ОБ АДАПТИВНОМ УПРАВЛЕНИИ ИНЕРЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА, СУБОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ

Кучеров Д.П., в/ч А-4566, г. Киев

При построении систем управления, оптимальных по быстродействию, нередко приходится иметь дело с объектами, параметры которых априори неизвестны (известны лишь ограниченные множества принадлежности этих параметров). Решение задачи синтеза адаптивного регулятора, субоптимального по быстродействию, с любым наперед заданным показателем субоптимальности в простейшем случае, когда объект представляет собой двойной интегратор с неизвестным коэффициентом усиления, а шумы измерения отсутствуют, дано в [1]. Разработанный там подход, идейную основу которого составляет метод обучения распознаванию образов, получил развитие в [2, 3] применительно к тому же классу объектов при наличии шумов в измерительных каналах. Недавно в [4] было предложено иное решение задачи синтеза адаптивной системы управления двойным интегратором, квазиоптимальной по быстродействию. К сожалению, методы работ [1-4] неприменимы, когда объект представляет собой последовательное соединение инерционного звена с передаточной функцией

$$W_1(s) = \frac{k_1}{Ts+1} \tag{1}$$

и интегратора с передаточной функцией

$$W_2(s) = \frac{k_2}{s}, \tag{2}$$

а априорная информация о коэффициентах усиления k_1, k_2 и постоянной времени T отсутствует. Дело в том, что, как оказалось, параметры оптимальной линии переключения, зависящие от неизвестных k_1, k_2 и T, входят в ее уравнение нелинейно. Именно, на основании дифференциальных уравнений объекта

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_1 u(t), \quad \frac{dx(t)}{dt} = k_2 y(t), \tag{3}$$

в которых согласно (1), (2) переменная $x(t)$ является его выходной величиной, $y(t)$ – выходной величиной инерционного звена, а

$u(t) \in \{-1, +1\}$ – управляющим воздействием, было установлено, что в плоскости $\{x, y\}$ эта линия определяется уравнением

$$F(x,\ y,\ d) \equiv x + d^{(1)}y - d^{(2)}\mathrm{sign}y \ln(1 + d^{(3)}|y|) = 0 \qquad (4)$$

с неизвестным вектором параметров $d^{\mathrm{T}}=(d^{(1)}, d^{(2)}, d^{(3)})$, где

$$d^{(1)} = k_2 T, \qquad d^{(2)} = k_1 k_2 T, \qquad d^{(3)} = k_1^{-1} \equiv d^{(1)}/d^{(2)}. \quad (5)$$

Из рассмотрения (4) видно, что $F(x, y, d)$ как раз и является нелинейной функцией относительно аргумента $d^{(3)}$, выступающего одной из составляющих вектора $d \in \mathbf{R}^3$.

Задача состоит в том, что чтобы в условиях априорной неопределенности относительно значений k_1 , k_2 и T, выраженной в форме

$$\underline{k}_1 \le k_1 \le \overline{k}_1,\ \ \underline{k}_2 \le k_2 \le \overline{k}_2,\ \ \underline{T} \le T \le \overline{T}, \qquad (6)$$

построить адаптивную систему управления объектом (3), субоптимальную по быстродействию (в смысле определения, данного в работе [1]). Как и в [1], будем предполагать, что переменные $x(t)$ и $y(t)$ измеряются без помех.

Предварительный результат, который понадобился для решения поставленной задачи, формулируется следующим образом.

Лемма. Пусть область начальных значений $x(0)$ и $y(0)$ определяется интервалами $[-x^0, x^0]$ и $[-y^0, y^0]$ соответственно, т.е.

$$-x^0 \le x(0) \le x^0,\ \ -y^0 \le y(0) \le y^0. \qquad (7)$$

Тогда для любых сколь угодно малых наперед выбранных $\varepsilon>0$, $\Delta>0$ существует число $\delta = \delta(\varepsilon, \Delta, x^0, y^0)$ такое, что закон управления

$$u(t) = \begin{cases} +1, \text{ если } F(x(t-0),\ y(t-0),\ \hat{d}) > 0, \\ -1, \text{ если } F(x(t-0),\ y(t-0),\ \hat{d}) < 0, \\ u(t-0), \text{ если } F(x(t-0),\ y(t-0),\ \hat{d}) = 0, \end{cases} \qquad (8)$$

обеспечивает перевод объекта (3) из любого начального состояния $\{x(0), y(0)\} \in V \setminus \{0\}$ в ε-окрестность начала координат с одним переключением управления за время $T^0+\Delta$ при любом $\hat{d} \in D(d,\ \delta)$, где $V=[-x^0, x^0] \times [-y^0, y^0]$, $D(\cdot,\cdot)$ – δ-окрестность вектора d, а T^0 – продолжительность перевода этого объекта из точки $\{x(0), y(0)\}$ в точку $\{0, 0\}$ в системе, оптимальной по быстродействию.

В соответствии с представлениями, развиваемыми в [1], замкнутую систему (3), (8), (4) уместно называть системой, субоптимальной по быстродействию. Примечательно, что в расширенном пространстве векторов $w=(w^{(1)}, w^{(2)}, w^{(3)})^{\mathrm{T}}$, где

$$w^{(1)} = x,\ w^{(2)} = y,\ w^{(3)} = -\mathrm{sign}y \ln(1 + \hat{d}^{(3)}|y|),$$

линия переключения управлений (4) отображается в плоскость

$$c^{\mathrm{T}} w = 0,$$

проходящую через начало координат $\{0, 0, 0\}$. Здесь $c^{\mathrm{T}} = (\lambda, \lambda d^{(1)}, \lambda d^{(2)})$ $(\lambda>0)$. (Заметим, что $c\neq\lambda d$.)

Следуя работам [1-4], в случае, когда k_1, k_2 и T неизвестны, закон управления объектом (3) выберем в виде

$$u(t) = \begin{cases} +1, \text{ если } c_{n-1}^{\mathrm{T}} w(t-0)) > 0, \\ -1, \text{ если } c_{n-1}^{\mathrm{T}} w(t-0)) < 0, \\ u(t-0), \text{ если } c_{n-1}^{\mathrm{T}} w(t-0)) = 0, \end{cases} \tag{9}$$

где

$$w(t) = (x(t), y(t), -\mathrm{sign}\, y(t) \ln(1 + d_{n-1}^{(3)}|y(t)|)), \tag{10}$$

а c_{n-1} и $d_{n-1}^{(3)}$ – некоторые оценки неизвестных вектора c и числа $d^{(3)}$, найденные в результате обработки результатов предыдущего (n-1)-го испытания. (Под испытанием понимается процесс перевода объекта из начального состояния в его конечное состояние.)

Поскольку в силу леммы для всех $\hat{d} \in D(d,\ \delta)$ субоптимальные поверхности переключения управлений

$$\hat{c}^{\mathrm{T}} w = 0$$

линейны относительно вектора $\hat{c}^{\mathrm{T}} = (\lambda,\ \lambda\hat{d}^{(1)},\ \lambda\hat{d}^{(2)})$, то на первый взгляд кажется, что задачу определения неизвестных параметров любой из этих поверхностей переключения может быть решена в рамках классического метода линейного обучения распознаванию ситуаций управления подобно тому, как это делается в работах [1-3]. В действительности же подход упомянутых работ в "чистом" виде здесь неприменим: принадлежность вектора $w(t)$, определяемого набором (10) трех компонент $w^{(1)}=x(t)$, $w^{(2)}=y(t)$,

$w^{(3)} = \text{-sign}\, y(t) \ln(1 + d_{n-1}^{(3)}|y(t)|)$, к одной из двух областей решений в момент пересечения этим вектором поверхности переключения

$$c_{n-1}^{T} w = 0,$$

выстроенной на (n-1)-м шаге, не может быть установлена на n-м шаге, если текущая оценка $d_{n-1}^{(3)}$ слишком отличается от неизвестного $d^{(3)}$. Такое положение не позволяет реализовать указания "учителя" о правильности или ошибочности принимаемых решений в той форме, которая была предложена в [1, 3]. Можно понять, что трудность, связанную с реализацией указаний учителя, удалось бы преодолеть, если бы в нашем распоряжении имелась информация о текущем положении не вектора $w(t)$, а вектора

$$w_{+}(t) = (x(t), y(t), \text{- sign}\, y(t) \ln(1 + d^{(3)}|y(t)|)). \tag{11}$$

Но информация о векторе (11) (в отличие от вектора (10)) как раз и отсутствует, поскольку третья его компонента

$$w_{+}^{(3)} = \text{-sign}\, y(t) \ln(1 + d^{(3)}|y(t)|)$$

априори неизвестна. (Другими словами, $w_{+}(t)$ - "мнимая" точка.)

Предлагаемый в данной работе метод обучения распознаванию ситуаций управления предусматривает построение оценок вектора c_n и числа $d_n^{(3)}$ по двум отдельным схемам. Согласно этому методу адаптация вектора c_n к неизвестному c осуществляется по такой же схеме, как и в [1]; отличие, однако, состоит в том, что третья компонента вектора показа, а именно $w^{(3)}(t)$, зависит от текущей оценки $d_n^{(3)}$. Сама же процедура получения оценки $d_n^{(3)}$ сводится к последовательной коррекции этого числа с некоторым постоянным числом δ_d всякий раз, когда число ошибочных решений при каждом фиксированном $d_n \in \left[\underline{d}^{(3)}, \overline{d}^{(3)}\right]$, где в силу (5) с учетом ограничений (6)

$$\underline{d}^{(3)} = 1/\overline{k}_1, \qquad \overline{d}^{(3)} = 1/\underline{k}_1, \tag{12}$$

В результате две схемы оценивания становятся взаимосвязанными; при этом переменная $d_n^{(3)}$ в этих схемах фактически играет роль своеобразного параметра алгоритма адаптации.

Алгоритм адаптации строится в форме следующих рекуррентных соотношений:

$$c_n = c_{n-1}, \tag{13а}$$

если $w(t)$ попадает в ε-окрестность начала координат с одним переключением $u(t)$;

$$c_n = \mathrm{Pr}_{\Xi}\{c_{n-1} + w(t_n)\}, \tag{13б}$$

если $c_{n-1}^{\mathrm{T}} w(t_n - 0) > 0$ и вектор $w(t)$ не попадает в ε-окрестность при однократном изменении знака $u(t)$ на (n-1)-м цикле или если при $t>t_n$ возник скользящий режим, когда $c_{n-1}^{\mathrm{T}} w(t_n - 0) < 0$;

$$c_n = \mathrm{Pr}_{\Xi}\{c_{n-1} - w(t_n)\}, \tag{13в}$$

если возник скользящий режим при $c_{n-1}^{\mathrm{T}} w(t_n - 0) > 0$ или если $c_{n-1}^{\mathrm{T}} w(t_n - 0) < 0$, но вектор $w(t)$ не попадает в ε-окрестность при однократном изменения знака $u(t)$ на (n-1)-м цикле;

$$d_n^{(3)} = \begin{cases} d_{n-1}^{(3)}, & \text{если } \nu_{n-1} \le \bar{\nu}, \\ d_{n-1}^{(3)} + \delta_d & \text{в противном случае;} \end{cases} \tag{14}$$

$$\nu_n = \begin{cases} \nu_{n-1}, & \text{если } w(t) \text{ попадает в } \varepsilon-\text{окрестность} \\ & \text{начала координат с одним переключением } u(t), \\ \nu_{n-1} + 1 & \text{в остальных случаях;} \end{cases} \tag{15а}$$

при условии, что $\nu_{n-1} \le \bar{\nu}$, и

$$\nu_n = 0 \text{ при } \nu_{n-1} > \bar{\nu}. \tag{15б}$$

В этом алгоритме $\mathrm{Pr}_{\Xi}\{\cdot\}$ – проектор вектора c_n на множество $\Xi=[1, +\infty)\times[0, +\infty)\times[0, +\infty) \subset \mathrm{R}^3$; $\delta_d>0$ – некоторое достаточно малое число, уточняемое далее; начальные значение $d_n^{(3)}$ и ν_n равны

$$d_0^{(3)} = \underline{d}^{(3)}, \qquad \nu_0 = 0. \tag{15в}$$

Отличительной особенностью алгоритма адаптации (13)-(15) является то, что оценка $d_n^{(3)}$ остается неизменной до тех пор, пока текущее число ν_n ошибочных решений, принимаемых по правилу (9), после последней коррекции $d_n^{(3)}$ не превысит установленный порог $\bar{\nu}$. Таким способом формируется неубывающая последовательность $\{d_n^{(3)}\}$, которая при достаточно малом $\delta_d>0$ будет обладать тем свойством, что функция Ляпунова [5] алгоритма оценивания (14)

$$V_d = \left[d^{(3)} - d_n^{(3)}\right]^2$$

становится невозрастающей. При этом после каждой очередной коррекции $d_n^{(3)}$ наблюдаемый вектор $w(t)$ (10) становится все ближе к "мнимому" вектору $w_+(t)$ (11). (С позиции теории обучения распознаванию образов такое явление уместно интерпретировать как постепенное повышение "квалификации" учителя.)

Основной результат касается свойств синтезированного алгоритма адаптации и формулируется так

Теорема. Обозначим через E произвольную достаточно малую ε_E-окрестность начала координат в R^2. Пусть объект описывается уравнением (3). Предположим, что параметры k_1, k_2 и T объекта удовлетворяют ограничениям (6). Зафиксируем произвольное $\varepsilon>0$. Тогда существуют числа $\delta_d = \delta_d(\varepsilon, x^0, y^0, \underline{k}_1, \bar{k}_1, \underline{k}_2, \bar{k}_2, \underline{T}, \bar{T}, \varepsilon_E)$, $\bar{\nu} = \bar{\nu}(\varepsilon, x^0,\ y^0, \underline{k}_1, \bar{k}_1, \underline{k}_2, \bar{k}_2, \underline{T}, \bar{T}, \varepsilon_E)$ такие, что при любых начальных векторе $c_0 \in \Xi$ и числах d_0 и ν_0, удовлетворяющих (15в), и любой начальной паре $\{x(0), y(0)\} \in V \setminus E$:

а) последовательности $\{c_n\}$, $\{d_n^{(3)}\}$, порождаемые алгоритмом (13)-(15), с учетом (12) сходятся за некоторое конечное число шагов N^* к некоторым c^*, $d_*^{(3)}$ таким, что $c_n = c^* \equiv \text{const}$, $d_n^{(3)} = d_*^{(3)} \equiv \text{const}$ для всех $n \geq N^*$;

б) адаптивный регулятор (9), (10), (12), (13)-(15) обеспечивает перемещение любого вектора $\{x(t), y(t)\}$ из начального состояния $\{x(0), y(0)\}$ в конечное состояние $\{x(T_n), y(T_n)\}$ такое, что $x^2(T_n)+y^2(T_n) \leq \varepsilon^2$, за время $T_n \leq T^0+\Delta$ с некоторым $\Delta = \Delta(\varepsilon, x^0, y^0, \underline{k}_1, \bar{k}_1, \underline{k}_2, \bar{k}_2, \underline{T}, \bar{T}, \varepsilon_E)$ для всех $n \geq N^*$.

Доказательство теоремы существенно опирается на результаты работы [5]; из-за ограниченного объема статьи оно здесь не приводится.

Сформулированный результат дает строгое обоснование возможности достижения цели адаптации за конечное число испытаний, т.е. построение регулятора, обеспечивающего управление, субоптимальное по быстродействию.

Список источников

1. Кучеров Д.П. Об одной задаче синтеза адаптивной системы управления, субоптимальной по быстродействию// Праці П'ятої Української конференції з автоматичного управління "Автоматика-98": Київ, 13-16 травня 1998 р. – ч.I – Київ: НТУУ "КПІ", 1998. – С.238-244.

2. Кучеров Д.П. Решение одной задачи синтеза адаптивной системы управления, квазиоптимальной по быстродействию, при наличии ограниченного шума // Кибернетика и вычисл. техника. – 1999. – Вып. 122. – С. 13 – 22.

3. Кучеров Д.П. Адаптивное квазиоптимальное по быстродействию управление некоторой динамической системой: идентификационный подход // Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 2001. - Вып.4(16). - С. 78-81.

4. Кучеров Д.П. Об одном алгоритме обучения управлению, квазиоптимальному по быстродействию // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2002. - №1(10). – С. 30-34.

5. Якубович В.А. Рекуррентные конечно сходящиеся алгоритмы решения систем неравенств // Докл. АН СССР, 1966.-Т.166. -№ 6.-С.1308-1311.

ОСОБЕННОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ

Казакова Е.И.,
Тарасевич В.И.,
Донецкий национальный технический университет

Современные условия экономического развития нашей страны ставят совершенно новые условия перед всеми отраслями промышленности, в том числе и горнодобывающей, которая занимает ведущее место в развитии сырьевой базы Украины. Проблема