ИНДУКТИВНОЕ РАСШИРЕНИЕ НЕЧЕТКИХ ЗАКЛЮЧЕНИЙ В ДИНАМИКЕ

Шатохина Н.К., Шатохин П.А.
Донецкий национальный технический университет,
кафедра ВМиП, кафедра АСУ
E-mail: palsan@kita.dgtu.donetsk.ua

Abstract
Shatokhina N.K., Shatokhin P.A. An inductive expansion of fuzzy reasonings in the dynamics. - *A problem of the inductive generalization of an examples set of fuzzy reasonings, which appear in the process of knowledge base application, is considered. Questions of this problem solving are discussed. Conditions of attainability of the knowledge base expansion are analyzed. Variants of the expansion process are considered, and a selection method of an optimal sequence of rules is proposed.*

Введение. Работа посвящается вопросам применения методов индуктивного обобщения для задачи построения базы знаний (БЗ) в динамике. В процессе создания экспертной системы (ЭС) составляется набор правил, описывающих рассуждения экспертов. Некоторые из правил могут включать в себя как частный случай другие правила созданного набора. Поэтому актуальной является задача поиска такого набора правил, из которого выводятся все полученные правила (заключения экспертов). Это набор правил и составляет БЗ. В работах [1,2,3] исследовались условия, при которых по заданному множеству возможно построение оптимального множества правил, составляющих БЗ.

В процессе применения ЭС могут появиться новые правила, которые должны быть использованы для уточнения БЗ. Процесс уточнения (обучения) БЗ требует повторного рассмотрения задачи поиска оптимального множества правил с учетом вновь появившихся и построенного ранее множества. При этом в зависимости от вновь поступающих правил процесс обучения может стабилизироваться за конечное число шагов, может быть бесконечным или неуспешным. В работе рассматривается задача обучения БЗ за счет отбора оптимальной последовательности правил, а также исследуются условия достижимости цели обучения и предлагается метод построения оптимального множества правил.

Постановка задачи. Рассмотрим два непересекающихся множества U и Y, описывающие элементарные и целевые факты об исследуемой предметной области. Обозначим через $U_i \subseteq U$ множество различных рассуждений (высказываний) экспертов. Для каждого $y \in Y$ рассмотрим множество пар $P^y=\{(w_i \to y,k)|\ w_i \subseteq 2^U,\ k \in [0,1]\}$, где w_i – элементарное высказывание, а k – коэффициент уверенности в факте y, а 2^U – множество всех подмножеств U (булеан множества U). Таким образом, $(w_i \to y,k)=(x_1,x_2,\ \ldots x_n \to y,k)$ является продукционным правилом. Здесь x_i соответствует конкретному значению элементарного факта.

Продукцию $(w \to y,k)$ будем записывать в виде (w,k), где $w \subseteq U$ и $k \in K$. Такое сокращение позволяет рассматривать пространство $P= 2^U \times K$ всех продукций (W,k) с одним и тем же целевым фактом y .

В качестве правил вывода, позволяющих выводить ($\vdash$) новые продукционные правила [1,2,3] рассмотрены правила:

$(W,k) \vdash (Q,h)$ тогда и только тогда, когда $h \leq k$ и $Q \supseteq W$.

Расширение этих правил на множество продукций дало следующие результаты. Пусть E, H – некоторые множества продукций. Из правила E следует правило H ($E \vdash H$) точно тогда, когда для всякой продукции (Q,h) из H существует такая продукция (W,k) из E, что $(W,k) \vdash (Q,h)$. Множество E называется индуктивным обобщением (ИО) H, а H – следствием множества E.

В [2, 3] было показано, что отношение $\vdash$ на P является отношением частичного порядка.

Пусть $E \subseteq P$, тогда через E_{min} обозначим подмножество E, состоящее из всех минимальных по $\vdash$ элементов множества E. Известно из [4, 5,6,7] , что отношение $\vdash$ на множестве 2^P является предпорядком.

В дальнейшем, если не оговорено противное, будем рассматривать только конечные множества продукций $E,H \in 2^P$. Ясно, что в этом случае $E_{min} \vdash E$.

В [3] показано, что если $E_{min} \vdash E$, то класс (множество всех продукций выводимых из E_{min}) T(E) является булевой алгеброй по операциям объединения, пересечения, и дополнения множеств, причем E_{min} является наименьшим (по включению $\subseteq$) элементом этого класса.

Обозначим через G(E) множество всех ИО заданного множества E. $H \in G(E)$ назовем неизбыточным и самым общим, т.е. характеристическим ИО (ХИО) множества E, если $R \vdash H$ влечет $H \subseteq R$ для всех $R \in G(E)$.

<u>**Утверждение 1**</u>. Пусть $H \in G(E)$. Равносильны следующие утверждения:

1. $R \vdash H$ влечет $H \subseteq R$ для всех $R \in G(E)$;
2. $H=H_{min}$ и класс T(H) является минимальным по $\leq$ в фактор множестве $G(E)/_{\equiv}$;
3. если из H удалить любую продукцию, то полученное H' не является ИО E, и если $(W,k) \in H$ заменить продукцией (V,l), где $V \subset W$ или $l \neq k$, то полученное H' не является ИО E.

Сформулируем теперь рассматриваемую задачу: для данных E и конечного Q построить ХИО множества $E \cup Q$ (ХИО($E \cup Q$)).

<u>**Утверждение 2.**</u> Пусть D=ХИО(P). Тогда

1. Для каждого $\{B,k\} \subseteq T(D,k)$ не существует $\{C,h\}$такого, что $h>k$ и $C \subseteq B$.
2. Для каждого $\{B,k\} \subseteq D$ не существует $\{A,h\}$такой , что $h<k$ и $B \subseteq A$.

Пусть существует продукция $\{C,h\}$ такая, что $h>k$ и $Q \subseteq W$. Тогда существует и $\{W,h\}$. Это значит, что $\{W,h\} \vdash \{W, k\}$, т.е. $\{W, k\}$ можно удалить из D, что противоречит свойству ХИО для D.

Пусть $\{B,k\} \subseteq D$, тогда существует продукция $\{A,h\} \subseteq D$ такая, что $h<k$ и $B \subseteq A$. Поскольку $\{B,k\} \vdash \{A,k\}$, это значит, что в D для некоторой продукции {A, h} можно получить продукцию с большим коэффициентом k, что противоречит правилам вывода.

Обозначим через E_k подмножество продукций из E с одинаковым коэффициентом и будем далее E_k называть k слоем множества E. Обозначим через m_k мощность множества E(k). Перенумеруем слои в порядке убывания коэффициентов, т.е. получим $E=E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_r$. Слой E_i назовем i-замкнутым если $m_i=C_n^i$ и для всех продукций $\{W,k\} \in E_i$ выполняется: $|W|=i$. Замкнутым называется слой тогда, если все слои $j \leq i$ являются j-замкнутыми.

<u>**Следствие.**</u> ХИО($E \cup Q$) существует если:

1. множество E не является замкнутым и в множестве Q существуют продукции, не обладающие свойством 1 из утверждения 2.
2. множество букв Q не включается в множество E.

Согласно первому пункту следствия, с одной стороны из Q исключатся не корректные продукции и с другой стороны определяется потенциальная завершенность процесса пополнения БЗ. Второй пункт описывает возможность пополнения множества элементарных высказываний, используемых в продукциях БЗ. Это ведет к расширению исходного множества U и определяет возможность бесконечности процесса пополнения БЗ.

Метод решения. Наиболее трудоемкая часть решения данной задачи в конечном счете сводится к поиску множества минимальных элементов некоторого множества E. Согласно вышесказанному – к поиску минимальных элементов булеана *B(E)*.

Для описания подмножеств, входящих в состав некоторого *B(E)*, воспользуемся понятием функции принадлежности.

Пусть $E=(e_1,e_2, \ldots, e_n)$, введем функцию $\mu_v(e_i)$, указывающую принадлежит ли элемент $e_i \in E$ подмножеству V:

$$\mu_V(e_i) = \begin{cases} 1, \text{если } e_i \in V; \\ 0, \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Это позволяет представить каждое подмножество $V \subseteq B(E)$ через все элементы V в виде конъюнкции $\mu_v(e_1) \& \mu_v(e_2) \& \ldots \& \mu_v(e_n)$. Для краткости эти конъюнкции будем обозначать через μ_v, а входящие в ее состав $\mu_v(e_i)$ через u_i. Причем, если $\mu_v(e_i)=0$, то u_i будет входить в конъюнкцию с отрицанием, т.е. в виде u_i'.

Рассмотрим булеву функцию:

$$\chi\ (u_1, u_2, \ldots, u_n) = \begin{cases} 0, \text{если все } u_i = 0; \\ 1, \text{если хотя хотя бы одна } u_i = 1. \end{cases}$$

Функция $\chi(u_1,u_2, \ldots, u_n)$ или $\chi(E)$ является характеристической функцией булеана *B(E)*. Она представляет собой дизъюнктивную форму, каждая входящая в ее состав конъюнкция описывает некоторое подмножество E. Эта функция имеет единственное нулевое значение, соответствующее пустому множеству. Остальные значения единичные. Значит она является монотонно возрастающей функцией.

Известно, что сокращенная ДНФ монотонно возрастающей булевой функции не содержит отрицаний переменных и является минимальной и кратчайшей ДНФ. Кроме того, минимальная ДНФ $\chi_{min}(E)$ такой функции состоит из нижних единиц функции $\chi(E)$, т.е.

$$\chi_{min}(E) = \chi(u_1,u_2, \ldots, u_n) = u_1 \vee u_2 \vee \ldots \vee u_n.$$

Другими словами $\chi_{min}(E)$ однозначно определяется буквами $a_i \in E$.

Рассмотрим два множества W и Q. Пусть $G=W \backslash Q$ – это множество, состоящее из букв не принадлежащих Q, а значит оно определяет все возможные подмножества $W_i \subseteq W$ и $W_i \not\subset Q$.

Опишем $\chi_{min}(W \backslash Q)$. Без потери общности будем считать, что элементы Q расположены в $W=\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, начиная с (m+1)-ой. Тогда

$$\chi\ (W/Q) = \begin{cases} 0, \text{если все } u_i = 0 \text{ для } i < m+1; \\ 1, \text{если хотя бы одна } u_i = 1 \text{ для } i < m+1. \end{cases}$$

Эта функция является монотонно возрастающей и ее минимальная ДНФ имеет вид:

$$\chi_{min}(W/Q) = u_1 \vee u_2 \vee \ldots \vee u_{m+1}.$$

Распространим этот результат на множества подмножеств. Для этого рассмотрим множество $P=\{Q_1, Q_2, \ldots Q_r\}$. Описанным выше способом получим $\chi_{min}(W/Q_1), \ldots, \chi_{min}(W/Q_r)$ для всех множеств из P. Все ДНФ описывают множества минимальных элементов (каждый дизъюнктивный член – минимальный элемент), из которых выводится W и не выводится одно из подмножеств P. Вычислив конъюнкцию $\chi_{min}(W/P)= \chi_{min}(W/Q_1)\ \&\ldots\&\chi_{min}(W/Q_r)= R_1 \vee R_2 \vee \ldots$, определим множества минимальных элементов, из которых выводится W и не выводится ни одна из P. Заметим, что каждый дизъюнктивный член представляет собой отдельное множество минимальных элементов.

Дадим интерпретацию полученному результату. Рассмотрим продукцию $\{W,k_i\}$ и подмножество продукций T(E,k) из E, у которых коэффициент $k<k_i$. Согласно определению правил вывода, не трудно сообразить, что каждое из $\chi_{min}(W/P)$ описывает множество продукций $\{R_i,k_j\}$, из которых выводится $\{W,k_i\}$ и не выводится $\{Q,k_j\}$, для произвольных $j<i$. Другими словами эта процедура позволяет получать ОИ для множества $T(E,k)\cup\{W,k_i\}$. Поскольку $\chi_{min}(W/P)$ является минимальной ДНФ, полученное ИО является ХИО. Заметим, если на этом этапе будет получено пустое множество, то продукция $\{W,k_i\}$ считается ошибочной, ее надо удалить из Q.

Например, пусть U={a, b,d,e} и E состоит из таких продукций:

1. (a,b,e;0.6)
2. (a,d,e;0.7)
3. (b,d;0.8)

Тогда для (a,b,e;0.8) имеем:

$$(a \vee b \vee e)^1(b)(a \vee e)=ab^1 \vee be^1.$$

Для продукции {a,d,e;0.7} получим:

$$(a \vee d \vee e)^2(a \vee e)=(a \vee e)^2 .$$

И наконец для продукции {b,d;0.8} будет получено:

$$(b \vee d)^3 .$$

Определим возможные варианты БЗ:

$$(ab^1 \vee be^1)\ \&\ (a \vee e)^2\ \&\ (b \vee d)^3 =$$

$$be^1a^2b^3 \vee ab^1a^2b^3 \vee be^1e^2b^3 \vee ab^1e^2b^3 \vee be^1a^2d^3 \vee ab^1a^2d^3 \vee be^1e^2d^3 \vee ab^1e^2d^3=$$

[для выполнения склеивания уберем индексы продукций, проставив номера конъюнкций]

$$\underline{abe^1} \vee \mathbf{ab^2} \vee \mathbf{be^3} \vee \underline{abe^4} \vee \underline{bead^5} \vee \underline{abd^6} \vee \underline{bed^7} \vee \underline{abed^8} =$$

[вычеркиваемые конъюнкции выделены подчеркнутым шрифтом, восстановим индексы продукций]

$$ab^1a^2b^3 \vee be^1e^2b^3$$

Отсюда в качестве множества продукций можно выбрать любое из полученных множеств:

{(a,b;0.6); (a;0.7); (b;0.8)} или {(b,e;0.6); (e;0.7); (b;0.8)}

Алгоритм решения. Разделим исходное множество Q на две части. В отдельное множество выделяются те продукции, все буквы которых не принадлежат множеству U, т.е. множеству букв E. Полученное множество продукций Q' рассматриваются отдельно. Для него производится поиск ХИО по алгоритму, описанному в [6].

Для второго множества Q'' алгоритм выполняется за несколько этапов.

Удалим из Q те продукции, которые не удовлетворяют свойству 1 утверждения 2. Для этого представим множество $Q=\{Q_1,Q_2,\ldots,Q_r\}$ по аналогии с E в виде объединения r слоев. Для каждого слоя Q_i составим таблицу, в которой в качестве нижних строк используются продукции из $\{q,k_i\}\in Q_i$, а верхние строки формируются из продукций из $\{W,k_j\}\in E$ тех слоев, коэффициенты k_j которых больше k_i. И так строки созданной таблицы помечены именами продукций, а столбцы буквами из продукций. На пересечении u- го столбца и W-ой строки стоит 1 только тогда, когда буква u входит в продукцию W. Все остальные элементы таблицы равны 0. Выполняем поэлементную конъюнкцию строк, из слоя Q_i со строками, соответствующими продукциям из E. Удаляются те строки из нижней части таблицы (соответственно продукции из Q_i), если найдется хотя бы одна строка в верхней части таблицы, для которой результат операции совпадает со строкой верхней части таблицы.

Если множество Q'' не пусто, то дальнейший процесс будем выполнять за r шагов, где r число слоев Q''. Просмотр слоев будем производить в порядке убывания их номеров. При этом алгоритм построения ХИО одинаков для всех слоев. По смыслу каждый шаг состоит в построении множеств минимальных элементов, которые описывают ХИО, некоторой группы продукций. Группы продукций формируются по слоям Q''и E по такому правилу. Из множества Q'', берется некоторый слой Q_i, а из множества E - множество слоев, содержащие продукции с коэффициентами большими чем коэффициенты продукций из Q_i. Далее для каждой продукции $\{q,k_i\} \in Q_i$ строится функция $\chi_{min}(q/E)$. И на основе полученных функций получаем $\chi_{min}(Q_i/E)$.

Рассмотрим слой Q_i. Если E_i является замкнутым, то продукции слоя Q_i удаляются, и производим переход к следующему слою Q_{i+1}. Если же для Q_i слой E_i не замкнут, то дальнейшее построение сводится к нахождению множества минимальных элементов. Если все слои просмотрены, то алгоритм завершается.

Заключение. Проблема обобщения знаний в динамике, так же как и проблема обобщения знаний в статике, является важной проблемой при построении экспертных систем [7]. В данной работе рассмотрена задача пополнения БЗ в динамике, и описаны различные варианты её решения. Процедура расширения базы знаний основана на методе индуктивного обобщения нечетких заключений и позволяет найти, если это возможно, оптимальную последовательность правил, включаемых в исходную базу знаний.

Дальнейшим возможным развитием полученных результатов, по мнению авторов, является использование ранговой функции [3], которая позволит оценивать различные свойства обобщения в динамике. Представляется интересным использование ранговой функции как меры потенциальной расширяемости базы знаний.

Список использованных источников

1. Горчинская О. Ю., Рубашкин В.А. Метод индуктивного построения базы знаний для экспертных систем, моделирующих нечеткие рассуждения. построения БЗ с нечетким механизмом вывода // Автоматика и телемеханика.-1991.-№3.- С. 113 -120.

2. Шатохина Н.К., Шатохин П.А. Об индуктивном построении базы знаний экспертных систем // Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматика, випуск 12: Донецьк: ДонДТУ, ТОВ "Лебідь", 1999.- С. 158-164.

3. Грунский И.С., Шатохина Н.К., Об индуктивном обобщении нечетких заключений// Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматика, випуск 25: Донецьк: ДонДТУ, ТОВ "Лебідь", 2001.- С. 154-160.

4. Общая алгебра т.1: Справочник/ под ред. Л.А. Скорылкова - М.:Наука,1990.-592с.

5. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.:Наука,1987.- 384с.

6. Тараканов В.Е. Комбинаторные задачи и (0,1) – матрицы.- М.:Наука,1985.-192с.

7. Вагин И.Н. Дедукция и обобщение в системах принятия решений.- М.: Наука, 1988.- 384 с.