of real;  
Var  
  i,           { параметр цикла }  
  n : byte;   { степень полинома }  
  x,           { аргумент }  
  P : real;   { значение полинома }
```

```

A : PolynomType; { коэффициенты полинома }
Begin

```

Ввод и печать переменной  $n$  и массива  $A$

```

P:=0;
For i:=n downto 0 do
  P:=P*x+a[i];

```

Печать значения  $P$

```
End.
```

### 3. Программирование степенной функции.

В Турбо Паскале отсутствует операция возведения в степень, поэтому ее реализация выполняется программным способом.

Если показатель степени  $n$  - целое положительное число, то операция возведения в степень может быть заменена многократным умножением (для целочисленного показателя степени на Паскале разработаны эффективные программы возведения в степень, но эти программы имеют сравнительно сложную структуру алгоритма их организации). Если показатель степени - вещественное число, то вычисление функции

$$y = a^b$$

выполняется по формуле

$$y = e^{b \cdot \ln a}$$

Здесь следует обратить внимание на случай, когда вычисляемой функцией является корень нечетной степени. Поскольку значение такой функции существует и при положительном, и при отрицательном аргументе, а функция  $\ln(x)$  определена только для положительного аргумента, то вычисление корня нечетной степени

$$y = \sqrt[n]{x}$$

где  $n$  - целое нечетное число, можно организовать, например, таким образом:

```

If abs(x) < 1E-10 then
  y:=0
Else
  Begin
    y:=exp(ln(abs(x))/n);
    If x<0 then
      y:=-y;
  End;

```

*Примечание.* Записанную выше программу вычисления корня можно использовать для любого целого положительного показателя степени. При этом для четного показателя гарантируется значение  $y = 0$ , если аргумент  $x$  достаточно малое число.

### 4. Сравнение вещественных чисел.

Целочисленные переменные определяют в программе, как правило, объекты, которые по своему физическому содержанию могут иметь только целые значения (например, количество элементов в массиве, порядковый номер элемента и т.п.). Значения

таких переменных имеют точное представление на машинном уровне, операции отношения для них всегда выполняются корректно.

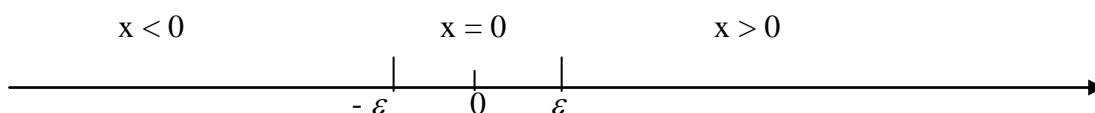
Вещественные переменные, как правило, отображают в программе параметры измеряемых объектов (длина, площадь, масса, интервал времени и т.п.). Поскольку измерения всегда выполняются с определенной погрешностью, то значения вещественных переменных в общем случае считаются приближенными. Машинное изображение вещественных переменных также является приближенным, его точность определяется количеством разрядов в мантиссе, что в большинстве случаев ведет к округлению значения такой переменной. Например, десятичное число 0.9 в двоичной системе счисления - это бесконечная дробь  $0.1111001100110011\dots = 0.11(1100)$ . В этом случае машинное изображение числа в формате `real` равно исходному значению лишь с точностью последнего разряда мантиссы.

Непосредственное сравнение вещественных переменных в большинстве случаев является некорректным. Предположим для примера, что массы  $P_1$  и  $P_2$  двух грузов измерены с точностью 0.1 кг. Если эти массы равны, то в программе нужно выполнить оператор  $S_1$ , в противном случае - оператор  $S_2$ . Тогда имеем:

```
Var P1,P2: real;  
.....  
If P1=P2 then S1 else S2;
```

Если  $P_1 = 110.301$ , а  $P_2 = 110.302$ , результат работы программы будет неверным. Очевидно, в этом случае  $P_1$  и  $P_2$  нужно считать равными, если они отличаются между собою не более чем на 0.1.

В общем случае сравнение вещественных переменных следует выполнять по отношению к малому числу  $\varepsilon$ , которое отображает погрешность представления таких переменных. В частности, сравнение с нулевым значением наглядно иллюстрируется на числовой оси:



Следовательно,  $x = 0$ , если  $abs(x) \leq \varepsilon$ ,  $x > 0$ , если  $x > \varepsilon$ ,  $x < 0$ , если  $x < -\varepsilon$ . Аналогично вместо сравнения  $a > b$  следует анализировать отношение  $a - b > 0$ .

### Отчет по лабораторной работе №3

В отчете по лабораторной работе необходимо привести:

- титульный лист;
- номер варианта и условие задачи;
- краткое описание программы;
- контрольный расчет;
- блок-схему программы;
- текст программы;
- результаты работы программы.

Для контрольного расчета, выполняемого с помощью калькулятора, нужно брать 2-3 значения исходных данных таким образом, чтобы для каждой ветви в разветвлении было задано хотя бы одно число. При этом нужно приводить не конечный результат вычислений, а поэтапный, для отдельных частей используемых формул. Работа программы будет считаться корректной, если ее результаты совпадают с контрольным расчетом.

**Пример выполнения задания**

$$y_i = 2 \sin^2(\pi x_i) - \cos(x_i^2),$$

$$z_i = \begin{cases} x_i^3 + 2x_i^2 + x_i - 1 & , \text{ если } y_i > 1 \\ 1 - x_i^2 & , \text{ если } y_i \leq 1 \end{cases}$$

Нужно найти длины векторов  $Y$  и  $Z$ :

$$L_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}; \quad L_z = \sqrt{\sum_{i=1}^n z_i^2},$$

а также определить, сколько пар элементов  $(y_i, z_i)$  совпадают по знаку.

В этой задаче исходными данными являются элементы одномерного массива (вектора)  $X$ , которые используются для вычисления элементов  $y_i$  и  $z_i$ . Конечным результатом работы программы являются длины векторов  $L_y$  и  $L_z$ , а также количество  $m$  совпадающих по знаку элементов.

*Контрольный расчет.*

Разделим вычисление значения  $y_i$  на две части:

$$R1 = \sin^2(\pi x_i) \text{ и } R2 = \cos(x_i^2).$$

Для  $x = 6.6$  получим  $R1 = 0.90$ ;  $R2 = 0.91$ ;  $y = 0.90$ ;  $z = -42.56$ .

Аналогично для  $x = 0.8$  будем иметь  $R1 = 0.35$ ;  $R2 = 0.80$ ;  $y = -0.11$ ;  $z = 0.36$ .

Программная реализация рассматриваемого примера выполнена в двух вариантах: без использования процедур и функций (Labor3a) и с их использованием (Labor3b). Наличие этих двух вариантов призвано продемонстрировать преимущества применения процедур и функций для представления однотипных фрагментов программы. Студентам рекомендуется выполнять полученные задания по второму варианту, то есть с использованием процедур и функций.

```

Program Labor3a;
Uses Crt;
Const Nmax = 100;
        eps = 0.001;
Type Ar = array[1..Nmax] of real;
Var
    Sy, Sz : shortint; { знаки элементов y[i] и z[i] }
        i,      { параметр цикла }
        n,      { количество элементов массива }

```



```

        m,                { количество совпадающих }
                        { по знаку элементов }
        k : byte;        { вспомогательная переменная }
    Ly, Lz : real;      { длины векторов }
        ch : char;      { символ нажатой клавиши }
    X, Y, Z : Ar;      { массивы }
        F : text;      { исходный файл }

```

**Begin**

```

{ Ввод исходных данных }
ClrScr;
Assign(F, 'X.dat');
Reset(F);
n:=0;
While not SeekEof(F) do
    Begin
        Inc(n);
        Read(F, x[n]);
    End;
Close(F);

{ Вывод исходного массива X на экран }
Writeln('Массив X   n=', n);
k:=0;
For i:=1 to n do
    Begin
        k:=k+1;
        If k<5 then
            Write(x[i]:8:2, ' ')
        Else
            Begin
                k:=0;
                Writeln(x[i]:8:2);
            End
    End;
If k>0 then
    Writeln;

{ Вычисление элементов массивов Y и Z }
For i:=1 to n do
    Begin
        y[i]:=2*sqr(sin(pi*x[i]))-cos(sqr(x[i]));
        If (y[i]-1)>eps then
            z[i]:=((x[i]+2)*x[i]+1)*x[i]-1
        Else
            z[i]:=1-sqr(x[i]);
    End;

{ Вывод элементов массива Y на экран }
Writeln('Массив Y');
k:=0;
For i:=1 to n do
    Begin

```

```

        k:=k+1;
        If k<5 then
            Write(y[i]:8:2,' ')
        Else
            Begin
                k:=0;
                Writeln(y[i]:8:2);
            End
        End;
    If k>0 then
        Writeln;

{ Вывод элементов массива Z на экран }
Writeln('Массив Z');
k:=0;
For i:=1 to n do
    Begin
        k:=k+1;
        If k<5 then
            Write (z[i]:8:2,' ')
        Else
            Begin
                k:=0;
                Writeln(z[i]:8:2);
            End
        End;
    End;
If k>0 then
    Writeln;

{ Определение длин векторов Y и Z }
Ly:=0;
For i:=1 to n do
    Ly:=Ly+sqr(y[i]);
Ly:=sqrt(Ly);
Writeln('Ly=',Ly:8:2);
Lz:=0;
For i:=1 to n do
    Lz:=Lz+sqr(z[i]);
Lz:=sqrt(Lz);
Writeln('Lz=',Lz:8:2);

{ Определение количества совпадающих по знаку }
{ элементов Y и Z }
m:=0;
For i:=1 to n do
    Begin
        If abs(y[i])<=eps then
            Sy:=0
        Else
            If y[i]>eps then
                Sy:=1
            Else
                Sy:=-1;
    End

```

```

If abs(z[i])<=eps then
    Sz:=0
Else
    If z[i]>eps then
        Sz:=1
    Else
        Sz:=-1;
    If Sy=Sz then
        Inc(m);
    End;
Writeln('Количество совпадающих по знаку эл-тов'+
        ' m = ',m);

{ Приостановка работы программы }

Repeat
    ch:=ReadKey;
Until ord(ch)=27;

End.

```

Результаты работы программы:

```

Массив X           n=10
    1.50    6.60    8.00    1.00    0.80
   -1.00    0.00   12.20   10.00  -10.00

```

```

Массив Y
    2.63    0.90   -0.39   -0.54   -0.11
   -0.54   -1.00    1.07   -0.86   -0.86

```

```

Массив Z
    8.38   -42.56  -63.00    0.00    0.36
    0.00    1.00  2124.73  -99.00  -99.00

```

Ly= 3.48

Lz= 2130.71

Количество совпадающих по знаку эл-тов m = 5

Комментарии к программе

1. Функция знака принимает одно из трех значений: 0, 1, -1. В связи с этим для ее изображения в программе используется тип короткого целого со знаком (shortint).
2. Ввод исходных данных организован по концу файла. Цикл **While not SeekEof(F) do ...** работает, пока не будут прочитаны все числа, содержащиеся в файле *F*. Одновременно в этом цикле формируется количество введенных элементов *n*.
3. Константа  $\pi$  ( $\pi$ ) в Турбо Паскале считается предопределенной, поэтому в программе Labor3 значение этой константы не указывается.
4. Программы вывода массивов *X*, *Y* и *Z* отличаются между собой лишь именем массива. Их целесообразно оформить в виде процедуры. При этом сокращается текст

программы и улучшается ее читабельность. Такое же замечание можно сделать по поводу вычисления параметров  $S_y$  и  $S_z$ ,  $L_y$  и  $L_z$ .

5. Ниже приведен текст программы Labor3b с использованием процедур и функций. Ввод исходного массива и приостановка работы программы здесь также оформлены в виде процедур, что позволяет использовать их практически без изменений в других программах.

```

Program Labor3b;
Uses Crt;
Const Nmax = 100;
        eps = 0.001;
Type Ar = array[1..Nmax] of real;
Var
    Sy,Sz : shortint; { знаки элементов y[i] и z[i] }
        i,          { параметр цикла }
        n,          { количество элементов массива }
        m,          { количество совпадающих }
                    { по знаку элементов }
    Ly,Lz : real;     { длины векторов }
    X,Y,Z : Ar;       { массивы }
        F : text;     { исходный файл }
{ ----- }
Procedure WaitEscape;
{ Приостановка программы до нажатия клавиши Esc }
Var ch: char;
Begin
    Repeat
        ch:=ReadKey;
    Until ord(ch)=27;
End { WaitEscape };
{ ----- }
Procedure ReadArray(Var X:Ar; Var n:byte);
{ Ввод одномерного массива }
Begin
    Reset(F);
    n:=0;
    While not SeekEof(F) do
        Begin
            Inc(n);
            Read(F,x[n]);
        End;
    Close (F);
End { ReadArray };
{ ----- }
Procedure WriteArray(S:string; Var X:Ar; n:byte);
{ Вывод на экран одномерного массива }
Var i,k: byte;
Begin
    Writeln(S,'n=',n);
    k:=0;
    For i:=1 to n do
        Begin

```

```

        k:=k+1;
        If k<5 then
            Write(x[i]:8:2, ' ')
        Else
            Begin
                k:=0;
                Writeln(x[i]:8:2);
            End
        End;
    If k>0 then
        Writeln;
End { WriteArray };
{ ----- }
Function Sign(x:real):shortint;
{ ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ЗНАКА }
Begin
    If abs(x)<=eps then
        Sign:=0
    Else
        If x>eps then
            Sign:=1
        Else
            Sign:=-1;
    End { Sign };
{ ----- }
Function Len(Var U:Ar; n:byte):real;
{ ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВЕКТОРА U }
Var i : byte;
    L : real;
Begin
    L:=0;
    For i:=1 to n do
        L:=L+sqr(u[i]);
    L:=sqrt(L);
    Len:=L;
End { Len };
{ ----- }

Begin

{ ВВОД И ВЫВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ }
ClrScr;
Assign(F, 'X.dat');
ReadArray(X,n);
WriteArray('Массив X', X,n);

{ ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАССИВОВ Y И Z }
For i:=1 to n do
    Begin
        y[i]:=2*sqr(sin(pi*x[i]))-cos(sqr(x[i]));
        If (y[i]-1)>eps then
            z[i]:=((x[i]+2)*x[i]+1)*x[i]-1
        Else

```

```

        z[i]:=1-sqr(x[i]);
    End;

{ Вывод на экран элементов массивов Y и Z }
WriteArray('Массив Y',Y,n);
WriteArray('Массив Z',Z,n);

{ Определение длин векторов Y и Z }
Ly:=Len(Y,n);
Writeln('Ly=',Ly:8:2);
Lz:=Len(Z,n);
Writeln('Lz=',Lz:8:2);

{ Определение количества совпадающих по знаку }
{ элементов Y и Z }
m:=0;
For i:=1 to n do
    Begin
        Sy:=Sign(y[i]);
        Sz:=Sign(z[i]);
        If Sy=Sz then
            Inc(m);
    End;
Writeln('Количество совпадающих по знаку '+
        'элементов m = ', m);

{ Приостановка работы программы }
WaitEscape;

End.

```

## **ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3**

### **"ОБРАБОТКА ОДНОМЕРНЫХ МАССИВОВ"**

*Указание.* Сравнение вещественных чисел везде выполнять с учетом погрешности  $\varepsilon$  вне зависимости от того, имеется ли соответствующее указание в тексте конкретной задачи

---

1. Найти среднее арифметическое значение  $S$  элементов массива  $Z$  и заменить положительные элементы  $z_i$  абсолютным значением разности  $S - z_i$ . Определить, как при этом изменились позиции максимального и минимального по модулю элементов массива  $Z$ .

$$z_i = \begin{cases} \cos^2 x_i + \operatorname{tg} \frac{x_i}{2} & , \text{ если } \frac{\pi}{8} < |x_i| < \frac{3}{4}\pi \\ \sin x_i^2 - \sqrt{x_i^2 + 1} & , \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$


---

2. Каждую пару элементов массива  $Z$  расположить в порядке возрастания, то есть  $z_1 \leq z_2, z_3 \leq z_4, z_5 \leq z_6, \dots$ . Если массив  $Z$  содержит нечетное количество элементов  $n$ , то последний элемент  $z_n$  не рассматривается. Определить, насколько изменилась позиция максимального по модулю элемента массива  $Z$  после его преобразования.

$$y_i = \frac{\pi}{3} \sin \frac{x_i}{2}; \quad z_i = \begin{cases} 1 + e^{0,5x_i} - x_i^2 & , \text{ если } y_i \geq 0,1 \\ 1 + x_i + \sqrt[3]{x_i^2 - 1} & , \text{ если } y_i < 0,1 \end{cases}$$

3. Вычислить расстояние  $L$  между двумя  $n$ -мерными точками, координаты которых заданы векторами  $Y$  и  $Z$ , а также расстояния  $d_y$  и  $d_z$  от каждой из этих точек до начала координат.

$$y_i = 2 \sin^2 \frac{\pi}{3} x_i + 0,5 \sqrt{|x_i^3|}; \quad z_i = \begin{cases} 1 + e^{-y_i} & , \text{ если } y_i > 3 \\ y_i + \sqrt{|y_i|} & , \text{ если } -1 \leq y_i \leq 3 \\ \cos y_i + \frac{1}{y_i^3} & , \text{ если } y_i < -1 \end{cases}$$

*Примечание.*

$$L = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - z_i)^2}; \quad d_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}; \quad d_z = \sqrt{\sum_{i=1}^n z_i^2}$$

4. Определить, сколько в массиве  $Z$  имеется положительных чисел, которые окружены слева и справа по крайней мере одним отрицательным числом. Напечатать значение и порядковый номер максимального из таких чисел.

$$y_i = 2\pi \sin^2(\pi x_i) + 5 \cos\left(\frac{\pi}{2} x_i^2\right); \quad z_i = \begin{cases} 2,5y_i^{-3} - 6,8y_i^{-1} + 0,8 & , \text{ если } |y_i| > 3 \\ 1,5e^{|y_i-2|} - \sqrt{|y_i+5|} & , \text{ если } |y_i| \leq 3 \end{cases}$$

*Примечание.* Для элемента  $z_1$  «соседом» слева является элемент  $z_n$ , а для  $z_n$  соседом справа считается элемент  $z_1$ .

5. Элементы  $(x_i, y_i, z_i)$  - это компоненты трехмерного вектора. Определить, есть ли среди полученных таким образом векторов коллинеарные (параллельные) векторы, и если такие случаи будут обнаружены, напечатать номера первой пары коллинеарных векторов.

$$y_i = \begin{cases} 1 + e^{\sin x_i} & , \text{ если } |x_i| \geq \pi \\ \frac{1}{2} x_i^3 + \sqrt[3]{x_i} & , \text{ если } |x_i| < \pi \end{cases}; \quad z_i = \sqrt{2 + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + y_i\right)} + 2 \sin \frac{y_i}{2}$$

*Указание.* Два вектора  $(x_1, y_1, z_1)$  и  $(x_2, y_2, z_2)$  коллинеарны, если они имеют одинаковые направляющие косинусы. Для первого из указанных выше векторов имеем:

$$\cos \alpha = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}; \quad \cos \beta = \frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}; \quad \cos \gamma = \frac{z_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}$$

Проверку коллинеарности выполнять с учетом погрешности  $\varepsilon$ .

6. Определить абсолютное и относительное (в процентах) количество элементов массива  $P$ , которые совпадают по знаку с соответствующими элементами массива  $X$ . При этом указать отдельно количество совпадающих положительных, отрицательных и нулевых элементов. Сравнение проводить с учетом допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

$$y_i = \begin{cases} 1 + e^{x_i} \sin x_i & , \text{ если } |x_i| < 3 \\ 0,2x_i - \cos^2 x_i & , \text{ если } |x_i| \geq 3 \end{cases}; \quad p_i = 15,6y_i^5 - 32y_i^4 - 17y_i^3 + 81y_i - 159$$

Указание. Переменные  $p_i$  вычислять по схеме Горнера.

7. Вычислить скалярное произведение  $S$  векторов  $Y$  и  $Z$  и определить (в процентах со знаком), насколько оно изменится, если

- элементы вектора  $Z$  переставить в обратном порядке;
- элементы вектора  $Z$  сгруппировать в порядке уменьшения.

$$y_i = 2,5 \sin \pi x_i - \sqrt{|x_i|}; \quad z_i = \begin{cases} \ln(|x_i| + 1) + \sqrt[3]{x_i} & , \text{ если } |y_i| > 0,5 \\ x_i^2 + x_i + 1 & , \text{ если } |y_i| \leq 0,5 \end{cases}$$

Примечание.

$$S = \sum_{i=1}^n y_i z_i$$

8. По полученным значениям массивов  $Y$  и  $Z$  сформировать массив  $P$ , используя такие отношения:

$$p_1 = y_1 + z_1; \quad p_2 = y_1 - z_1 \\ p_3 = y_2 + z_2; \quad p_4 = y_2 - z_2$$

$$y_i = \sin^2 x_i - \cos^2 x_i^2; \quad z_i = \begin{cases} \ln\left(\cos^2 \frac{\pi}{4} x_i + 1,5\right) & , \text{ если } y_i > 0,25 + \sin x_i \\ e^{1+x_i} - \sqrt[3]{y_i} & , \text{ если } y_i \leq 0,25 + \sin x_i \end{cases}$$

Определить, есть ли в массиве  $P$  элементы, которые отличаются от нуля не больше чем на заданное малое значение  $\varepsilon$ . Если такие элементы имеются, то обменять первые два из них местами.

9. Вычислить среднее арифметическое  $S$  и дисперсию  $D$  элементов массива  $Y$ . Определить относительное количество (в процентах) элементов массива  $Y$ , которые отличаются от значения  $S$  больше чем на значение  $D$ .

$$y_i = \begin{cases} \frac{\sqrt{x_i} \sin \pi x_i}{\ln|x_i| + e^{-x_i}} & , \text{ если } x_i > 1,5 \\ 2\sqrt[3]{x_i} + \ln(|x_i| + 1) & , \text{ если } x_i \leq 1,5 \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \quad D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - S)^2$$



10. Найти в массиве  $Z$  максимальный элемент  $z_{\max}$  и заменить в этом массиве каждый элемент, меньший чем  $0,5z_{\max}$ , его дополнением к  $z_{\max}$ . Определить абсолютное и относительное (в процентах) количество таких замен.

$$y_i = 2\sqrt[3]{x_i} + 0,1x_i - \frac{x_i}{|x_i|+1}; \quad z_i = \begin{cases} y_i - \frac{1}{3} \frac{y_i^2}{y_i+1} & , \text{ если } y_i > 1 \\ 0,5 \cos \pi y_i & , \text{ если } |y_i| \leq 1 \\ 2 \sin \left( \cos \left( \frac{\pi}{2} y_i \right) \right) & , \text{ если } y_i < -1 \end{cases}$$

11. Количество элементов массива  $X$  задать четным. Считая элементы  $y_i$  абсциссами,  $z_i$  - ординатами на плоскости  $YOZ$ , а каждую пару точек  $(y_1, z_1) - (y_2, z_2)$ ,  $(y_3, z_3) - (y_4, z_4)$ , ... - координатами начала и конца отрезка, определить, сколько отрезков полностью расположены в первом квадранте. Определить также, между какими точками первого и последнего отрезков расстояние максимальное.

$$y_i = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cos \left( \frac{x_i}{2} + \pi \right) - 2 & , \text{ если } x_i > 1 \\ 2 \sin x_i \cdot \cos \left( \frac{x_i}{2} - \frac{\pi}{4} \right) & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \end{cases}; \quad z_i = 2y_i^2 - \sqrt[5]{y_i+1}$$

*Указание.* Принадлежность точки квадранту определять с учетом заданной погрешности  $\varepsilon$ .

12. Определить суммы и количества положительных и отрицательных элементов вектора  $P$ . Элементы, которые по модулю меньше заданного значения  $\varepsilon$  (например, 0.001), не учитывать. После этого поменять местами первый положительный и первый отрицательный элементы массива  $P$  (если соответствующие элементы имеются в данном массиве).

$$y_i = 2 \sin^3 \frac{\pi}{3} x_i + 0,5 \ln(|x_i| + \pi); \quad z_i = \begin{cases} 1 - e^{-y_i} & , \text{ если } y_i > 2 \\ \cos y_i - y_i^2 & , \text{ если } -1 \leq y_i \leq 2; \\ y_i + 2\sqrt{|y_i|} & , \text{ если } y_i < -1 \end{cases}$$

$$p_i = z_i + 0,4 \frac{x_i}{2 + \cos x_i}$$

13. Считая элементы массива  $Z$  длинами отрезков, определить, можно ли из отрезков (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ... построить треугольники, и подсчитать количество полученных при этом треугольников. Напечатать номера точек, которые образуют треугольник наибольшего периметра.

*Указание.* Использовать следующее свойство: полупериметр треугольника больше длины любой из его сторон.

$$y_i = \begin{cases} e^{-x_i} + \frac{0,3x_i}{1+x_i} & , \text{ если } x_i > 1 \\ 2 \cos^2(x_i + \pi) & , \text{ если } |x_i| \leq 1; \quad z_i = \sqrt[5]{y_i + 1} \\ 2 \sin^2\left(\cos \frac{\pi}{2} x_i\right) & , \text{ если } x_i < -1 \end{cases}$$

Возможность построения треугольника определять с учетом погрешности  $\varepsilon$ .

14. В массиве  $Y$  найти значения и положения наибольшего отрицательного и наименьшего положительного числа, после чего обменять их местами.

$$y_i = \begin{cases} \frac{\pi}{3} \cos^2\left(x_i - \frac{\pi}{2}\right) - 2 \sin x_i & , \text{ если } 2 < x_i \leq 10 \\ 2e^{-x_i} - \ln(x_i + 1) & , \text{ если } x_i > 10 \\ x_i^3 + x_i^2 + x_i + 1 & , \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

*Указание.* Значение  $y_i$  в третьей ветви вычислять по схеме Горнера. Элементы, по модулю меньше чем  $\varepsilon$ , не учитывать.

15. Элементам массива  $Y$ , которые отличаются от среднего арифметического значения  $S$  этого массива не больше чем на  $\varepsilon$ , присвоить нулевое значение. Определить, на сколько процентов изменилось при этом значение  $S$ .

$$y_i = \begin{cases} \frac{\sqrt{x_i} \left( 2 + \sin\left(x_i + \frac{\pi}{2}\right) \right)}{\ln|x_i| + e^{-|x_i|}} & , \text{ если } |x_i| > 5 \\ 2x_i - \sqrt[3]{x_i} & , \text{ если } |x_i| \leq 5 \end{cases}$$

16. Определить порядковые номера и значения первого положительного  $P_z$  и последнего отрицательного  $N_z$  элементов массива  $Z$ , после чего вычислить среднее арифметическое значение элементов, которые позиционно расположены между  $P_z$  и  $N_z$ .

$$y_i = \sin^2 x_i + \operatorname{sh} \frac{x_i}{2}; \quad z_i = \begin{cases} \ln\left(\cos^2 \frac{\pi}{4} x_i + 1\right) + 1 & , \text{ если } |y_i| > x_i^2 \\ 1 + x_i - x_i^2 + x_i^3 - x_i^4 & , \text{ если } |y_i| \leq x_i^2 \end{cases}$$

*Указание.* Вычисление элементов  $z_i$  при  $|y_i| \leq x_i^2$  выполнять по схеме Горнера. При переборе положительных и отрицательных элементов массива  $Z$  те из них, которые по модулю меньше чем  $\varepsilon$ , не учитывать, где  $\varepsilon$  - малая величина (например, 0.001).

17. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Рассматривая пары точек  $(1, 2), (2, 3), (3, 4), \dots$  как начало и конец отрезка, определить, сколько таких отрезков однократно пересекает окружность радиусом  $R$  с центром в точке  $(x_c, y_c)$ . Значения  $R, x_c$  и  $y_c$  ввести с клавиатуры.

$$y_i = \begin{cases} 2(\cos^2 x_i - 1) + \ln^2(x_i^2 + 1) & , \text{ если } |x_i| > 2 \\ 2(\operatorname{ch} x_i^2 + 1) + 3\sqrt[3]{x_i} & , \text{ если } |x_i| \leq 2 \end{cases}$$

18. Определить сумму и произведение тех элементов массива  $P$ , для которых выполняется отношение  $p_i > 2x_i$ , а также среднее арифметическое значение таких элементов.

$$p_i = \begin{cases} 2 \sin \pi x_i^2 + 3\sqrt[3]{x_i} \cdot \cos\left(x_i - \frac{\pi}{3}\right) & , \text{ если } |x_i| > \frac{\pi}{3} \\ 2 \operatorname{sh}\left(x_i + \frac{\pi}{6}\right) - e^{x_i} \sqrt{|x_i| + 1} & , \text{ если } |x_i| \leq \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

19. Определить значения и порядковые номера элементов массива  $Y$ , которые в наибольшей и наименьшей степени отличаются от среднего арифметического значения  $S$  этого массива, после чего обменять их местами.

$$y_i = \begin{cases} 2,8 \sin \sqrt{\ln^2(x_i + 1) + 1} & , \text{ если } x_i > 1 \\ 3\sqrt[3]{e^{x_i} - 2} + x_i \operatorname{sh} x_i & , \text{ если } x_i \leq 1 \end{cases}$$

*Примечание.* В задаче идет речь о нахождении таких элементов  $y_i$ , для которых выражение  $|y_i - S|$  имеет соответственно максимальное или минимальное значение.

20. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  абсциссами и ординатами точек на плоскости, выполнить преобразование координат путем поворота осей таким образом, чтобы ось абсцисс прошла через точку  $(x_2, y_2)$ . Определить, изменился ли номер точки, ближайшей к началу координат, после такого преобразования.

$$x_i = \pi \sin^2\left(t_i - \frac{\pi}{2}\right) + 1; \quad y_i = \begin{cases} 0,8\sqrt{|t_i| + 1} - t_i & , \text{ если } |t_i| < 2 \\ 0,3\sqrt[3]{|t_i| + 1} - 0,1e^{0,1t_i} & , \text{ если } |t_i| \geq 2 \end{cases}$$

*Указание.*

Расстояние от точки  $(x_i, y_i)$  до начала координат определяется по формуле

$$d = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

Координаты точек в новой системе

$$x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$

$$y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

где

$$\sin \alpha = \frac{y_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}; \quad \cos \alpha = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Поскольку переменные  $x$  и  $y$  входят в формулы для  $x'$  и  $y'$ , то вычисление новых координат производить следующим образом:

$$R = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}; \quad \sin \alpha = \frac{y_2}{R}; \quad \cos \alpha = \frac{x_2}{R}$$

$$R = x_i \cos \alpha + y_i \sin \alpha; \quad y_i = -x_i \sin \alpha + y_i \cos \alpha$$

$$x_i = R$$

21. Обменять местами максимальный  $y_{\max}$  и минимальный  $y_{\min}$  элементы массива  $Y$ , после чего определить среднее арифметическое значение  $S$  всех элементов массива  $Y$ , за исключением  $y_{\max}$  и  $y_{\min}$ . Определить количество элементов массива  $Y$ , которые отличаются от значения  $S$  не больше чем на 10 %.

$$y_i = \begin{cases} \frac{1,5e^{-x_i}}{|a|+1} + b \left| \sin \left( x_i - \frac{\pi}{3} \right) \right| & , \text{ если } x_i \geq 1 \\ 6,5 x_i - 0,5 \sqrt[3]{x_i + 1} + shx_i & , \text{ если } x_i < 1 \end{cases}$$

*Указание.* Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  ввести с клавиатуры.

22. Определить степенное среднее  $S$  модулей элементов массива  $P$ , а также значения и порядковые номера элементов  $p_i$ , которые в наибольшей и наименьшей мере отличаются от значения  $S$ , после чего обменять местами эти элементы.

$$y_i = \begin{cases} 0,5 \left( \sin^2 x_i + 1 \right) + \sqrt{|x_i|} \sin(x_i) & , \text{ если } |x_i| < 5 \\ 2 \ln(|x_i| + 1) - x_i^2 + 1 & , \text{ если } |x_i| \geq 5 \end{cases}$$

$$p_i = 3,4 y_i^7 - 2,9 y_i^5 - 3,8 y_i^4 + 6,7 y_i^2 - 2,4 y_i + 190$$

*Указание.* Вычисление элементов  $p_i$  производить по схеме Горнера.

*Примечание.* Степенным средним положительных чисел  $p_1, p_2, \dots, p_n$  называется величина

$$S = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i^m \right)^{\frac{1}{m}}$$

где  $m$  - любое целое положительное число (например,  $m = 3$ ).

Значение  $m$  должно быть введено с клавиатуры.

23. Найти длину кривой  $y(x)$  как сумму длин отрезков, координаты конечных точек которых определяются элементами  $(x_i, y_i)$ . Напечатать порядковые номера самого длинного и самого короткого отрезков.

$$y_i = \begin{cases} \frac{10 \sqrt[3]{x_i + 1} + 2 \sin x_i}{\ln(|x_i| + 1) + 1} & , \text{ если } |x_i| > 1 \\ 10 \sqrt{|x_i + 1|} + 0,5 shx_i & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \end{cases}$$

24. Вычислить среднее арифметическое  $S$  массива  $Y$  и определить количество элементов  $y_i$ , которые отличаются от  $S$  не более чем на 30%. Найти среди этих элементов минимальный и максимальный по модулю, после чего обменять их местами.

$$y_i = \begin{cases} 0,5 \left( 2 + \sin^2 \left( x_i - \frac{\pi}{4} \right) \right) + e^{x_i} & , \text{ если } x_i < 1 \\ 4x_i^{0,62} - 2\sqrt{2x_i + 1} + 1 & , \text{ если } 1 \leq x_i \leq 10 \\ 5e^{-x_i} + 2\ln^2 x_i & , \text{ если } x_i > 10 \end{cases}$$

25. Вычислить среднее арифметическое значение  $S$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma$

$$y_i = \begin{cases} 2 + \pi x_i \sin \left( x_i - \frac{\pi}{4} \right) & , \text{ если } x_i \leq 0 \\ 1 + \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} x_i \right) + x_i & , \text{ если } 0 < x_i \leq 10 \\ x_i - \sqrt{\ln x_i} + e^{-x_i} & , \text{ если } x_i > 10 \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - S)^2}$$

Определить абсолютное и относительное количество элементов  $y_i$ , которые лежат в интервале  $S \pm \sigma$  и вне интервала  $S \pm 3\sigma$  (отдельно по каждому интервалу).

26. Считая  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, найти расстояние между двумя точками, одна из которых наиболее удалена от оси абсцисс, а вторая - от оси ординат. Если эти точки не совпадают, то обменять их местами.

$$x_i = \frac{\pi}{3} \sin \left( t_i + \frac{\pi}{3} \right) - \cos \left( 2t_i - \frac{\pi}{3} \right); \quad y_i = \begin{cases} 0,5e^{0,5t_i} - x_i^2 - 1 & , \text{ если } |x_i| \geq \pi \\ 2\sqrt[3]{x_i} + x_i + 1 & , \text{ если } |x_i| < \pi \end{cases}$$

Проверку совпадения двух точек выполнять с точностью  $\varepsilon$ .

27. Сформировать вектор  $C$  по формуле  $c_i = \max(a_i, b_i) - \min(a_i, b_i)$  и найти в нем максимальное значение среди элементов с четными номерами и минимальное - среди элементов с нечетными номерами, после чего обменять местами эти элементы.

$$a_i = \sqrt{\left| \sin \left( x_i + \frac{\pi^2}{10} \right) + \cos \frac{\pi^2}{10} x_i \right|}; \quad b_i = \frac{\sqrt{e^{\lg(|x_i|+1)} + \sin^2 x_i}}{1 + \lg(|x_i|+10)}$$

28. Задав количество элементов массива  $X$  четным и считая элементы  $x_i$  абсциссами, а  $y_i$  - ординатами точек на плоскости, определить, сколько отрезков  $(x_1, y_1)$

-  $(x_2, y_2), (x_3, y_3) - (x_4, y_4), \dots$  пересекают соответственно только ось  $X$ , только ось  $Y$  или обе оси  $X$  и  $Y$ .

$$u_i = 0,5 \sin(0,5x_i) + \frac{\pi}{2} \cos\left(x_i + \frac{\pi}{2}\right); \quad y_i = \begin{cases} \sin(e^{\sin u_i}) & , \text{ если } u_i > 0 \\ \cos\left(1 + e^{\sqrt{1-u_i}}\right) & , \text{ если } u_i \leq 0 \end{cases}$$

29. По отношению к массиву  $Z$  выполнить следующие действия:

- если в массиве  $Z$  имеются нулевые элементы, то заменить их полусуммой смежных элементов; для первого элемента смежным слева считать последний элемент, для последнего элемента смежным справа является первый элемент;
- найти максимальный  $z_{\max}$  и минимальный  $z_{\min}$  по модулю элементы;
- вычислить среднее геометрическое модулей всех элементов массива  $Z$ , за исключением  $z_{\max}$  и  $z_{\min}$ .

$$y_i = 15,6x_i^5 - 32x_i^4 - 17x_i^3 + 49x_i^2 + 81x_i - 159$$

$$z_i = \begin{cases} 1 + \sqrt{1 + 0,5 \cos^2 y_i} & , \text{ если } y_i < 0 \\ 2 + \sqrt{1 + e^{-0,5y_i}} & , \text{ если } y_i > 10 \\ 0 & , \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

*Указание.* Вычисление элементов  $y_i$  производить по схеме Горнера.

*Примечание.* Среднее геометрическое вычисляется по формуле:

$$P = n \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n |z_i|}$$

30. По массиву  $Y$  сформировать массив  $Z$ , в котором сначала расположить все отрицательные элементы  $y_i$ , а после этого - все неотрицательные элементы этого массива, сохранив их исходный относительный порядок. Определить, как при этом изменилось положение минимального элемента массива.

$$x_i = \begin{cases} e^{\sin t_i} - 1 & , \text{ если } t_i \leq 2 \\ \sqrt{t_i + 1} - 2 & , \text{ если } t_i > 2 \end{cases}; \quad y_i = 0,9x_i^8 - 12x_i^7 + 8x_i^5 - 3x_i^4 + 4x_i^2 - 19,3$$

*Указание.* Вычисление переменной  $y_i$  выполнять по схеме Горнера.

*Примечание.* При формировании массива  $Z$  разрешается использовать буферный массив.

31. Считая элементы  $(y_i, z_i)$  координатами точек на плоскости  $YOZ$ , определить количество и процент точек, для которых каждое из расстояний до двух смежных точек не превышает значения параметра  $d$ , который вводится с клавиатуры. Для первой точки смежной слева считать последнюю точку, для последней точки смежной справа является первая точка.

$$z_i = \begin{cases} 2 \sin^2 \left( y_i - \frac{\pi}{2} \right) + 0,5 \operatorname{sh} y_i & , \text{ если } |y_i| < \frac{\pi}{2} \\ 3y_i^3 + 2y_i^2 - 5y_i - 12 & , \text{ если } |y_i| \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

32. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, определить количество и процент точек, расположенных внутри кольца с радиусами  $R$  и  $r$  и центром в точке  $(x_c, y_c)$ . Значения  $R, r, x_c, y_c$  ввести с клавиатуры. Если при вводе имеет место  $R < r$ , то поменять значения этих переменных.

$$y_i = \begin{cases} \frac{2 \ln(x_i^2 + 1) + \sin^2 x_i^2 + \sqrt[3]{x_i}}{\sqrt{2x_i + 1}(\ln(x_i + 1)) + 1} & , \text{ если } x_i < 1 \\ x_i \sqrt{\sin^2 x_i + \cos^2 x_i^2 + 1} & , \text{ если } x_i \geq 1 \end{cases}$$

33. Определить количество и номера элементов массива  $Y$ , удовлетворяющих условию  $y_i \in [a, b]$ , где значения параметров  $a$  и  $b$  вводятся с клавиатуры. Если при вводе имеет место  $a > b$ , то поменять значения этих параметров. Определить максимальное и минимальное значения среди элементов, которые удовлетворяют приведенному условию, после чего поменять местами эти элементы.

$$y_i = \begin{cases} x_i^4 + \frac{2x_i^2 + 3}{\pi + x_i} \sin x_i + 0,47 & , \text{ если } x_i > 1 \\ x_i \sin \sqrt[3]{x_i} + \frac{2 \ln(|x_i| + 1) + 1}{1 + 2 \cos^2 \left( x_i - \frac{\pi}{3} \right)} & , \text{ если } x_i \leq 1 \end{cases}$$

34. В массиве  $Y$  поменять местами элементы каждой пары чисел  $(y_i, y_{i+1})$ ,  $i = 1, 3, 5, \dots$ . Если количество элементов  $n$  в массиве  $Y$  нечетное, то последний элемент в обмене не участвует. Определить, насколько при этом изменилось количество смежных пар  $(y_i, y_{i+1})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , для которых выполняется отношение  $y_i > y_{i+1}$ .

$$y_i = \begin{cases} 2,8 \sin \frac{x_i}{2} + \operatorname{tg} x_i + \sqrt{|x_i|} & , \text{ если } |x_i| < 0,45\pi \\ 2,8 \operatorname{sh} \frac{x_i}{2} + \operatorname{th} x_i + \sqrt[3]{x_i} & , \text{ если } |x_i| \geq 0,45\pi \end{cases}$$

35. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами конечных точек отрезков ломаной линии, определить номер отрезка, который пересекает ось абсцисс, а также координаты точки пересечения. Если таких отрезков несколько, то указать номер кратчайшего из них.

$$y_i = \begin{cases} 2 \sin^3 2x_i - \cos \left( x_i - \frac{\pi}{6} \right) & , \text{ если } |x_i| < 1 \\ \cos \sqrt[3]{x_i} - 2 \sin \frac{x_i}{2} & , \text{ если } |x_i| \geq 1 \end{cases}$$

36. Вычислить среднее арифметическое  $S$  и среднее геометрическое  $P$  элементов массива  $M$ , после чего определить количество элементов  $m_i$ , расположенных в диапазоне от  $\min(S, P)$  до  $\max(S, P)$ .

$$m_i = \begin{cases} \left| 1 + \operatorname{arctg} \frac{x_i}{1 + \sqrt{x_i}} - x_i \right| & , \text{ если } x_i > 0,15 \\ \left| \sin x_i \cdot e^{x_i} - x_i \right| + 1 & , \text{ если } x_i \leq 0,15 \end{cases}$$

*Примечание.* Среднее геометрическое - см. п.29.

37. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, найти кратчайшее расстояние между двумя смежными точками. При этом первую и последнюю точки также считать смежными. Напечатать порядковые номера этих точек и значения расстояния между ними.

$$y_i = \begin{cases} 0,5e^{0,5x_i} + 0,5\operatorname{sh}(0,5x_i) & , \text{ если } |x_i| < 3 \\ 2 \sin \sqrt[3]{x_i + 2} + \ln(|x_i| + 1) & , \text{ если } |x_i| \geq 3 \end{cases}$$

38. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, определить, имеются ли в массивах  $X, Y$  три смежные точки  $(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots$ , которые лежат на одной прямой. Подсчитать количество таких случаев и напечатать номера первой триады этих точек.

$$y_i = \begin{cases} 0,5x_i^3 - x_i^2 + x_i - 1 & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \text{ или } 3 \leq |x_i| \leq 4 \\ \sin^2 \left( x_i - \frac{\pi}{4} \right) & , \text{ если } 1 < x_i < 3 \\ \cos^3 x_i^2 & , \text{ если } -3 < x_i < -1 \\ 2 + x_i & , \text{ если } 4 < |x_i| \leq 5 \\ -2 + 5x_i & , \text{ если } x_i > 5 \\ 0 & , \text{ если } x_i < -5 \end{cases}$$

*Указание.* Три точки  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  лежат на одной прямой, если

$$d = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Равенство определителя  $d$  нулю проверять с точностью  $\varepsilon$ .

39. Элементы  $(x_i, y_i, z_i)$  являются компонентами трехмерного вектора. Определить, имеются ли среди полученных таким образом векторов два смежных взаимно перпендикулярных вектора, и если такие случаи будут обнаружены, напечатать количество пар и номера первой пары перпендикулярных векторов.



$$y_i = 2 \sin^2 \left( x_i - \frac{\pi}{6} \right) + \cos \left( \frac{x_i}{2} + \frac{\pi}{4} \right); \quad z_i = \begin{cases} e^{x_i} + 2\sqrt[3]{x_i} & , \text{ если } |y_i| < 0,5 \\ 3\sqrt{|x_i + y_i|} - \operatorname{sh} y_i & , \text{ если } y_i > 1 \\ 0 & , \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

Указание. Два вектора  $(x_1, y_1, z_1)$  и  $(x_2, y_2, z_2)$  перпендикулярные, если  $d = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$ .

Проверку перпендикулярности выполнять с учетом погрешности  $\varepsilon$ .

40. Определить относительное количество (в процентах) элементов массива  $Z$ , расположенных в диапазоне  $z_{\min} + (z_{\max} - z_{\min})/3 \dots z_{\min} + 2 \cdot (z_{\max} - z_{\min})/3$ , где  $z_{\min}$ ,  $z_{\max}$  - соответственно минимальный и максимальный элементы массива  $Z$ . Определить также среднее арифметическое значение элементов, расположенных в указанном диапазоне.

$$z_i = \begin{cases} 5,3 \cos \sqrt{x_i} + e^{-x_i^2} - \pi x_i & , \text{ если } |x_i| \geq \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{\arctg |x_i| + 1} + \operatorname{sh} \frac{x_i}{3} & , \text{ если } |x_i| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

41. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты центра, элемент  $R_i$  - радиус  $i$ -ой окружности. Определить, сколько смежных окружностей пересекаются между собой, соприкасаются или размещены одна внутри другой. Первую и последнюю окружности также считать смежными. Проверку взаимного расположения окружностей выполнять с учетом допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

$$y_i = \begin{cases} 12,5 \sin \frac{\pi}{2} x_i + \operatorname{sh} \frac{x_i}{2} & , \text{ если } |x_i| < 2\pi \\ 2,5 \cos \sqrt[3]{x_i} + \cos x_i & , \text{ если } |x_i| \geq 2\pi \end{cases}; \quad R_i = x_i^2 + |x_i| + 1$$

42. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Рассматривая каждые три смежные точки  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(3, 4, 5)$ , ... как вершины треугольника, определить номера треугольников, для которых радиус  $r$  вписанной в них окружности имеет соответственно максимальное и минимальное значения.

$$y_i = \begin{cases} 0,5 \lg (2x_i^2 + 1) - e^{-|x_i|} & , \text{ если } |x_i| > 2 \\ \pi \sin^2 \pi x_i - \operatorname{sh} \left( \frac{x_i}{2} \right) & , \text{ если } |x_i| \leq 2 \end{cases}$$

Для определения значения  $r$  использовать формулу

$$r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$$

где  $a, b, c$  - длины сторон треугольника,  $p$  - его полупериметр.

43. Определить, имеются ли в массиве  $Z$  подряд идущие отрицательные числа и напечатать значение и порядковый номер начального элемента первой группы таких

чисел. При этом в группе должно быть не менее трех таких чисел. Определить также средние арифметические значения отдельно для положительных и отрицательных элементов массива  $Z$ . Числа, которые не превышают по модулю значения  $\varepsilon$ , не учитывать.

$$z_i = \begin{cases} \frac{x_i \sin\left(x_i + \frac{\pi}{2}\right)}{1 + 0,5x_i^2} & , \text{ если } |x_i| < \frac{\pi}{4} \\ \sqrt[3]{\frac{2 \cos x_i + x_i}{|x_i| + 1}} & , \text{ если } |x_i| \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

44. Сформировать массив  $P$  по формулам

$$\begin{aligned} p_1 &= y_1 - 2x_1; & p_2 &= y_1 + x_1 / 2; \\ p_3 &= y_2 - 2x_2; & p_4 &= y_2 + x_2 / 2; \\ & \dots \end{aligned}$$

Определить, на сколько процентов отличаются значение  $p_{\max}$  от суммы  $x_{\max} + y_{\max}$ , а значение  $p_{\min}$  – от суммы  $x_{\min} + y_{\min}$ , где  $x_{\max}$ ,  $y_{\max}$ ,  $p_{\max}$ ,  $x_{\min}$ ,  $y_{\min}$ ,  $p_{\min}$  – соответственно максимальные и минимальные значения массивов  $X$ ,  $Y$  и  $P$ .

$$y_i = \begin{cases} 5x_i^{-3} + 2x_i^2 + \cos^3|x_i| & , \text{ если } |x_i| > 1 \\ \sqrt[5]{x_i^3 - 1} + e^{\sin x_i} & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \end{cases}$$

45. Определить, сколько раз в массиве  $P$  нарушается упорядоченность его элементов по возрастанию, то есть не выполняется отношение  $p_i \leq p_{i+1}$ .

Вычислить среднее арифметическое значение элементов, для которых выполняется отношение  $p_i \leq p_{i+1}$ .

$$p_i = \begin{cases} 0,5 \operatorname{sh} \frac{x_i}{2} - \operatorname{ch} \frac{x_i^2}{2} + 1 & , \text{ если } |x_i| < 2 \\ \ln \frac{\sqrt[3]{x_i^2 + 1}}{|x_i| + 1} - \frac{\pi}{2} \sin \frac{x_i}{2} & , \text{ если } |x_i| \geq 2 \end{cases}$$

46. Элементы  $(x_i, y_i)$  – это координаты точек ломаной линии. Определить, сколько отрезков ломаной, начиная со второго, параллельны ее первому отрезку, а также номер наиболее длинного из таких отрезков.

$$y_i = \begin{cases} \frac{x_i^2 - \sin^2 x_i^2}{\sqrt{|x_i| + 1}} + e^{-x_i^2} & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \\ e^{-|x_i|} \sin x_i + \ln(x_i^2 + 1) & , \text{ если } |x_i| > 1 \end{cases}$$

Указание. Две прямые

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

параллельны, если

$$\Delta = a_1b_2 - a_2b_1 = 0.$$

Для прямой, что проходит через точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ , коэффициенты ее общего уравнения определяются по формулам:  $a = y_2 - y_1$ ;  $b = x_1 - x_2$ . Проверку параллельности производить с точностью  $\varepsilon$ .

---

47. В массиве  $M$  найти последний отрицательный элемент, целая часть которого имеет нечетное значение, и обменять его местами с первым положительным элементом, целая часть которого имеет четное значение.

$$m_i = \begin{cases} 5 \sin\left(x_i + \frac{\pi}{3}\right) \operatorname{sh}\left(x_i + \frac{\pi}{3}\right) & , \text{ если } x_i < \frac{\pi}{3} \\ 8e^{-2x_i} \cos(x_i - 1) \sqrt[3]{x_i^2} & , \text{ если } x_i \geq \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

---

48. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это абсциссы и ординаты точек на плоскости. Считая каждые три смежные точки  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(3, 4, 5)$ , ... вершинами треугольника, определить порядковые номера треугольников, для которых радиус  $R$  описанной окружности имеет соответственно минимальное и максимальное значения.

$$y_i = \begin{cases} 3,5 \cos \frac{\pi x_i}{2} + \ln(x_i^2 + 1) & , \text{ если } |x_i| > \frac{\pi}{6} \\ 0,5 \operatorname{ch} \frac{\pi x_i}{2} + \sqrt[3]{x_i + 1} & , \text{ если } |x_i| \leq \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

Указание. Для вычисления радиуса  $R$  использовать формулу

$$R = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

где  $a, b, c$  - длины сторон треугольника;  $p$  - его полупериметр.

---

49. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами конечных точек отрезков ломаной линии, определить номер отрезка, который пересекает ось ординат, а также координаты точки пересечения. Если таких отрезков несколько, то указать номер наиболее длинного из них.

$$y_i = 10 \sin^2 \sqrt{|t_i| + 1} - \operatorname{sh} \frac{t_i}{3}; \quad x_i = \begin{cases} 2 \cos\left(t_i - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt[3]{t_i - 1} & , \text{ если } |t_i| > 2 \\ 3t_i^4 + 5t_i^3 + 8t_i^2 + t_i + 1 & , \text{ если } |t_i| \leq 2 \end{cases}$$

---

50. Определить среднее арифметическое  $S$  элементов массива  $Y$ , а также номера элементов, которые в максимальной и минимальной степени отличаются от значения  $S$ , после чего обменять местами эти элементы.

$$y_i = \begin{cases} \sqrt[3]{x_i + 1} + \ln(x_i^2 + 1) - e^{-x_i^2} & , \text{ если } |x_i| > \pi \\ \frac{\operatorname{sh} x_i^2 + \sin x_i^2 + 1}{x_i^2 + 1} & , \text{ если } |x_i| \leq \pi \end{cases}$$

51. Каждый элемент массива  $P$ , превышающий среднее арифметическое значение  $S$  этого массива, заменить его отклонением от параметра  $S$ . Определить количество таких элементов и их среднее арифметическое значение до и после произведенной замены.

$$P_i = \begin{cases} \sin^2\left(x_i - \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{sh}^2\left(x_i - \frac{\pi}{4}\right) & , \text{ если } |x_i| < \pi \\ \frac{2\sqrt[3]{\sin x_i} + \ln(|x_i| + 1)}{0,5\sqrt{x_i^2 + 1} + 1} & , \text{ если } |x_i| \geq \pi \end{cases}$$

*Примечание.* Отклонение элемента  $p_i$  от значения  $S$  — это разность  $|S - x_i|$ .

52. Элементы  $(x_i, y_i)$  — это координаты точек на плоскости. Считая каждые три смежные точки  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(3, 4, 5)$ , ... вершинами треугольника, определить порядковые номера треугольников с максимальной и минимальной площадью.

$$y_i = \begin{cases} \sin^2 x_i + \cos^2(x_i^2 - \pi) + 1 & , \text{ если } x_i \geq 2 \\ e^{-x_i^2} + 1 + \sqrt[3]{x_i + 1} & , \text{ если } x_i < 2 \end{cases}$$

*Указание.* Вычисление площади треугольника с вершинами в точках  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  производить по формуле

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

При этом использовать модуль значения  $S$ .

53. Элементы  $(x_i, y_i)$  — это координаты точек на плоскости. Считая каждые три точки  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(3, 4, 5)$ , ... вершинами треугольника, определить, сколько на плоскости имеется равнобедренных треугольников. Равенство длин отрезков проверять с точностью  $\varepsilon$ . Указать номер равнобедренного треугольника с максимальным периметром.

$$y_i = \begin{cases} 5 + 2x_i & , \text{ если } |x_i| > 1 \\ \frac{\operatorname{ch} x_i + \cos x_i}{|x_i| + 1} + e^{\sin x_i} & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \end{cases}$$

54. Считая пары чисел  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, определить среднее расстояние  $L$  точек от начала координат, а также количество точек, расположенных внутри кольца с радиусами  $L$  и  $L/2$  и центром в начале координат.

$$y_i = \begin{cases} 2\pi \sin\left(x_i - \frac{\pi}{3}\right) + e^{-x_i} & , \text{ если } x_i > \pi \\ \frac{10 \left(1 + \operatorname{arctg} \frac{x_i^2}{1 + |x_i|}\right)}{1 + \sqrt[3]{x_i + 1} + |x_i|} & , \text{ если } x_i \leq \pi \end{cases}$$

*Указание.* Принадлежность точки к внутренней области кольца определять с точностью  $\varepsilon$ .

55. Если максимальный элемент массива  $P$  меньше, чем сумма всех остальных элементов, то присвоить этому элементу нулевое значение, после чего найти в массиве  $P$  новый максимальный элемент.

$$p_i = \begin{cases} x_i \sin x_i + x_i^2 \operatorname{sh}^2 x_i^2 & , \text{ если } |x_i| < 1 \\ 0,5e^{-x_i^2} + \frac{\ln^2(|x_i| + 2)}{|x_i| + 1} + 1 & , \text{ если } |x_i| \geq 1 \end{cases}$$

56. В массиве  $P$  определить среднее арифметическое значение  $S$  тех элементов, которые позиционно размещены между минимальным  $p_{\min}$  и максимальным  $p_{\max}$  элементами этого массива, включая в этот диапазон сами элементы  $p_{\min}$  и  $p_{\max}$ .

$$p_i = \begin{cases} \pi \sin^3\left(x_i - \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{ch}^2\left(x_i - \frac{\pi}{2}\right) & , \text{ если } |x_i| < \frac{\pi}{2} \\ 0,5e^{-x_i^2} + \sqrt[3]{x_i - 1} + \ln(x_i^2 + 1) & , \text{ если } |x_i| \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

*Указание.* Учесть, что позиционно минимальный элемент  $p_{\min}$  может быть как перед, так и после максимального элемента  $p_{\max}$ .

57. Анализируя пары элементов массива  $Y$ , симметричные относительно его середины ( $y_1$  и  $y_n$ ,  $y_2$  и  $y_{n-1}$ , ...), в случае необходимости поменять их местами, чтобы при этом первый элемент пары был не меньше второго элемента. Определить, как при этом изменилось положение максимального и минимального элементов массива  $Y$ .

$$y_i = \begin{cases} \ln^2\left(\sin^2 \sqrt[3]{x_i}\right) + e^{-x_i^2 + 1} & , \text{ если } |x_i| > \frac{\pi}{2} + 1 \\ 2 \cos\left(x_i - \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{ch}\left(x_i - \frac{\pi}{4}\right) & , \text{ если } |x_i| \leq \frac{\pi}{2} + 1 \end{cases}$$

58. Определить процент положительных, отрицательных и нулевых элементов в массиве  $Y$ , сравнивая при этом их значения с малым числом  $\varepsilon$ . Определить также средние арифметические значения каждой из указанных групп элементов.

$$y_i = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x_i + 1} \cdot \sin x_i^2}{\cos^2 x_i + 1} + e^{-\frac{x_i}{2}} & , \text{ если } x_i > 2\pi \\ 2\sqrt[3]{x_i + \pi} + \cos^3\left(x_i - \frac{\pi}{2}\right) & , \text{ если } x_i \leq 2\pi \end{cases}$$

*Примечание.* Вещественная переменная  $y_i = 0$ , если  $|y_i| \leq \varepsilon$ ;  $y_i > 0$ , если  $y_i > \varepsilon$ ;  $y_i < 0$ , если  $y_i < -\varepsilon$ .

59. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, перенести начало координат в точку  $(x_1, y_1)$  и определить, как при этом изменилось среднее расстояние точек от начала координат.

$$y_i = \begin{cases} 0,5 \sin(\cos(x_i + 1)) + \lg(x_i^2 + 1) & , \text{ если } |x_i| > \pi \\ 0,5 \operatorname{sh}(\operatorname{ch}(x_i + 1)) + e^{x_i^2 + 1} & , \text{ если } |x_i| \leq \pi \end{cases}$$

*Примечание.* При переносе начала координат в точку  $(x_1, y_1)$  абсциссы и ординаты всех точек, заданных на плоскости, изменяются следующим образом:

$$x_i := x_i - x_1; \quad y_i := y_i - y_1; \quad i = 1..n,$$

где  $n$  – количество заданных точек.

60. Элементы  $(x_i, y_i)$  – это координаты точек на плоскости. Рассматривая группы точек  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(3, 4, 5)$ , ... как вершины треугольников, определить порядковые номера треугольников, которые имеют соответственно наибольшую и наименьшую по длине медиану.

$$y_i = \begin{cases} 2 \sin \frac{\pi}{3} x_i + 0,5 \operatorname{sh} \frac{\pi}{3} x_i + x_i^2 & , \text{ если } |x_i| < 1 \\ 2 \cos \sqrt[5]{x_i + \pi^2} - e^{2 \cos x_i} & , \text{ если } |x_i| \geq 1 \end{cases}$$

*Указание.* Сначала в каждом треугольнике выбрать максимальную из трех возможных медиан  $M_{\max}$ , а после этого среди медиан  $M_{\max}$  найти наибольшую. Длина медианы, которая соединяет вершину  $A$  с серединой стороны  $a$ , исчисляется по формуле

$$M_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2},$$

где  $a, b, c$  – длины сторон треугольника.

61. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, найти наиболее и наименее удаленные от начала координат точки и поменять их местами.

$$y_i = \begin{cases} 2\sqrt{x_i^2 + 1} + \pi \cos\left(x_i^2 - \frac{\pi}{6}\right) & , \text{ если } x_i < -3 \\ e^{-x_i^2} + 2\sqrt[3]{x_i} - x_i & , \text{ если } -3 \leq x_i < 5 \\ \ln x_i^2 - \operatorname{ch}(\ln x_i - 1) & , \text{ если } x_i \geq 5 \end{cases}$$

62. Найти среднее арифметическое  $S$  элементов массива  $Y$  и заменить каждый отрицательный элемент  $y_i$  полусуммой  $\frac{y_i + S}{2}$ . Определить, как при этом изменилось положение минимального элемента массива  $Y$ .

$$y_i = \begin{cases} \frac{\pi}{3} \sin^2\left(x_i + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x_i - \frac{\pi}{3}\right) & , \text{ если } |x_i| > \pi \\ \frac{e^{0,5x_i} \sin\left(\sqrt[3]{x_i} + \frac{\pi}{2}\right)}{2\ln(x_i^2 + e) + 1} & , \text{ если } |x_i| \leq \pi \end{cases}$$

63. Определить процент элементов массива  $P$ , для которых выполняется отношение  $p_i x_i > 1$ , а также среднее арифметическое значение таких элементов.

$$p_i = \begin{cases} 1 + \operatorname{arctg} \frac{x_i}{1 + \sqrt{x_i}} & , \text{ если } x_i > 1 \\ \frac{e^{-x_i^2} + 3\sqrt[3]{x_i} + 1}{\sqrt[5]{x_i^3} + |x_i| + 1} & , \text{ если } x_i \leq 1 \end{cases}$$

64. Считая элементы  $(x_i, y_i, z_i)$  координатами точек в пространстве, определить, сколько точек размещено по одну сторону, по другую сторону и на плоскости  $Ax + By + Cz + D = 0$ . Значения коэффициентов  $A, B, C, D$  ввести с клавиатуры.

$$y_i = 2\operatorname{sh} \frac{x_i}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{ch} \frac{x_i}{\pi}; \quad z_i = \begin{cases} x_i^3 + 2x_i^2 + 5x_i - 12 & , \text{ если } x_i \leq 1 \\ e^{\sin \sqrt{x_i+1}} + \lg(x_i^2 + 1) & , \text{ если } x_i > 1 \end{cases}$$

*Указание.* Отклонение точки  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  от плоскости  $Ax + By + Cz + D = 0$  определяется по формуле  $d = Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D$ . Анализ отклонения выполнять с учетом допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

Две точки находятся по одну сторону от плоскости, если они имеют одинаковые по знаку отклонения.

65. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек ломаной линии. Последовательно просматривая отрезки ломаной, подсчитать, сколько из них перпендикулярны последнему отрезку. Указать номер кратчайшего из таких отрезков.

$$y_i = \begin{cases} \pi^2 x_i + \sin \sqrt{\frac{x_i}{2\pi}} & , \text{ если } x_i > 0 \\ \sqrt{|e^{x_i} \cos x_i| + 1} + ch \frac{x_i}{2} & , \text{ если } x_i \leq 0 \end{cases}$$

Указание. Две прямые  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  и  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  перпендикулярны, если  $d = a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$ .

Коэффициенты общего уравнения прямой, которая проходит через точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ , определяются по формулам  $a = y_2 - y_1$ ;  $b = x_1 - x_2$ .

Проверку перпендикулярности производить с точностью  $\varepsilon$ .

66. Определить среднее геометрическое  $P$  элементов массива  $Y$  и номера элементов  $y_i$ , которые в наибольшей и наименьшей степени отличаются от значения  $P$ , после чего обменять местами эти элементы.

$$y_i = \begin{cases} \lg \frac{1}{2 + x_i + x_i^2} & , \text{ если } x_i \leq -1,5 \\ \operatorname{arctg}(x_i + 1) & , \text{ если } x_i \geq 1,5 \\ x_i^5 + x_i^4 + x_i^3 + x_i^2 + x_i + 1 & , \text{ если } |x_i| < 1,5 \end{cases}$$

Примечание. Среднее геометрическое – см. п.29.

Значение  $y_i$  при  $|x_i| < 1,5$  вычислять по схеме Горнера.

67. Считая элементы  $a_i, b_i, c_i$  коэффициентами квадратного уравнения, определить количество уравнений, которые имеют различные вещественные корни; напечатать номера этих уравнений и значения их корней.

$$b_i = 2 \sqrt[3]{a_i + 1} - a_i; \quad c_i = \begin{cases} e^{\sqrt{\sin^2 a_i + 1}} & , \text{ если } |a_i| \geq 2 \\ 2 \operatorname{sh} a_i + a_i^2 - 10a_i & , \text{ если } |a_i| < 2 \end{cases}$$

68. Считая элементы массивов  $A$  и  $B$  длинами  $a$  и  $b$  полуосей эллипса, определить порядковый номер эллипса, площадь которого  $S = \pi ab$  наибольшая.

$$b_i = 2 \cos^2(x_i - \pi) + 0,5x_i^2; \quad a_i = \begin{cases} \frac{2e^{-x_i} + 5}{\sqrt{x_i}(\sin^2 x_i + 1) + 1} & , \text{ если } x_i > 0,5 \\ 1,8\sqrt{|x_i| + 1} + \ln(x_i^2 + 1) & , \text{ если } x_i \leq 0,5 \end{cases}$$

69. Определить среднее геометрическое  $P$  модулей элементов массива  $Y$  и заменить каждый из элементов  $y_i > P$  значением  $y_i / P$ , после чего указать, как при этом изменилось значение  $P$ .



$$y_i = \begin{cases} x_i + \frac{1}{\pi} \sin^2 x_i + e^{-x_i} & , \text{ если } x_i > 1 \\ \frac{\pi}{2} \sin\left(x_i - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(x_i + \frac{\pi}{2}\right) + 1 & , \text{ если } x_i \leq 1 \end{cases}$$

*Примечание.* Среднее геометрическое – см. п.29.

70. Считая элементы  $(x_i, y_i, z_i)$  координатами точки в пространстве, вычислить среднее расстояние  $L$  этих точек до начала координат, после чего определить количество точек, расположенных внутри, вне и на сфере радиусом  $L$  с центром в начале координат. Анализ расположения точки относительно сферы проводить с учетом допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

$$y_i = 2\sqrt{e^{0,5x_i} + x_i}; \quad z_i = \begin{cases} 2\pi \sin^2 \sqrt[3]{x_i} + 1 & , \text{ если } |x_i| > 2 \\ \frac{\pi}{2} \operatorname{sh} \sqrt[5]{x_i^3} + 1 & , \text{ если } |x_i| \leq 2 \end{cases}$$

*Примечание.* Расстояние от точки  $(x_i, y_i, z_i)$  до начала координат вычисляется по формуле

$$d = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$$

71. Считая пары чисел  $(y_i, z_i)$  координатами точек на плоскости  $YOZ$ , переместить отрезки  $(y_1, z_1) - (y_2, z_2)$ ,  $(y_3, z_3) - (y_4, z_4)$ , ... в начало координат таким образом, чтобы с точкой  $(0, 0)$  совпадал тот из концов отрезка, который ближе к ней расположен. Определить, как при этом изменилось среднее расстояние середин отрезков до начала координат.

$$y_i = 1 + \frac{3x_i^2 + 2}{0,1x_i^2 + |x_i| + 1}; \quad z_i = \begin{cases} \frac{y_i^2 + (y_i + 1)\ln(|y_i| + 2)}{0,1|y_i| + 1} & , \text{ если } |y_i| < 10 \\ 2 \sin \sqrt[5]{y_i^3} + \ln(y_i^2 + 1) & , \text{ если } |y_i| \geq 10 \end{cases}$$

*Примечание.* Количество элементов во входном массиве  $X$  должно быть четным.

72. Считая пары чисел  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, подсчитать количество точек, расположенных в I, II, III и IV квадрантах. При этом полуоси абсцисс и ординат относить лишь к одному из квадрантов (например, полуось  $0 - Y$  – первый; полуось  $0 - X$  – второй;  $0 - Y$  – третий;  $0 - X$  – четвертый квадранты). Определить координаты центра тяжести точек, расположенных в каждом из квадрантов.

$$x_i = 2 \sin\left(t_i^2 + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{2} \cos\left(t_i - \frac{\pi}{6}\right); \quad y_i = \begin{cases} e^{-t_i^2} \sin(t_i + 1) & , \text{ если } |t_i| > 1 \\ \operatorname{sh}(t_i + 1) \cos(t_i + 1) & , \text{ если } |t_i| \leq 1 \end{cases}$$

*Указание.* Координаты центра тяжести массива точек  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , ...,  $(x_n, y_n)$  вычисляются по формулам

$$x_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad y_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

73. Вычислить гармоническое среднее  $S$  модулей элементов массива  $Z$ , а также значение и порядковые номера элементов  $z_i$ , которые в наибольшей и наименьшей степени отличаются от значения  $S$ , после чего обменять местами эти элементы.

$$z_i = 6\sqrt[5]{y_i^3} + e^{-|y_i|}; \quad y_i = \begin{cases} \sin^3 x_i + 2 \sin^2 x_i - 3 \sin x_i + 4 & , \text{ если } x_i > 0 \\ \cos^4 x_i - 3 \cos^3 x_i + 5 \cos x_i - 6 & , \text{ если } x_i \leq 0 \end{cases}$$

*Указание.* Гармоническое среднее вычислять по формуле

$$S = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{z_i} \right)}$$

При вычислении значений переменной  $y_i$  использовать схему Горнера.

74. Вычислить количество и сумму элементов массива  $Y$ , которые расположены за пределами отрезка  $[a, b]$ , а также среднее арифметическое значение таких элементов. Параметры  $a$  и  $b$  ввести с клавиатуры.

$$y_i = \frac{3 \sin x_i^2 + 0,5 \operatorname{sh} x_i}{\cos^2 x_i + 1}; \quad x_i = \begin{cases} e^{t_i - 1} + t_i^2 & , \text{ если } |t_i| < \frac{\pi}{2} \\ \lg(t_i^2 + 1) - t_i^2 & , \text{ если } |t_i| \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

75. Считая элементы  $a_i, b_i, c_i$  коэффициентами квадратного уравнения, определить количество уравнений, которые имеют комплексные корни. Напечатать порядковый номер уравнения, для которого модуль  $d$  комплексного значения корня имеет максимальное значение, а также вещественную  $x$  и мнимую  $y$  части этого корня:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$b_i = 4\sqrt{a_i^2 + 1} + 3\sqrt{a_i + 1} + a_i; \quad c_i = \begin{cases} 2e^{0,5a_i} + \operatorname{sh}(0,5a_i) & , \text{ если } |a_i| < 5 \\ 2\lg(a_i^2 + 1) + a_i^2 & , \text{ если } |a_i| \geq 5 \end{cases}$$

76. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами точки на плоскости, определить, сколько точек, начиная с третьей, размещены по одну и по другую стороны от прямой  $(x_1, y_1) - (x_2, y_2)$ , а также сколько точек находятся на этой прямой.

$$y_i = \pi \sin^2 \left( t_i - \frac{\pi}{3} \right) + t_i; \quad x_i = \begin{cases} 1 + t_i \cos t_i + \frac{1}{t_i} e^{0,5t_i} & , \text{ если } |t_i| > \pi \\ e^{\sin t_i} + 2\sqrt[3]{t_i + 1} & , \text{ если } |t_i| \leq \pi \end{cases}$$

*Указание.* Общее уравнение прямой, которая проходит через две точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ , имеет вид  $ax + by + c = 0$ , где  $a = y_2 - y_1$ ,  $b = x_1 - x_2$ ,  $c = -ax_1 - by_1$ .

Отклонение точки  $(x_i, y_i)$  от прямой  $ax + by + c = 0$  вычисляется по формуле  $R = ax_i + by_i + c$ . Точка лежит на прямой, если  $R = 0$ . Точки  $(x_i, y_i)$  и  $(x_j, y_j)$  лежат по одну сторону от прямой, если  $R_i$  и  $R_j$  имеют одинаковые знаки.

Анализ отклонения  $R$  выполнять с учетом погрешности  $\varepsilon$ .

77. Считая пары точек  $(y_i, z_i)$  координатами точек на плоскости  $YOZ$ , определить, какие из точек, начиная со второй, в наибольшей и наименьшей степени удалены от точки  $(y_1, z_1)$ , после чего поменять местами эти точки.

$$z_i = x_i^5 - 2x_i^4 + 3x_i^3 - 4x_i^2 + 5x_i - 6; \quad y_i = \begin{cases} x_i^2 + \frac{\pi}{2} \sin\left(x_i + \frac{\pi}{2}\right) & , \text{ если } |x_i| < \frac{\pi}{2} \\ 1 + e^{\cos \sqrt[3]{x_i}} + x_i & , \text{ если } |x_i| \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

*Примечание.* Значение  $z_i$  вычислять по схеме Горнера.

Расстояние между точками  $(y_i, z_i)$  и  $(y_1, z_1)$  вычисляется по формуле

$$d = \sqrt{(x_i - x_1)^2 + (y_i - y_1)^2}$$

78. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Если точка находится вне окружности радиусом  $R$  и с центром в начале координат, то вычислить для нее длину касательной к этой окружности

$$L = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 - R^2}$$

и определить номера точек, для которых длина  $L$  имеет соответственно наибольшее и наименьшее значение, после чего поменять местами эти точки. Значение радиуса  $R$  ввести с клавиатуры.

$$y_i = \begin{cases} \frac{x_i \sin^3 x_i + \sqrt{|1 - x_i| + 1}}{2 + \sqrt[3]{x_i} + \sin^2(x_i - \pi)} & , \text{ если } -4 \leq x_i \leq 2 \\ e^{\sqrt{x_i} + \lg(x_i^4 + 1)} & , \text{ если } 5 \leq x_i \leq 8 \\ 0 & , \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

79. Вычислить среднее квадратичное  $S$  элементов вектора  $V = Y + Z$  и определить номера элементов  $v_i$ , которые в наибольшей и наименьшей степени отличаются от значения  $S$ , после чего поменять местами эти элементы.

$$z_i = \sqrt{1 + \cos^2(x_i - \pi)} + sh^2(\sin x_i); \quad y_i = \begin{cases} 1 + e^{\cos(x_i - 1)} & , \text{ если } |x_i| \geq \pi \\ 0,5e^{\sqrt[3]{x_i}} + 2\sqrt[5]{x_i^3} & , \text{ если } |x_i| \leq \pi \end{cases}$$

*Указание.* Среднее квадратичное вычислять по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i^2}$$

80. Считая элементы  $(y_i, z_i)$  координатами точки на плоскости  $YOZ$ , определить, какие из отрезков  $(y_1, z_1) - (y_2, z_2)$ ,  $(y_3, z_3) - (y_4, z_4)$ , ... имеют наибольшую и наименьшую длину, после чего обменять местами эти отрезки.

$$y_i = \sqrt{2 + \sin 2x_i} + \sqrt[3]{x_i} + x_i; \quad z_i = \begin{cases} x_i^{\sin x_i} + e^{0,5x_i} & , \text{ если } |x_i| \geq 1 \\ 1 + \cos(\operatorname{ch}x_i) & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \end{cases}$$

*Примечание.* Количество элементов входного массива  $X$  должно быть четным.

81. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты центра, а элемент  $R_i$  - радиус окружности. Просматривая последовательно окружности, определить, пересекаются ли смежные  $i$ -ая и  $(i+1)$ -ая окружности, и подсчитать количество таких случаев. При этом первую и последнюю окружности также считать смежными. Анализ пересечения окружностей производить с учетом допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

$$R_i = 2\pi \sin^2 x_i^2 + \sqrt{x_i^2 + 1}; \quad y_i = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{4} x_i - \sin \left( x_i - \frac{\pi}{4} \right) & , \text{ если } 0 \leq x_i \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{x_i^2 + \lg(|x_i| + 1)}{1 + |x_i|} & , \text{ если } x_i < 0 \\ \sqrt[4]{x_i^2 + 1} + \cos(\operatorname{ch}x_i) & , \text{ если } x_i > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

82. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Рассматривая смежные точки  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(3, 4, 5)$ , ... как вершины треугольников, определить, сколько таких треугольников размещено внутри кольца с радиусами  $R$  и  $r$  и центром в точке  $(x_c, y_c)$ .

Значение параметров  $R$  и  $r$  ввести с клавиатуры. Если  $R < r$ , то обменять их местами.

$$y_i = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{|x_i|}{\sqrt{1 + x_i^2}} + \sin^2 x_i & , \text{ если } |x_i| > 2 \\ \left( \frac{x_i^2}{4} + \frac{x_i}{2} + 1 \right) e^{0,5x_i} & , \text{ если } |x_i| \leq 2 \end{cases}$$

$$x_c = \sum_{i=1}^n x_i; \quad y_c = \sum_{i=1}^n y_i$$

*Примечание.* Треугольник размещен в кольце, если расстояния от центра кольца до каждой из вершин треугольника находятся в диапазоне  $[r, R]$ .

83. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  абсциссами и ординатами точек на плоскости,

преобразовать их в полярную систему координат  $(\rho, \varphi)$  и определить номера точек, для которых параметр  $\rho$  имеет соответственно максимальное и минимальное значения, после чего обменять местами эти точки.

$$x_i = \frac{\pi}{3} t_i \sin^2 \frac{\pi}{3} t_i + \frac{2\pi}{3} |t_i|; \quad y_i = \begin{cases} 0,5e^{-0,5t_i} + \sqrt[3]{t_i} - \operatorname{sh} \frac{t_i}{2} & , \text{ если } |t_i| < 3 \\ 2 \cos(\sin 2t_i) + \lg(t_i^2 + 1) & , \text{ если } |t_i| \geq 3 \end{cases}$$

*Указание.* Использовать формулы преобразования:

$$\rho = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{y_i}{x_i}$$

84. Определить, имеются ли в массиве  $Y$  три смежных числа  $y_i, y_{i+1}, y_{i+2}$ , упорядоченные по возрастанию. Напечатать значение и номера чисел первой такой группы, после чего переместить ее в начало массива.

$$y_i = \begin{cases} 2 \operatorname{sh} x_i^2 + 3 \sin\left(x_i + \frac{\pi}{4}\right) & , \text{ если } |x_i| < 2 \\ 3,2e^{\sin \sqrt[3]{x_i}} + x_i & , \text{ если } |x_i| \geq 2 \end{cases}$$

85. Определить максимальное и минимальное значения сумм пар смежных элементов:  $(y_1 + y_2), (y_3 + y_4), (y_5 + y_6), \dots$ , после чего обменять местами соответствующие этим парам числа.

$$y_i = \begin{cases} \sqrt{x_i} \sin\left(\sqrt{x_i} + \frac{\pi}{3}\right) & , \text{ если } x_i > 1 \\ \sqrt[5]{x_i^3} + e^{0,5x_i} & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \\ 2x_i + e^{\cos x_i} & , \text{ если } x_i < -1 \end{cases}$$

*Примечание.* Количество элементов во входном массиве  $X$  должно быть четным.

86. Считая пары чисел  $(x_i, y_i)$  координатами точки на плоскости, определить, сколько точек расположены вне кольца с внутренним радиусом  $r$ , внешним радиусом  $R$  и центром в точке  $(x_c, y_c)$ . Параметры  $r, R, x_c, y_c$  ввести с клавиатуры. Если при вводе имеет место  $r > R$ , то обменять значения этих параметров.

$$x_i = 2 \cos \sqrt[3]{t_i + 1} + \lg(t_i^2 + 1); \quad y_i = \begin{cases} 0,5 \sin(e^{\cos x_i}) + \sin(ch x_i) & , \text{ если } |x_i| > 2 \\ \sqrt[5]{\cos(x_i + 1)} + 1 & , \text{ если } |x_i| \leq 2 \end{cases}$$

*Указание.* Расположение точки по отношению к кольцу определять с точностью  $\varepsilon$ .

$$x_c = \sum_{i=1}^n x_i; \quad y_c = \sum_{i=1}^n y_i$$

87. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Рассматривая смежные точки  $(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots$  как вершины треугольников, определить, для скольких

треугольников обход их вершин производится по часовой стрелке. Указать номер первого такого треугольника, после чего переместить его в начало массивов  $X, Y$ .

$$x_i = \sqrt[5]{t_i^3} \cos\left(t_i + \frac{\pi}{6}\right) + t_i^2 \sin\left(t_i - \frac{\pi}{6}\right); \quad y_i = \begin{cases} 2,5\sqrt{\sin^2 t_i + 1} + t_i & , \text{ если } |t_i| < \pi \\ \frac{\pi}{3} e^{-t_i^2} - \sin(\operatorname{sh} t_i) & , \text{ если } |t_i| \geq \pi \end{cases}$$

*Примечание.* Обход треугольника с вершинами в точках  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  производится по часовой стрелке, если его удвоенная площадь

$$S = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) < 0$$

88. Считая элементы  $(x_i, y_i, z_i)$  координатами точки в пространстве, определить, сколько точек расположены внутри цилиндра с такими параметрами: радиус основания  $R$ , высота  $H$ , центр основания совпадает с началом координат, ось цилиндра направлена вдоль оси  $OZ$ . Определить среднее расстояние этих точек от начала координат. Анализ расположения точки по отношению к цилиндру производить с учетом допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

Значения параметров  $R$  и  $H$  ввести с клавиатуры.

$$y_i = 2 \sin x_i^2 + \sqrt[3]{\sin x_i + 0,5}; \quad z_i = \begin{cases} \frac{\pi}{3} \operatorname{sh} \frac{\pi}{6} x_i + \frac{\pi}{3} x_i & , \text{ если } |x_i| < \frac{\pi}{3} \\ 2,5 \lg(x_i^2 + |x_i| + 1) & , \text{ если } |x_i| \geq \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

89. Определить, сколько элементов массива  $P$  удовлетворяют условию

$$p_i < 0,5(p_{i-1} + p_{i+1}), \quad i = 2..n - 1,$$

а также вычислить среднее арифметическое значение таких элементов.

$$P_i = \begin{cases} e^{x_i} - \sin^2 x_i^2 + 2\sqrt[3]{x_i} & , \text{ если } |x_i| \leq 1 \\ 1 + \operatorname{arctg} \frac{x_i^2}{1 + |x_i|} + \lg(x_i^2 + 1) & , \text{ если } |x_i| > 1 \end{cases}$$

*Указание.* Проверку заданного отношения выполнять с учетом заданной погрешности  $\varepsilon$ .

90. Считая пары чисел  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, определить, сколько точек находятся в области, ограниченной снизу отрезком  $x \in [0, \pi/2]$ , а сверху - синусоидой  $y = \sin(x)$ . Определить также среднее расстояние этих точек от начала координат.

$$y_i = \begin{cases} 0,9 \sin^2\left(x_i - \frac{\pi}{4}\right) + 0,5 x_i & , \text{ если } x_i < \frac{3}{4}\pi \\ 0,5\left(x_i - \frac{\pi}{4}\right)^2 - e^{-\frac{x_i}{2}} & , \text{ если } x_i \geq \frac{3}{4}\pi \end{cases}$$

*Примечание.* Точка  $(x_i, y_i)$  находится внутри указанной здесь области, если

$$0 \leq x_i \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{и} \quad 0 \leq y_i \leq \sin(x_i)$$

91. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Определить, сколько точек, не учитывая двух последних, размещены на расстоянии, не превышающем значения  $L$ , от прямой, что проходит через последние две точки. Значение  $L$  ввести с клавиатуры. Расстояние от точки  $(x_i, y_i)$  до прямой  $ax + by + c = 0$  определяется формулой

$$d = \frac{|R|}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

где  $R$  – отклонение точки от прямой.

$$x_i = 2\pi \sin t_i + t_i; \quad y_i = \begin{cases} 0,5x_i + \lg^2(x_i^2 + 1) & , \text{если } x_i < 1 \\ 4x_i^{0,6} - 2\sqrt{x_i + 1} + 5 & , \text{если } 1 \leq x_i \leq 10 \\ e^{-0,5x_i} + sh(\sin x_i) & , \text{если } x_i > 10 \end{cases}$$

*Примечание.* Об отклонении точки от прямой см. п.76.

92. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Рассматривая точки (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ... как вершины треугольника, определить порядковые номера треугольников, которые имеют соответственно наибольшую и наименьшую высоту.

$$y_i = \frac{\pi}{3} \sin^2\left(x_i + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos(sh x_i); \quad \sigma = \begin{cases} 1 & , \text{если } y_i > 0 \\ 0 & , \text{если } y_i = 0 \\ -1 & , \text{если } y_i < 0 \end{cases}$$

$$z_i = \sigma \left(1 + \sqrt{1 + x_i^2}\right) + (1 - \sigma)x_i$$

*Указание.* Сначала для каждого треугольника определить максимальную высоту  $h_{\max}$  из трех возможных, а после этого среди значений  $h_{\max}$  найти наибольшее. Высота треугольника, опущенная на его сторону  $a$ , вычисляется по формуле:

$$h_a = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a},$$

где  $a, b, c$  - длины сторон,  $p$  – полупериметр треугольника.

93. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Рассматривая смежные точки (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ... как вершины треугольников, определить номера треугольников, которые имеют наибольшую и наименьшую площадь.

$$x_i = \frac{\pi}{2} \sin\left(t_i + \frac{\pi}{2}\right) + \cos \sqrt[3]{x_i}; \quad y_i = \begin{cases} x_i + e^{\sin(x_i + 1)} & , \text{если } |x_i| < \pi \\ \lg(x_i^2 + 1) - \sqrt{|x_i| + 1} & , \text{если } |x_i| \geq \pi \end{cases}$$

*Указание.* Площадь треугольника с вершинами  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  вычислять по формуле

$$S = 0.5 |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

94. Считая элементы  $(x_i, y_i)$  координатами точек на плоскости, определить процент точек, расположенных внутри, вне и на окружности, радиус которой равен расстоянию от первой до второй точки, а центр совпадает с первой точкой. Анализ расположения точки по отношению к окружности производить с учетом допустимой погрешности  $\varepsilon$ .

$$x_i = \sin(\operatorname{sh}(t_i + \pi)) - e^{-t_i^2}; \quad y_i = \begin{cases} 2t_i^3 + 3t_i^2 + 5t_i + 7 & , \text{если } |t_i| < 2\pi \\ \sqrt[5]{t_i^3 + \pi} - \lg(t_i^2 + 1) & , \text{если } |t_i| \geq 2\pi \end{cases}$$

*Указание.* Вычисление переменной  $y_i$  при  $|t_i| < 2\pi$  выполнять по схеме Горнера.

95. Определить количество и процент элементов массива  $V$ , целая часть которых имеет нечетное значение. Обменять местами первый и последний такие элементы.

$$x_i = \sin(t_i^2 + \pi t_i) + \cos^2 t_i; \quad v_i = \begin{cases} t_i - \frac{x_i^2 + 1}{|x_i| + 1} & , \text{если } t_i > 1 \\ e^{-t_i^2} + 2 \cos(x_i + t_i) & , \text{если } t_i \leq 1 \end{cases}$$

96. Элементы  $(x_i, y_i)$  - это координаты точек на плоскости. Рассматривая смежные точки  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(3, 4, 5)$ , ... как вершины треугольников, определить, сколько среди них имеется остроугольных, прямоугольных и тупоугольных треугольников.

$$y_i = \begin{cases} \lg(x_i^2 + 1) + x_i \cos(x_i - 1) & , \text{если } |x_i| > \pi \\ \operatorname{ch}(\cos x_i) + \sqrt[3]{x_i} & , \text{если } |x_i| \leq \pi \end{cases}$$

*Указание.* Для каждого треугольника

- вычислить длины сторон  $a, b, c$ ;
- сгруппировать переменные  $a, b, c$  таким образом, чтобы длина  $c$  имела наибольшее значение;
- выполнить анализ отношений между длинами треугольника:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && (\text{прямоугольный треугольник}); \\ a^2 + b^2 &> c^2 && (\text{остроугольный треугольник}); \\ a^2 + b^2 &< c^2 && (\text{тупоугольный треугольник}). \end{aligned}$$

Проверку отношений выполнять с учетом погрешности  $\varepsilon$ .

97. Элементы массива  $Y$  сгладить по формуле  $y_i = \frac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3}$ .

Определить, насколько изменится после сглаживания среднее арифметическое значение элементов массива  $Y$ .

$$y_i = \begin{cases} \frac{e^{\sqrt[3]{x_i+1}} + 2 \sin\left(x_i - \frac{\pi}{4}\right)}{0,5|x_i| + 1} & , \text{если } |x_i| < 2\pi \\ \lg(x_i^2 + 1) + 2 \sin(\operatorname{sh} x_i) & , \text{если } |x_i| \geq 2\pi \end{cases}$$

*Указание.* Сглаженные элементы формировать во вспомогательном массиве  $Z$ , а после этого переписать в массив  $Y$ .



98. Элементы  $(x_i, y_i, z_i)$  - это компоненты трехмерного вектора. Определить, имеются ли в этих массивах три смежных вектора, которые лежат в одной плоскости (компланарные векторы), и если такие случаи будут обнаружены, напечатать номера первой группы компланарных векторов.

$$y_i = \begin{cases} x_i \sin^2 x_i + \sqrt{|x_i + 1|} + 1 & , \text{ если } -4 \leq x_i \leq 2 \\ e^{\cos(0,5x_i)} + \lg^2(x_i^2 + 1) & , \text{ если } 5 \leq x_i \leq 8 \\ 0 & , \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

Указание. Три вектора компланарные, если

$$d = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$d = x_1(y_2 z_3 - z_2 y_3) + y_1(z_2 x_3 - x_2 z_3) + z_1(x_2 y_3 - y_2 x_3)$$

Проверку компланарности выполнять с учетом погрешности  $\varepsilon$ .

99. Найти среднее арифметическое значение  $S1$  элементов массива  $Z$  с четным порядковым номером и среднее арифметическое  $S2$  элементов с нечетным порядковым номером. Если  $S1 \neq S2$ , то добавить к каждому элементу первой группы такое значение, при котором будет иметь место равенство  $S1=S2$ . Вычисление элементов  $z_i$  производить по схеме Горнера.

$$z_i = y_i^7 + 2y_i^6 + 4y_i^5 + 8y_i^4 + 10y_i^3 + 15y_i - 20;$$

$$y_i = \begin{cases} \sin(\operatorname{sh} x_i) + e^{-x_i^2} & , \text{ если } |x_i| > \pi \\ \sqrt[3]{x_i} + \ln^2(2x_i^2 + 1) & , \text{ если } |x_i| \leq \pi \end{cases}$$

Примечание. Проверку отношения  $S1 = S2$  выполнять с учетом заданной погрешности  $\varepsilon$ .

100. Определить номера элементов  $y_i$ , которые в наибольшей и наименьшей степени отличаются от среднего геометрического значения модулей элементов массива  $Y$ , после чего обменять местами эти элементы.

$$y_i = \begin{cases} 5 \sin^2 x_i + 3 \cos\left(x_i - \frac{\pi}{3}\right) & , \text{ если } |x_i| \leq 2\pi \\ e^{\sin x_i} + \sqrt[5]{x_i^3} + \sin(\operatorname{sh} x_i) & , \text{ если } |x_i| > 2\pi \end{cases}$$

Примечание. Среднее геометрическое – см. п.29.

## КОМАНДЫ РЕДАКТОРА СИСТЕМЫ ТУРБО ПАСКАЛЬ

При просмотре и редактировании содержимого текстового файла, в частности текста Паскаль-программы, используются соответствующие команды редактора, которые задаются путем нажатия одной, двух или трех клавишей. Если в команде указано две клавиши, то при нажатой первой клавише производится нажатие второй клавиши (например, Ctrl+PgUp); если указаны три клавиши, то при нажатой первой клавише производится нажатие второй, а после ее отпущения - нажатие третьей клавиши (например, Ctrl+K, B).

Команды редактора делятся на четыре группы:

- команды перемещения курсора
- команды вставки и удаления;
- команды работы с блоками;
- дополнительные команды.

### 1. Команды перемещения курсора

- ← (Left) - сдвиг курсора на один символ влево;
- (Right) - сдвиг курсора на один символ вправо;
- ↑ (Up) - сдвиг курсора на одну строку вверх;
- ↓ (Down) - сдвиг курсора на одну строку вниз;
- PgUp (Page Up) - страница вверх;
- PgDn (Page Down) - страница вниз;
- Home - перемещение курсора в первую позицию строки;
- End - перемещение курсора в конец строки;
- Ctrl+Home - перемещение курсора на начало страницы;
- Ctrl+End - перемещение курсора в конец страницы;
- Ctrl+PgUp - перемещение курсора на начало файла;
- Ctrl+PgDn - перемещение курсора в конец файла;
- Ctrl+W - скроллинг вверх;
- Ctrl+Z - скроллинг вниз;

Tab - табулированное перемещение курсора. Если предшествующая строка справа от курсора не пустая, то при каждом нажатии клавиши Tab курсор перемещается на начало ближайшего слова на предыдущей строке (слово - это группа символов, отличных от пробела); в противном случае курсор перемещается на 8 позиций вправо. Клавишу Tab обычно используют при формировании нового текстового файла.

*Примечание.* Скроллинг (прокручивание) - это перемещение экранного текста вверх или вниз.

### 2. Команды вставки и удаления

При нажатии любой алфавитно-цифровой или знаковой клавиши производится вставка или замещение символа в строке над курсором. Изменение режима вставки-замещения происходит при нажатии клавиши Ins. В первом случае на экран выводится узкий курсор, во втором - широкий, на всю высоту символа.

- Del - удаление символа над курсором;
- BackSpace - удаление символа слева от курсора;

Enter - переход на следующую строку; если курсор находится не в конце текущей строки, то на новую строку переносится правая часть текущей строки, начиная с позиции курсора;

Ctrl+N - вставка пустой строки над курсором;

Ctrl+Y - удаление строки над курсором;

Ctrl+Q, Y - удаление правой части текущей строки, начиная с позиции курсора.

### 3. Команды работы с блоками

Блоком считается выделенная подсвечиванием часть строки файла, одной или нескольких последовательных строк файла, в частном случае весь файл.

Ctrl+K, B – маркировка начала блока;

Ctrl+K, K – маркировка конца блока;

Ctrl+K, H – демаркировка блока;

Ctrl+K, C – копирование подсвеченного блока (начиная со строки, определенной положением курсора вне блока);

Ctrl+K, V – перемещение блока;

Ctrl+K, I – сдвиг блока на одну позицию вправо;

Ctrl+K, U – сдвиг блока на одну позицию влево;

Ctrl+K, Y – удаление блока;

Ctrl+K, P – печать блока;

Ctrl+K, R – присоединение файла;

Ctrl+K, W – запись блока в файл.

По команде Ctrl+K, R к файлу, вызванному в память редактора, присоединяется файл, имя которого указано пользователем по запросу программы.

По команде Ctrl+K, W блок, отмеченный подсвечиванием, записывается в файл, имя которого указано пользователем по запросу программы.

### 4. Дополнительные команды

Ctrl+Q, F – искать по образцу;

Ctrl+L – продолжить поиск;

Ctrl+Q, A – искать по образцу и заменять;

Ctrl+U – прекратить дальнейшее выполнение поиска или поиска и замены;

Ctrl+Q, L – восстановить испорченную строку.

Информацию по всем командам редактора можно получить при нажатии клавиши F1.