

# ДИСКРЕТНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РЕГУЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Старостин С.С.

Донецкий национальный технический университет  
starostin@kita.dgtu.donetsk.ua

*The questions of the discrete-time state control for elastic electromechanical systems are examined. The synthesis of the state regulator is carried out in view of the developed dynamic model. For optimization is proposed the method of equivalent transfer functions, which is based on absolute value optimum for cascade control systems. It is shown, that as a result the good transient characteristics are achieved.*

При регулировании скорости электроприводов ряда технологических установок необходимо обязательно учитывать упругие свойства механических связей. Но для известных решений в этой области характерно рассмотрение таких систем с позиций непрерывных систем регулирования ([1], [2] и др.). Между тем, современные системы электропривода являются дискретными с точки зрения как силовых преобразующих устройств, так и цифровых систем управления, что предопределяет целесообразность рассмотрения электромеханических систем с упругими связями на основе теории дискретных систем регулирования. При этом на первом этапе необходимо ответить на вопросы дискретного представления объекта регулирования и синтеза соответствующей системы регулирования.

Для реализации этого этапа рассмотрим типовую структурную схему упругой двухмассовой механической системы (рис. 1). Схема отражает связь угловых скоростей электродвигателя  $\omega_1$  и исполнительного механизма  $\omega_2$  с мгновенным значением электромагнитного момента двигателя  $m$ . Упругие свойства механической передачи учтены коэффициентами жесткости  $C_{12}$  и внутреннего демпфирования  $D_{12}$ , которые соответственно характеризуют зависимость упругого момента  $m_{12}$  от угла упругой деформации  $\varphi_{12}$  и разности скоростей  $\Delta\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$ . Влияние трения отражено переменными  $m_{c1}$  и  $m_{c2}$ , а технологическая нагрузка представлена моментом  $m_{cT}$ .

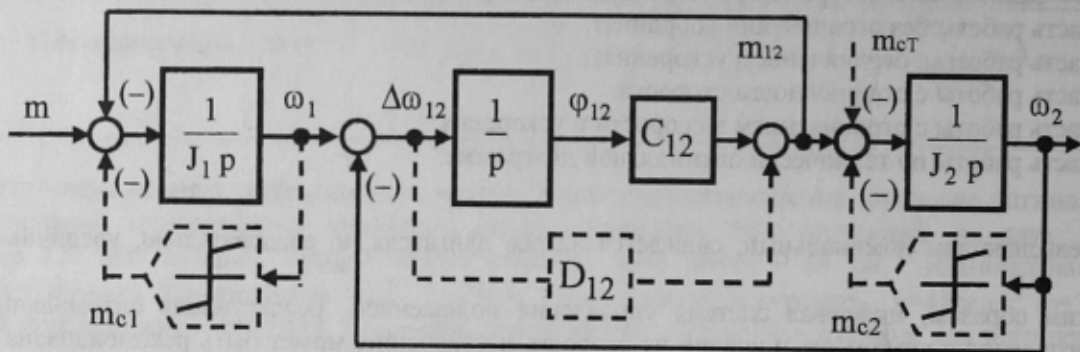


Рисунок 1 - Структурная схема двухмассовой упругой механической системы

На этапе синтеза системы регулирования, как правило, не учитывают внутреннее демпфирование механической передачи, а моменты трения и нагрузки рассматривают в качестве возмущающих воздействий [1, 2], с учетом чего соответствующие связи на схеме (рис. 1) показаны штриховыми линиями.

В системах электропривода как постоянного, так и переменного тока при дискретном регулировании обычно обеспечивается формирование среднего значения электромагнитного момента двигателя, которому пропорциональны приращения скорости вращения (см. [3] - [5]). При этом на основе рассмотрения структурной схемы (рис. 1) могут быть записаны следующие уравнения:

$$\omega_{1[n]} = \frac{1}{J_1} \int_{(n-1)T}^{nT} (m - m_{12}) dt + \omega_{1[n-1]} = \frac{T}{J_1} \cdot (M_{[n]} - M_{12[n]}) + \omega_{1[n-1]}; \quad \Delta\omega_{12[n]} = \omega_{1[n]} - \omega_{2[n]}; \quad (1)$$

$$\varphi_{12[n]} = \int_{(n-1)T}^{nT} \Delta\omega_{12} dt + \varphi_{12[n-1]} = T \cdot \Delta\Omega_{12[n]} + \varphi_{12[n-1]} \approx T \cdot \frac{\Delta\omega_{12[n-1]} + \Delta\omega_{12[n]}}{2} + \varphi_{12[n-1]}; \quad (2)$$

$$m_{12[n]} = C_{12} \varphi_{12[n]}; \quad (3)$$

$$\omega_{2[n]} = \frac{1}{J_2} \int_{(n-1)T}^{nT} m_{12} dt + \omega_{2[n-1]} = \frac{T}{J_2} \cdot M_{12[n]} + \omega_{2[n-1]} \approx \frac{T}{J_2} \cdot \frac{m_{12[n-1]} + m_{12[n]}}{2} + \omega_{2[n-1]}, \quad (4)$$

где  $T$  – интервал дискретности регулирования;

$\omega_{1[n]}, \omega_{2[n]}$  – угловые скорости вращения соответственно электродвигателя и исполнительного механизма в  $n$ -ый момент дискретности по времени;

$J_1, J_2$  – моменты инерции электродвигателя и исполнительного механизма;

$m, M$  – соответственно мгновенная и средняя величина электромагнитного момента двигателя;

$m_{12}, M_{12}$  – соответственно мгновенная и средняя величина упругого момента механической передачи;

$\varphi_{12}$  – угол упругой деформации механической передачи;

$C_{12}$  – коэффициент жесткости механической передачи.

Принимая во внимание разностные уравнения (1) - (4), переходим к уравнениям в  $Z$ -области:

$$\omega_1(z) = \frac{T}{J_1} \cdot [M(z) - M_{12}(z)] + \omega_1(z) \cdot z^{-1}; \quad \varphi_{12}(z) = T \cdot \frac{\Delta\omega_{12}(z) \cdot z^{-1} + \Delta\omega_{12}(z)}{2} + \varphi_{12}(z) \cdot z^{-1}; \quad (5)$$

$$M_{12}(z) = C_{12} \cdot \frac{\varphi_{12}(z) \cdot z^{-1} + \varphi_{12}(z)}{2}; \quad \omega_2(z) = \frac{T}{J_2} \cdot M_{12}(z) + \omega_2(z) \cdot z^{-1}; \quad (6)$$

На основе уравнений (5) - (6) может быть сформирована структурная схема, отражающая дискретное представление двухмассовой упругой механической системы (рис. 2).

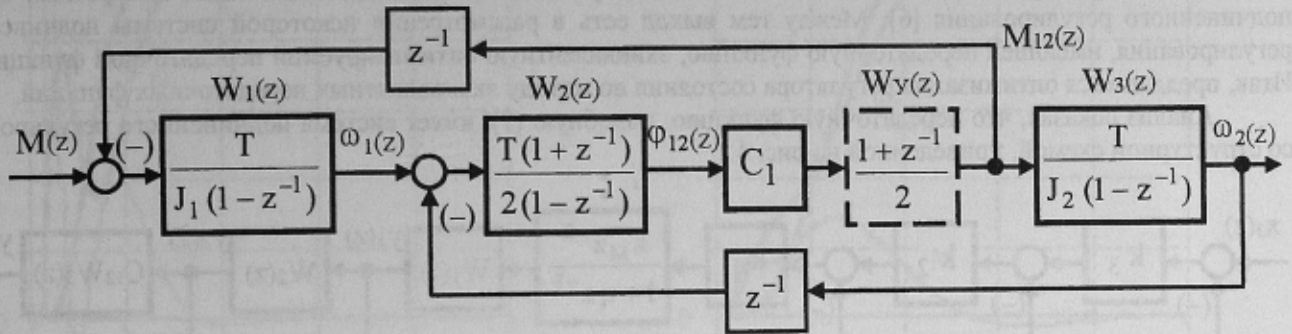


Рисунок 2 - Структурная схема дискретной модели двухмассовой упругой механической системы

В структурной схеме (рис. 2) в обратные связи по переменным  $M_{12}(z)$  и  $\omega_2(z)$  включены звенья с передаточными функциями  $z^{-1}$ , соответствующие введению запаздывания на один интервал дискретности. Это необходимо для исключения возникновения так называемых арифметических контуров. Анализ дискретной динамической модели (рис. 2) и синтез на ее основе системы регулирования показали, что с учетом формирования обратных связей через звенья запаздывания целесообразно исключить звено усреднения  $W_y(z)$  из прямого канала. При этом система регулирования рассматривалась в виде, изображенном на рис. 3.

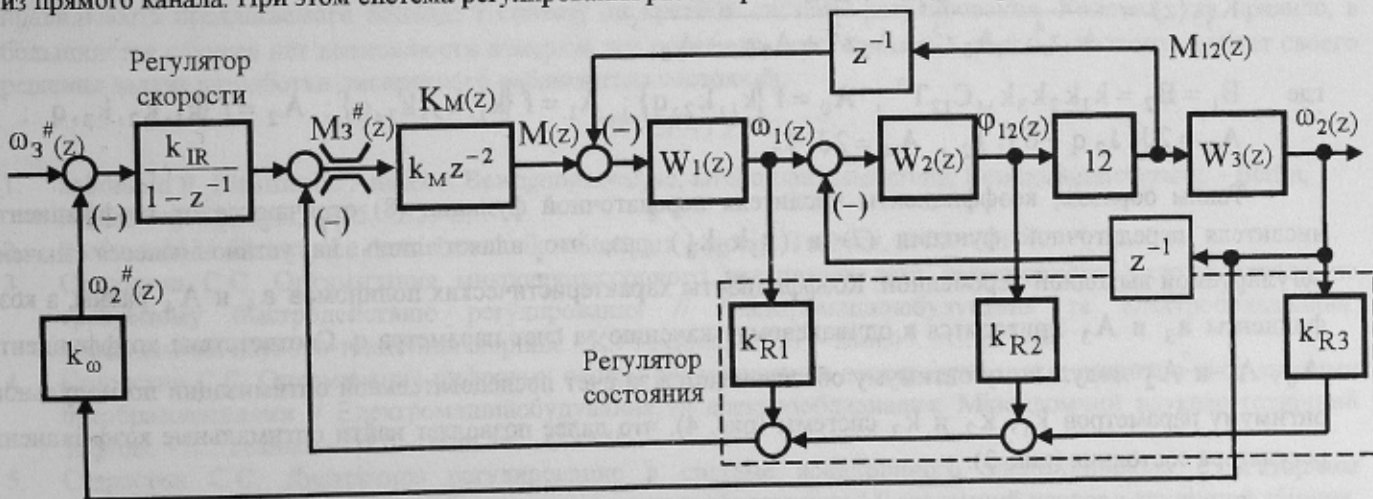


Рисунок 3 - Структурная схема системы регулирования состояния

В системе (рис. 3) на основе разработанной дискретной динамической модели двухмассовой упругой механической системы реализуется классический принцип регулирования состояния (см. [1], [2] и др.). При этом электромагнитный момент двигателя формирует контур регулирования момента с передаточной функцией  $K_M(z) = k_M z^{-2}$ , что соответствует регулированию силового тока, определяющего момент двигателя, с



максимально возможным быстродействием в современных высокودинамичных электроприводах как постоянного [3, 4], так и переменного [5] тока. И для этой структуры требуется решить задачу оптимизации системы регулирования. Решение задачи состоит из двух этапов. На первом этапе необходимо определить оптимальные коэффициенты регулятора состояния:  $k_{R1}$ ,  $k_{R2}$ ,  $k_{R3}$ . А второй этап предполагает оптимизацию интегрального регулятора скорости.

Для реализации первого этапа рассмотрим передаточную функцию части системы (рис. 3), характеризующую связь выходного сигнала регулятора скорости и переменной  $\omega_2$ . Передаточная функция имеет общий вид

$$K_{\omega 2}(z) = \frac{b_2 z^2 + b_1 z}{a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0}, \quad (7)$$

где  $b_1 = b_2 = k_M C_{12} T^3$ ;  $a_0 = f\{k_{R1}, k_{R2}\}$ ;  $a_1 = f\{k_{R1}, k_{R3}\}$ ;  $a_2 = f\{k_{R1}, k_{R2}, k_{R3}\}$ ;  $a_3 = C_{12}(J_1 + J_2)T^2 - 6J_1 J_2$ ;  $a_4 = 2J_1 J_2$ .

В передаточной функции (7) коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  характеристического полинома находятся в функциональных зависимостях  $f\{\}$  от коэффициентов регулятора состояния и, следовательно, путем выбора соответствующих коэффициентов регулятора могут быть определены динамические свойства регулирования. Одним из возможных подходов к оптимизации передаточной функции (7) является использование модульного оптимума [6]. Однако при этом необходимо решить систему из трех весьма громоздких уравнений, что характеризуется чрезвычайной трудоемкостью. Не хватает ресурсов для этого и у программного пакета MathCAD, который ранее успешно использовался для решения оптимизационных задач дискретных систем подчиненного регулирования [6]. Между тем выход есть в рассмотрении некоторой системы подчиненного регулирования, имеющей передаточную функцию, эквивалентную оптимизируемой передаточной функции (7). Итак, предлагается оптимизация регулятора состояния по методу эквивалентных передаточных функций.

Анализ показал, что передаточную функцию, подобную (7), имеет система подчиненного регулирования со структурной схемой, приведенной на рис. 4.

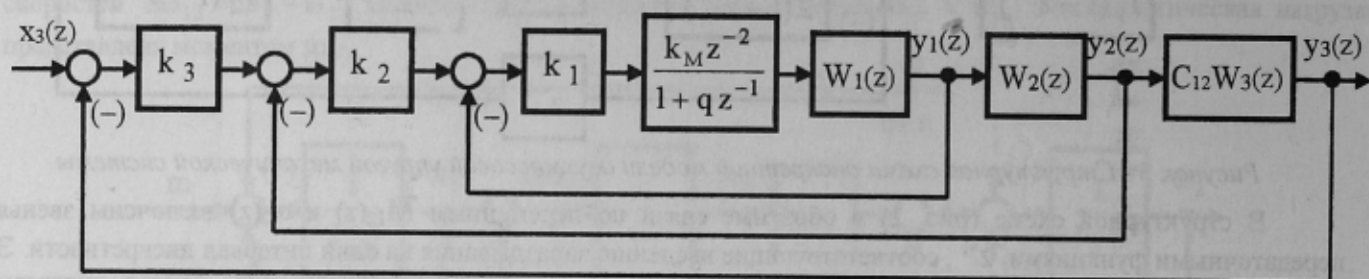


Рисунок 4 - Структурная схема оптимизируемой системы подчиненного регулирования

Передаточная функция системы подчиненного регулирования (рис. 4) равна

$$K_{y_3}(z) = \frac{B_2 z^2 + B_1 z}{A_4 z^4 + A_3 z^3 + A_2 z^2 + A_1 z + A_0}, \quad (8)$$

где  $B_1 = B_2 = k_1 k_2 k_3 k_M C_{12} T^3$ ;  $A_0 = f\{k_1, k_2, q\}$ ;  $A_1 = f\{k_1, k_2, k_3, q\}$ ;  $A_2 = f\{k_1, k_2, k_3, q\}$ ;  $A_3 = 2J_1 J_2 q - 6J_1 J_2$ ;  $A_4 = 2J_1 J_2$ .

Таким образом, коэффициенты числителя передаточной функции (8) отличаются от коэффициентов числителя передаточной функции (7) в  $(k_1 k_2 k_3)$  раз, что влияет лишь на установившееся значение регулируемой выходной переменной. Коэффициенты характеристических полиномов  $a_4$  и  $A_4$  равны, а коэффициенты  $a_3$  и  $A_3$  приводятся к одинаковому значению за счет параметра  $q$ . Соответствие коэффициентов  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  модульному оптимуму обеспечивается за счет последовательной оптимизации по модульному оптимуму параметров  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_3$  системы (рис. 4), что далее позволяет найти оптимальные коэффициенты регулятора состояния (рис. 3).

В результате получаем:

- из условия  $a_3 = A_3$ :  $q = \frac{T^2}{2T_{12}^2}$ ;  $T_{12} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{C_{12}(J_1 + J_2)}}$ ; (9)

- из условий модульного оптимума с помощью компьютерного пакета MathCAD (см. [6]):

$$k_1 = \frac{J_1}{k_M T} \cdot \frac{(q+1)^2}{q+3}; \quad k_2 = \frac{1}{2T} \cdot \frac{q+1}{q+3}; \quad k_3 = \frac{J_2}{C_{12} T} \cdot \frac{q+1}{3q+11} \quad (10)$$

Далее исходя из равенства коэффициентов  $a_0 = A_0$ ,  $a_1 = A_1$ ,  $a_2 = A_2$  на основе решения системы из трех уравнений с учетом (9) и (10) с помощью MathCAD определяются коэффициенты регулятора состояния  $k_{R1}$ ,  $k_{R2}$  и  $k_{R3}$  (выражения для этих коэффициентов не приводятся вследствие их громоздкости).

Моделирование процесса регулирования состояния электромеханической системы с упругими связями для соотношения моментов инерции  $J_2/J_1=1$  и собственной частоты колебаний упругой двухмассовой механической системы равной 100 Гц дает результат, приведенный на рис. 5,а.

Для обеспечения астатичности регулирования относительно нагрузки электропривода в систему введен интегральный регулятор скорости (см. рис. 3). Определение параметра  $k_{IR}$  этого регулятора также было выполнено по модульному оптимуму [6] с учетом найденной оптимальной передаточной функции системы регулирования состояния. В результате

$$k_{IR} = \frac{q+1}{5q+21} \quad (11)$$

При этом динамические свойства регулирования скорости характеризуют процессы, изображенные на рис. 5,б.

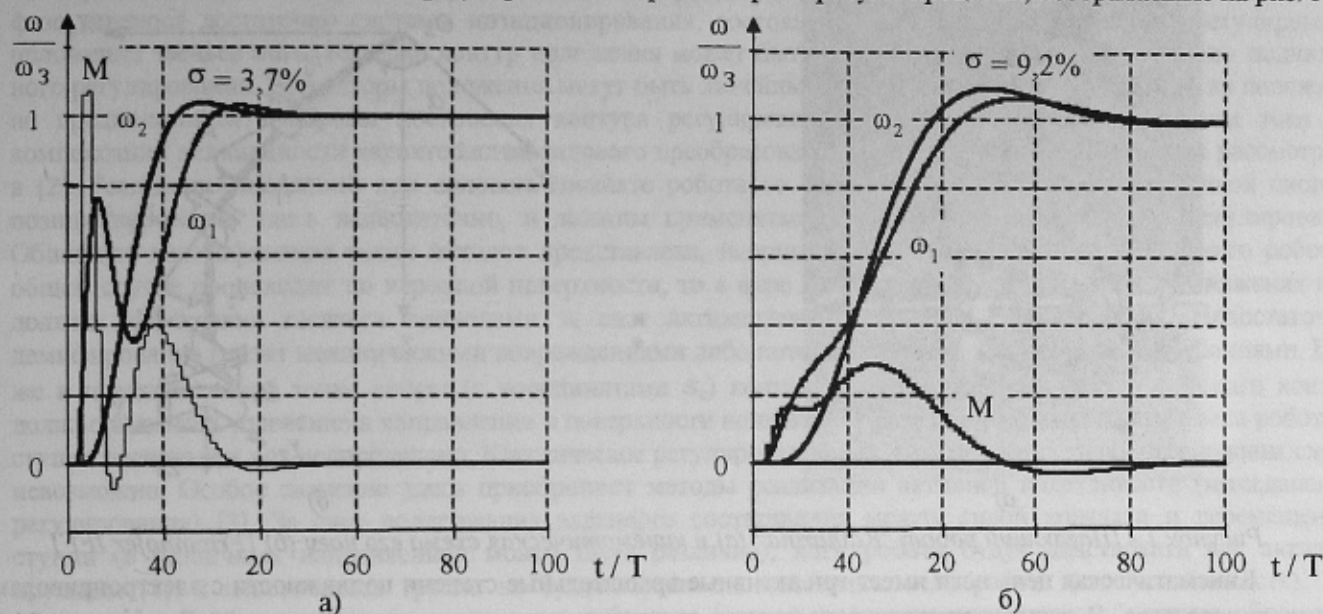


Рисунок 5 - Процессы регулирования скорости в электромеханической системе с упругими связями без (а) и с интегральным регулятором скорости (б)

Таким образом, в результате получено приемлемое качество процессов регулирования, что подтвердило правильность предлагаемого подхода к синтезу дискретной системы регулирования. Конечно, как правило, в большинстве случаев нет возможности измерять все параметры состояния  $\omega_1$ ,  $\varphi_{12}$ ,  $\omega_2$ , поэтому требует своего решения задача разработки дискретного наблюдателя состояния.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Schönfeld R. Elektrische Antriebe: Bewegungsanalyse, Drehmomentsteuerung, Bewegungssteuerung. - Berlin, Heidelberg: Springer, 1995. - 323 S.
2. Riefenstahl U. Elektrische Antriebstechnik. - Stuttgart, Leipzig: Teubner, 2000. - 401 S.
3. Старостин С.С. Оптимизация микропроцессорного регулятора тока тиристорного электропривода по требуемому быстродействию регулирования // Электромашинобудування та електрообладнання: Міжвідомчий науково-технічний збірник. - К.: Техніка. - 1997. - Вип.49. - С.43 - 48.
4. Старостин С.С. Оптимизация цифровых систем регулирования электроприводов с широтно-импульсными преобразователями // Электромашинобудування та електрообладнання: Міжвідомчий науково-технічний збірник. - К.: Техніка. - 2001. - Вип.56. - С.3 - 9.
5. Старостин С.С. Дискретное регулирование в системе асинхронного электропривода с векторным управлением // Электромашинобудування та електрообладнання: Міжвідомчий науково-технічний збірник. - К.: Техніка. - 2001. - Вип.57. - С.14-18
6. Старостин С.С. Оптимизация систем регулирования электропривода с помощью программного пакета Mathcad // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика: Вестник Харьковского государственного политехнического университета. - Харьков: ХГПУ. - 1998. - С.99 - 102.