

# АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ В АСИНХРОННОМ ДВИГАТЕЛЕ С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ В СТАЛИ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Карась С.В., Ковалев Е.Б., Толочко О.И., Чекавский Г.С.**

**Донецкий государственный технический университет**

**gleb@elf.dgtu.donetsk.ua**

The review of magnetic power losses registration methods has been carried out. Error of the approximate calculation method has been appreciated. The adjusted model of the asynchronous motor subject to magnetic power losses has been suggested. The influence of the magnetic power losses on the asynchronous motor work in different conditions has been appreciated.

Аномальные режимы работы асинхронных двигателей (АД) электроприводов машин и механизмов собственных нужд электрических станций, а также электроприводов других систем ставят задачу оценки влияния насыщения магнитной цепи и потерь в стали на характеристики и пусковые режимы АД. В связи с этим необходим анализ процессов в АД с учетом указанных факторов.

Так, схема замещения фазы асинхронного двигателя с учетом потерь в стали приведена на рис.1. Потери в стали (сумма потерь на вихревые токи и магнитных потерь) учитываются эквивалентным сопротивлением  $R_m$ , включенным параллельно ветви намагничивания.

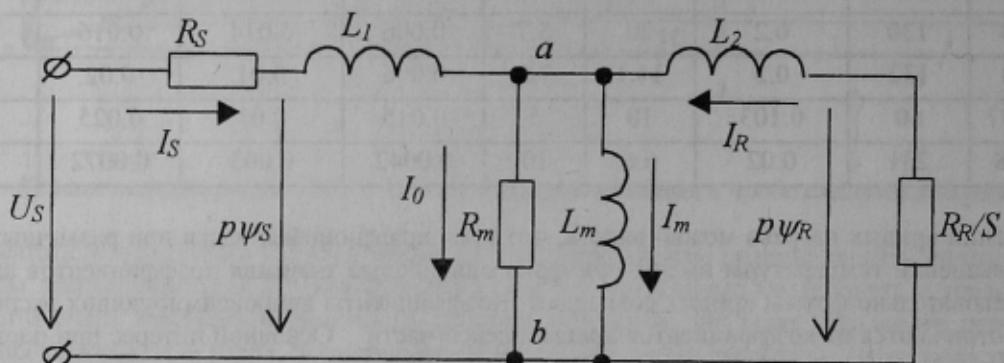


Рисунок 1 – Схема замещения АД с учетом потерь в стали

**Упрощенная модель.** С целью снижения сложности и громоздкости расчетов часто прибегают к упрощению схемы замещения (рис.1) с выносом ветви потерь в стали на зажимы фазы двигателя (рис.2) с введением коэффициента переноса  $c_1 = 1 + Z_1/Z_m$ .

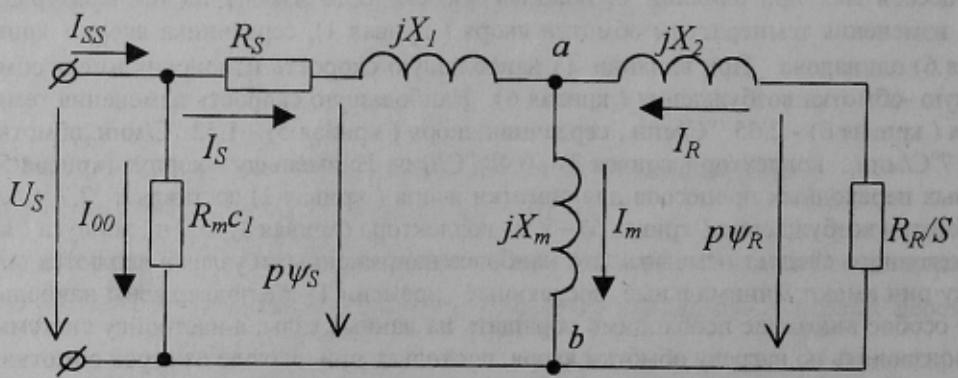


Рисунок 2 – Упрощенная схема замещения АД с учетом потерь в стали

При этом вносятся следующие погрешности:

1. Потери в стали не зависят от режима работы двигателя.
2. Токи в обмотках статора и ротора, а также ток намагничивания становятся величинами, не зависящими от тока потерь в стали, соответственно искажаются значения потокосцеплений и электромагнитного момента двигателя.
3. О токе фазы статора имеет смысл говорить как о входном токе, т.е. реальный входной ток двигателя (ток фазы сети) превышает ток фазы статора на величину, соответствующую активной составляющей тока намагничивания (ток потерь в стали).

Математическое описание АД согласно схеме замещения рис.2 практически ничем не отличается от общеизвестного описания идеализированного АД [1, 2], за исключением того, что для выделения сигнала входного тока (полного тока статора) добавляется уравнение, записанное в обобщенных векторах:

$$\bar{I}_{ss} = \bar{I}_s + \frac{1}{R_m c_1} \bar{U}_s,$$

где  $\bar{U}_s, \bar{I}_s, \bar{I}_{ss}$  – обобщенные (результатирующие) векторы соответственно напряжения статора, тока статора и входного тока.

Таким образом, упрощенная модель заведомо содержит в себе некоторую погрешность, особенно для переходных режимов. Для исследования динамики и энергетики АД целесообразно рассмотреть более точный способ определения потерь в стали в различных режимах работы методом математического моделирования.

**Полная модель.** Для схемы замещения рис.1 составим векторные уравнения равновесия напряжений статора и ротора короткозамкнутого АД в неподвижной ортогональной системе координат статора  $\alpha, \beta$ , заменив эквивалентный неподвижный ротор вращающимся:

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_s &= \bar{I}_s R_s + L_1 \frac{d\bar{I}_s}{dt} + L_m \frac{d\bar{I}_m}{dt}; \\ 0 &= \bar{I}_R R_2 + L_2 \frac{d\bar{I}_R}{dt} + L_m \frac{d\bar{I}_m}{dt} - j\omega_2 \bar{\psi}_R, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $L_1, L_2$  и  $L_m$  – индуктивности рассеяния статора и ротора, и взаимоиндуктивность;

$f_r = f_s S$  – частота тока ротора;

$\omega_2 = 2\pi f_r$  – угловая частота вращения поля ротора.

$\bar{I}_R, \bar{I}_m, \bar{\psi}_R$  – обобщенные векторы соответственно тока ротора, тока намагничивания и потокосцепления ротора.

Выбор системы координат  $\alpha, \beta$  [1, 2] объясняется рядом ее преимуществ перед другими системами координат, среди которых следует выделить то, что она имеет наибольшее сходство с системой фазных координат статора, но проще ее и не содержит периодически изменяющихся коэффициентов. Следовательно, если считать объектом исследований асинхронный двигатель, то выбор системы координат  $\alpha, \beta$  оправдан.

Запишем уравнения (1) в составляющих на действительную и мнимую оси  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\left. \begin{aligned} u_{\alpha s} - L_m \frac{di_{\alpha m}}{dt} &= i_{\alpha s} (R_s + L_1 p); \\ u_{\beta s} - L_m \frac{di_{\beta m}}{dt} &= i_{\beta s} (R_s + L_1 p); \\ -L_m \frac{di_{\alpha m}}{dt} - \omega_2 \psi_{2\beta} &= i_{\alpha r} (R_R + L_2 p); \\ -L_m \frac{di_{\beta m}}{dt} + \omega_2 \psi_{2\alpha} &= i_{\beta r} (R_R + L_2 p). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

С учетом того, что по схеме рис.1

$$\bar{I}_m + \bar{I}_o = \bar{I}_s + \bar{I}_R, \quad (3)$$

составим уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи намагничивания:

$$\bar{I}_o R_m = L_m \frac{d\bar{I}_m}{dt},$$

откуда выразим ток потерь в стали:

$$\bar{I}_o = T_m \frac{d\bar{I}_m}{dt}, \quad (4)$$

где  $T_m = L_m / R_m$  – постоянная времени контура намагничивания;

$\bar{I}_o$  – результатирующий вектор тока потерь в стали.

Подставив (4) в (3), получим выражение для вектора тока намагничивания:

$$\bar{I}_m = \frac{1}{T_m p + 1} (\bar{I}_s + \bar{I}_R),$$

которое в проекциях на оси  $\alpha, \beta$  будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} i_{\alpha m} &= \frac{I}{T_m p + I} (i_{\alpha s} + i_{\alpha r}); \\ i_{\beta m} &= \frac{I}{T_m p + I} (i_{\beta s} + i_{\beta r}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

По схеме замещения рис.1 уравнение потокосцепления ротора запишем в виде:

$$\frac{d\bar{\psi}_2}{dt} = L_2 \frac{d\bar{I}_R}{dt} + L_m \frac{d\bar{I}_m}{dt},$$

проинтегрировав которое, получим:

$$\bar{\psi}_2 = L_2 \bar{I}_R + L_m \bar{I}_m,$$

что в проекциях на оси  $\alpha, \beta$  будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{2\alpha} &= L_2 i_{\alpha r} + L_m i_{\alpha m}; \\ \psi_{2\beta} &= L_2 i_{\beta r} + L_m i_{\beta m}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для учета насыщения магнитной цепи целесообразно систему (6) представить в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{2\alpha} &= L_2 i_{\alpha r} + \psi_{0\alpha}; \\ \psi_{2\beta} &= L_2 i_{\beta r} + \psi_{0\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

С учетом насыщения систему уравнений (7) следует дополнить нелинейной зависимостью  $\psi_0 = f(I_m)$  [3], приведенной на рис.3. С целью упрощения расчетов целесообразно выполнить ее линейную аппроксимацию по кривой  $OAB$ . Поскольку направления векторов  $I_m$  и  $\psi_0$  совпадают, уравнения формирования сигнала потокосцепления примут вид:

$$\left. \begin{aligned} |\psi_0| &= f(|I_m|); \\ \arg \psi_0 = \arg I_m &= \arctan 2 \left( \frac{i_{\beta m}}{i_{\alpha m}} \right), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $|I_m| = \sqrt{i_{\alpha m}^2 + i_{\beta m}^2}$  – амплитуда вектора тока намагничивания;

$\arctan 2$  – функция, вычисляющая четырехквадрантный арктангенс угла между направлением вектора  $\psi_0$  и осью  $\alpha$ , который является аргументом векторов  $I_m$  и  $\psi_0$ .

Уравнение формирования сигнала электромагнитного момента двигателя запишем через составляющие токов статора и ротора:

$$M = \frac{3}{2} Z_p L_m (i_{\alpha r} i_{\beta s} - i_{\beta r} i_{\alpha s}). \quad (9)$$

Уравнение движения запишем в виде:

$$M - M_C = \frac{J}{Z_p} \frac{d\omega_2}{dt}. \quad (10)$$

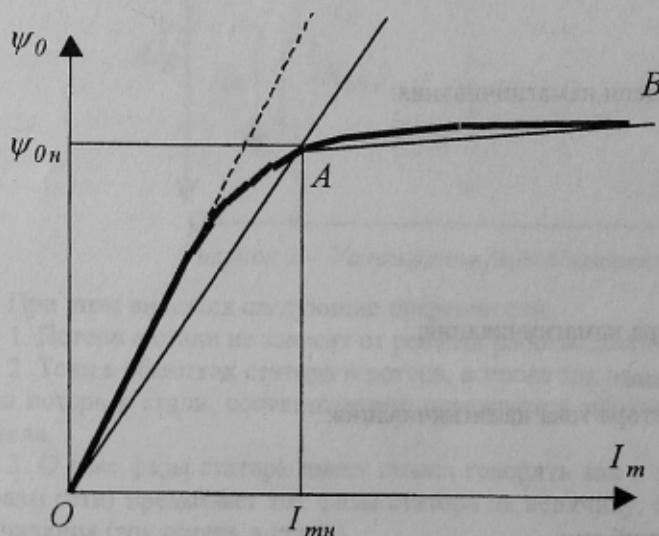
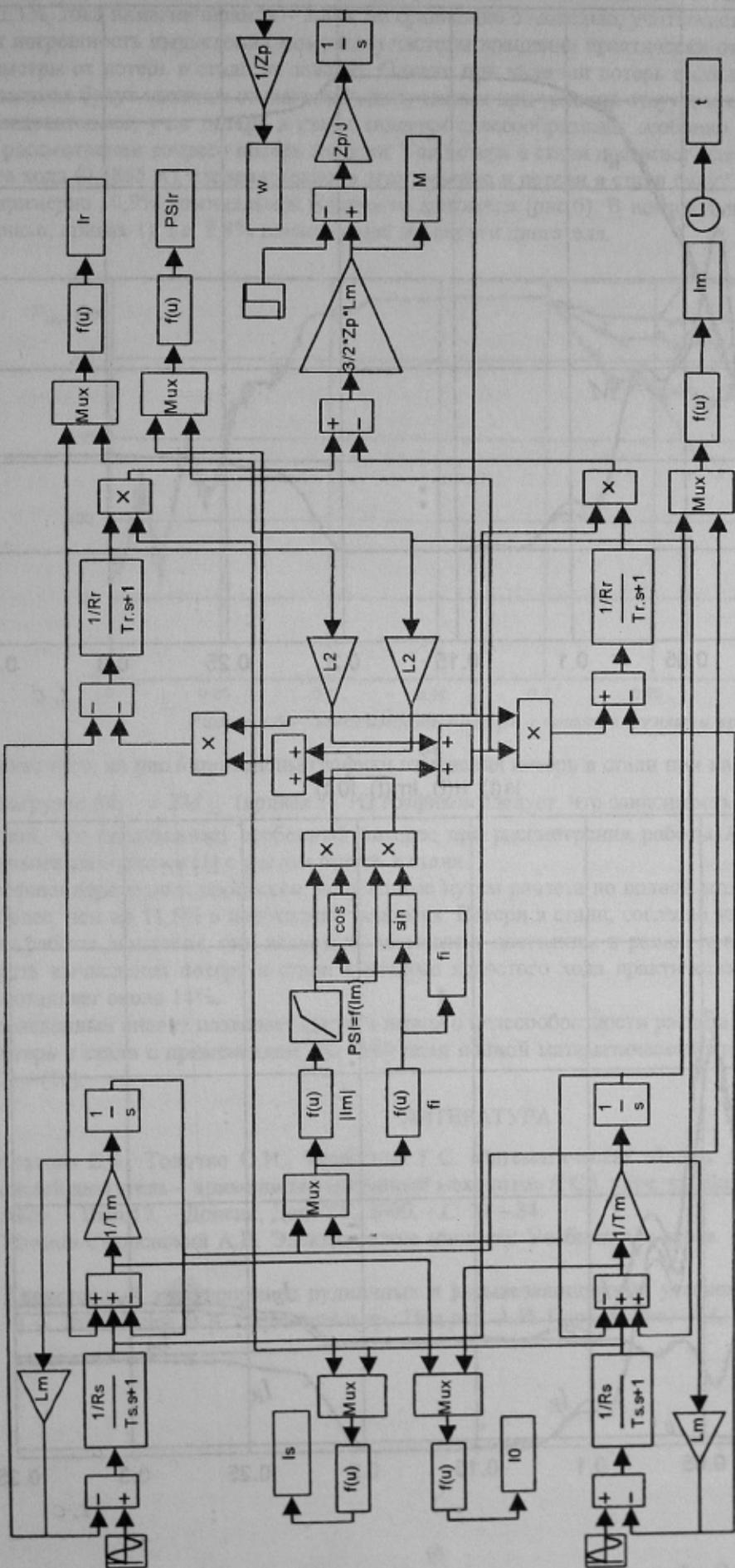


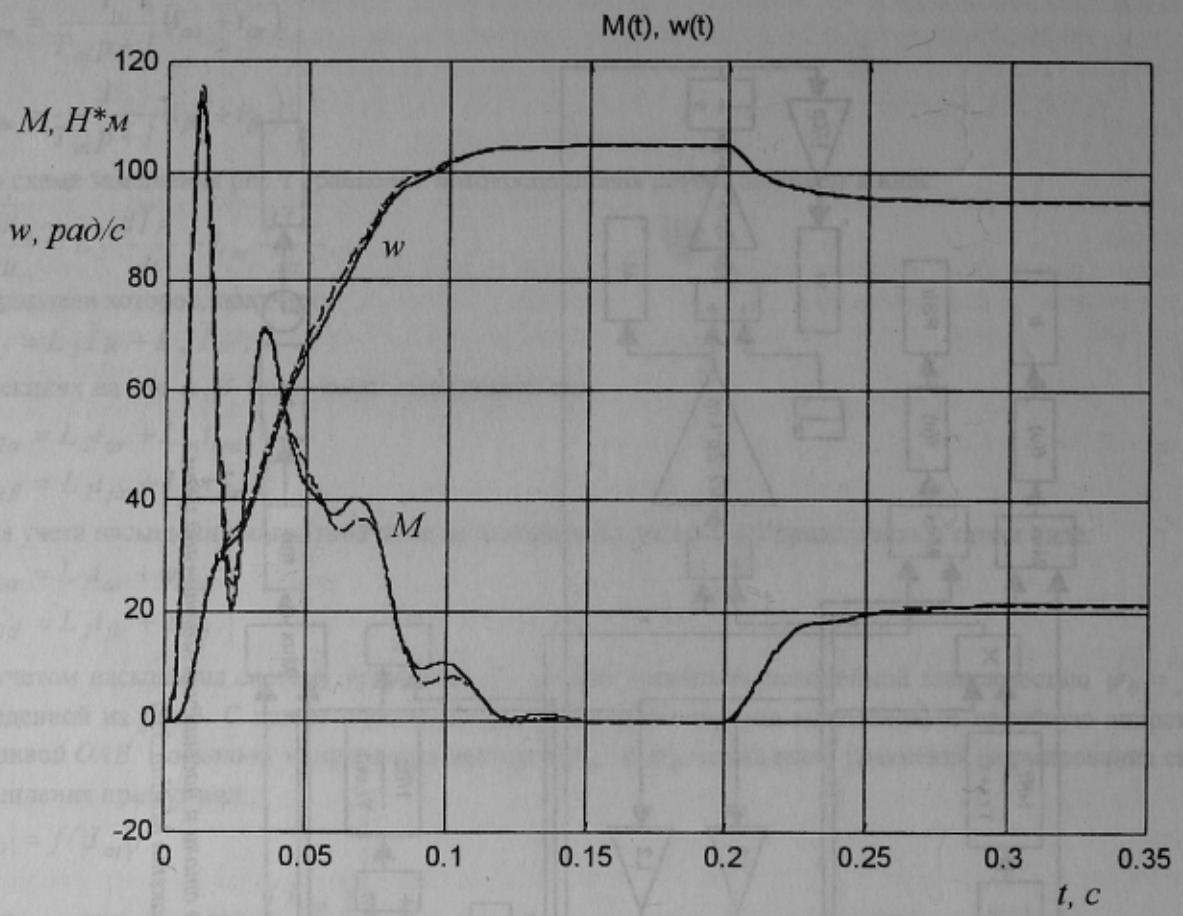
Рисунок 3 – Кривая намагничивания магнитной цепи АД

Принимая во внимание вышеизложенное, структурная схема АД с учетом потерь в стали и насыщения магнитной цепи будет иметь вид, показанный на рис.4.

На рис.5 приведены переходные процессы, рассчитанные по приведенной модели для двигателя МТК-11-6 [1] мощностью 2,2 кВт. Пунктирными линиями показаны графики без учета потерь в стали.

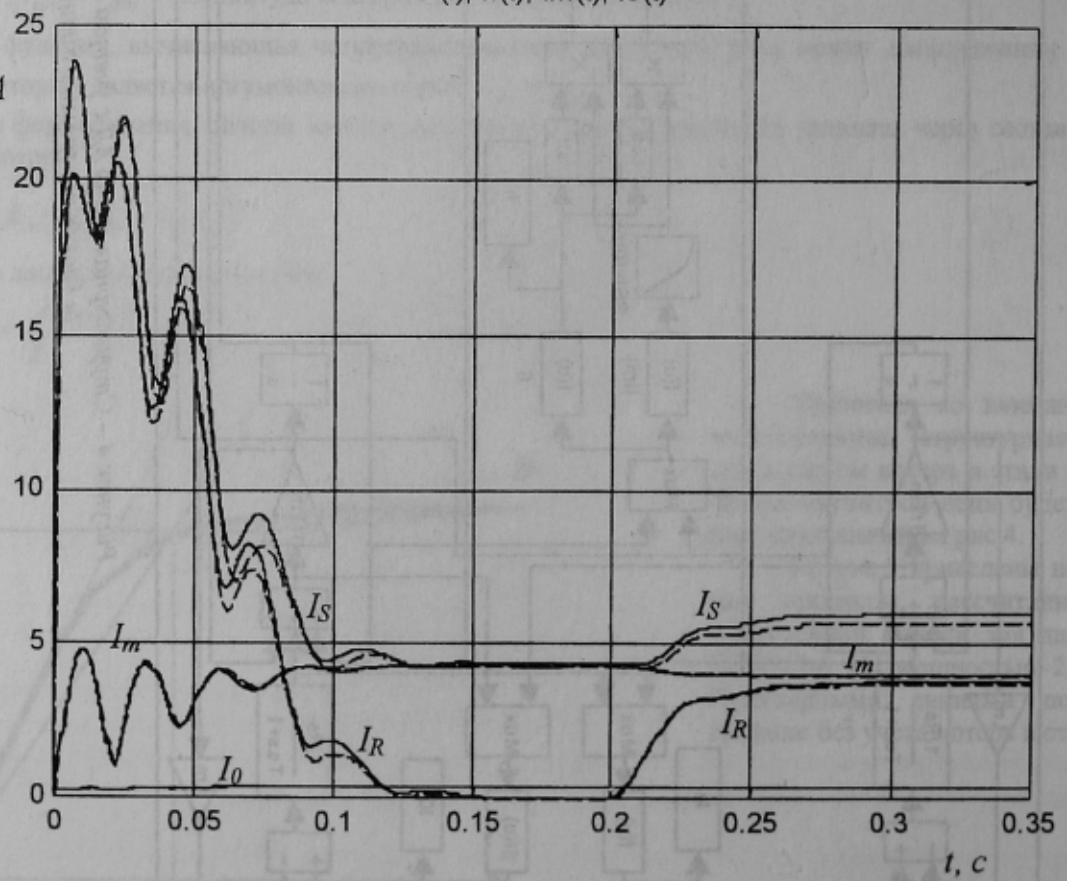
Рисунок 4 – Структурная схема АД с учетом потерь в стали и насыщения магнитной цепи  
(в блоках программы Simulink 2.2 пакета Matlab 5.2)





a)

$I_s(t), I_r(t), I_m(t), I_0(t)$



b)

Рисунок 5 – Графики переходных процессов при холостом пуске двигателя МТК-11-6 и набросе нагрузки (пунктир – при  $R_m = \infty$ , сплошные – с учетом потерь в стали)

Анализируя графики рис.5, можно отметить, что погрешность вычисления частоты вращения АД без учета потерь в стали в переходных режимах не превышает 3,6%, момента – 10%, тока статора – 12,9%, тока ротора – 11,1%, тока намагничивания – 3,8%, по сравнению с моделью, учитывающей потери. В установившихся режимах погрешность вычисления момента и частоты вращения практически отсутствует, можно считать, что эти параметры от потерь в стали не зависят. Однако при наличии потерь в стали значения токов в установившихся режимах будут отличны от значений, полученных при условии отсутствия потерь в стали.

Следовательно, учет потерь в стали является целесообразным, особенно для двигателей малой мощности, при рассмотрении вопроса потерь энергии. Ток потерь в стали достигает максимального значения в режиме холостого хода (0,3865 А), следовательно, в этом режиме и потери в стали будут максимальны и составлять 240 Вт, т.е. примерно 10,9% номинальной мощности двигателя (рис.6). В номинальном режиме потери составляют 215 Вт (рис.6, кривая 1), т.е. 9,8% номинальной мощности двигателя.

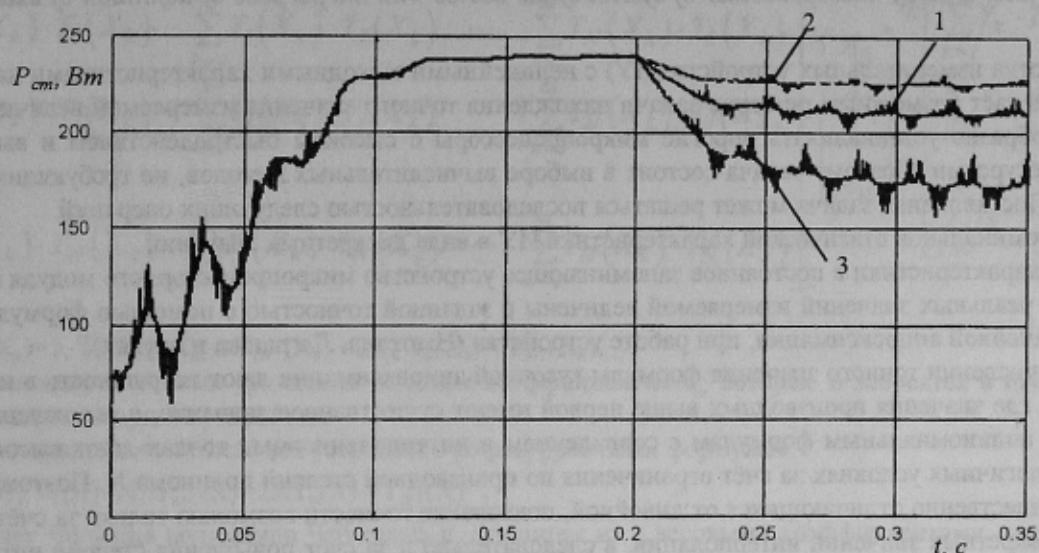


Рисунок 6 – Зависимость потерь в стали в функции времени

Кроме того, на рис.6 приведены графики изменения потерь в стали при нагрузке  $M_C = 0,5M_H$  (кривая 2) и при нагрузке  $M_C = 2M_H$  (кривая 3). Из графиков следует, что зависимость  $P_{cm} = f(M_C)$  не будет строго линейной, что представляет особенный интерес при рассмотрении работы АД механизма с переменными инерционными свойствами [1] с учетом потерь в стали.

Графики переходных процессов, полученные путем расчета по полной модели и по упрощенной отличаются не более, чем на 11,5% в переходных режимах. Потери в стали, согласно упрощенной модели, не зависят от режима работы двигателя, они несколько завышены, постоянны и равны примерно 245 Вт. Относительная погрешность вычисления потерь в стали в режиме холостого хода практически отсутствует, в номинальном режиме составляет около 14%.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о целесообразности расчета переходных процессов в АД с учетом потерь в стали с применением для этой цели полной математической модели, описанной уравнениями (2), (5), (7) – (10).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалев Е.Б., Толочко О.И., Чекавский Г.С. Математическая модель электромеханической системы «Асинхронный двигатель – кривошипно-шатунный механизм» // Сб. науч. тр. ДонГТУ. Серия «Электротехника и энергетика». – Вып. 17. – Донецк, ДонГТУ, 2000. – С. 31 – 34.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: Учебник для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 928 с., ил.
3. Тиристорный электропривод рудничных и взрывозащищенных установок: Справочное пособие / Б.Л. Коринев, А.А. Дубинский, В.А. Скрыпник и др.; Под ред. А.И. Пархоменко. – М.: Недра, 1991. – 173 с.: ил.