

# ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ ТРЕХФАЗНОЙ НАГРУЗКОЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ МОДУЛЯЦИИ НАПРЯЖЕНИЯ ПИТАНИЯ

Мосъпан В.А., Родькин Д.И.

Кременчугский государственный политехнический университет

Energy processes under 3-phase loading in conditions of simultaneous frequency modulation of 3 phases and 1 phase voltages are examined. Efficiency of these conditions due to dynamic loading for induction motors is estimated.

Использование полигармонических токов и напряжений для реализации динамического нагружения электрических машин и, в частности, асинхронных двигателей, путем модуляции напряжения питания, ставит задачу анализа мгновенной мощности, потребляемой машиной, как величины, несущей существенную информацию как об источнике питания, так и о потребителе [1].

Если напряжение и ток фазы описываются уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} i(t) &= \sum_{na=0}^{na=N} a_{na} \cos(\Omega_{na} t + \varphi_{na}); \\ u(t) &= \sum_{nb=0}^{nb=M} b_{nb} \cos(\Omega_{nb} t + \varphi_{nb}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

то общее выражение для мгновенной мощности может быть записанным в виде

$$\begin{aligned} p_k(t) &= \sum_1^{M1} a_{na} b_{nb} \cos(\Omega_{na} t - \varphi_{na}) \cos(\Omega_{nb} t - \varphi_{nb}) + \\ &\quad n_a - n_b = k > 0; \\ &+ \sum_1^{M2} a_{na} b_{nb} \cos(\Omega_{nb} t - \varphi_{nb}) \cos(\Omega_{na} t - \varphi_{na}) + \\ &\quad n_b - n_a = k > 0; \\ &+ \sum_1^{M1} a_{na} b_{nb} \cos(\Omega_{na} t - \varphi_{na}) \cos(\Omega_{nb} t - \varphi_{nb}) + \\ &\quad n_b + n_a = k; \quad n_b \neq n_a; \\ &+ \sum_1^{M3} a_{na} b_{nb} \cos(\Omega_{na} t - \varphi_{na}) \cos(\Omega_{nb} t - \varphi_{nb}) + \\ &\quad n_b + n_a = k; \quad n_b \neq n_a; \\ &+ a_{n0} b_{nb} \cos(\Omega_{nb} t - \varphi_{nb}) + b_{n0} a_{na} \cos(\Omega_{na} t - \varphi_{na}). \\ &\quad n_a = 0; \quad n_b = k; \quad n_b = 0; \quad n_a = k. \end{aligned} \quad (2)$$

Значения  $M_1, M_2, M_3$  зависят от  $n_{a \max}, n_{b \max}$  и определяются в соответствии с теорией множеств.

Рассмотрим простой пример формирования сигнала мощности для двух других фаз трехфазной нагрузки, если в качестве выражения для мощности первой фазы взять уравнение (2), а частоты напряжения и тока обозначить как  $\Omega_u$  и  $\Omega_i$ :

$$\left. \begin{aligned} p_A(t) &= U_{Am} \sin \Omega_u t \cdot I_{Am} \sin \Omega_i t = \frac{U_{Am} I_{Am}}{2} \cos(\Omega_u - \Omega_i) t - \frac{U_{Am} I_{Am}}{2} \cos(\Omega_u + \Omega_i) t; \\ p_B(t) &= U_{Bm} \sin\left(\Omega_u t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot I_{Bm} \sin\left(\Omega_i t - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{U_{Bm} I_{Bm}}{2} \cos(\Omega_u - \Omega_i) t - \\ &\quad - \frac{U_{Bm} I_{Bm}}{2} \cos\left[(\Omega_u + \Omega_i) t - \frac{4\pi}{3}\right]; \\ p_C(t) &= U_{Cm} \sin\left(\Omega_u t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot I_{Cm} \sin\left(\Omega_i t + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{U_{Cm} I_{Cm}}{2} \cos(\Omega_u - \Omega_i) t - \\ &\quad - \frac{U_{Cm} I_{Cm}}{2} \cos\left[(\Omega_u + \Omega_i) t + \frac{4\pi}{3}\right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Как следует из (3), кривые мгновенных фазных мощностей содержат общую для всех фаз компоненту:

$$P_1(t)_{A,B,C} = \frac{U_m I_m}{2} \cos(\Omega_u - \Omega_i) t.$$

Суммарная мощность, полученная путем суммирования пофазно:

$$P_1(t)_{\Sigma} = P_1(t)_A + P_1(t)_B + P_1(t)_C = \frac{3}{2} U_m I_m \cos(\Omega_u - \Omega_i) t. \quad (4)$$

Это нулевая последовательность мгновенной мощности трехфазной сети. При прямом чередовании фаз частота изменения этой составляющей мощности равна  $\Omega_1 = \Omega_u - \Omega_i$ , а при противоположных направлениях вращения векторов напряжения и тока, получим частоту  $\Omega_2 = \Omega_u + \Omega_i$ . Важность сделанного вывода следует из простого рассуждения, получаемого в предположении постоянства скорости вращения асинхронного двигателя:

$$M_1(t)_{\Sigma} = \frac{3 U_m I_m}{2 \omega_c} \cos(\Omega_u - \Omega_i) t. \quad (5)$$

Это означает, что наличие мощности нулевой последовательности той или иной частоты приводит к появлению знакопеременных составляющих момента двигателя переменного тока, что может быть использовано для построения систем динамического нагружения этих машин.

Энергетика спектров трехфазных напряжений питания при одновременной и пофазной амплитудной, частотной и амплитудно-частотной модуляциях подробно рассмотрены в [2].

Рассмотрим еще два интересных для практики варианта модуляции напряжения питания асинхронных двигателей и оценим их эффективность с точки зрения динамического нагружения.

*Манипуляция* (дискретная модуляция) является частным случаем модуляции гармонической несущей (в нашем случае – частоты фазного напряжения питания асинхронного двигателя), когда модулирующий сигнал – дискретный. Таким дискретным модулирующим сигналом обычно является первичный сигнал, отображающий символы кодовых комбинаций дискретных сообщений.

При двоичном коде первичный сигнал принимает два значения:  $u_1(t) = U_m$  и  $u_2(t) = -U_m$ , которые соответствуют символам вторичного алфавита 1 и 0. Модулированный сигнал при этом также принимает два значения:  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ . При частотной манипуляции сигналу  $u_1(t)$  соответствует частота фазного напряжения  $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega_d$ , а сигналу  $u_2(t)$  – частота  $\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega_d$ .

Математические модели фазных напряжений в режиме одновременной частотной манипуляции имеют вид:

$$u_a = U_m \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos \Omega_0 t - \frac{m}{(m^2 - 1^2)} \cos \frac{m\pi}{2} \cdot \sin(\Omega_0 + \Omega_m) t - \right. \\ \left. - \frac{m}{(m^2 - 1^2)} \cos \frac{m\pi}{2} \cdot \sin(\Omega_0 - \Omega_m) t + \frac{m}{(m^2 - 2^2)} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos(\Omega_0 + 2\Omega_m) t + \right. \\ \left. + \frac{m}{(m^2 - 2^2)} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos(\Omega_0 - 2\Omega_m) t - \dots \right];$$

$$u_b = U_m \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos(\Omega_0 t - \frac{3\pi}{2}) - \frac{m}{(m^2 - 1^2)} \cos \frac{m\pi}{2} \cdot \sin[(\Omega_0 + \Omega_m) t - \frac{3\pi}{2}] - \right. \\ \left. - \frac{m}{(m^2 - 1^2)} \cos \frac{m\pi}{2} \cdot \sin[(\Omega_0 - \Omega_m) t - \frac{3\pi}{2}] + \frac{m}{(m^2 - 2^2)} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos[(\Omega_0 + 2\Omega_m) t - \frac{3\pi}{2}] + \right. \\ \left. + \frac{m}{(m^2 - 2^2)} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos[(\Omega_0 - 2\Omega_m) t - \frac{3\pi}{2}] - \dots \right];$$

$$u_c = U_m \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos(\Omega_0 t + \frac{3\pi}{2}) - \frac{m}{(m^2 - 1^2)} \cos \frac{m\pi}{2} \cdot \sin[(\Omega_0 + \Omega_m) t + \frac{3\pi}{2}] - \right. \\ \left. - \frac{m}{(m^2 - 1^2)} \cos \frac{m\pi}{2} \cdot \sin[(\Omega_0 - \Omega_m) t + \frac{3\pi}{2}] + \frac{m}{(m^2 - 2^2)} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos[(\Omega_0 + 2\Omega_m) t + \frac{3\pi}{2}] + \right. \\ \left. + \frac{m}{(m^2 - 2^2)} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \cos[(\Omega_0 - 2\Omega_m) t + \frac{3\pi}{2}] - \dots \right].$$

Из приведенных соотношений видно, что спектры фазных напряжений состоят из большого числа боковых частот, амплитуды которых пропорциональны  $\frac{2m}{\pi(m^2 - n^2)}$ .

При  $m \rightarrow 0$  все слагаемые, кроме первого обращаются в нуль. Амплитуда первого слагаемого после раскрытия неопределенности обращается в  $U_m$ . Если  $m$  - целое число, то один из коэффициентов вида

$\frac{m}{(m^2 - n^2)}$  (при  $m = n$ ) обращается в бесконечность, однако с учетом множителя  $\cos\left(\frac{\pi}{2}m\right)$  или  $\sin\left(\frac{\pi}{2}m\right)$

получаем неопределенность, которая легко раскрывается. Как и в случае гармонической модуляции, при больших значениях  $m$  амплитуды боковых частот максимальны для значений  $n$ , близких к  $m$ . При дальнейшем увеличении  $n$  амплитуды боковых частот быстро падают.

*Частотная модуляция напряжения одной фазы.* Во всех рассмотренных ранее случаях модулирующему воздействию подвергались напряжения всех трех фаз питающего напряжения. При этом мы получали систему полигармонических питающих напряжений: симметричную - при одновременной и несимметричную - при пофазной модуляции. Рассмотрим спектральный состав фазных напряжений при условии частотной модуляции напряжения только одной фазы, например, фазы А.

Возникающее за счет несимметрии фазных напряжений, напряжение смещения нейтрали запишется в виде:

$$\begin{aligned} u_{00'} &= \frac{1}{3}(u_a + u_b + u_c) = \frac{1}{3}[U_m J_0(m) \cos \Omega_0 t + U_m J_1(m) \cos(\Omega_0 + \Omega_m)t - \\ &- U_m J_1(m) \cos(\Omega_0 - \Omega_m)t + U_m \cos(\Omega_0 t - \frac{2\pi}{3})t + U_m \cos(\Omega_0 t + \frac{2\pi}{3})t] = \\ &= \frac{1}{3}\{-U_m [1 - J_0(m)] \cos \Omega_0 t + U_m J_1(m) \cos(\Omega_0 + \Omega_m)t - U_m J_1(m) \cos(\Omega_0 - \Omega_m)t\}. \end{aligned}$$

Тогда мгновенные значения фазных напряжений запишутся в виде:

$$\begin{aligned} u_A &= u_a - u_{00'} = \frac{1}{3} U_m [1 + 2J_0(m)] \cos \Omega_0 t + \frac{2}{3} U_m J_1(m) \cos(\Omega_0 + \Omega_m)t + \\ &+ \frac{4}{3} U_m J_1(m) \cos(\Omega_0 - \Omega_m)t; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_B &= u_b - u_{00'} = \frac{1}{3} U_m \sqrt{4J_0^2(m) - 10J_0(m) + 13} \cdot \cos(\Omega_0 t - \varphi_b) - \\ &- \frac{1}{3} U_m J_1(m) [\cos(\Omega_0 - \Omega_m)t - \cos(\Omega_0 + \Omega_m)t]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_C &= u_c - u_{00'} = \frac{1}{3} U_m \sqrt{4J_0^2(m) - 10J_0(m) + 13} \cdot \cos(\Omega_0 t + \varphi_b) - \\ &- \frac{1}{3} U_m J_1(m) [\cos(\Omega_0 - \Omega_m)t - \cos(\Omega_0 + \Omega_m)t], \end{aligned}$$

где

$$\operatorname{ctg} \varphi_b = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[ \frac{1 - J_0(m)}{\sqrt{4J_0^2(m) - 10J_0(m) + 13}} - \frac{1}{2} \right].$$

Т.е. спектральный состав по количеству представленных в нем частот аналогичен одновременной и пофазной частотной модуляции, но вместе с тем, имеет существенное качественное отличие, состоящее в том, что напряжение каждой фазы образует несимметричную систему для каждой частотной составляющей.

Рассмотренные энергетические соотношения в трехфазных цепях с полигармоническими токами и напряжениями показывают, что при использовании разночастотных гармонических составляющих тока и напряжения возможно получение знакопеременной мгновенной мощности (4), частота изменения которой определится разностью частот гармонических составляющих напряжения и тока  $\Omega_u - \Omega_i$ .

Анализ спектрального состава фазных напряжений и мощностей при различных видах модуляции показал наличие в нем частоты питающей сети и комбинационных частот, образующих те или иные виды последовательностей в зависимости от типа и способа модуляции. Это создает предпосылки формирования мгновенной мощности заданной частоты и амплитуды путем использования соответствующих частотных составляющих спектра напряжения и тока.

При этом следует отметить значительно большие возможности в формировании необходимого спектра частот у частотной модуляции и манипуляции, спектр которых имеет бесконечное множество гармонических составляющих. Кроме того, проведенный анализ режима модуляции напряжения только одной фазы, показал, что получаемый при этом спектр содержит нулевые последовательности комбинационных частот, а также составляющие с частотой сети, образующие несимметричную систему, которую можно представить эквивалентной гармоникой

$$u_{\text{евв}} = \frac{1}{3} U_m \{1 + 2J_0(m) + \sqrt{2}[4J_0^2(m) - 10J_0(m) + 13](1 - \cos 2\varphi_b)\} \cos \Omega_0 t,$$

где

$$\text{ctg } \varphi_b = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[ \frac{1 - J_0(m)}{\sqrt{4J_0^2(m) - 10J_0(m) + 13}} - \frac{1}{2} \right].$$

Т.е. и данный режим может быть использован для динамического нагружения, однако при этом следует учитывать возникающую несимметрию питающих напряжений и меньшую по сравнению с другими видами модуляции интенсивность составляющих спектра.

Проведенный качественный анализ модулирующих воздействий и средств их реализации показывает, что для реализации амплитудной модуляции эффективно использование электромашинных преобразователей и статических регуляторов напряжения. Регулирование же частоты требует более дорогих и сложных устройств – преобразователей частоты, автономных инверторов напряжения. Вместе с тем, используя связь между частотной и фазовой модуляцией, как разновидностями одного вида модуляции – угловой, можно добиться достаточно эффективных режимов квазичастотной модуляции с использованием ТРН.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Родькин Д.И. Особенности анализа энергопроцессов в цепях с полигармоническим током и напряжением. // Проблемы создания новых машин и технологий. Сб. научных трудов КГПИ. 1997. - В.2. - ч.1. С. 3 – 18.
2. Мосьпан В.А. Модуляция напряжения питания асинхронных двигателей. // Проблемы создания новых машин и технологий. Сб. научных трудов КГПИ. 1999. - В.2. - С. 132 – 139.

