

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ СТРУКТУРНО СЛОЖНЫХ СХЕМ С УЧЕТОМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ.

Чурсинова А.А., Журавель Е.А., Шевченко О.А., Якимшишина В.В.

Донецкий национальный технический университет.

Olga@elf.dgtu.donetsk.ua

The analysis of mathematical model is made. The model is used for an estimation of reliability of the complex circuits on structure. The model takes into account restoration of elements. The system consists from «m» elements. If one element is not served while in service to use the given mathematical model it is impossible.

Впервые общая математическая модель, описывающая формирование аварии на участках угольных шахт при эксплуатации электрооборудования была предложена в [1]. В этой работе, используя марковские случайные процессы, была предложена математическая модель «источник-среда» и показано, что такие разные по своему характеру явления, как взрыв, пожар, случай поражения человека электрическим током, происходят по одной логической схеме и имеют общие математические модели.

Число аварий H_0 в единицу времени определялось следующим образом [1]:

$$H_0 = \frac{d_1 + d_2}{\bar{d}_1 \cdot \bar{d}_2}; \quad (1)$$

где d_1 - среднее время нахождения средств защиты в необнаруженном отказавшем состоянии;

d_2 - среднее время существования опасного электрического источника;

\bar{d}_1 - средний интервал времени между отказами средств защиты;

\bar{d}_2 - средний интервал времени между появлениями короткого замыкания в защищаемом элементе сети.

Формула (1) справедлива для случая, когда выполняется условие:

$$\bar{d}_1 \gg d_1; \bar{d}_2 \gg d_2 \quad (2)$$

В дальнейшем была разработана математическая модель «источник - среда - защита», позволившая выделить максимальную токовую защиту в виде отдельной независимой с точки зрения повреждаемости системы. Интенсивность аварий в выработке в этом случае определяется следующим образом [2]:

$$H_0 = \frac{d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3}{\bar{d}_1 \bar{d}_2 \bar{d}_3}; \quad (3)$$

где d_3 - средний интервал времени нахождения максимальной токовой защиты в необнаруженном отказавшем состоянии.

\bar{d}_3 - средний интервал времени между отказами максимальной токовой защиты.

Формула справедлива при выполнении условий:

$$\bar{d}_1 \gg d_1; \bar{d}_2 \gg d_2; \bar{d}_3 \gg d_3 \quad (4)$$

В теоретических разработках, была получена приближенная формула, позволяющая оценивать уровень безопасности для m - элементной системы, случайное совпадение во времени опасных состояний (состояний отказа) приводит к аварии в выработке [3]

$$H_0 \approx \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{d_i} \right) \cdot \prod_{i=1}^m d_i}{\prod_{i=1}^m \bar{d}_i}; \quad (5)$$

где d_i - средняя длительность нахождения i -го элемента в опасном состоянии.

\bar{d}_i - средний интервал времени между появлением опасного состояния в i -ом элементе.

Формула справедлива при выполнении условия:

$$\bar{d}_i \gg d_i \quad (6)$$

Формулу (5) можно представить в виде:

$$H_0 \approx \frac{\prod_{i=1}^m (\lambda_i) \cdot \sum_{i=1}^m \mu_i}{\prod_{i=1}^m \mu_i}; \quad (7)$$

где $\lambda_i = \frac{1}{d_i}; \quad \mu_i = \frac{1}{d_i}$

λ_i - интенсивность или скорость с которой безопасные промежутки времени сменяются опасными;

μ_i - интенсивность или скорость смен опасных промежутков времени безопасными.

Если предположить, что средний интервал времени между авариями не противоречит экспоненциальной функции распределения вероятностей, то среднее время между авариями находится следующим образом:

$$T = \frac{1}{H_0} = \frac{\prod_{i=1}^m \mu_i}{\prod_{i=1}^m (\lambda_i) \cdot \sum_{i=1}^m \mu_i}. \quad (8)$$

Формула (7) была положена в основу разработки методики по оценке пожаробезопасности систем электроснабжения угольных шахт, при эксплуатации в них электрооборудования.

Методика не предлагает нормы на надежность средств защиты (аппарата защиты от утечек тока и максимальной токовой защиты), применяемых в угольных шахтах, при которых обеспечивается нормируемый уровень пожарной безопасности для узла системы. Кроме этого, методика не дает точных методов расчета частоты возгораний элементов системы электроснабжения в единицу времени, отсутствуют «деревья» формирования случаев возможного возгорания элементов сети и схемы минимальных пожароопасных совмещений для всех типов узлов, встречающихся в схемах электроснабжения участков.

Рассмотрим систему, состоящую из m элементов. Каждый элемент с точки зрения его надежной работы характеризуется двумя состояниями- исправное (безопасное) и отказавшее (опасное). В общем случае число состояний такой системы равно 2^m .

Под состоянием системы понимается комбинация из некоторого числа исправных и неисправных элементов.

При описании процессов, протекающих в такой системе, с течением времени принимаются следующие допущения: время исправной работы и время восстановления элементов системы распределены в соответствии с экспоненциальным законом с параметрами: λ_i - интенсивность отказов и μ_i - интенсивность восстановлений, $i = \overline{1, n}$; процессы отказов и восстановлений элементов системы независимы; все работающие элементы находятся в работе, все отказавшие в процессе восстановления; восстановление элементов неограниченное и полное; в один и тот же момент времени в системе не могут произойти два или более события, состоящих из перехода элемента из исправного состояния в неисправное или наоборот; переход элементов из исправного состояния в отказавшее и их обратный переход происходит мгновенно, т.е. без затрат времени.

Отказ такой системы наступит в тот момент времени, когда все m элементов случайно окажутся в отказавшем состоянии.

Среднее время между отказами описанной выше системы можно определить, пользуясь формулой, полученной при решении этой задачи различными методами [4,5]

$$T_m = \frac{\prod_{i=1}^m (\lambda_i + \mu_i) - \prod_{i=1}^m \lambda_i}{\prod_{i=1}^m \lambda_i \cdot \sum_{i=1}^m \mu_i} \quad (9)$$

При оценке надежности системы электроснабжения во многих случаях выполняются условия $\lambda_i \ll \mu_i$ и тогда формула (9) примет вид (8):

Формулы (8) и (9) нашли широкое применение для оценки надежности структурно-сложных схем систем электроснабжения с учетом времени нахождения элементов системы в безотказном и отказавшем состояниях [6,7] и для оценки электробезопасности, при эксплуатации электрооборудования [8].

Рассмотрим поведение математической модели (9) когда в нее входят наряду с обслуживаемыми элементами также и необслуживаемые. Это значит, что в системе имеется n элементов, у которых $\mu = 0$, тогда формулу (9) запишем в следующем виде:

$$T_m = \frac{\prod_{i=1}^{m-n} (\lambda_i + \mu_i) \cdot \prod_{i=m-n+1}^m \lambda_i - \prod_{i=1}^m \lambda_i}{\prod_{i=1}^m \lambda_i \cdot \sum_{i=1}^m \mu_i} = \frac{\prod_{i=m-n+1}^m \lambda_i \cdot \left\{ \prod_{i=1}^{m-n} (\lambda_i + \mu_i) - \prod_{i=1}^{m-n} \lambda_i \right\}}{\prod_{i=m-n+1}^m \lambda_i \cdot \left(\prod_{i=1}^{m-n} (\lambda_i) \cdot \sum_{i=1}^{m-n} \mu_i \right)} = \frac{\prod_{i=1}^{m-n} (\lambda_i + \mu_i) - \prod_{i=1}^{m-n} \lambda_i}{\prod_{i=1}^{m-n} \lambda_i \cdot \sum_{i=1}^{m-n} \mu_i} \quad (10)$$

Из анализа формулы (10) видно, что m -элементная система вырождается в $(m-n)$ элементную. Существование необслуживаемых элементов формула (9) не учитывает.

В том случае, если в процессе эксплуатации элементы системы не обслуживаются, т.е. $\mu_i = \mu \rightarrow 0$, тогда из формулы (9) находим:

$$T_m = \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{\prod_{i=1}^m (\lambda_i + \mu) - \prod_{i=1}^m \lambda_i}{m \cdot \mu \cdot \prod_{i=1}^m \lambda_i} \quad (11)$$

Раскрываем неопределенность вида $\frac{0}{0}$ в формуле (11), используя правило Лопиталья [9]

$$T_m = \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{\sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^m (\lambda_i + \mu) - \sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^m \lambda_i}{m \cdot \prod_{i=1}^m \lambda_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{\lambda_i} \quad (12)$$

В тех случаях, когда $\lambda_i = \lambda$, получим:

$$T_m = \frac{1}{\lambda} \quad (13)$$

Формула (13) позволяет сделать вывод о том, что при $\mu \rightarrow 0$ описанная выше задача приводится к задаче о параллельной работе резервной группы, состоящей из m элементов с включением резервного элемента замещением.

Полученный результат (13) означает, что среднее время до отказа одного элемента равно среднему времени до отказа резервной системы при кратности резервирования m , если интенсивность отказов возрастает линейно в зависимости от состояния системы.

Вывод: Анализ формулы (9) показал, что в том случае, если в системе, состоящей из m элементов, имеется хотя бы один необслуживаемый в процессе эксплуатации элемент ($\mu \rightarrow 0$), то пользоваться формулой (9) нецелесообразно по описанной выше причине, так же ее нецелесообразно использовать и в том случае, когда найдется пара элементов у которых $\lambda_i \gg \lambda_j$ и $\mu_i \gg \mu_j$, или, если для какого-то одного, либо нескольких элементов $\lambda_i \gg \mu_j$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалев П.Ф., Коптиков В.П., Ковалев А.П. Надежность и безопасность применения электрооборудования в угольных шахтах - Безопасность труда в промышленности 1973. - №7 - С. 40-41.
2. Ковалев А.П. О пожарной безопасности шахтных систем электроснабжения - Промышленная энергетика. -1991.-№9.-С.12-14.
3. Ковалев П.Ф., Ковалев А.П., Сердюк Л.И. Методы расчета безопасности систем электроснабжения угольных шахт - Безопасность труда в промышленности 1980. - №2 - С. 47-48. - 1984. - №11. - С. 11-12.
4. Седякин И.М. Элементы теории случайных импульсных потоков. М.: Советское радио, -1965-286с.
5. Ушаков И.Л. О вычислении среднего стационарного времени пребывания полумарковского процесса в подмножестве состояний // Техническая кибернетика. - 1969.-№4, С.62-65.
6. Рябинин И.А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем.- Л.: Судостроение. 1971.- 456 с.
7. Ковалев А.П., Сердюк Л.И. Метод расчета надежности сложных схем систем электроснабжения с учетом восстановления элементов // Электричество.-1985.-№10.- С.52-53.
8. Щуцкий В.И., Бурлаков А.А. О вероятностной оценке уровня электробезопасности // Электричество.- 1982.-№2.- С.16-21.
9. Бронштейн Н.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов.- М.: Наука, 1986.- 544 с.