

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ ИНДУКТОРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО УСТРОЙСТВА ПРЕССОВАНИЯ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ ФЕРРИТОВ

Эсауленко В.А., Никорюк Н.С.

*Донецкий национальный технический университет*

*The article works out numerical dising procedure of the magnetic field of three – leg core of field structure of hexagonal ferrites extrusion apparatus in step by step rotatable magnetic field and evaluates the degree of magnetic circuit section discreteness and quantity of magnetic permeability when the problem is linear.*

Технологические, магнитные и механические свойства ферритовых материалов зависят от способа формирования и уровня параметров физических величин, определяющих процесс изготовления изделия. Для улучшения свойств ферритовых материалов широко применяются электромагнитные поля различной пространственно-временной конфигурации, которые воздействуют на изделие в процессе его формирования [1,2,3].

В Донецком национальном техническом университете создано два типа электромагнитных устройств прессования водной суспензии ферритового порошка, которые показали высокую эффективность [4,5]. Прессование гексагональных ферритов в круговом шаговом вращающемся магнитном поле, перпендикулярном оси прессования, позволило увеличить начальную магнитную проницаемость феррооксидов типа Ф-11 в 2,1 раза, а ТФ-640 - в 1,5 раза.

Применение индуктора кругового шагового поля, расположенного в плоскости, перпендикулярной оси прессования, позволяет получить текстурированные образцы ферритов большой плотности. В этом устройстве частицы порошка ферритов имеют возможность ориентироваться при включении внешнего магнитного поля таким образом, что базисные плоскости всех кристаллитов перпендикулярны оси прессования, что улучшает текстуру образцов [6]. Экспериментальные исследования, проведенные в ДонНТУ и институте ВНИИ реактивэлектрон, свидетельствуют о том, что степень ориентации ферритов и начальная магнитная проницаемость образцов зависят от величины индукции магнитного поля, скорости его вращения, конечного давления прессования феррита и скорости нарастания этого давления.

При создании электромагнитных устройств прессования ферритов различных типов и производительностей необходимо получить оптимальные размеры индуктора устройства и требуемую величину индукции магнитного поля в прессформе. Поэтому разработка методики расчета магнитного поля устройства с возможностью многовариантных расчетов и поиска оптимальных параметров индуктора является актуальной. Для магнитных систем рассматриваемых устройств характерно использование конструкций, размеры магнитопровода которых соизмеримы с областью задания источников поля. В этом случае целесообразным является использование численных методов расчета.

Целью предпринятых исследований является разработка методики численного расчета магнитного поля индуктора с кольцевым трехлучевым магнитопроводом и источником магнитного поля в виде трех прямоугольных катушек, расположенных на лучах магнитопровода (рис.1).

При расчете магнитных полей в кусочно-неоднородной среде могут быть использованы три метода: конечных разностей, конечных элементов и вторичных источников [7]. Для анализа магнитного поля рассматриваемого устройства наиболее приемлемым методом является метод вторичных источников, так как он не требует искусственного ограничения расчетной области при рассмотрении краевой задачи в неограниченной среде, не имеет дополнительных погрешностей при аппроксимации границ сложной формы и может быть реализован при трехмерной постановке полевой задачи [8, 9, 10].

В методе вторичных источников неоднородная среда сводится к однородной путем замены ферромагнитных тел вторичными источниками, эквивалентными ферромагнетикам по воздействию на первичное магнитное поле. Вторичные источники определяются с помощью интегральных уравнений. В дальнейшем индукция результирующего магнитного поля находится как результат наложения поля токов катушек индуктора и поля вторичных источников.

Рассмотрим методику расчета двухмерного магнитного поля кольцевого трехлучевого индуктора, которое является функцией только двух координат  $X$  и  $Y$ , а магнитная проницаемость магнитопровода не зависит от интенсивности магнитного поля (рис.1). Катушки 2 индуктора 1 смещены в пространстве друг относительно друга на 120 градусов, а схема управления устройством обеспечивает изменение направлений тока в катушках с таким расчетом, чтобы магнитное поле в матрице через три "шага" осуществляло один цикл поворота в плоскости, перпендикулярной оси прессования (плоскость  $XOY$ ). Схема позволяет регулировать как скорость вращения поля, так и величину тока  $a$ , следовательно, и величину индукции результирующего магнитного поля в матрице.

Рассмотрим расчет поля для момента времени, когда магнитный поток направлен от верхнего луча магнитопровода на два нижних и образует симметричную картину силовых линий.

В качестве вторичных источников будем использовать вектор тока намагниченности с линейной плотностью  $\bar{J}_H(Q)$ , который при двухмерной постановке задачи имеет только одну составляющую

$$\bar{J}_H(Q) = \bar{k} \cdot J_{H2}(Q),$$

где  $\bar{k}$  - единичный орт оси OZ декартовой системы координат,  $Q$  - точка, в которой рассчитывается плотность вторичных источников  $J_{H2}$ . Для определения неизвестной плотности  $J_H(Q)$  будем использовать уравнение Фредгольма второго рода [10].

$$J_H(Q) - \frac{\lambda}{\pi} \oint_L J_H(M) \frac{\cos(\bar{r}_{QM}, \bar{n})}{r_{QM}} dl = \frac{\lambda}{\pi} \int_S \delta(N) \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n})}{r_{QN}} ds, \quad (1)$$

где  $S$  - сечение проводов катушек с токами плоскостью XOY,  $L$  - контур, ограничивающий ферромагнитные элементы конструкции магнитопровода и состоящий из двух замкнутых кривых  $L_1$  и  $L_2$ .  $Q$  и  $M$  - точки, лежащие на контуре  $L$ ,  $N$  - точка, принадлежащая сечению  $S$ ,  $r_{QM}$  ( $r_{QN}$ ) - расстояния между точками  $Q$  и  $M$  ( $N$ ),  $\delta(N)$  - плотность тока проводимости катушек (рис. 1).

В формуле (1) для точек  $Q$ , расположенных на гладком участке контура  $L$ ,  $\lambda = \frac{\mu-1}{\mu+1}$ ,

а для угловых точек контура

$$\lambda = \frac{2(\mu-1)}{(\mu-1)\gamma/\pi + \mu + 3}.$$

Здесь  $\mu$  - относительная магнитная проницаемость материала ферромагнитного тела,  $\gamma$  - угол между отрезками контура, которые образуют угловую точку  $Q$ . Этот угол отсчитывается со стороны воздуха.

Численную устойчивость решения уравнения (1) можно повысить, учитывая в интегральном уравнении дополнительную информацию о линейной плотности тока намагниченности, которая формулируется в виде

$$\oint_L J_H(M) \cdot dl = 0. \quad (2)$$

Интегральное соотношение (2) было учтено на стадии численного решения уравнения (1). Для рассматриваемой конструкции магнитопровода искомая плотность вторичных источников в симметричных относительно оси  $Y$  точках  $Q(X, Y)$  и  $Q(-X, Y)$  удовлетворяет условию

$$J_H(Q) = -J_H(Q'). \quad (3)$$

Последнее соотношение позволяет отыскать плотность источников на половине контура раздела сред, что снижает вдвое порядок решаемой системы алгебраических уравнений и автоматически учитывает информацию уравнения (2).

Для решения интегрального уравнения (1) необходимо определить плотность

вторичных источников в совокупности точек, расположенных на контуре  $L$  раздела сред, состоящем из двух замкнутых кривых  $L_1$  и  $L_2$ . В результате проведения кусочно-постоянной аппроксимации всех источников поля сведем интегральное уравнение (1) к системе алгебраических уравнений, представленной в матричной форме

$$[A] \cdot [J] = [F], \quad (4)$$

где  $[A] = [a_{ij}]$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ;  $j=1, 2, \dots, k$ ) - квадратная матрица коэффициентов, характеризующих вклад в касательную составляющую напряженности поля в центральных точках элементарных участков  $\Delta l$  от токов намагниченности этих же участков: номер строки  $i$  матрицы задается номером элементарного участка  $\Delta l_i$ , в котором располагается точка наблюдения  $Q$ , а номер столбца  $j$  - номером элементарного участка  $\Delta l_j$ , от

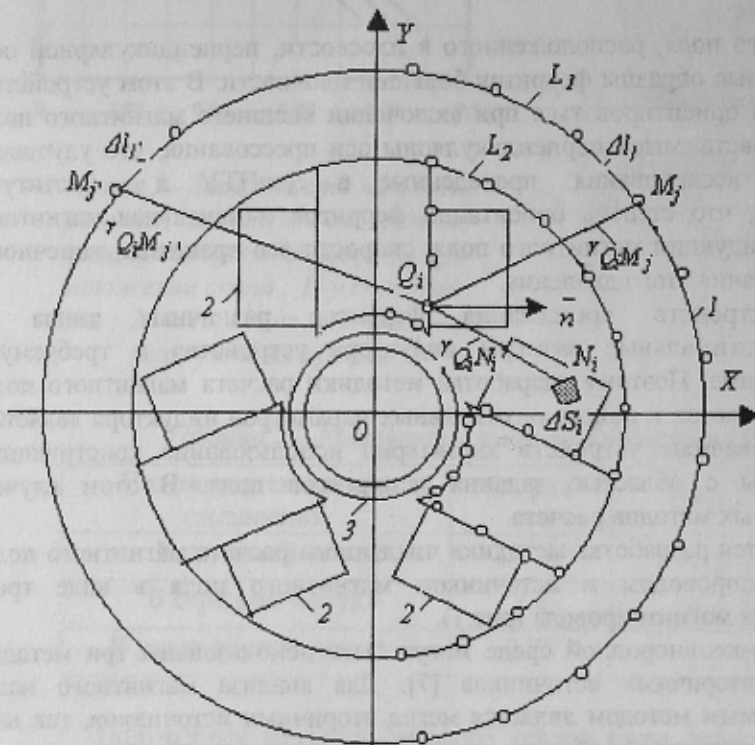


Рисунок 1 - Расчетная модель магнитного поля кольцевого трехлучевого индуктора. 1 - индуктор, 2 - катушки индуктора, 3 - матрица с прессуемым ферритовым порошком.

которого рассматривается вклад в касательную составляющую напряженности ( $k$  – общее число участков на половине контура  $L$ );

$[J] = [j_i]$  – вектор – столбец плотностей токов намагниченности элементарных участков  $\Delta l_i$ ;

$[F] = [f_i]$  – вектор – столбец коэффициентов, характеризующих вклад в касательную составляющую напряженности поля в центральных точках элементарных участков  $\Delta l_i$  от токов проводимости катушек индуктора.

Коэффициенты матрицы  $[A]$  задаются соотношениями:

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 - \frac{\lambda}{\pi} \left[ \int_{\Delta l_j} \frac{\cos(\bar{r}_{Q_i M_j}, \bar{n})}{r_{Q_i M_j}} \cdot dl - \int_{\Delta l_{j'}} \frac{\cos(\bar{r}_{Q_i M_{j'}}, \bar{n})}{r_{Q_i M_{j'}}} \cdot dl \right] & \text{при } i = j, \\ a_{ij} = -\frac{\lambda}{\pi} \left[ \int_{\Delta l_j} \frac{\cos(\bar{r}_{Q_i M_j}, \bar{n})}{r_{Q_i M_j}} \cdot dl - \int_{\Delta l_{j'}} \frac{\cos(\bar{r}_{Q_i M_{j'}}, \bar{n})}{r_{Q_i M_{j'}}} \cdot dl \right] & \text{при } i \neq j. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $\Delta l_j$  и  $\Delta l_{j'}$  участки, симметричные относительно оси  $OY$ .

Таким образом, определение коэффициентов рассматриваемых матриц сводится к вычислению линейных и поверхностных интегралов. Для расчета линейных интегралов используется квадратурная формула Симпсона[11].

$$\int_a^b F(y) dy = \frac{y_b - y_a}{6} \left[ F(y_a) + 4F\left(\frac{y_a + y_b}{2}\right) + F(y_b) \right],$$

где  $y_a$ ,  $\frac{y_a + y_b}{2}$ ,  $y_b$  – координаты начальной, средней и конечной точек интегрирования.

Приведенный алгоритм непригоден при вычислении диагональных коэффициентов  $a_{ij}$  при  $i=j$ , так как в этом случае точки  $Q_i$  и  $M_j$  совпадают и выражения (4) становятся неопределенными. Для рассматриваемой задачи характерны два случая расположения точки  $Q_i$  на контуре  $L$  раздела магнитных сред:

1. Точка  $Q_i$  располагается на прямолинейном отрезке,
2. Точка  $Q_i$  располагается на дуге окружности.

В первом случае  $\cos(\bar{r}_{Q_i M_j}, \bar{n}) = 0$  при любом значении  $r_{Q_i M_j}$  и поэтому

$$a_{ij} = 1 + \frac{\lambda}{\pi} \left[ \int_{\Delta l_{j'}} \frac{\cos(\bar{r}_{Q_i M_{j'}}, \bar{n})}{r_{Q_i M_{j'}}} \cdot dl \right] \quad \text{при } i = j.$$

Во втором случае при любом расположении точек  $Q_i$  и  $M_j$  на одной дуге окружности радиуса  $R$

$$\frac{\cos(\bar{r}_{Q_i M_j}, \bar{n})}{r_{Q_i M_j}} \cdot dl = -\frac{l}{2R}.$$

Поэтому  $a_{ij} = 1$  при  $i = j$  и  $a_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ .

Вычисление коэффициентов  $a_{ij}$  связано с выбором способа аппроксимации контура раздела магнитных сред магнитопровода дискретными участками. При аппроксимации замкнутых кривых  $L_1$  и  $L_2$  контура  $L$  дискретными участками  $\Delta l_i$  на прямолинейных участках контура использовались отрезки равной длины, а на криволинейных участках – дуги равной длины. Параметр дискретизации  $K$  изменялся от 46 до 150. Численные расчеты показали, что при увеличении размерности системы алгебраических уравнений (увеличении  $K$ ) плотность вторичных источников возрастает, но скорость её возрастания уменьшается и при  $K=150$  она достигает конечной неизменной величины. Это свойство распределения вторичных источников позволило определить оптимальное значение параметра дискретизации, обеспечивающее необходимую точность.

На рис.2 изображены зависимости среднеквадратичного отклонения искомой плотности вторичных источников  $\Delta J_n$  от параметра дискретизации  $K$  на внешнем и внутреннем контурах раздела магнитных сред

магнитопровода индуктора при токе намагничивающих катушек 3А и относительной магнитной проницаемости магнитопровода 2000.

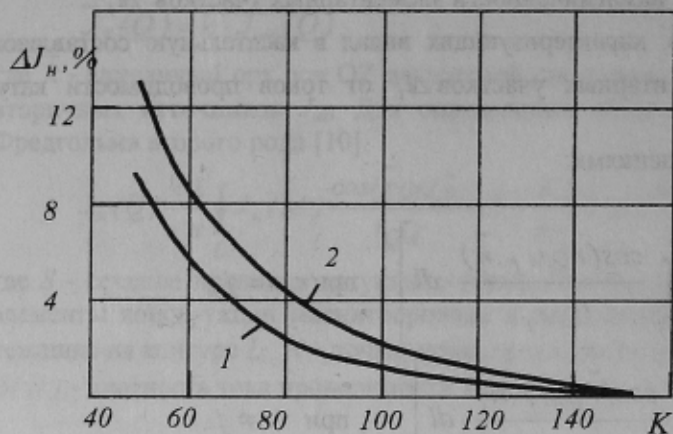


Рисунок 2 – Зависимости среднеквадратичного отклонения плотности вторичных источников при различных значениях параметра дискретизации. 1 – для внешнего контура  $L_1$  раздела магнитных сред, 2 – для внутреннего контура  $L_2$ .

функции происходит при  $K < 100$ . При одном и том же значении параметра дискретизации большие значения отклонений соответствуют точкам кривой  $L_2$ . Так при  $K=100$  среднеквадратичные отклонения составили для кривой  $L_1$  - 1,2%, а для кривой  $L_2$  - 2,6%. Поэтому оптимальным значением параметра дискретизации можно считать  $K=100$ .

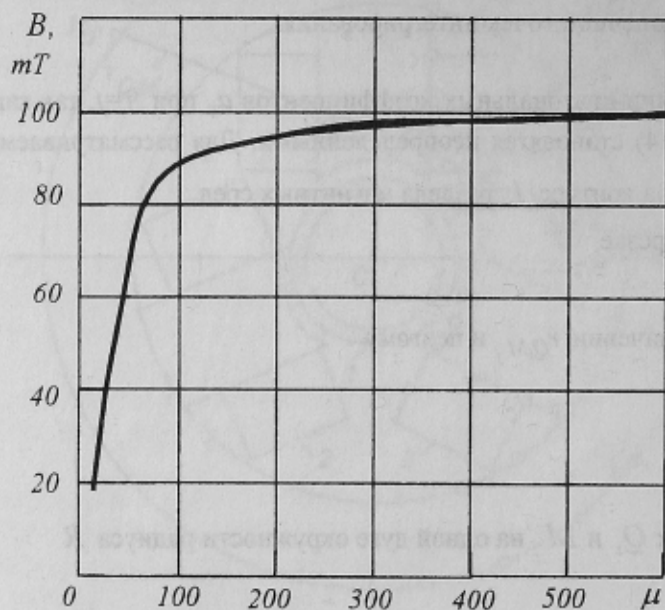


Рисунок 3 – Зависимость индукции магнитного поля индуктора в центральной точке матрицы от величины относительной магнитной проницаемости магнитопровода при токе в катушках 3А.

Индукция магнитного поля в любой точке зависит от величины магнитной проницаемости магнитопровода.

В работе [12] при расчете магнитных полей в кусочно - неоднородной среде рекомендуется выбирать магнитную проницаемость ферромагнитного материала  $\mu > 100$ , так как при этом магнитное поле вне ферромагнетика практически не зависит от проницаемости. Исследования зависимости индукции  $B$  в центре прессформы рассматриваемого устройства от магнитной проницаемости  $\mu$  (рис.3) свидетельствуют о том, что значительные изменения величины индукции имеют место при  $\mu < 200$ , а при  $\mu \geq 300$  индукция остается практически неизменной.

$$\Delta J_n = \sqrt{\frac{(1/L) \sum_{i=1}^{i=k} [(J_n(Q_i) - \bar{J}_n(Q_i))]^2 \cdot \Delta l}{\bar{J}_{n,ср}}}$$

где  $J_n(Q_i)$  и  $\bar{J}_n(Q_i)$  - значения плотности тока намагниченности в точке  $Q_i$  при текущем значении параметра дискретизации и при  $K=150$ ,

$$\bar{J}_{n,ср} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^{i=k} \bar{J}_n^2(Q_i) \cdot \Delta l}$$
 - среднеквадратичное

значение плотности тока намагниченности при  $K=150$ .

Анализ этих зависимостей показывает, что при увеличении параметра дискретизации среднеквадратичное отклонение плотности вторичных источников уменьшается, однако наиболее интенсивное изменение исследуемой

После определения закона распределения плотности вторичных источников можно рассчитать магнитное поле в любой точке, используя интегральные соотношения

$$B_x(Q) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \int_{S_k} \delta(N) \frac{r_{yQN}}{r_{QN}^2} dS + \int_L J_n(M) \frac{r_{yQM}}{r_{QM}^2} dl \right],$$

$$B_y(Q) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \int_{S_k} \delta(N) \frac{r_{xQN}}{r_{QN}^2} dS + \int_L J_n(M) \frac{r_{xQM}}{r_{QM}^2} dl \right],$$

где  $B_x(Q)$ ,  $B_y(Q)$  - проекции вектора магнитной индукции в точке  $Q$  на оси  $OX$  и  $OY$ ,  $r_{xQN}$  ( $r_{xQM}$ ),  $r_{yQN}$  ( $r_{yQM}$ ) - проекции вектора  $\bar{r}_{QN}$  ( $\bar{r}_{QM}$ ) на координатные оси.

Исходя из вышеизложенного, для расчета магнитных полей кольцевых трехлучевых индукторов следует рекомендовать относительную магнитную проницаемость материала магнитопровода  $\mu \geq 300$ .

Сравнение результатов расчета магнитной индукции и эксперимента показало вполне приемлемое их совпадение. Так при токе индуктора  $3A$ , магнитной проницаемости магнитопровода  $\mu = 300$  и коэффициенте дискретизации  $K=100$  расчетное значение индукции в центре прессформы составило  $108\text{ мТ}$ , а экспериментальное -  $100\text{ мТ}$ .

#### ВЫВОДЫ

1. Разработан алгоритм расчета двумерного магнитного поля кольцевого трехлучевого индуктора электромагнитного устройства прессования гексагональных ферритов с использованием метода вторичных источников. Для определения плотности токов намагниченности (вторичных источников) применено интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Численная устойчивость решения уравнения обеспечена учетом симметричного распределения вторичных источников, которое привело к двукратному снижению порядка решаемой системы алгебраических уравнений.

2. Рассчитано распределение плотности вторичных источников на контуре раздела магнитных сред лабораторного образца трехлучевого индуктора для различных значений параметра дискретизации  $K$ . При увеличении размерности системы алгебраических уравнений, равной  $K$ , плотность токов намагниченности монотонно возрастает и стремится к предельному значению. Оптимальное значение параметра дискретизации может быть принято равным 100.

3. Исследование зависимости индукции магнитного поля в центре прессформы от величины относительной магнитной проницаемости материала магнитопровода свидетельствует о том, что для расчетов полей индукторов следует рекомендовать проницаемость  $\mu \geq 300$ .

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Левин Б.Е., Третьяков Ю.Д., Летюк Л.М. Физико-химические основы получения, свойства и применение ферритов. – М.: Металлургия, 1979. – 472 с.
2. Смит Я., Вейн Х. Ферриты – пер. с англ. М. и Л.: 1962. – 504 с.
3. Эсауленко В.А. Использование электромагнитных полей в устройствах формования ферритовых изделий // Збірник наукових праць ДонДТУ. Серія: "Електротехніка і енергетика", випуск 17:- ДонДТУ.- 2000. –с.46-49.
4. Эсауленко В.А., Жемчугов Н.И., Титенко А.Г., Никорюк Н.С., Корощенко А.В. Устройство для прессования ферритового порошка в магнитном поле. Авт. свид. SU №1111847. Бюл. изобр. №33, 1984.
5. Эсауленко В.А., Никорюк Н.С., Титенко А.Г. и др. Устройство для прессования анизотропных плоских ферритовых изделий. Авт. свид. SU №1197250.1985.
6. Эсауленко В.А., Никорюк Н.С. Способ формования гексагональных ферритов электромагнитным полем// Збірник наукових праць ДонНТУ, серія: "Електромеханіка і енергетика", випуск 28: -Донецьк: ДонНТУ, 2001. –с.56-59.
7. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. –М.: Высшая школа. 1986. –240 с.
8. Бинс К., Лауренс П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. –М.: Энергия, 1970. –376 с.
9. Самарский А.В., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. –М.: Наука, 1978. –592 с.
10. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике. –М.: Энергия, 1975. –296 с.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. –М.: Наука, 1974. –832 с.
12. Кияткин Н.П. К численному расчету статических полей методом интегральных уравнений. // Моделирование и расчет магнитных полей и электродинамических усилий в электрических машинах и аппаратах. – Омск.: ОмПИ, 1979. –С.63-69.