Глубокоуважаемая Зинаида Ивановна!

Вы заслужили уважение
Объемом творческих побед.
Так будьте бесконечно счастливы,
Живите долго и светло,
И пусть Вас греет ежечасно
Сердец Вам преданных, тепло!

Горчакова Ірина Анатоліївна,
кандидат педагогічних наук, доцент, заступник завідувача кафедри економічної кібернетики Донецького державного інституту штучного інтелекту.

Захистила кандидатську дисертацію у 2002 р. під керівництвом З.І.Слєпкань на тему: „Система математичних задач як засіб формування евристичної діяльності".

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ОСНОВА ПРЕПОДАВАНИЯ ЦИКЛА ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ДИСЦИПЛИН ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА»

И.А.Горчакова,
кандидат педагог. наук, доцент,
Донецкий госинститут искусственного интеллекта,
г.Донецк, УКРАИНА

У статті обґрунтовано і викладено основні принципи розбудови дидактичних матеріалів за циклом професійно-орієнтованих дисциплін спеціальності «Економічна кібернетика» для формування у студентів фундаментальних теоретичних знань і практичних навичок з питань постановки і рішення оптимізаційних економічних задач засобами математичного моделювання.

Введение. При подготовке специалистов важно иметь определенную стратегию, общую цель, которая связывала бы курсы различных дисциплин и делала их в некоторой мере согласованными.

На наш взгляд, такая цель при подготовке специалистов по экономической кибернетике – научить студентов разбираться в имеющихся математических моделях экономических процессов (явлений), самостоятельно выбирать и разрабатывать математические модели разных типов соответственно поставленной цели и принятым гипотезам.

Методы экономико-математического моделирования задач управления, планирования, прогнозирования обеспечивают высший уровень научной обоснованности вырабатываемых управленческих решений. Они дают возможность оценки основных вариантов развития социально-экономических ситуаций и выбора среди них рациональных, а возможно и оптимальных. Без использования математических методов решение задач управления сводится к волевым приемам.

При решении задач организационного

управления в условиях, когда имеют место ограничения технико-экономического или какого-либо другого характера математические модели и методы, безусловно, занимают центральное место в процессе выявления наилучшего (оптимального) способа действия.

Однако, следует иметь в виду, что решение задач такого рода часто не ограничивается построением моделей и выполнением соответствующих вычислений. Это обусловлено тем, что в ходе формирования управляющих решений приходится сталкиваться с факторами, которые для правильного решения поставленной задачи являются существенными, но не поддающимися строгой формализации.

Одним из них является фактор человеческой деятельности. Наличие бихевиоральных элементов в моделируемых системах организационного управления в ряде случаев приводит к тому, что используемая для выработки управляющего решения математическая модель оказывается слишком грубой и поэтому неспособной дать правильный ответ на поставленный вопрос. Вспомним в этой связи о так называемой «проблеме лифта», которая используется в качестве иллюстрации во многих публикациях по исследованию операций. Суть этой проблемы проста. Служащие административного центра одной из фирм жаловались на слишком продолжительное вынужденное ожидание лифта, которым оснащено арендуемое фирмой здание. Была предпринята попытка решить возникшую проблему методами теории массового обслуживания. Решение по ряду соображений оказалось неприемлемым. Дальнейшее исследование показало, что претензии служащих к режиму работы лифта были необоснованными, так как в действительности время ожидания лифта было вполне приемлемым. Тогда возникла идея, позволившая решить «проблему лифта», а именно было предложено на каждом этаже рядом с входом в лифт установить большие зеркала. Когда это было сделано, жалобы сразу же прекратились. Теперь люди в ожидании лифта рассматривали свои зеркальные отражения. Время при этом проходило незаметно и сетовать на медленную работу лифта никаких оснований уже не было.

Приведенный пример демонстрирует необходимость правильно оценивать возможности математического описания исследуемых явлений и помнить, что в сфере организационного управления далеко не все поддается формализации и, следовательно, адекватному отражению в математической модели.

Моделирование как средство решения задач организационного управления можно рассматривать и как науку и как искусство. Правомерность утверждения о научности подхода к формированию управляющих решений вытекает из того обстоятельства, что при решении возникающих проблем эффективно используются математические модели и методы. Моделирование – безусловно и искусство, поскольку успешное выполнение всех этапов исследования (от его начала до реализации решения, полученного с помощью разработанной математической модели) во многом определяется творческими способностями и интуицией исследователей.

Постановка задачи. В связи с вышеизложенным важно, чтобы разрабатываемые дидактические материалы по соответствующим курсам давали студенту взаимосвязанное и достаточно полное описание основных теоретико-методологических принципов и методических подходов к постановке, моделированию, решению и анализу экономических задач; при описании экономико-математических моделей и методов внимание обращалось на экономическое содержание и интерпретацию; везде, где это возможно, акцент делался на методологических и методических вопросах, имеющих отношение к более простым для восприятия и прозрачным по экономическому содержанию моделям и методам.

Результаты. Представим фрагмент методической разработки, в которой мы попытались реализовать эти идеи. Рассматривается следующая ситуация. На топливодобывающем предприятии основными ресурсами для добычи являются электроэнергия, оборотные средства и трудовые ресурсы. Все они строго лимитированы. Добываемых видов топлива два – торф (открытые разработки) и уголь (подземная добыча).

В рамках выделенных объемов ресурсов план добычи может быть любой. Нас же будет интересовать прежде всего максимум теплотворной способности добытого топлива. Нормы затрат ресурсов на торф и уголь, а также лимиты ресурсов и коэффициенты перевода в условное топливо даны в таблице 1.

Таблица 1

Вид ресурсов	Единица измерения	Количество ресурсов	Норма затрат ресурсов на добычу 1 т	
			торфа	угля
Оборотные средства	у.е.	20000	0,05	0,5
Электроэнергия	кВт•ч	180000	1,1	1
Трудовые ресурсы	чел.•ч	32000	0,225	0,25
Коэффициенты перевода торфа и угля в тонны условного топлива			0,25	1,2

Неизвестными в задаче являются добыча торфа и угля (в т). Обозначим их через x_1 и x_2 соответственно. Задача ставится следующим образом: найти неотрицательные значения переменных x_1 и x_2, при которых суммарная теплотворная способность добытого топлива достигает наибольшего значения при заданных ограничениях на ресурсы. Математическая модель задачи будет выглядеть так:

$$0,05x_1 + 0,5x_2 \le 20000; \qquad (1.1)$$

$$1,1\tilde{o}_1 + \tilde{o}_2 \le 180000; \qquad (1.2)$$

$$0,225\tilde{o}_1 + 0,25\tilde{o}_2 \le 32000; \qquad (1.3)$$

$$\tilde{o}_1 \ge 0; \tilde{o}_2 \ge 0; \qquad (1.4)\text{-}(1.5)$$

$$0,25\tilde{o}_1 + 1,2\tilde{o}_2 \to \max \qquad (1.6)$$

Совокупность выражений (1.1)-(1.6) представляет собой математическую модель задачи, данные табл. 1.1 с сопровождающими ее пояснениями – экономическую модель, т.е. описание основных сторон деятельности объекта, абстрагируясь от множества второстепенных (точнее, признанных таковыми в данном случае) его свойств.

Совокупность математических выражений (1.1)-(1.6) состоит из критерия оптимальности (1.6) и системы ограничений (1.1)-(1.5). В свою очередь, в последней можно выделить ограничения неотрицательности (1.4)-(1.5), показывающие, какие значения могут принимать переменные, а также основные ограничения (1.1)-(1.3), указывающие, какие именно преобразования можно проводить с переменными. Система ограничений определяет множество допустимых значений переменных, из которых с помощью критерия оптимальности и отыскивается наилучшее (по данному критерию) значение.

Запишем экономико-математическую модель рассмотренной задачи, но уже не в конкретном, а в общем виде, т.е в символах.

Обозначим:

i – индекс ресурсов (i= 1,2,…,m);

j – индекс продукции (j= 1,2,…,n);

b_i – наличный объем i-го ресурса;

a_{ij} – норму затрат i-го ресурса на производство единицы j-й продукции;

p_j – эффективность единицы продукции j-го вида;

x_j – искомый объем производства j-й продукции.

В данных обозначениях задача запишется следующим образом.

Найти значения переменных x_j, максимизирующие целевую функцию вида

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_j \to \max \qquad (1.7)$$

при выполнении ограничений на использование ресурсов:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad (i = 1,2,...,m) \qquad (1.8)$$

и неотрицательности переменных:

$$x_j \ge 0 \quad (j = 1,2,...,n) \qquad (1.9)$$

Модель (1.7)-(1.9) справедлива для любого количества видов ресурсов и продукции, для самых разнообразных конкретных численных значений лимитов ресурсов b_i, и норм затрат ресурсов a_{ij}. Использование более общего термина «продукция» вместо конкретного «топливо» превращает задачу по отысканию оптимального плана добычи топлива в задачу по отысканию оптимального плана производства любой продукции (в том числе, разумеется, и топлива). Соответственно этому, коэффициенты при неизвестных из критерия оптимальности (1.7). т.е. величины p_j, были определены выше в самом общем виде, как эффективность единицы продукции

Таким образом, модель (1.7)-(1.9) соответствует любой экономической задаче по отысканию максимума эффекта от выпуска продукции при ограничениях на количество используемых ресурсов. Конечно, при условии, что размеры эффекта и использования ресурсов линейно зависят от объема выпуска.

Соизмерение различных видов продукции через натуральные показатели возможно лишь в ограниченном числе случаев. Поэтому в качестве критериального показателя используются, как правило, различного рода стоимостные величины, например доход. Пусть p_j – доход от производства единицы продукции j-го вида (удельный доход продукции). Тогда модель (1.7)-(1.9) станет моделью задачи на максимум дохода. Оптимальное использование ресурсов в данном случае будет заключаться в получении максимального валового дохода. Различные варианты использования ресурсов есть не что иное, как варианты плана выпуска продукции (т.е. те или иные значения неизвестных x_j).

В модели (1.7)-(1.9) средством оптимизации является отбор в план наиболее выгодных видов продукции. При наличии нескольких взаимозаменяемых способов (технологий) производства одного и того же вида продукции оптимизация возможна и за счет выбора для каждой продукции наиболее выгодных способов ее производства. Дополнительно введем следующие обозначения:

S – индекс технологического способа производства продукции ($s = 1,2,...,r_j$);

x_j^s – искомый объем производства j-й продукции s-м технологическим способом;

a_{ij}^s – норма затрат i-го ресурса на производство единицы j-й продукции s-м способом;

p_j^s – удельный доход от j-й продукции, произведенной s-м способом.

Модель запишется так:

критерий оптимальности – максимум валового дохода

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{r_j} p_j^s x_j^s \to \max;$$

ограничения на использование ресурсов

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{r_j} a_{ij}^s x_j^s \le b_i \quad (i = 1,2,...,m);$$

ограничения на неотрицательность выпуска

$$x_j^s \ge 0 \; (j = 1,2,...,n; s = 1,2,...,r_j).$$

Теперь в задаче на максимум дохода каждому виду j-й продукции соответствует не одно неизвестное x_j, а несколько неизвестных x_j^s (для всех $s = 1,2,...,r_j$) по числу имеющихся технологических способов. Каждый способ задается набором показателей a_{ij}^s и p_j^s. Различия способов определяются различиями в величине удельного дохода и норм затрат ресурсов.

Подчеркнем, что наличие для каждого вида продукции своего набора технологий требует использования подиндекса $(s = 1,2,..,r_j)$. Напротив, использование более простой записи $(s = 1,2,..,r)$ будет соответствовать наличию общего набора технологий, пригодных для производства любого вида продукции.

В процессе составления плана производства приходится учитывать не только ограниченность выделяемых ресурсов, но и возможные директивные задания по выпуску продукции. Введем в наш первоначальный пример директивные задания по добыче: 90 тыс.т – для торфа и 30 тыс.т. – для угля. Модель (1.1)-(1.6) дополнится ограничениями:

$$x_1 \ge 90000; \qquad (1.10)$$

$$x_2 \ge 30000. \qquad (1.11)$$

Словосочетание «директивное задание» подразумевает обязательные объемы выпуска, например, в размере выигранного по конкурсу государственного заказа или заранее заключенных договоров с потребителями продукции при рыночной системе хозяйства.

С учетом ранее введенных обозначений частной модели (1.1)-(1.6), (1.10)-(1.11) будет соответствовать модель в общем виде:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_j \to \max;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad (i = 1,2,...,m);$$

$$x_j \ge d_j \ge 0 \quad (j = 1,2,...,n),$$

где d_j – директивное задание по j-й продукции.

Если в задаче (1.7)-(1.9) оптимизация шла за счет отбора наиболее выгодных видов продукции, то в последней модели свобода выбора существенно снижается: выбор различных вариантов осуществляется лишь за счет сверхплановых выпусков продукции того или иного вида. Пусть x_j' – искомый сверхплановый выпуск j-й продукции. Тогда $x_j = d_j + x_j^{'}$. Подставим это выражение в модель:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_j \to \max;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad (i = 1, 2, ..., m)$$

$$d_j + x_j^{'} \ge d_j \quad (j = 1, 2, ..., n).$$

Уменьшив правую и левую части последнего выражения на d_j, получим $x_j^{'} \ge 0$ – условие неотрицательности вновь введенных переменных

Общая величина дохода от директивного задания по плановому выпуску продукции постоянна и может быть получена прямым счетом. Иными словами,

$$\sum_{j=1}^{n} p_j b_j = const$$

Таким образом, максимизация общего объема дохода зависит лишь от сверхпланового выпуска, т.е. величины

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_j^{'}.$$

Учитывая, что $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_j = const$, обозначим через $b_i^{'} = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} d_j$ остаток i-го ресурса после строгого выполнения директивного задания. Тогда вся задача сведется к максимизации дохода от сверхпланового выпуска продукции за счет свободного остатка ресурсов. Этой задаче будет соответствовать модель:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_j^{'} \to \max;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^{'} \le b_i^{'} \quad (i = 1, 2, ..., m);$$

$$x_j^{'} \ge 0 \quad (j = 1, 2, ..., n).$$

По своей записи она точно повторяет первоначальную модель (1.7)-(1.9). Штрихи при символах лишь напоминают о наличии в данном случае «предмодельного», «дооптимизационного» этапа, содержанием которого является прямой счет расчетных показателей. Таким образом, самостоятельного значения третья модель не имеет и в ее непосредственном использовании смысла нет.

Введем ограничения по формированию производственной программы в модель, учитывающую наличие разных технологических способов производства одноименной продукции. Тогда ее запись будет выглядеть так:

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{s=1}^{r_j} p_j^s x_j^s \to \max; \qquad (1.12)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{s=1}^{r_j} a_{ij}^s x_j^s \le b_i \quad (i = 1, 2, ..., m); \qquad (1.13)$$

$$\sum_{s=1}^{r_j} x_j^s \ge d_j \quad (j = 1, 2, ..., n); \qquad (1.14)$$

$$x_j^s \ge 0 \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (s = 1, 2, ..., r_j) \qquad (1.15)$$

Условия (1.14) означают, что при различных технологиях производства данной продукции, ее суммарный выпуск должен быть не менее запланированного объема d_j, который может быть получен различными сочетаниями величин x_j^s, т.е. различными вариантами «технологической» структуры выпуска. В данном случае, в отличие от предыдущей постановки задачи, упрощение модели невозможно. В задаче (1.12)-(1.15) оптимизируются не только сверхплановые выпуски, но и выпуски в строгом соответствии с заданиями d_j за счет подбора наиболее выгодных технологий из всех возможных для производства данного вида продукции. Действительно, даже запись условия (1.14) в виде строгого равенства

$$\sum_{s=1}^{r_j} x_j^s = d_j \quad (j = 1, 2, ..., n)$$

оставляет свободу выбора величины каждого из слагаемых x_j^s.

Введем новое обозначение: c_j – себестоимость единицы j-й продукции. Запишем простую модель с критерием оптимальности – минимум затрат на весь объем выпуска:

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{n}_j x_j \to \min;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad (i = 1, 2, ..., m)$$

$$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, ..., n).$$

Поиск оптимального решения в этом случае очень прост – им является тривиальное (все неизвестные равны нулю) решение. Действительно, при $x_j = 0 \quad (j = 1, 2, ..., n)$

все ограничения выполняются, т.е. данное решение допустимо. А из всех допустимых решений оно дает наименьшее значение критерия оптимальности, т.е. затраты в данном случае равны нулю (очевидно, что отрицательными они быть не могут).

Такое математически правильное решение с экономической точки зрения абсурдно, ибо представляет собой план «максимальной экономии ресурсов», в соответствии с которым ничего не производится и все ресурсы остаются целиком неиспользованными.

Ничего не изменит и запись модели, усложненная за счет введении различных технологических способов производства одноименной продукции, где $\tilde{n}_j^s$ – себестоимость единицы продукции j-го вида, произведенной по s-му способу.

Чтобы значение критерия оптимальности не «скатывалось» до нуля, необходимо ограничить снизу (т.е. ввести ограничение вида $\geq$) решение. Такими условиями, как мы уже знаем, являются условия по выполнению директивно заданного плана производства.

Одной из основных задач экономики (как науки, так и практики) является сопоставление затрат и результатов. Как правило, существуют несколько вариантов получения заранее заданного (планируемого, желаемого, предполагаемого, фиксированного) результата. Также существуют несколько вариантов использования известного (имеющегося), фиксированного количества ресурсов. Выбор наилучшего варианта из нескольких допустимых возможен при следующих постановках задачи: максимизация результата (эффекта) при фиксированном уровне затрат (ресурсов); минимизация затрат при фиксированном уровне результата.

Выводы. Подобного рода дидактические материалы апробировались автором в учебном процессе при чтении курсов «Введение в специальность», «Исследование операций» в Донецком государственном институте искусственного интеллекта. Обработка результатов контрольного и психологического тестов выявила статистически значимые позитивные сдвиги в преодолении проблем формализма в знаниях студентов и психологического неприятия ими сложных математических конструкций.

Резюме. **Горчакова И.А. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ОСНОВА ПРЕПОДАВАНИЯ ЦИКЛА ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ДИСЦИПЛИН ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ „ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА".** *В статье обоснованы и изложены основные принципы построения дидактических материалов по циклу профессионально-ориентированных дисциплин специальности «Экономическая кибернетика» для формирования у студентов фундаментальных теоретических знаний и практических навыков по вопросам постановки и решения оптимизационных экономических задач средствами математического моделирования.*

Summary. **Gorchakova I. MATHEMATICAL MODELING AS A METHODOLOGICAL BASIS OF TEACHING OF A CYCLE PROFESSIONALLY-GUIDED DISCIPLINES ON A SPECIALTY „ECONOMIC CYBERNETICS".** *In article main principles of construction of didactic materials on a cycle professionally-guided disciplines of a specialty «Economic cybernetics» for formation at students of fundamental theoretical knowledge and practical skills on questions of statement and the decision economic tasks are proved and stated to means of mathematical modeling.*

Надійшла до редакції 11.03.2006 р.