

## ТЕПЛОВЫЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В УЗЛАХ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТАХ НАГРУЗКИ.

*Федоров М.М.*

Динамика теплового состояния электрических машин определяется с одной стороны, условиями эксплуатации, характеризующимися: состоянием окружающей среды, разнообразием режимов работы и изменениями условий теплообмена, с другой – ее конструктивными особенностями, свойствами материалов, используемых для изготовления отдельных частей машины, системой охлаждения и др. Эффективные методы расчета тепловых переходных процессов основаны на использовании эквивалентных тепловых схем замещения, позволяющие применять для этих целей хорошо разработанные методы расчета переходных процессов в электрических цепях. Наиболее приемлемым является метод переменных состояния. В качестве переменных состояния выбираются температуры отдельных узлов (тел) асинхронного двигателя. Такими, как правило, являются: температуры пазовых и лобовых частей обмоток, активного железа, станины, корпуса и др. Динамика тепловых процессов в узлах электрической машины при постоянных (усредненных) во времени потерях и теплоотдаче описывается системой линейных дифференциальных уравнений (уравнение состояния), которая в матричной форме имеет вид

$$C \frac{d\theta}{dt} + \lambda \theta = P. \quad (1)$$

где  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$  – вектор-столбец превышения температур узлов электрической машины над температурой окружающей среды;  $\frac{d\theta}{dt} = \left( \frac{d\theta_1}{dt}, \dots, \frac{d\theta_n}{dt} \right)$  – вектор-столбец производных температуры;  $C$  – диагональная матрица теплоемкостей;  $\lambda = (\lambda_{ij})$  – квадратная матрица тепловых проводимостей;  $P$  – вектор-столбец потерь в узлах электрической машины;  $n$  – число тел эквивалентной тепловой схемы замещения.

Для асинхронных двигателей вектор потерь  $P$  необходимо представить в виде суммы векторов постоянных  $P_{\text{пост}}$ , переменных  $P_{\text{пер}}$  и добавочных  $P_{\text{доб}}$  потерь. Переменные потери в обмотках асинхронного двигателя находятся в функциональной зависимости от квадрата тока и температуры обмоток, поэтому выражение вектора переменных потерь имеет вид:

$$P_{\text{пер}} = K_I^2 P_{\text{пер.н}} (E + \alpha \theta), \quad (2)$$

где  $K_I = I / I_n$  – вектор – столбец коэффициентов учитывающих степень отличия тока  $I$  обмоток при нагрузке от тока  $I_n$  при номинальной нагрузке;  $P_{\text{пер.н}}$  – диагональная матрица потерь при номинальной нагрузке и сопротивлении обмоток при окружающей температуре;  $(E + \alpha\theta)$  – диагональная матрица учитывающая изменение переменных потерь вследствие зависимости сопротивления обмоток от температуры;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления;  $E$  – единичная матрица.

Добавочные потери, пропорциональные квадрату тока, равны

$$P_{\text{доб}} = K_I^2 P_{\text{доб.н}}. \quad (3)$$

Принимая во внимание (1), (2), (3) уравнение состояния динамики тепловых процессов в узлах асинхронного двигателя в нормальном виде будет

$$\frac{d\theta}{dt} + D\theta = F, \quad (4)$$

где  $D = (D_{ij})$  – квадратная матрица коэффициентов равная

$$D = C^{-1} (\lambda + K_I^2 \alpha P_{\text{пер.н}}), \quad (5)$$

$F = (F_1, \dots, F_n)$  – вектор – столбец, равный

$$F = C^{-1} (P_{\text{пост}} + K_I^2 P_{\text{пери}} + K_I^2 P_{\text{доб}}). \quad (6)$$

Для решения системы уравнений состояния (4) на ЭВМ можно использовать численные методы расчета, позволяющие получить кривые тепловых переходных процессов в каждом выделенном  $i$ -узле асинхронного двигателя (АД)  $\theta_i(t)$ . Однако для глубокого и качественного анализа предпочтительно иметь аналитические выражения  $\theta_i(t)$ . Ниже прилагается методика решения уравнений состояния. С этой целью вектор температуры перегрева  $\theta$  представляется известным приемом в виде суммы векторов принужденной  $\theta_{\text{пр}}$  и свободной  $\theta_{\text{св}}$  составляющих

$$\theta = \theta_{\text{пр}} + \theta_{\text{св}}. \quad (7)$$

1. Принужденные составляющие  $\theta_{\text{пр}}$  представляют собой установившиеся температуры узлов асинхронного двигателя при определенной постоянной нагрузке, поэтому имеет место условие  $\frac{d\theta}{dt} = 0$ . Тогда из системы уравнений (4) следует, что вектор – столбец принужденных составляющих равен

$$\theta_{\text{пр}} = D^{-1} F. \quad (8)$$

Свободные составляющие, определяемые путем решения системы линейных дифференциальных уравнений, в общем случае имеют вид

$$\theta_{cb} = A (\exp(\gamma t)) = A (\exp(-t/T)), \quad (9)$$

где  $A = (A_{ij})$  – квадратная матрица постоянных интегрирования;  $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$  – вектор – столбец свободных чисел;  $T = (T_1, \dots, T_n)$  – вектор – столбец постоянных времени экспонент ( $T_i = 1/|\gamma_i|$ ).

Собственные числа  $\gamma$  определяются как корни характеристического полинома, получаемого из, так называемого, векового определителя [2]

$$|\gamma E + D| = 0. \quad (10)$$

Переход от векового определителя к характеристическому полиному осуществляется известными методами академика Крылова, Фадеева [2] реализуется на ЭВМ с последующим определением корней полинома  $\gamma$  и постоянных времени экспонент.

Постоянные интегрирования определяются из начальных условий. В отличии от ранее известных работ [2], в которых постоянные интегрирования определяются отдельно для каждой переменной, в данной работе предлагается методика определения матрицы постоянных интегрирования  $A$

$$A = B^{-1} N, \quad (11)$$

где  $B^{-1}$  – обратная матрица Вандермонда [2];  $N = (N_{ij})$  – квадратная матрица начальных условий.

Матрица Вандермонда формируется из собственных чисел  $\gamma$ .

Первая строка матрицы начальных условий  $N$  представляет собой значения свободных составляющих  $\theta_{cb}(0)$ , вторая строка – величины их первых производных  $\frac{d\theta(0)}{dt}$ , третья – вторых производных  $\frac{d^2\theta(0)}{dt^2}$  и т.д. Для определения начального значения производных необходимо воспользоваться матрицей  $D$  и вектором – столбцом начальных значений свободной составляющей  $\theta_{cb}(0)$ . Элементы  $N_i$ ,  $i$  – строки матрицы  $N$  определяются с помощью выражения

$$N_i = (-1)^{i-1} D \theta_{cb}(0); \quad (12)$$

$$\theta_{cb}(0) = \theta(0) - \theta_{np}(0). \quad (13)$$

Вектор – столбец  $\theta(0)$  начального температурного состояния узлов асинхронного двигателя задается в исходных данных.

На основе предложенной выше методики была составлена программа и осуществлены расчеты динамики теплового состояния крановых асинхронных двигателей серии МТН. За основу принята семительная эквивалентная тепловая схема замещения, параметры которой рассчитаны по известной методике [1]. В качестве тел выбраны следующие узлы асинхронного двигателя: 1 и 2 – соответственно пазовые части обмоток статора и ротора; 3 и 4 – сердечники статора и ротора; 5 и 6 – лобовые части обмоток статора и ротора; 7 – корпус. На рис. 1 приведены установившиеся температуры  $\theta_{уст} = \theta_{пр}$  различных узлов кранового асинхронного двигателя МТН3126 при различных коэффициентах нагрузки  $K_{нг} = M/M_n$ .

Из рис. 1 следует, что  $\theta_{уст}(K_{нг})$  имеет квадратичный характер и наиболее напряженным узлом, с точки зрения тепловых нагрузок, является лобовая часть обмотки статора.

Рисунок 1 – Зависимость  $\theta_{уст}$  от нагрузки

Выражение кривых нагрева  $\theta_{н,i}(t)$  и охлаждения  $\theta_{ox,i}(t)$  для i-го узла асинхронного двигателя получено в виде

$$\theta_{н,i} = \theta_{уст} (1 + \sum_{j=1}^7 a_{н,j} \exp(-\frac{t}{T_{н,j}})); \quad (14)$$

$$\theta_{ox,i} = \theta_{уст} (\sum_{j=1}^7 a_{ox,j} \exp(-\frac{t}{T_{ox,j}})), \quad (15)$$

где  $T_{н,j}$  и  $T_{ox,j}$  – постоянные времени j-экспоненты при нагреве и охлаждении;  $a_{н,j}$  и  $a_{ox,j}$  – коэффициенты удельного веса экспонент.

Из выражений (14) и (15) следует, что тепловые переходные процессы имеют монотонный апериодический характер. Количественные характеристики определяются постоянными времени и коэффициентами удельного веса экспонент. В табл. 1 приведены постоянные времени  $T_{н,j}$  и  $T_{ox,j}$  всех семи экспонент кривых нагрева и охлаждения.

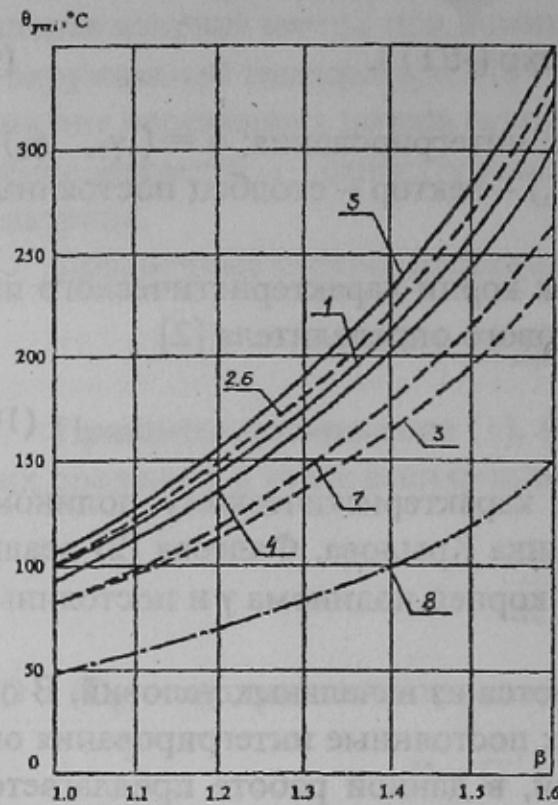


Таблица 1 – Постоянные времени экспоненты

Номер экспоненты	1	2	3	4	5	6	7
Т <sub>нj</sub> , мин	0,28	0,32	1	1,2	3	53,7	12,4
Т <sub>охj</sub> , мин	0,29	0,32	1,3	1,4	4,1	38,8	174,3

Постоянные времени экспонент можно условно разбить на две группы: малые и большие. Действие экспонент с малыми постоянными временем не продолжительно и они влияют в основном на скорость изменения температуры на начальных этапах переходного процесса. Длительность переходного процесса определяется экспонентами с большими постоянными временем.

В табл. 2 приведены коэффициенты удельного веса экспонент кривых нагрева  $\theta_{hi}$  всех выделенных узлов асинхронного двигателя МТН312-6.

Таблица 2 – Коэффициенты удельного веса экспонент

a <sub>ij</sub> \T <sub>нj</sub>	T <sub>н1</sub>	T <sub>н2</sub>	T <sub>н3</sub>	T <sub>н4</sub>	T <sub>н5</sub>	T <sub>н6</sub>	T <sub>н7</sub>
a <sub>1j</sub>	0	-0,011	0,006	-0,11	0,005	-0,69	-0,2
a <sub>2j</sub>	-0,002	-0,001	0	-0,045	-0,025	-1,1	0,173
a <sub>3j</sub>	0	0	-0,01	0,034	-0,051	-0,857	-0,116
a <sub>4j</sub>	0	0	-0,008	0,02	-0,021	-1,28	0,247
a <sub>5j</sub>	0	0,006	-0,013	-0,133	-0,028	-0,75	-0,082
a <sub>6j</sub>	0,003	0	0,03	-0,124	0,04	-0,959	0,01
a <sub>7j</sub>	0	0	-0,004	0,009	0,072	-0,927	-0,15

Длительность переходного процесса  $t_{пп}$  определяется экспонентой с большой постоянной времени (шестая  $T_{н6}=53,7$  мин). Её удельный вес для всех тел высок, так что практическая длительность переходного процесса составляет  $t_{пп}=3T_{н6}\approx 160$  мин. Остальные экспоненты оказывают большее влияние на форму кривых нагрева. На рис. 2 приведены кривые нагрева узлов двигателя МТН312-6 в

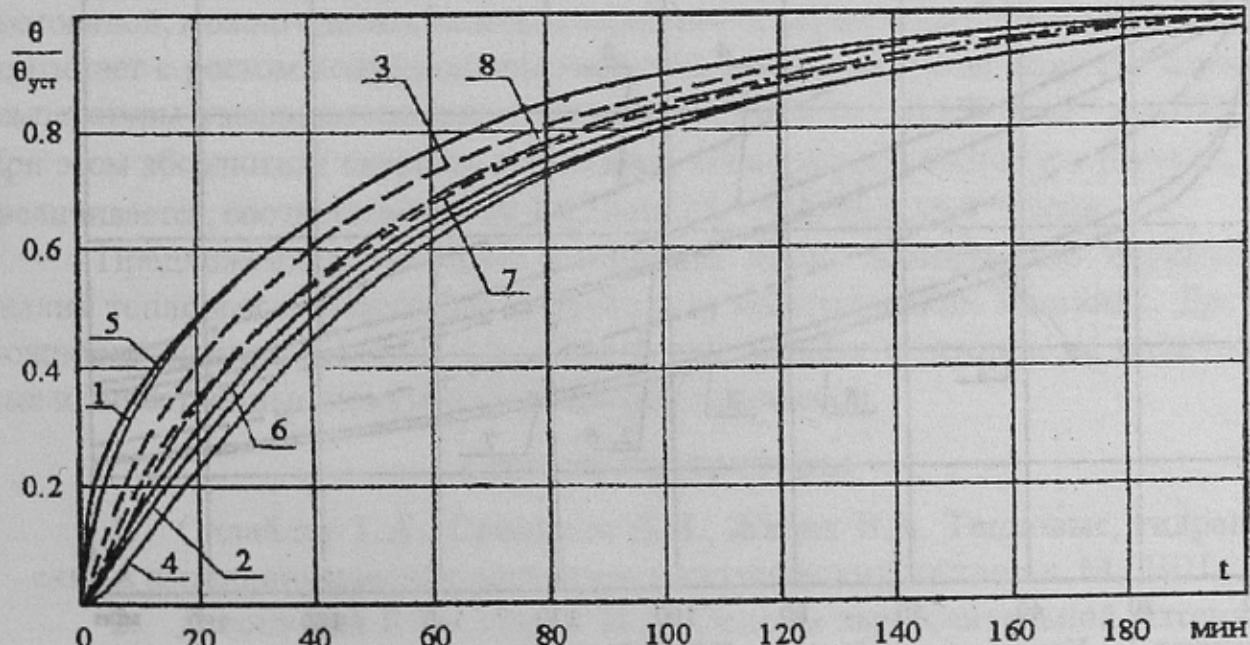


Рисунок 2 – Кривые нагрева АД МТН312-6 в относительных единицах

относительных единицах, из которых следует, что форма кривых существенно различается. Основное отличие наблюдается в скорости нарастания температуры на начальных этапах переходного процесса, которая при  $t=0$  определяется выражением

$$\frac{d\theta_i(0)}{dt} = \sum \left( -\frac{a_{ij}}{T_{hj}} \right) \theta_{ycti}. \quad (16)$$

В табл. 3 показаны скорость нарастания изменения температуры узлов АД МТН312-6 в абсолютных и относительных ( $\sum(-a_{ij} / T_{hj})$ ) единицах.

Таблица 3 – Относительные и абсолютные скорости нарастания температуры

Номер узла	1	2	3	4	5	6	7
$\sum \left( -\frac{a_{ij}}{T_{hj}} \right)$	0,147	0,0063	0,024	0,002	0,135	0,066	-0,009
$\frac{d\theta(0)}{dt}$ , °С/мин	14,4	6	1,9	0,2	14,1	6,4	-0,4

Из табл.3 следует, что наибольшая начальная скорость нарастания температуры – в пазовой и лобовой частях обмотки статора.

Существенное различие форм кривых переходного процесса имеет место при охлаждении. На рис. 3 приведены кривые охлаждения различных узлов кранового АД типа МТН312-6. На начальных этапах теплового переходного процесса идет процесс выравнивания температурного поля АД. Более нагретые

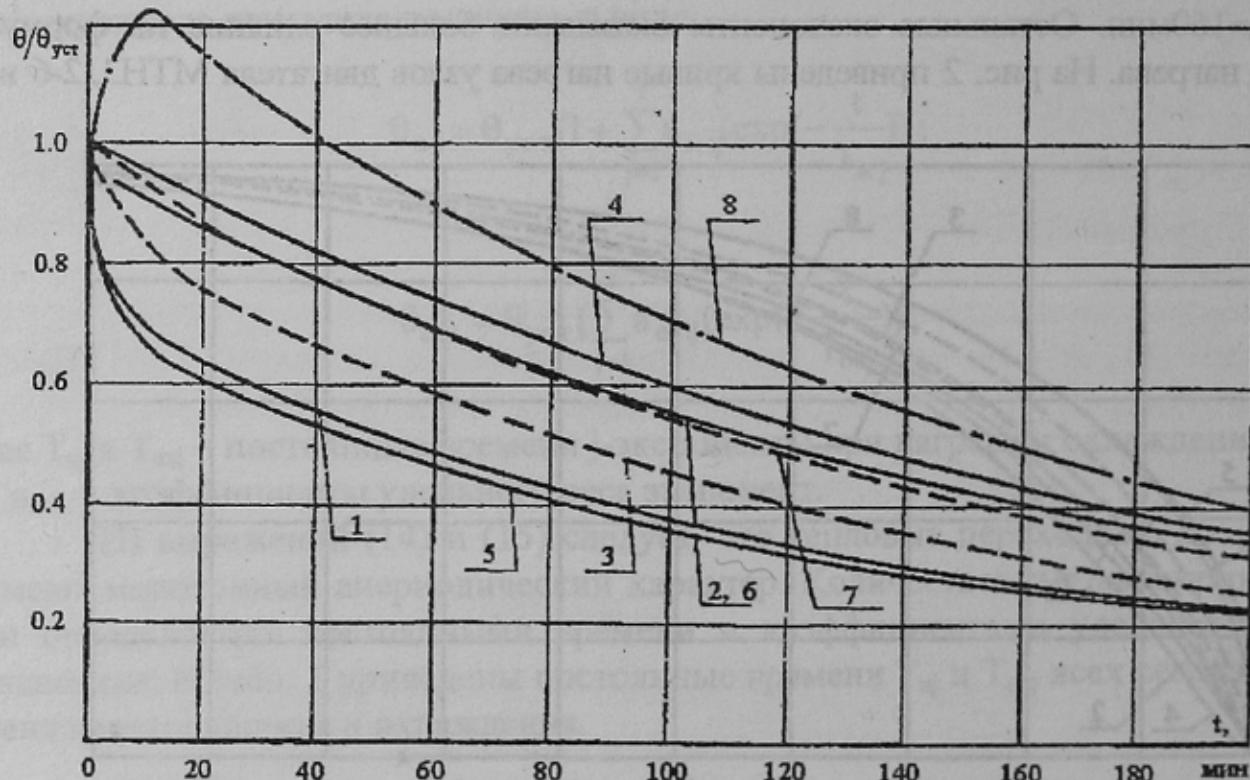


Рисунок 3 – Кривые охлаждения АД МТН312-6 в относительных единицах

части двигателя (пазовая и лобовая части обмотки статора) интенсивно охлаждаются. В первые 20 минут их температура уменьшается до  $0,6 \theta_{уст}$ . В других узлах темп уменьшения температуры ниже, а температура корпуса вначале возрастает. В дальнейшем устанавливается постоянный перепад температуры и скорость охлаждения выравнивается.

На форму кривых нагрева существенную роль оказывает и уровень токовых нагрузок обмотки. Вследствие функциональной зависимости от температуры сопротивления обмоток, а, следовательно, и переменных потерь, изменяются величины коэффициентов матрицы  $D$ , что соответственно приводит к изменениям постоянных времени экспонент и коэффициентов их удельных весов. В табл. 4 приведены постоянные времени экспонент и коэффициенты удельного веса экспонент кривой нагрева пазовой части обмотки статора при различных коэффициентах нагрузки.

Таблица 4 – Коэффициенты удельного веса экспонент выражений  $\theta(t)$  лобовой части обмотки статора при различных коэффициентах нагрузки

$K_{нг}$	$j$	1	2	3	4	5	6	7
1,2	$T_{нj}$ мин	0,28	0,32	1,03	1,25	3	65	13
	$a_{1j}$	0	-0,009	-0,015	-0,072	-0,048	-0,8	-0,056
1,4	$T_{нj}$ мин	0,28	0,33	1,05	1,29	3	76,6	13,3
	$a_{1j}$	0	-0,008	-0,016	-0,06	-0,052	-0,84	-0,024
1,6	$T_{нj}$ мин	0,28	0,33	1,07	1,32	3	97,7	13,8
	$a_{1j}$	0	-0,007	0	-0,073	-0,01	-0,824	-0,086

Из результатов расчета, приведенных в табл. 4 следует, что в сравнении с номинальным режимом ( $K_{нг}=1$ ) с увеличением нагрузки малые постоянные времени практически неизменны, а большая постоянная времени растет. Принимая во внимание одновременные рост коэффициента удельного веса экспоненты с большой постоянной, можно сделать вывод, длительность переходного процесса при нагреве возрастает с ростом коэффициента нагрузки, а относительная скорость нарастания температуры уменьшается, соответственно  $0,136 \text{ мин}^{-1}$ ,  $0,115 \text{ мин}^{-1}$  и  $0,094 \text{ мин}^{-1}$ . При этом абсолютная скорость нарастания температуры, благодаря росту  $\theta_{уст}$  ( $K_{нг}$ ), увеличивается, соответственно  $20,3^\circ\text{C}/\text{мин}$ ,  $27,3^\circ\text{C}/\text{мин}$  и  $36,4^\circ\text{C}/\text{мин}$ .

Предложенная методика позволяет более качественно осуществлять анализ тепловых переходных процессов в электрических машинах. Дает возможность оценить влияние внешних и внутренних факторов на количественные и качественные показатели тепловых процессов.

### Список литературы

1. Силайлов Г.А., Санников Д.И., Жадан В.А. Термовые, гидравлические и аэродинамические расчеты в электрических машинах. М.: ВШ., 1989.
2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: "Наука", 1979.