

## ЗАДАЧИ И ФУНКЦИОНАЛЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Криводубский О.А.

Донецкий национальный университет

## Abstract

*Krivodubsky O.A. Business operation problems and functionals. In activity the natural and formal statements of problems determining task for control systems of firm of group «A» are considered. Depending on a financial condition of firm, business condition and liquidity of production the use of five statements of problems is possible: obtaining of the maximum income, turn-over of means and profit, minimum consumptions and cost price. The functionals of the purpose of these problems and systems of limitations supposing design filling by parameters of particular firm are adduced. The activity is meaningful for the experts executing control engineering, including multilevel.*

**Постановка проблемы.** Тенденция экономических преобразований в условиях скачкообразной смены формы собственности и общественно-экономической формации, совмещенные с современными возможностями микропроцессорной техники, накладывают специфические требования к постановке и формализации задач управления предприятием.

**Анализ исследований и публикаций.** Общетеоретические аспекты оптимального управления в больших системах рассмотрены в работе [1], но в ней не затрагиваются вопросы многокритериальности задач и декомпозиции критериев. Структурные аспекты соподчиненности в многоуровневых системах рассмотрены в работе [2]. Математические модели прогноза производства в иерархических структурах рассмотрены в [3]. Анализируются [4] современные аспекты декомпозиции задачи оптимального планирования. Выделены [5] модели прогноза экономических показателей на микро и макроуровнях.

**Постановка задачи.** Рассматривая современное предприятие с одной стороны, как юридическое лицо, а с другой – как многоуровневую производственно-экономическую систему, необходимо сформировать физические постановки задач управления, формализовать их в виде функционалов целей с соответствующими системами ограничений, реализуя их декомпозицию на уровнях структуры предприятия.

**Основной материал.** В современных экономических условиях Украины производственная деятельность предприятий группы «А» (производство средств производства) начинается с формирования портфеля заказов текущего планового периода (но не более месяца)  $G_i$ , где  $i$  – номер планового периода. Этот портфель, в основном, формируется из трех видов заказов: государственный заказ  $g_i$ , договорные заказы  $d_i$  и заказы рынка  $z_i$ , сформированные службой маркетинга предприятия. Формирование портфеля заказов осуществляется в конце предыдущего планового периода и основано на следующих принципах:

- госзаказ  $g_{ij}$  включается в производственную программу предприятия, если он обеспечен производственными фондами  $f_{ij}$  ( $j$  – номер заказа);
- договорные заказы  $d_{ik}$  включаются в производственную программу предприятия, если по ним осуществлена предоплата  $c_{ik}$  ( $k$  – номер договора);
- рыночные заказы  $z_{im}$  включаются в производственную программу при условии близости ассортимента этих заказов ассортименту государственных и договорных заказов;

- цена позиций государственного и договорного заказов фиксирована государственными постановлениями;

- цена рыночных – договорная, отвечающая условиям ликвидности продукции.

Тогда портфель заказов планового периода:

$$G_i = \{g_i, d_i, z_i\} \tag{1}$$

$$g_{ij} \equiv f_{ij}, d_{ik} \equiv c_{ik}, z_{im} \equiv g_{ij} \cup d_{ik}, g_i = \bigcup_j g_{ij}, d_i = \bigcup_k d_{ik}, z_i = \bigcup_m z_{im}, \tag{2}$$

Для предприятий группы «А», имеющих широкий ассортимент производственной продукции каждый из перечисленных заказов сопровождается спецификацией (перечнем видов) заказываемого ассортимента. Сформированный на перечисленных принципах портфель заказов согласно прилагаемым спецификациям разбивается на группы по видам ассортимента:

$$g_{il} = g_{ijl} \cup d_{ikl} \cup z_{iml}, \tag{3}$$

где  $l$  – номер группы (вид продукции).

Для этой сортировки осуществляется расчет объема заказа  $P$  по каждой группе:

$$P_{il} = P_1(g_{ijl}) \cup P_2(d_{ikl}) \cup P_3(z_{iml}) \tag{4}$$

Тогда общий объем продукции, заказанной в производство на плановый период:

$$P_i = \bigcup_l P_{il} \tag{5}$$

Производственные фонды, необходимые для выпуска продукции каждой группы, согласно условий формирования портфеля заказов:

$$S_{il} = S_{ijl} \cup S_{ikl} \cup S_{iml}, \tag{6}$$

$$\text{где } S_{ijl} = k_l P_1(g_{ijl}) = f_{ijl}, S_{ikl} = k_l P_2(d_{ikl}), S_{iml} = k_l P_3(z_{iml}) \tag{7}$$

$$S_{ij} = \bigcup_l S_{ijl}, S_{ik} = \bigcup_l S_{ikl}, S_{im} = \bigcup_l S_{iml} \tag{8}$$

$$S_i = S_{ij} + S_{ik} + S_{im} \tag{9}$$

$$S_{ikl} = \bigcup_n \frac{c_{ikl}^n}{\alpha_l^n} \tag{10}$$

$\alpha_l^n$  - цена единицы сырья  $n$ -го вида,  $k_l$  - нормативный показатель,  $c_{ikl}^n$  - стоимость закупок сырья

Рассматривая предприятия как объект в шестиуровневой системе управления, следует выделить задачи верхнего уровня, решаемые в АРМах производственного, планового, финансового отделов и в службах главного инженера. Следует отметить, что эти задачи могут рассматриваться последовательно, согласно текущего экономического момента на предприятии, подкрепляя друг друга или подчиняясь приоритетам показателей, который формирует лицо, принимающее решение на предприятии (главный экономист, директор и т.д.). Возможен вариант связного решения перечисленных задач, удовлетворяющий требованиям перечисленных отделов заводоуправления. При последовательном решении задач формулируются цели управления, которые определяют поиск оптимальных решений в

каждом АРМ. Тогда последовательность решений в других отделах делает предыдущее решение квазиоптимальным. Связное решение задач, фиксированное поиском оптимальных значений общего функционала цели, доставляет оптимальные решения по всем задачам.

Для предприятий Украины в современных условиях, как юридических лиц (верхний уровень управления), может существовать ряд физических постановок приведенных ниже задач, подчиненных экономике предприятия, отображенной на производственную программу.

Сформировать производственную программу предприятия таким образом, чтобы:

1. Валовой доход от реализации произведенной продукции был максимальным;
2. Валовые расходы на выполнение портфеля заказов были минимальны;
3. Себестоимость производимой продукции была минимальной;
4. Оборачиваемость средств и фондов используемых в производственной программе

была максимальной;

5. Валовая прибыль от реализации портфеля заказов была максимальной.

Следует отметить, что среди этих задач наиболее актуальной для экономической деятельности предприятий Украины, является четвертая задача. Это обусловлено тем, что практически все предприятия работают в условиях дефицита оборотных средств. Решение этой задачи технически осуществимо, т.е. существует система электронных платежей, функционирующая в реальном масштабе времени и сырьевой рынок, способный в ритме с процессом производства удовлетворять потребности производственной программы в сырье и материалах.

В соответствии с приведенными физическими постановками задач могут быть формализованы функционалы целей управления предприятием.

Формальная постановка первой задачи имеет вид:

$$J_1 = F(D(P_{ij})) = \sum_I D_I(P_{ij}) \rightarrow \max, \quad (11)$$

где  $D_I$  - валовой доход от реализации продукции группы.

Эта задача решается в динамической системе ограничений, представленной уравнениями модели прогноза:

$$\frac{dD_{ijl}}{dt} = f_1(g_{ijl}) \quad (12)$$

$$\frac{dD_{ikl}}{dt} = f_2(d_{ikl})$$

$$\frac{dD_{iml}}{dt} = f_3(z_{iml})$$

и статической системой ограничений вида (4), (5).

Решением данной задачи будут пары  $(D_{ijl}, g_{ijl})$ ,  $(D_{ikl}, d_{ikl})$ ,  $(D_{iml}, z_{iml})$ ,  $\forall l$ .

В связи с тем, что, как правило, оплату за выполнение госзаказа предприятия Украины не получают, справедливо ограничение следующего вида:

$$D(g_{ijl}) = 0 \quad (13)$$

Так как договорные заказы  $d_{ik}$  могут быть включены в производственную программу на условиях предоплаты при фиксированной цене продукции, справедливо условие:

$$D(g_{ikl}) = \text{const} \quad (14)$$

Таким образом, управляющими переменными в решении задачи (11) на современном этапе экономической деятельности предприятия могут быть только пары  $(D_{iml}, z_{iml})$ , включение которых в производственную программу осуществляется службой маркетинга предприятия согласно условиям ликвидности продукции различных групп.

Формальная постановка задачи (11) тем не менее имеет объективный смысл, т.к. в развитых странах госзаказ ( $g_{ij}$ ) является залогом успешной деятельности предприятия, ибо государство выступает гарантом оплаты этого заказа по фиксированной заранее цене, т.е. справедлива замена условия (13) на аналог условия (14)

$$D(g_{ikl}) = const$$

Динамическая система ограничений (12) осуществляет прогноз временной последовательности изготовления и реализации каждой группы заказов и каждого вида заказа. Это позволяет реализовать гибкое планирование производственной программы, подчиненной (11), на любой, наперед заданный, плановый период и включать дополнительно возникающие заказы рынка  $z_{im}$ , появление которых прогнозировать невозможно.

Формальная постановка второй задачи представлена функционалом

$$J_2 = F(R(P_{il})) = \sum_l R_l(P_{il}) \rightarrow \min, \quad (15)$$

где  $R_l$  - валовый расход на выполнение группы заказов.

Для решения этой задачи предлагается динамическая система ограничений в виде уравнений модели (16)

$$\begin{aligned} \frac{dR_{ijl}}{dt} &= \varphi_1(g_{ijl}) \\ \frac{dR_{ikl}}{dt} &= \varphi_2(d_{ikl}) \\ \frac{dR_{iml}}{dt} &= \varphi_3(z_{iml}) \end{aligned} \quad (16)$$

Это обобщенное представление динамической системы ограничений в виде векторов, при решении реальной задачи разворачивается в сложную систему связанных нелинейных дифференциальных уравнений, определяющих расходные составляющие по каждому виду заказа. Решением данной задачи будут пары  $(R_{ijl}, g_{ijl})$ ,  $(R_{ikl}, d_{ikl})$ ,  $(R_{iml}, z_{iml})$ ,  $\forall l$ .

Учитывая тот факт, что выполнение госзаказа  $g_{ijl}$  обеспечивается поставкой производственных фондов  $f_{ijl}$ , справедливо соотношение (17)

$$R_{ijl} = R_{ijl} - R_{ijl}(f_{ijl}), \quad (17)$$

т.е. из решения задачи (16) исключаются расходы, связанные с приобретением производственных фондов. Отсюда следует, что все перечисленные пары – результат решения задачи (15) – являются управляющими. Уравнения математической модели (16) прогнозируют расходы, связанные с выполнением производственной программы, на любой, наперед заданный период, что позволяет включать в систему ограничений все расходы, связанные с заказами (особенно, по группе заказов  $z_{im}$ ), возможными в этот период. Из статических ограничений этой задачи наиболее существенным является условие (18)

$$0 < \bigcup_l R_{il} \leq C_i \quad (18)$$

где  $C_i$  - объем оборотных средств предприятия на плановый период. Следует подкрепить это условие соотношением (19), вытекающим из свойств производственных фондов (10)

$$0 < \bigcup_l R_{il} < S_i(g_{ij}, d_{ik}, z_{im})C_i(g_{ij}, d_{ik}, z_{im}) \quad (19)$$

Использование задачи (15) в планировании производственной программы наиболее актуально в двух случаях. Первый – это период скачкообразной дестабилизации цен на

сырье и энергию. В этом случае на плановые периоды не более декады определяется целесообразность выполнения договоров по фиксированным ценам на продукцию и колеблются ценовые условия на продукцию госзаказов. Тогда задача (15) дополняется ограничением вида (20)

$$R_{ijl} < f_{ijl}(g_{ijl})c_{ijl}, \quad P_1(g_{ijl}) \leq \frac{R_{ijl}}{C(g_{ijl})} \quad (20)$$

$$R_{ikl} < f_{ikl}(d_{ikl})c_{ikl}, \quad P_2(d_{ikl}) \leq \frac{R_{ikl}}{C(d_{ikl})}$$

$$R_{iml} < f_{iml}(z_{iml})c_{iml}, \quad P_3(z_{iml}) \leq \frac{R_{iml}}{C(z_{iml})}$$

Второй случай, который характерен для стабилизированной экономики, предполагает, что успешное экономическое функционирование предприятия определяется уменьшением расходов, пусть даже на доли процента. В этом случае задача (15) дополняется ограничением вида (21)

$$R_{ijl} < A_1(g_{ijl}) \quad (21)$$

$$R_{ikl} < A_2(d_{ikl})$$

$$R_{iml} < A_3(z_{iml}),$$

где  $A$  – нормативные расходы (предыдущего планового периода) по каждой группе и заказу.

Третья постановка задачи представлена функционалом (22)

$$J_3 = F(SS(P_{il})) = \sum_l \sum_r ZT_{lr}(P_{il}) \rightarrow \min, \quad (22)$$

где  $SS$  – себестоимость продукции (по группе),  $ZT$  – затраты,  $r$  – виды затрат.

Решение задачи (22) предполагается получить в рамках динамической системы ограничений, представленной математической моделью вида (23)

$$\frac{dP_1}{dt} = \psi_1(g_{ijl}, d_{ikl}, z_{iml}) \quad (23)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \psi_2(g_{ijl}, d_{ikl}, z_{iml})$$

$$\frac{dP_3}{dt} = \psi_3(g_{ijl}, d_{ikl}, z_{iml})$$

$$\frac{dP_3}{dt} = \psi_3(g_{ijl}, d_{ikl}, z_{iml})$$

$$\frac{dZT}{dt} = \psi(g_{ijl}, d_{ikl}, z_{iml})$$

Решением задачи (22) будут пары

$$(ZT_{ijl}, g_{ijl}), (ZT_{ikl}, d_{ikl}), (ZT_{iml}, z_{iml}), \forall l$$

Аналогично задаче 2 из затратного механизма выполнения позиций госзаказа исключаются затраты на приобретение производственных фондов:

$$ZT_{ijl} = ZT_{ijl} - Z_{ijl}(f_{ijl}) \quad (23)$$

Т.к. задача (22) решается на верхнем уровне, то справедливо соотношение (24) относительно полноты общезаводских затрат

$$ZT = \bigcup_r ZT_{lr}. \quad (24)$$

В современных условиях для предприятий Украины, наращивающих производственные программы, характерно наличие статических ограничений (25)

$$\forall ZT_{lr} : 0 < ZT_{lr} \leq B_{lr}, \quad (25)$$

где  $B_{lr}$  - затраты предыдущего планового периода.

Решение задачи (22) позволяет управлять затратным механизмом по предприятию в целом, определяя тактику выполнения портфеля заказов и стратегию сокращения затрат, что является существенным фактором вхождения экономики предприятия в систему конкурентоспособных предприятий. На современном этапе это в первую очередь относится к снижению энергоемкости производимой продукции и нормам расхода сырья и материалов. Следует отметить, что выполнение позиций госзаказа, которые не оплачиваются потребителем, с точки зрения затратного механизма может быть учтено в модели прогноза как возмущение на показатели себестоимости, за исключением затрат на производственные фонды. В качестве пользователя этой задачи на предприятии выступают плановые службы.

Формализация четвертой задачи представлена функционалом (26)

$$J_4 = F(OR(P_{il})) = \sum_l (OR_1(g_{ijl}) + OR_2(d_{ikl}) + OR_3(z_{iml}) + k_1 OR_1(d_{ikl}) + k_2 OR_1(z_{iml}) + k_3 OR_2(z_{iml})) \rightarrow \max, \quad (26)$$

где  $OR_1$  - обороты средств госзаказа,  $OR_2$  - обороты средств договоров,  $OR_3$  - обороты средств рыночных заказов,  $k_1 - k_3$  - количество оборотов средств.

Решение задачи (26) возможно в системе динамических ограничений, представленной математической моделью прогноза выпуска и реализации продукции и расчета показателей оборачиваемости (27)

$$\frac{dP_1}{dt} = \Theta_1(g_{ijl}(f_{ijl})) \quad (27)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \Theta_2(d_{ikl}(f_{ikl})) + \Theta_2(d_{ikl}(f_{ikl}))$$

$$\frac{dP_3}{dt} = \Theta_3(z_{iml}(f_{iml})) + \Theta_3(z_{iml}(f_{ijl})) + \Theta_3(z_{iml}(f_{ikl}))$$

$$\frac{df}{dt} = \Theta_4(g_{ijl}, d_{ikl}, z_{iml})$$

$$\frac{dOR_2}{dt} = \Theta_5(f_{ijl}, f_{ikl}, f_{iml})$$

$$\frac{dOR_3}{dt} = \Theta_6(f_{ijl}, f_{ikl}, f_{iml})$$

Предполагается, что в границах планового периода, предприятие может использовать производственные фонды госзаказа  $f_{ijl}$  и средства предприятия для выпуска договорной  $d_{ikl}$  и рыночной  $z_{iml}$  продукции, при условиях (28)

$$T_2(OR_2) < T_3, T_1(OR_3) < T_3, T_1(OR_3) < T_2(OR_2), \quad (28)$$

где  $T_1, T_2, T_3$  - срок выполнения заказов

Это позволяет определять соблюдение условий договоров и госзаказа в отношении сроков поставки и формировать ограничения на количество оборотов средств (29).

$$k_1 > \frac{T_2(OR_2)}{T_3(OR_3)}, k_1 > \frac{T_1(OR_1)}{T_2(OR_2) + T_3(OR_3)} \quad (29)$$

Решением задачи (26) в рамках ограничений (27)-(29) являются:  $(k_1, OR_1)$ ,  $(k_2, OR_2)$ ,  $(k_1, OR_1)$ , которые позволяют выбирать варианты относительно привлечения оборотных средств (предоплата по договорам  $d_{ik}$ ) и производственных фондов  $g_{ij}$  при условии, что эти заказы будут выполнены в срок, определенный условиями договоров и госзаказов. Такое управление не противоречит законодательной базе Украины и отражает тенденции мировой экономики, особенно в банковской сфере, где повсеместно используется привлечение оборотных средств клиентов к выполнению собственных задач. Эта постановка задачи наиболее актуальна для предприятий Украины, т.к. позволяет частично или полностью компенсировать затраты на выпуск неоплачиваемого госзаказа и, в конечном итоге, увеличить прибыль предприятия. Сегодня эффективность реализации этой задачи упирается в показатели рыночной востребованности продукции предприятия, ее ликвидности и оперативности работы службы маркетинга предприятия. Если объем рыночных заказов отвечает условию (30) то, в рамках ограничений (29) решение задачи (26) наиболее эффективно

$$P_{3i}(z_{iml}) > 0.5(P_{1i}(g_{ijl}) + P_{2i}(d_{ikl})) \quad (30)$$

Пользователем этой задачи являются все экономико-финансовые подразделения предприятия, включая главного экономиста.

Формальная постановка пятой задачи представлена в виде (31)

$$J_5 = F(PR(P_{il})) = \sum_l PR_l(P_{il}) \rightarrow \max \quad (31)$$

Решение этой задачи предполагается реализовать в рамках системы динамических ограничений - уравнений модели прогноза прибыли (32), уравнений прогноза валового дохода (12) и валового расхода (16)

$$\frac{dPR_{ijl}}{dt} = F_1(g_{ijl}) \quad (32)$$

$$\frac{dPR_{ikl}}{dt} = F_2(d_{ikl})$$

$$\frac{dPR_{iml}}{dt} = F_1(z_{iml})$$

Исходя из особенностей конкурентной борьбы и возможности привлечения заказчиков необходимо, даже временно, ввести условия (33)

$$\forall z_{iml}, P_3(z_{iml}) \neq 0 \text{ если } PR(z_{iml}) = 0 \quad (33)$$

Современные концепции неоплаченного госзаказа определяют наличие ограничения (34)

$$\forall g_{ijl}, PR(g_{ijl}) \leq 0 \quad (34)$$

Фиксированные условия договоров на поставку отражены в (35)

$$\forall d_{ikl}, PR(d_{ikl}) = const \quad (35)$$

Условия функционирования предприятия определяет общее ограничение (36)

$$PR(g_{ijl}) + PR(d_{ikl}) + PR(z_{iml}) > 0 \quad (36)$$

По приоритету задача (31) уступает только задаче (26). Пользователями этой задачи являются планово-финансовые службы предприятия, причем эта задача характерна только для систем, как юридических лиц. Общее ограничение (36) подчеркивает, что совокупность заказов должна быть сформирована таким образом, чтобы предприятие от их комбинации получало прибыль. Условие (34) вносит возмущение в задачу (31), но является сегодня, наряду с малыми объемами заказов, определяющим в формировании прибыли. В систему

ограничений не ведены условия плановой нормы прибыли, т.к. динамика задачи (31) способна свести это ограничение к условиям (36). Совокупность динамических ограничений (27) позволяет при решении задачи (31) учитывать дополнительную прибыль, которая может быть получена за счет оборачиваемости производственных фондов госзаказа и средств договоров. Решением задачи (31) являются пары  $(PR_{ijl}, g_{ijl})$ ,  $(PR_{ikl}, d_{ikl})$ ,  $(PR_{iml}, z_{iml})$ , но в современной экономике предприятий управление возможно только через последнюю пару. Перечисленные пять физических и формальных постановок задач предназначены для системы управления предприятием имеющей высший уровень иерархии. Пользователи перечисленных задач – работники подразделений заводууправления. Выделим для предприятий группы «А» шесть уровней управления: предприятия в целом (1-й уровень), производства (2-й уровень), цеха (3-й уровень), переделы (4-й уровень), производственные участки (5-й уровень), технологические агрегаты (6-й уровень). Приведенные в работе пять постановок задач служат для определения заданий для системы управления 1-го уровня, однако, не нарушая общности, третья задача (22) может иметь место и для систем управления 2-6 уровней иерархии. При этом декомпозируются показатели портфеля заказов, относящиеся к своим подразделениям, сокращается число переменных и их количественные характеристики. Кроме того, сокращается число уравнений в системе ограничений.

**Выводы.** В работе осуществляется физическая постановка задач определения заданий для предприятий производящих средства производства (группа «А»). Согласно этим постановкам произведена их обобщенная формализация в виде функционалов целей и систем ограничений динамического и статического характера. Постановки задач предназначены для пользователей системы верхнего уровня управления предприятием – служб заводууправления, и могут быть использованы при различных экономических ситуациях, характеризующих деятельность предприятия в плановый период. Определены возможности декомпозиции сформулированных задач для подчиненных систем управления в многоуровневой реализации. Постановки задач и функционалы конструктивно могут быть использованы в системах управления любым предприятием при условии наполнения функционалов и ограничений конкретными показателями, характеризующими это предприятие, его систему заказов, продукцию и сырье.

### Литература

1. Лэддом Л.С. Оптимизация больших систем. – М.: Наука, 1975. – 543 с.
2. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973. – 340 с.
3. Мангейм М. Иерархические структуры. Модель прогноза производства и проектирование. – М.: Мир, 1970. – 180 с.
4. Медницкий В.Т., Медницкий Ю.А. О декомпозиции одной задачи оптимального управления // Изв. РАН, ТиСУ. - 1995 - №3. – С. 10-15.
5. Колемаев В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ, 2002. – 398 с.