

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА МОТАЛКИ НСХП КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ САР НАТЯЖЕНИЯ ПРЯМОГО ДЕЙСТВИЯ

Зеленов А.Б., Полилов Е.В.

Донбасский горно-металлургический институт

aems@mail.ru; aems@yandex.ru

The mathematical description of a nonlinear and non-stationary dynamic system reel - elastic deformed a band - stand of continuous cold-rolling mill as multimass object of control, necessary for synthesis of a relay system of optimum regulation of a tension of a direct operation is considered.

В настоящее время для производства холоднокатаной листовой стали широко применяют рулонный способ. При этом способе обработка металла на всех технологических переделах холодной прокатки осуществляется путём развертывания рулонов в полосу перед началом технологического и свёртывание её в рулон определённой массы после его завершения.

В зависимости от типа непрерывного стана прокатку ведут либо с образованием петли на участке между клетями (силовая петля), либо с натяжением полосы без петли. Натяжение полосы способствует получению листа более высокого качества по поперечной разнотолщинности и является существенным фактором для поддержания заданной толщины по длине листа. Потеря натяжения, так же, как и его чрезмерная величина, приводит к аварийным режимам с возможными тяжёлыми последствиями.

В зависимости от метода замера регулируемой величины существуют два способа регулирования натяжения: прямой и косвенный. Первый предполагает наличие САР натяжения, замкнутой по отклонению, с сигналом обратной связи от измерителя натяжения. В САР косвенного действия отсутствует датчик натяжения, а регулирование осуществляется по косвенным параметрам – току и ЭДС двигателя моталки.

Данная статья посвящена математическому описанию электропривода моталки НСХП как объекта управления САР натяжения прямого действия, являющейся наиболее перспективной среди существующих систем регулирования натяжения. Это необходимо для дальнейшего структурного синтеза релейной САР натяжения с организацией скользящих режимов в системе, что позволит значительно повысить качество регулирования натяжения. Рассматривается математическое описание объекта в виде матричных дифференциальных уравнений. Основные положения теории релейных САР, синтезированных методом аналитического конструирования регуляторов, изложены в [1].

При рассмотрении динамических процессов в натянутой в межсекционном промежутке полосе делаются следующие допущения:

- полоса однородна и имеет по всей длине одинаковую толщину и ширину;
- масса материала не влияет на его деформацию;
- деформация в полосе имеет упругий характер, причём равномерно распределяется по поперечному сечению;
- волновые процессы, связанные с распределением деформации по длине, несущественны;
- проскальзывание движущегося полотна относительно приводных валов отсутствует.

На рис. 1 показана схема прокатки на участке между последней клетью и моталкой НСХП и основные переменные, характеризующие работу стана. Величинам и параметрам, относящимся к данной ( $i$ -той) клети, присвоен номер этой клети; при этом величины, относящиеся к предыдущей клети, будут снабжены индексом  $i-1$ , к последующей клети  $i+1$ , к моталке –  $M$ .

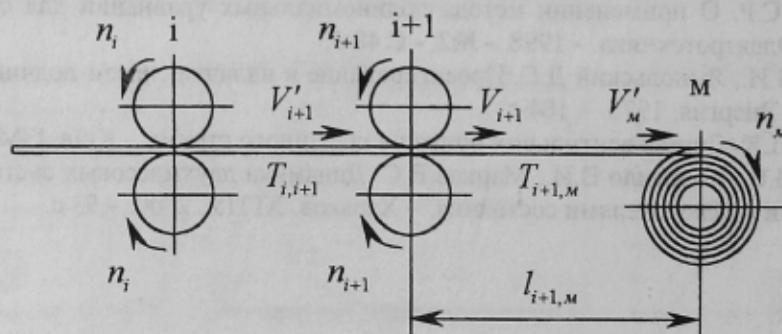


Рисунок 1 – Схема прокатки на участке между предпоследней, последней клетью и моталкой

Скорость выхода металла из клети определяется не только окружной скоростью валков и величиной обжатия металла, но и опережением металла; опережение в свою очередь является функцией натяжения полосы и величины обжатия. Эта особенность обуславливает появление ряда дополнительных естественных обратных связей [2]. Для рассматриваемого случая скорость выхода металла из валков  $V_{i+1}$  и линейная скорость на окружности валка  $V_{si+1}$  связаны соотношением:

$$V_{i+1} = V_{si+1}(1 + s_0 + \varepsilon_{i+1,M}), \quad (1)$$

где  $s_0$  - опережение металла без натяжения;  $\varepsilon_{i+1,M}$  - величина относительного удлинения полосы.

Натяжение полосы является сложной функцией скорости барабана моталки и скорости валков смежной клети и создаётся под действием тягового усилия приводного двигателя моталки. При дальнейшем анализе будем использовать выражение для натяжения в интегральной форме, предложенное впервые Д.П. Морозовым [3]:

$$T_{i+1,M} = \frac{EQ_{i+1}}{l_{i+1,M}} \int_0^t (V'_M - V_{i+1}) dt + T_{(i+1,M)0}, \quad (2)$$

где  $Q_{i+1}$  - поперечное сечение полосы на участке между последней клетью и моталкой;  $l_{i+1,M}$  - длина полосы от последней клети до моталки;  $E$  - модуль упругости прокатываемого материала.

Подставив в выражение (2) значение скорости выхода металла из валков  $(i+1)$ -й клети в соответствии с (1), а также полагая зависимость относительного удлинения полосы пропорциональной натяжению, т.е.

$\varepsilon_{i+1,M} = \gamma_n T_{i+1,M}$ , где  $\gamma_n = \frac{1}{EQ_{i+1}}$  - коэффициент пропорциональности, получим уравнение, описывающее динамику процесса на участке между выходной клетью и моталкой НСХП:

$$\frac{dT_{i+1,M}}{dt} = \frac{EQ_{i+1}}{l_{i+1,M}} \left[ V'_M - V_{si+1}(1 + s_0 + \frac{1}{EQ_{i+1}} T_{i+1,M}) \right]. \quad (3)$$

В общем случае уравнение (3) является нелинейным, что существенно осложняет аналитическое исследование. Обычным методом исследования является линеаризация уравнения, справедливая в определённом диапазоне изменения переменных, которая в данном случае приводит к следующему выражению:

$$\Delta T_{i+1,M} (T_n p + 1) = k_n \left[ \Delta V'_M - \Delta V_{si+1} (1 + s_0 + \varepsilon_{0i+1,M}) \right], \quad (4)$$

где  $k_n = \frac{EQ_{i+1}}{V_{si+1}}$ ;  $T_n = \frac{l_{i+1,M}}{V_{si+1}}$  - коэффициент передачи и постоянная времени полосы.

Соотношение между линейной скоростью выхода металла из  $i$ -го рабочего органа  $V_i$  и угловой скоростью приводного двигателя можно представить в виде:

$$V_i = \rho_i \omega_i, \quad (5)$$

где  $\rho_i$  - радиус приведения, учитывающий передаточное число кинематической цепи и радиус собственно рабочего органа (ролика, валка, рулона и т.п.), а также возможное опережение металла. Если материал в рабочем органе не меняет сечение, из условия сплошности материала следует, что скорости на входе и выходе равны.

Полагаем, что радиус рулона изменяется плавно. Такое допущение значительно облегчает общее исследование вопроса и не вносит заметных искажений в выводы. Строго говоря, радиус намотки изменяется лишь при образовании очередного витка, на некотором участке оборота рулона и в дальнейшем остаётся неизменным. Поскольку толщина полосы при холодной прокатке весьма мала по сравнению с радиусом рулона ( $h \ll R_p$ ), наблюдается следующая зависимость, выражающая связь изменения радиуса  $R_p$  с угловой скоростью  $\omega_M$  привода моталки [4]:

$$R_p = R_{p0} + \frac{h}{2\pi i} \int_0^t \omega_M dt \equiv \sqrt{R_{p0}^2 + \frac{h}{\pi} \int_0^t V_M dt}. \quad (6)$$

Момент на валу наматывающего устройства включает в себя следующие составляющие:

$$M_c = M_T + M_{nom} + M_{def}, \quad (7)$$

где  $M_T = T_{i+1,M} R_p$  - момент, необходимый для создания заданного натяжения;  $M_{nom}$  - момент, необходимый

для преодоления потерь в системе «двигатель-механизм»;  $M_{\text{деф}} = \sigma_s B \left( \frac{h^2}{4} - \frac{\sigma_s R_p^2}{3E^2} \right)$  - момент, затрачиваемый на деформацию изгиба полосы при намотке рулона [5];  $\sigma_s$  - предел текучести материала полосы.

Закон изменения момента инерции системы можно представить в виде [4]:

$$J'_\Sigma = J'_o + \frac{q\pi B}{2i^2} (R_p^4 - R_{po}^4), \quad (8)$$

где  $J'_o$  - неизменный момент инерции вращающихся частей механизма и двигателя;  $q$  - удельная плотность прокатываемого материала;  $B$  - ширина полосы;  $R_p$  и  $R_{po}$  - соответственно текущее и начальное значение радиуса рулона.

Рассмотрим собственно математическое описание нелинейной и нестационарной динамической системы моталка – упругодеформированная полоса – клеть (МПК). Механическую часть электропривода моталки и валков смежной клети представим как двухмассовую.

Для каждой массы многомассовой системы, в которой первой является масса двигателя, остальные массы нумеруются в порядке возрастания по мере удаления от двигателя, а индекс, относящийся к связи образуется из цифр соответствующих последующей и предыдущей массы, может быть записано уравнение равновесия моментов [4]:

$$J_k \frac{d\omega_k}{dt} = M_k + \sum (M_{ki} + k_{cik} \cdot \delta\phi_{ki}) - \sum (M_{jk} + k_{cjk} \cdot \delta\phi_{jk}) - M_{fk}, \quad (9)$$

где  $\omega_k$  - скорость рассматриваемой  $k$ -й массы;  $J_k$  - момент инерции  $k$ -й массы;  $M_k$  - действующий на массу внешний момент (если это момент нагрузки, то  $M_k = -M_{ck}$ );  $M_{ki} = c_{ki} \cdot \delta\phi_{ki}$ ,  $M_{jk} = c_{jk} \cdot \delta\phi_{jk}$  - упругие моменты в передачах, связывающих рассматриваемую массу с другими массами системы (упругий момент входит в уравнение со знаком плюс, если в его индексе первой стоит цифра, соответствующая номеру рассматриваемой массы, и минус, если эта цифра стоит второй);  $k_{cik}, k_{cjk}$  - в общем случае переменный коэффициент вязкого трения в передаче, характеризующий зависимость момента вязкого трения от скорости скручивания упругой передачи  $\dot{\phi}_{ki}$  или  $\dot{\phi}_{jk}$ ;  $M_{fk}$  - действующий на массу момент внешнего трения. Общее число заключённых в скобки слагаемых в двух системах, обозначенных символом  $\Sigma$  равно числу связей, соединяющих рассматриваемую массу с другими массами системы.

С учётом зазора угол скручивания упругой кинематической связи записывается как:

$$\delta\phi_{ki} = \begin{cases} \varphi_i - \varphi_k - \varphi_{0ki} & \text{при } \varphi_i - \varphi_k > \varphi_{0ki}; \\ 0 & \text{при } -\varphi_{0ki} \leq \varphi_i - \varphi_k \leq \varphi_{0ki}; \\ \varphi_i - \varphi_k + \varphi_{0ki} & \text{при } \varphi_i - \varphi_k < -\varphi_{0ki}; \end{cases}, \quad (10)$$

где  $2\varphi_{0ki}$  - зазор в передаче;  $\varphi_i - \varphi_k = \frac{1}{p} (\omega_i - \omega_k)$ .

Соответствующая детализированная структурная схема нелинейной и нестационарной динамической системы МПК с учётом зазора и нелинейной зависимости трения от скорости имеет вид рис. 2. Здесь для упрощения восприятия не указаны различия индексов параметров объекта у электропривода моталки и валков смежной клети.

В определённых режимах работы или когда принятые специальные меры к исключению влияния на работу системы зазоров и сухого трения, математическое описание может быть упрощено путём линеаризации системы. Линеаризация уравнений может быть осуществлена методом замороженных коэффициентов вблизи начальных значений переменных, соответствующих моменту замораживания  $t = \Theta$ . Полагаем также, что трение как внутри упругих связей, так и на массах имеет линейный характер. При идеальном регуляторе скорости клети и абсолютно жёсткой системе клеть-валок [6] в линеаризованной системе, вводя в рассмотрение вектор состояний объекта  $x = [x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6]^T$ , где  $x_1 = \Delta T_{i+1,M}$ ,  $x_2 = \Delta \omega_{2,M}$ ,  $x_3 = \Delta M_{12,M}$ ,  $x_4 = \Delta \omega_{1,M}$ ,  $x_5 = \Delta i_{g,M}$ ,  $x_6 = \Delta e_{mn,M}$  и вектор входных воздействий  $u = [\Delta u_{y,M} \Delta M_{\text{деф}} \Delta V_{i+1}]^T$ , получим матричное уравнение, описывающее электропривод моталки как объект управления САР натяжения прямого действия:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (11)$$

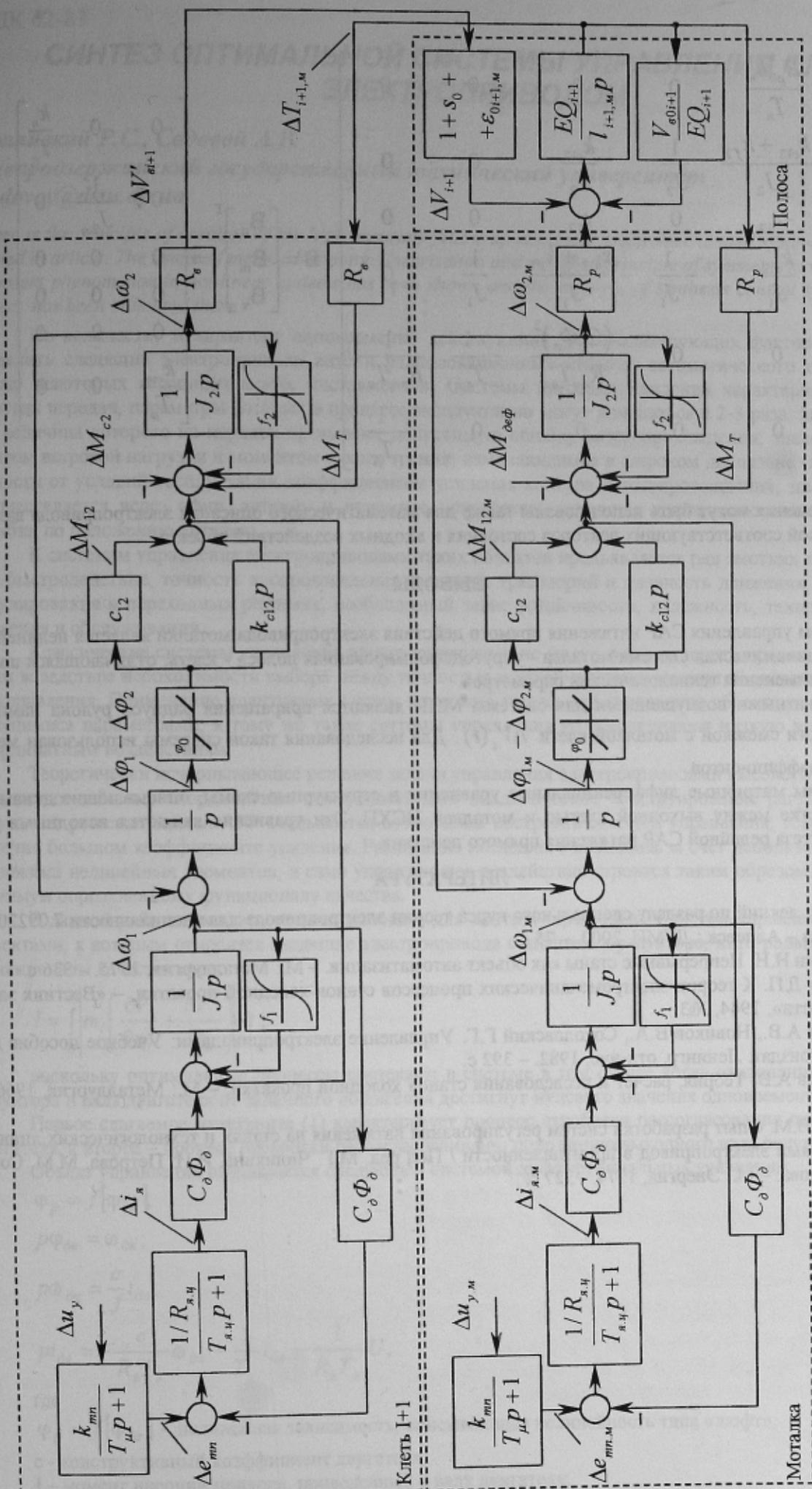


Рисунок 2 – Структурна схема об'єкта управління - МПК

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_n} & \frac{R_{p0}k_n}{T_n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{R_{p0}}{J_2} & -\frac{k_{c12} + k_{f2}}{J_2} & \frac{1}{J_2} & \frac{k_{c12}}{J_2} & 0 & 0 \\ 0 & -c_{12} & 0 & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{c12}}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & -\frac{k_{c12} + k_{f1}}{J_1} & \frac{1}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{(C_\delta \Phi_\delta)^2}{R_{\text{я.у}} T_{\text{я.у}}} & -\frac{1}{T_{\text{я.у}}} & \frac{1}{R_{\text{я.у}} T_{\text{я.у}}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_\mu} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} B_u \\ B_m \\ B_v \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k_n}{T_n} \\ 0 & \frac{1}{J_{2,\mu}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{mn}}{T_\mu} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Полученные уравнения могут быть использованы также для математического описания электропривода валков клети подстановкой соответствующих векторов состояния и входных воздействий объекта.

## ВЫВОДЫ

1. Объектом управления САР натяжения прямого действия электропривода моталки является нелинейная нестационарная динамическая система моталка - упругодеформированная полоса - клеть, отличающаяся широким диапазоном изменения технологических параметров.

2. Координатными возмущениями для системы МПК являются приращения радиуса рулона намотки  $\Delta R_p(t)$  и скорости смежной с моталкой клети  $\Delta V_s(t)$ . Для исследования такой системы использован метод замороженных коэффициентов.

3. Получены матричные дифференциальные уравнения и структурные схемы, описывающие динамику процесса на участке между выходной клетью и моталкой НСХП. Эти уравнения являются исходными для структурного синтеза релейной САР натяжения прямого действия.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Конспект лекций по разделу специального курса теории электропривода для специальности 7.092203. / Сост. А.Б. Зеленов – Алчевск.: ДГМИ, 2000. – 75 с.
2. Дружинин Н.Н. Непрерывные станы как объект автоматизации. – М.: Металлургия, 1975. – 336 с.
3. Морозов Д.П. К теории электромеханических процессов станов холодной прокатки. – «Вестник электропромышленности», 1944, №3.
4. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами: Учебное пособие для вузов. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1982. – 392 с.
5. Третьяков А.В. Теория, расчёт и исследования станов холодной прокатки. – М.: Металлургия, 1966. – 255с.
6. Альшиц В.М. Опыт разработки систем регулирования натяжения на станах и технологических линиях: Автоматизированный электропривод в промышленности / Под ред. М.Г. Чиликина, И.И. Петрова, М.М. Соколова и М.Г. Юнькова. – М.: Энергия, 1974. - 327 с.