

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ НАПРЯЖЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Куренный Э.Г., Дмитриева Е.Н., Погребняк Н.Н., Черникова Л.В., Цыганкова Н.В.  
Донецкий государственный технический университет  
led@dgtu.donetsk.ua

The paper describes the task of calculation of voltage flicker dose in power electric networks. It is suggested to determine characteristics of flickermeter filter reactions by "partial reactions" method. The hypothesis about gamma distribution of flicker is taken. The results may be used for improvement of GOST 13109-97.

**Постановка задачи.** Сети электроснабжения должны проектироваться таким образом, чтобы резкопеременные нагрузки не вызывали бы недопустимых колебаний напряжения. Введенный в Украине с 1 января 2000г. межгосударственный стандарт [1] оценивает допустимость колебаний по одному из двух показателей: зависимости размахов колебаний от их частоты («кривым колебаний») и по дозе фликера  $P_f$  напряжения. Кривые колебаний дают точное решение лишь для периодических изменений в форме меандра. Для периодических колебаний другой формы и непериодических процессов рекомендуемые в [1] методы расчета не обеспечивают совпадение получаемых результатов с оценкой допустимости колебаний напряжения по дозе фликера. В связи с этим требуется разработать метод расчета доз фликера, обеспечивающий единство результатов расчета и эксперимента при изменениях напряжения любой формы.

**Понятие дозы фликера.** Доза фликера является универсальным показателем, оценивающим дополнительное утомление человека от изменений освещенности, которые вызваны колебаниями напряжения на зажимах источника света [2]. Структура соответствующей математической модели объекта (источник света – человек) совпадает со структурной схемой фликерметра [3]. Укрупненно эту схему можно представить в виде линейного фильтра 1, блока 2 квадратичного инерционного сглаживания и блока 3 статистической обработки (рис. 1).

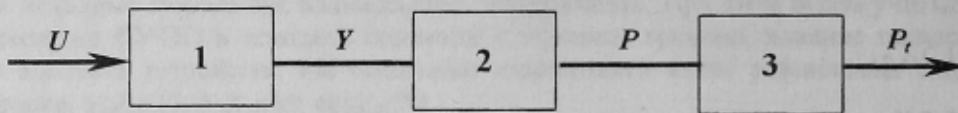


Рисунок 1

На вход фликерметра поступает процесс изменения действующих значений  $U$  напряжения, который будем называть помехой. Фильтр моделирует реакцию  $Y(t)$  зрения человека на изменение освещенности. В блоке 2 реакция возводится в квадрат и процесс  $Z(t) = Y^2(t)$  пропускается через инерционное (апериодическое) звено первого порядка с постоянной времени  $T_{\text{и}} = 0,3$  с. Процесс  $P(t)$  на выходе блока 2 именуется фликером. В блоке 3 строится упорядоченный график фликера и по пяти значениям интегральных вероятностей, равным 0,1, 1, 3, 10 и 50 %, определяются соответствующие значения  $P$  фликера. Кратковременная (за 10 мин) доза фликера определяется по формуле

$$P_{St} = \sqrt{0,0314 P_{0,1} + 0,0525 P_1 + 0,0657 P_3 + 0,28 P_{10} + 0,08 P_{50}} \quad (1)$$

Длительная доза фликера  $P_{Lt}$  определяется как среднекубическая величина 12 значений кратковременных доз за 2 часа. В стационарном режиме дозы совпадают.

Напряжение и реакция измеряются в процентах, фликер – в  $(\%)^2$ , а доза фликера – в безразмерных единицах. Допустимое значение кратковременной дозы равно 1,38, а длительной – единице.

Задачей расчета является определение интегральных вероятностей или связанной с ними функцией распределения  $F(P)$  фликера. С принципиальной и практической точек зрения решение задачи целесообразно осуществлять в два этапа: вначале определить характеристики реакции, а затем – фликера.<sup>1</sup> Вследствие линейности фильтра, на первом этапе оказывается применимым принцип суперпозиции, что особенно важно при наличии группы электроприемников, создающих колебания. Этот принцип позволяет использовать различные виды исходного задания: можно исходить из помех или из реакций на помехи. Далее рассматриваются периодические, непериодические детерминированные и случайные помехи. Для случайной помехи известна ее корреляционная функция (КФ)  $K_L(\tau)$ . Поскольку ординаты помехи измеряются в процентах, можно не делать различия между графиками нагрузок и потерь напряжения, ординаты которых в проектировании считаются пропорциональными друг другу.

<sup>1</sup> На наш взгляд, столь сложная процедура оценки фликера вряд ли оправдана. Учитывая условность модели утомления человека, следовало бы оставить принятое в прежнем ГОСТ 13109-87 определение дозы колебаний. В этом случае доза практически равна дисперсии  $K_L(0)$ , а потому необходимость во втором этапе отпадает.

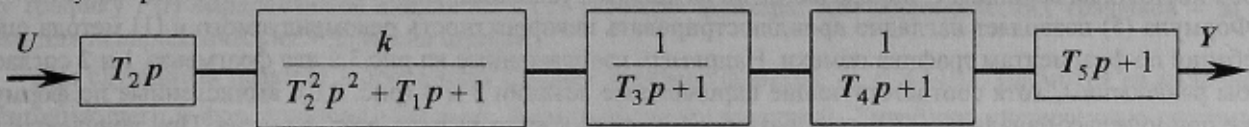
Метод «парциальных реакций». В диапазоне частот более 0,05 Гц приведенную в [3] передаточную функцию взвешивающего фильтра (рис. 2, а) запишем в виде

$$W(p) = \frac{kT_2 p(T_5 p + 1)}{(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}, \quad (2)$$

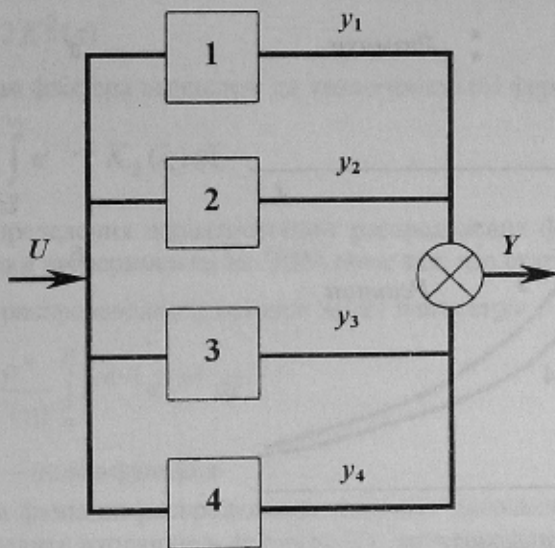
где  $k = 1,748$  – коэффициент передачи,  $T_1 = 1,5418 \cdot 10^{-2}$  с,  $T_2 = 1,7385 \cdot 10^{-2}$  с,  $T_3 = 0,12989$  с,

$T_4 = 7,2673 \cdot 10^{-3}$  с,  $T_5 = 6,9811 \cdot 10^{-2}$  с – постоянные времени,  $p$  – оператор дифференцирования.

Выражение (2) является сложным, поэтому целесообразно представить фильтр в виде  $n$  параллельно включенных инерционных звеньев первого порядка, где  $n = 4$  – порядок многочлена в знаменателе (рис. 2, б). Этот прием позволяет легко определить «парциальные» реакции  $y(t)$  каждого звена на входное воздействие, а затем их суммировать.



а



б

$$W(p) = \sum_{i=1}^4 \frac{a_i}{J_i p + 1}$$

Рисунок 2

По корням знаменателя  $p_{1,2} = -\lambda \pm j\beta$ ,  $p_{3,4} = -1/T_{3,4}$  определяются коэффициент передачи  $a_i$  и постоянная времени  $J_i$   $i$ -го звена [4, 5]:

$$a_i = -\frac{1}{p_i} (p - p_i) W(p) \Big|_{p=p_i}, \quad J_i = -\frac{1}{p_i},$$

где  $\lambda = T_1 / (2T_2^2) = 25,51 \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta = \sqrt{4T_2^2 - T_1^2} / (2T_2^2) = 51,56 \text{ с}^{-1}$ ,  $j = \sqrt{-1}$ .

Метод парциальных реакций существенно упрощает расчеты. В частности, весовая функция фильтра получается суммированием известных выражений для весовых функций инерционных звеньев:

$$g(t) = -\sum_{i=1}^4 a_i p_i e^{p_i t} = b_1 e^{p_4 t} - b_2 e^{p_3 t} - b_3 e^{-\lambda t} \sin(\beta t - \varphi), \quad (3)$$

где  $b_1 = 63,79$ ,  $b_2 = 0,981$ ,  $b_3 = 65,04$  – коэффициенты в  $(\%)\text{с}^{-1}$ ,  $\varphi = 1,661$  рад.

Наличие в фильтре дифференцирующего звена приводит к тому, что математическое ожидание реакции звена равно нулю, вне зависимости от математического ожидания помехи.

**Характеристики реакции.** Для периодических помех в принужденном режиме (индекс «п») реакция определяется в виде периодической функции  $Y_n(t)$  с той же длительностью  $t_n$  цикла, что и у входного процесса. Решение может быть получено различными методами. Метод парциальных реакций удобен тем, что каждая парциальная реакция определяется путем решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.

Пусть входной процесс содержит  $m$  участков. Нагрузка  $v$ -го участка задана функцией времени  $q_v(t)$ , где время отсчитывается от начала участка, а не от начала цикла. Для каждого участка метод парциальных реакций дает аналитическое решение:

$$Y_{nv}(t) = \int_0^{t_v} q_v(\xi) g(t - \xi) d\xi - \sum_{v=1}^m \int_0^{t_v} q_v(\xi) \tilde{g}(t - \xi) d\xi, \quad (4)$$

где  $\xi$  – переменная интегрирования,  $\tilde{g}(t)$  – обобщенная весовая функция фильтра фликерметра [4]. В проектировании нагрузка участка считается линейной, поэтому интегрирование в (4) выполняется в общем виде.

Если задана непериодическая детерминированная помеха (например, отдельная реализация случайного процесса), то для  $v$ -го участка парциальная реакция  $i$ -го звена определяется по формуле общего решения линейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$y_{vi}(t) = - \left[ p_i \int_0^t \xi q_v(\xi) d\xi + C \right] e^{p_i t}, \quad (5)$$

в которой постоянная величина  $C$  определяется по начальным условиям.

Формула (5) позволяет наглядно проиллюстрировать некорректность рекомендуемого в [1] метода оценки колебаний по фрагментам графика помехи. Например, изображенные на рис. 3,а два фрагмента 1 и 2 согласно [1] якобы равноценны, хотя соответствующие парциальные реакции 3 и 4 (рис. 3,б), вычисленные по формуле (5), даже при нулевых начальных условиях различны, а потому дают разную дозу фликера. При ненулевых начальных условиях погрешность возрастает еще больше. Отсюда следует, что объективная и однозначная оценка колебаний возможна только по дозе фликера.

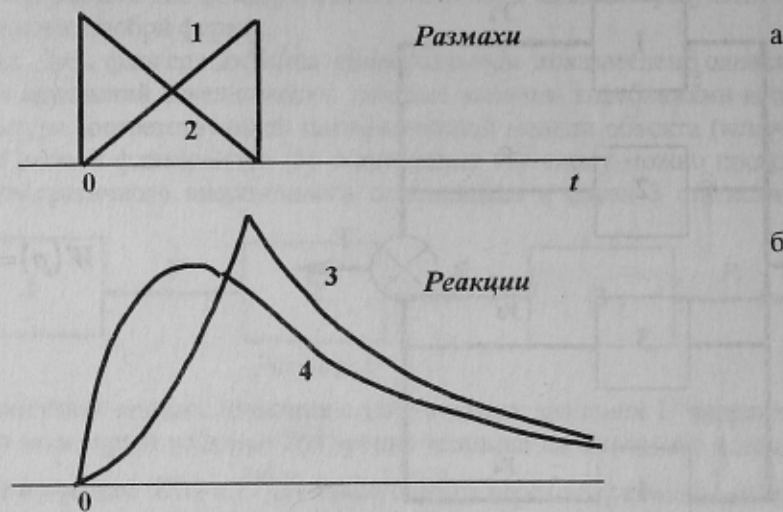


Рисунок 3

Перейдем к случайным помехам, когда необходимо найти КФ  $K_i(\tau)$  реакции. Так как на вход инерционных звеньев поступает один и тот же процесс, то парциальные реакции оказываются коррелированными. Поэтому для решения задачи требуется определить не только КФ  $k(\tau)$  парциальных реакций, но и взаимные КФ  $k_{ir}(\tau)$  между попарно взятыми  $i$ -ой и  $r$ -ой реакциями. Они вычисляются по известным формулам теории вероятностей (например, (6.6.10) и (6.10.2) в [6]), которые для одного  $i$ -го инерционного звена и пары звеньев представим в виде (при  $\tau \geq 0$ ):

$$k_i(\tau) = \frac{1}{2} a_i \gamma_i e^{-\gamma_i \tau} \left[ \int_0^{\infty} e^{-\gamma_i \xi} K(\xi) d\xi + \int_0^{\tau} e^{\gamma_i \xi} K(\xi) d\xi + e^{2\gamma_i \tau} \int_{\tau}^{\infty} e^{-\gamma_i \xi} K(\xi) d\xi \right], \quad (6)$$

$$k_{ir}(\tau) = a_i a_r \frac{\gamma_i \gamma_r}{\gamma_i + \gamma_r} e^{-\gamma_r \tau} \left[ \int_0^{\infty} e^{-\gamma_r \xi} K(\xi) d\xi + \int_0^{\tau} e^{\gamma_r \xi} K(\xi) d\xi + e^{(\gamma_i + \gamma_r) \tau} \int_{\tau}^{\infty} e^{-\gamma_i \xi} K(\xi) d\xi \right], \quad (7)$$

где  $\gamma_i = -p_i$ . После интегрирования в формуле (6) аргумент  $\tau$  заменяется на  $|\tau|$ . Следует отметить, что  $k_{ri}(\tau) = k_{ir}(-\tau)$ .

Искомая КФ суммы коррелированных парциальных реакций составит

$$K_Y(\tau) = \sum_{i=1}^n k_i(\tau) + \sum_{i \neq r} k_{ir}(\tau). \quad (8)$$

Упрощение расчетов достигается за счет того, что для используемых в практике КФ интегрирование по формулам (6) и (7) выполнено авторами метода, поэтому пользователю достаточно задать лишь параметры КФ помехи. Например, для экспоненциальной КФ со стандартом  $\sigma$  и параметром  $\alpha$  получены следующие выражения при  $\alpha \neq \gamma$ :

$$k_i(\tau) = \sigma^2 \frac{\gamma_i}{\alpha^2 - \gamma_i^2} (\alpha e^{-\gamma_i|\tau|} - \gamma_i e^{-\alpha|\tau|}), \quad (9)$$

$$k_{ir}(\tau) = \sigma^2 a_i a_r \frac{\gamma_i \gamma_r}{\gamma_i + \gamma_r} e^{-\gamma_r|\tau|} \left\{ \frac{2\alpha}{\alpha^2 - \gamma_r^2} + \left[ \frac{1}{\alpha + \gamma_i} - \frac{1}{\alpha - \gamma_r} \right] e^{(\gamma_r - \alpha)|\tau|} \right\}. \quad (10)$$

При наличии нескольких электроприемников с резкопеременной нагрузкой характеристики суммарной помехи определяются методами, описанными в [2].

**Характеристики фликера.** В силу нелинейности блока 2 определение характеристик фликера можно производить только по реакции  $Y(t)$ , а не по парциальным реакциям. Детерминированный график реакции возводится в квадрат, а затем рассчитывается график фликера – по формулам, аналогичным (4) и (5). Для этого в них функции  $q_v(\xi)$  и  $g(t - \xi)$  заменяются на  $Z_v(\xi)$  и  $g_n(t) = \gamma_n e^{-\gamma_n t}$ , где  $\gamma_n = 1/T_n$ . Затем по полученному графику  $P(t)$  определяются входящие в (1) значения фликера: для периодических графиков – за время цикла, для непериодических – за время записи.

Для случайных реакций любого вида среднее значение фликера  $P_c = K_Y(0)$ . Несмотря на наличие дифференцирующего и форсирующего звеньев, фильтр обладает инерцией. Линейные инерционные системы нормализуют процесс, поэтому вероятностное распределение реакции можно считать нормальным. Это позволяет определить КФ квадрата реакции:

$$K_Z(\tau) = 2 K_Y^2(\tau). \quad (11)$$

Дисперсию фликера вычислим по аналогичной (6) формуле при  $\tau = 0$ :

$$DP = \gamma_n \int_0^{\infty} e^{-\gamma_n \xi} K_Z(\xi) d\xi. \quad (12)$$

Задача определения вероятностного распределения фликера не имеет общего решения. Выполненные методом имитации эксперименты на ЭВМ показали, что статистическое распределение фликера хорошо выравнивается гамма-распределением, которое имеет параметры  $\rho = P_c/DP$ ,  $\eta = P_c^2/DP$  и функцию распределения

$$F(P) = \frac{\rho^\eta}{\Gamma(\eta)} \int_0^P P^{\eta-1} e^{-\rho P} dP, \quad (13)$$

где  $\Gamma(\eta)$  – гамма-функция.

Ординаты функции распределения являются дополнением интегральных вероятностей до единицы, что позволяет определить входящие в формулу (1) значения фликера.

**Выводы.**

1. Понятия размахов и частот колебаний в подавляющем большинстве случаев не отражают существа задачи, поэтому оценку допустимости колебаний напряжения следует производить только по дозе фликера напряжения.

2. Расчет характеристик реакций фильтра фликерметра целесообразно выполнять по предлагаемому методу парциальных реакций.

3. Действующий ГОСТ 13109-97 в части оценки колебаний напряжения требует доработки в трех направлениях: уточнения областей применимости кривых колебаний, совершенствования методов расчета и упрощения понятия дозы фликера (с сохранением фильтра из [3]).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. НОРМЫ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ. – Введ. в Украине 01.01.2000.

2. Шидловский А.К., Куренный Э.Г. Введение в статистическую динамику систем электроснабжения. – Киев: Наукова думка, 1984. – 272 с.

3. Flickermeter. Functional and design specification. – Geneva: IEC Report. – Publication 868. – P. 31.

4. Абу С. Сами. Методы расчета динамических показателей электромагнитной совместимости электрооборудования с периодической нагрузкой и систем электроснабжения. Автореферат диссертации на соиск. уч. степени кандидата техн. наук. – Донецк: ДПИ, 1992. – 24 с.

5. Куриний Е.Г., Чернікова Л.В., Петросов В.А. Уніфікований метод розрахунку характеристик випадкових процесів у лінійних фільтрах моделей електромагнітної сумісності. Технічна електродинаміка / Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки", 2000, ч. 2. – С. 20-23.

6. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Советское радио, 1966. – 678 с.