УДК 621.317.71.064.1

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ФЕРРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО УКАЗАТЕЛЯ ТОКА КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ

***Шлепнёв С.В.***
***Донецкий национальный технический университет***
***serguei@elf.dgtu.donetsk.ua***

*The paper is devoted guard rope of an aspect of a distribution law output variable of ferrohydrodynamic the pointer of current short circuit. It will allow mathematically correctly to model its operation with usage regression of the analysis*

На работу феррогидродинамического указателя тока короткого замыкания (ФУТКЗ) [1] в режиме короткого замыкания и после его отключения влияет ряд факторов, например уровень ферросуспензии в рабочей камере, тип рабочей жидкости, высота и толщина магнитной системы, угол скоса ее полюсов и т.п. В связи с этим возникла необходимость подбора вида закона распределения выходной переменной устройства для адекватного построения математической модели его работы с использованием регрессионного анализа.

В основе регрессионного анализа лежит несколько статистических предпосылок, выполнение которых гарантирует достоверность анализа полученной математической модели [2]. Одной из таких предпосылок является гипотеза о том, что выходная переменная - случайная величина с нормальным распределением.

В качестве выходной переменной при экспериментальных исследованиях было принято изменение уровня затемнения индикаторного знака рабочей камеры ФУТКЗ $\Delta y$ в диапазоне от начального момента после срабатывания (режим срабатывания) и до истечения трех часов с момента срабатывания (режим возврата) с интервалом в один час. При этом ось рабочей камеры устройства была совмещена с вертикальной координатой $y$. $\Delta y$ - величина случайная, поскольку уровень затемнения индикаторного знака ФУТКЗ подвержен разбросу при работе указателя, который, в частности, обусловлен слеживаемостью рабочих порошков, технологией заполнения рабочей камеры устройства, температурой окружающей среды и рядом других причин.

Для проверки гипотезы о том, что величина $\Delta y$ подчинена нормальному закону распределения, была поставлена серия, состоящая из 50 параллельных опытов, в каждом из которых величина $\Delta y$ принимала определенное значение. Результаты наблюдений (режим срабатывания) были сведены в простой статистический ряд.

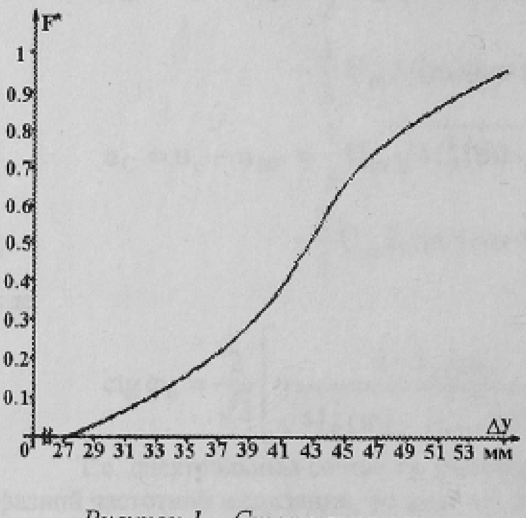


*Рисунок 1 – Статистическая функция распределения в начальный момент после срабатывания ФУТКЗ*

На основе этих данных определяем среднее значение и доверительный интервал по методике, изложенной в [3].

Разделим весь диапазон выборки наблюденных значений $\Delta y$ на интервалы и подсчитаем количество значений величины уровня затемнения $m_i$, попадающих в каждый интервал. Затем число наблюдений $m_i$ разделим на число наблюдений $N$, оставшихся в доверительном интервале, и найдем частоту, соответствующую данному разряду. При этом сумма частот всех разрядов должна быть равна единице [3].

Для построения статистической функции распределения в качестве точек берем границы разрядов, которые фиксируются в статистическом ряде.

Приближенный график статистической функции распределения представлен на рис. 1.

Выравниваем статистическое распределение с помощью нормального закона, который зависит от двух параметров – изменения уровня затемнения индикаторного знака $\Delta y_0$ и среднеквадратического отклонения $\sigma_0$ в режиме срабатывания.

$$f(\Delta y_0) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(\Delta y_0 - \Delta\bar{y}_{c0})^2}{2\sigma_0^2}\right], \tag{1}$$

где $\Delta\overline{y}_{c0}$ - среднее значение величины уровня затемнения в режиме срабатывания.

Подберем эти параметры так, чтобы сохранить первые два момента — математическое ожидание и дисперсию статистического распределения.

Вычислим приближенно статистическое среднее выборки наблюдений по формуле:

$$\Delta\overline{y}^*_{c0} = \sum_{i=1}^{k} \Delta\widetilde{y}_{i0} \cdot p_i^* \,, \tag{2}$$

где $\Delta y$ – «представитель» i- го разряда,

$k$ =15 - число разрядов.

За представителя каждого разряда принимаем его середину [3].

Для определения дисперсии вычислим сначала второй начальный момент по формуле:

$$\alpha_s^*[\Delta y_0] = \sum_{i=1}^{k} \Delta\widetilde{y}_{i0}^{\,s} \cdot p_i^* \,, \tag{3}$$

где $s$ =2 – число наложенных связей.

Пользуясь выражением дисперсии через второй начальный момент, получим:

$$D^*_{\Delta y_0} = \alpha_2^*[\Delta y_0] - \left(\Delta\overline{y}^*_{c0}\right)^2 . \tag{4}$$

Выберем параметры $\Delta\overline{y}_{c0}$ и $\sigma_0$ нормального закона так, чтобы выполнялись условия:

$$\Delta\overline{y}_{c0} = \Delta\overline{y}^*_{c0} \,,\ \sigma_0^2 = D^*_{\Delta y_0} . \tag{5}$$

Принимаем $\Delta\overline{y}_{c0}$ =42.6 мм, $\sigma_0$ =7.2 мм.

Тогда выражение нормального закона в режиме срабатывания ФУТКЗ имеет вид:

$$f(\Delta y_0) = \frac{1}{7.2\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(\Delta y_0 - 42.6)^2}{2 \cdot 51.84}\right] . \tag{6}$$

Вычислим значения $f(\Delta y_0)$ на границах разрядов. В результате расчета получаем значения плотности распределения для режима срабатывания ФУТКЗ в функции изменения уровня затемнения индикаторного знака в режиме срабатывания, на основании чего построим гистограмму и выравнивающую кривую распределения, которые представлены на рис. 2.

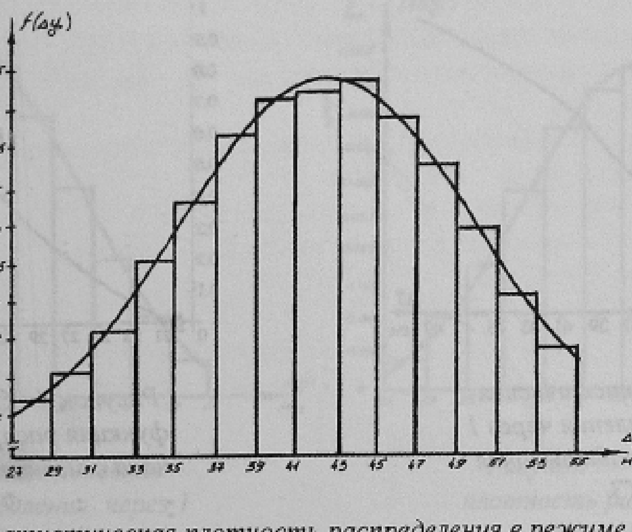


*Рисунок 2 – Статистическая плотность распределения в режиме срабатывания*

Проверим согласованность теоретического и статистического распределения. Пользуясь теоретическим нормальным законом распределения с параметрами $\Delta\bar{y}_{c0}$=42.6 мм, $\sigma_0$=7.2 мм находим вероятности попадания в разряды по формуле [3]:

$$p_i = \Phi^*\left[\frac{\Delta y_{(i+1)0} - \Delta\bar{y}_{c0}}{\sigma_0}\right] - \Phi^*\left[\frac{\Delta y_{i0} - \Delta\bar{y}_{c0}}{\sigma_0}\right], \tag{7}$$

где $\Delta y_{i0}$, $\Delta y_{(i+1)0}$ - границы i-го разряда.

Составляем сравнительную таблицу чисел попаданий в разряды $m_i$ и соответствующих значений $Np_i$, по данным которой определяем значение меры расхождения по критерию Пирсона [3]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(m_i - Np_i)^2}{Np_i} = 5.18\,. \tag{8}$$

При этом число степеней свободы $r$ вычисляем как число разрядов $k$ минус число наложенных связей $s$:

$r = k - s = 15 - 3 = 12$.

В этом случае число связей $s$ соответствует числу условий при выравнивании рядов [4]:

- сумма частот $p_i^*$ статистического ряда равна единице;

- совпадение статистического среднего $\Delta\bar{y}_{c0}^*$ статистического ряда и математического ожидания $\Delta\bar{y}_{c0}$ теоретической кривой распределения;

- совпадение статистической дисперсии $D_{\Delta y_0}^*$ и дисперсии $\sigma_0^2$ теоретической кривой распределения.

По справочным таблицам [3] находим, что для $r = 12$ при $\chi^2 = 5.18$ вероятность $p$ приближенно равна 0.95. Эта вероятность малой не является, поэтому гипотезу о том, что величина $\Delta y_0$ (режим срабатывания ФУТКЗ) распределена по нормальному закону, можно считать не противоречащей опытным данным.

Дальнейшие расчеты для режима возврата ФУТКЗ в исходное состояние (наблюдения за осветлением индикаторного знака через 1, 2, 3 часа) выполнены аналогично.

Статистические функции распределения представлены на рис. 3-5.

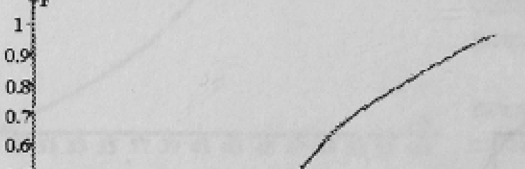


*Рисунок 3 - Статистическая функция распределения через 1 час с момента срабатывания ФУТКЗ*

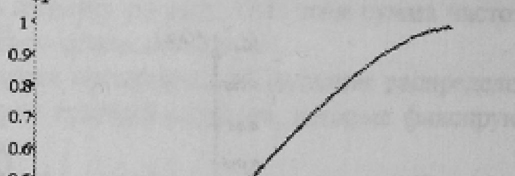


*Рисунок 4 - Статистическая функция распределения через 2 часа с момента срабатывания ФУТКЗ*

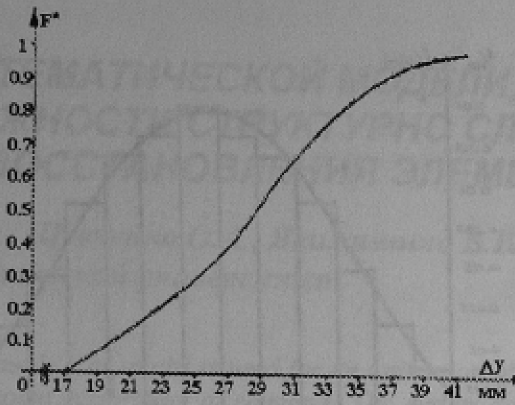


*Рисунок 5 - Статистическая функция распределения через 3 часа с момента срабатывания ФУТКЗ*

Выравниваем статистическое распределение с помощью нормального закона, вычисляемого по формуле (1).

Для данных после одного часа:

$$f(\Delta y_1) = \frac{1}{6.47\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(\Delta y_1 - 37.76)^2}{2 \cdot 41.86}\right]. \tag{9}$$

Для данных после двух часов:

$$f(\Delta y_2) = \frac{1}{6.34\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(\Delta y_2 - 34.32)^2}{2 \cdot 40.2}\right]. \tag{10}$$

Для данных после трех часов:

$$f(\Delta y_3) = \frac{1}{7.98\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(\Delta y_3 - 29.8)^2}{2 \cdot 63.68}\right]. \tag{11}$$

Выравнивающие кривые приведены на рис. 6-8.

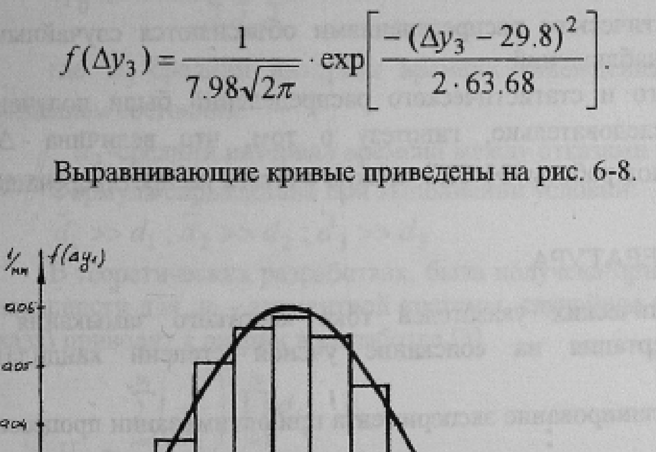


*Рисунок 6 – Статистическая плотность распределения через 1 час после срабатывания*

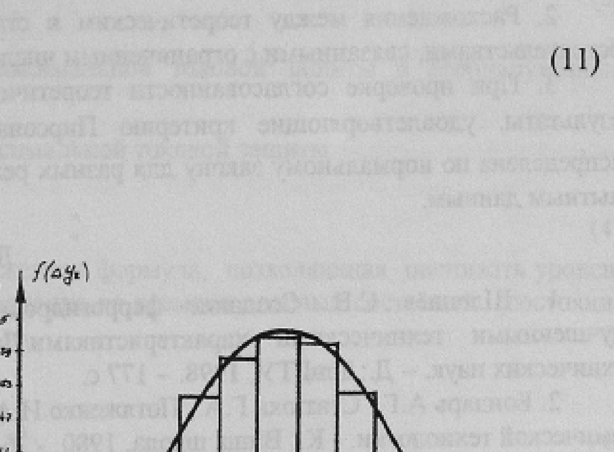


*Рисунок 7 – Статистическая плотность распределения через 2 часа после срабатывания*

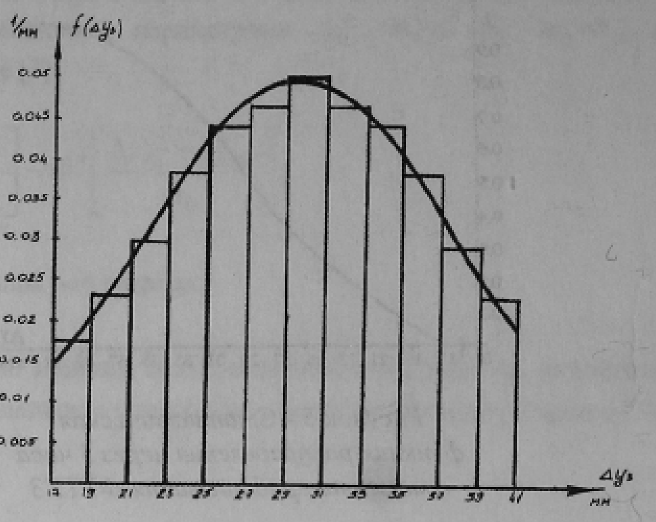


*Рисунок 8 – Статистическая плотность распределения через 3 часа после срабатывания*

Проверка согласованности теоретического и статистического распределений выполнена по методике, описанной выше. Значения меры расхождения приведены в таблице 1.

Таблица 1

| Наименование | Расчетные значения | | |
|---|---|---|---|
| | после 1 часа | после 2 часов | после 3 часов |
| Критерий Пирсона | $\chi^2$=1.872 (при r=10) | $\chi^2$=5.2 (при r=10) | $\chi^2$=2.92 (при r=10) |
| Вероятность | p=1 | p=0.87 | p=0.98 |

***Выводы:***

1. Теоретические кривые распределения $f(\Delta y)$ в достаточной степени сглаживают статистический материал.

2. Расхождения между теоретическим и статистическим распределениями объясняются случайными обстоятельствами, связанными с ограниченным числом наблюдений.

3. При проверке согласованности теоретического и статистического распределений были получены результаты, удовлетворяющие критерию Пирсона, следовательно, гипотезу о том, что величина $\Delta y$ распределена по нормальному закону для разных режимов работы ФУТКЗ, можно считать не противоречащей опытным данным.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Шлепнёв С.В. Создание феррогидродинамических указателей тока короткого замыкания с улучшенными техническими характеристиками/Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Д.:ДонГТУ, 1998. – 177 с.

2. Бондарь А.Г., Статюха Г.А., Потяженко И.А. Планирование эксперимента при оптимизации процессов химической технологии. - К.: Вища школа, 1980. - 264 с.

3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.

4. Соколов В.П. и др. Технический контроль выходных параметров электрических аппаратов при массовом производстве/Под ред. Л.В. Шопена. – М.: МЭИ, 1966. – 104 с.