О.Ф. Волков, Т.П. Лумпієва

КУРС ФІЗИКИ

1

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

ЕЛЕКТРОСТАТИКА

ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Навчальний посібник
для студентів
інженерно-технічних спеціальностей
вищих навчальних закладів

Волков Олександр Федорович у 1975 році закінчив факультет експериментальної і теоретичної фізики Московського інженерно-фізичного інституту за фахом «Фізика твердого тіла». Кандидат технічних наук, доцент кафедри «Фізика» Донецького національного технічного університету. Член-кореспондент Інженерної академії України.

Опубліковано більше 100 наукових, науково-методичних і методичних робіт.

Лумпієва Таїсія Петрівна у 1977 році з відзнакою закінчила фізико-математичний факультет Карельського державного педагогічного інституту за фахом «Фізика». Викладач кафедри «Фізика» Донецького національного технічного університету.

Опубліковано більше 50 наукових, науково-методичних і методичних робіт.

Фізика - це найфундаментальніша та найвсеосяжніша зі всіх наук.

Річард Ф. Фейнман,
лауреат Нобелівської премії 1965 року.

Вважається, що фізика дуже складна, і самі фізики це визнають. Проте, якщо розглядати окремо створення нових фізичних теорій і засвоєння того, що зроблено іншими, то останнє, мабуть, не вимагає більшої наполегливості або кмітливості, чим вивчення, наприклад, поезії, іноземних мов або будь-якого іншого з безліч проявів творчої фантазії людини.

Леон Н. Купер,
лауреат Нобелівської премії 1972 року.

О.Ф. Волков, Т.П. Лумпієва

КУРС ФІЗИКИ

У двох томах

Том 1

- **ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ**
- **МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА**
- **ЕЛЕКТРОСТАТИКА**
- **ПОСТІЙНИЙ СТРУМ**
- **ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
інженерно-технічних спеціальностей
вищих навчальних закладів

Донецьк
Видавництво ДонНТУ
2009

ББК 22.3я7
В 67
УДК 53(075.8)

Гриф надано Міністерством освіти і науки України, лист № 1.4/18-г-989 від 07.05.2008 р.

Рецензенти:

П.И. Голубничий, завідувач кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля, заслужений діяч науки і техніки України, доктор фізико-математичних наук, професор

В.Ф. Русаков, завідувач кафедри загальної фізики і дидактики фізики Донецького національного університету, кандидат фізико-математичних наук, доцент

С.В. Тарасенко, завідувач відділом теорії магнетизму і фазових переходів Донецького фізико-технічного інституту ім. О.О. Галкіна НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Волков О.Ф., Лумпієва Т.П.

В 67 **Курс фізики: У 2-х т. Т.1:** Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм: Навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – 224 с.

Навчальний посібник написаний відповідно до програми курсу «Фізика» для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Зміст першого тому складають розділи: фізичні основи механіки, молекулярна фізика і термодинаміка, електростатика і постійний струм, електромагнетизм. Зміст другого тому: коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика, елементи квантової механіки, основи фізики твердого тіла, елементи фізики атомного ядра. Викладення матеріалу ведеться без громіздких математичних перетворень, основний акцент робиться на фізичну суть явищ і законів, що їх описують.

Табл. 3. Рис. 169.

ISBN 978-966-377-072-7 (загальний)
ISBN 978-966-377-073-4 (том 1)

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Пропонований навчальний посібник написаний відповідно до програми курсу «Фізика» для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Зміст першого тому складають розділи: фізичні основи механіки, молекулярна фізика і термодинаміка, електростатика і постійний струм, електромагнетизм. Зміст другого тому: коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика, елементи квантової механіки, основи фізики твердого тіла, елементи фізики атомного ядра.

Основна мета посібника – допомогти студентам вивчити курс фізики. Автори намагалися з одного боку максимально повно охопити всі розділи курсу, що передбачені програмою, а з іншого – викласти весь матеріал компактно, не використовуючи громіздких математичних викладень, просторових міркувань й ін. Основну увагу надано суті даних явищ, законам, що описують ці явища, межам застосовності законів, а також визначенням фізичних величин, одиницям вимірювання. Визначення, формулювання законів, а також всі нові терміни виділені в тексті курсивом. Математичні знання, необхідні для користування допомогою, відповідають звичайному курсу математики у вищому технічному навчальному закладі.

Зведені таблиці, що наведені в тексті, а також велика кількість посилань і ілюстрацій допоможуть вам краще зрозуміти і засвоїти навчальний матеріал, а тести – перевірити рівень засвоєння матеріалу.

Вивчення матеріалу рекомендуємо проводити у два етапи:

1) ***швидке читання матеріалу всієї теми з метою ознайомлення з його структурою, виділенням основних питань***;
2) ***читання з опрацьовуванням: на цьому етапі треба зрозуміти весь матеріал.***

Вивчаючи курс фізики, пам’ятайте, що деяка частина навчального матеріалу підлягає ***обов’язковому запам’ятовуванню.*** Це визначення, формулювання законів, одиниці вимірювання фізичних величин. Щоб *глибше зрозуміти* суть явищ, навчитися застосовувати закони, що описують ці явища, необхідно розв’язувати задачі. Уміння розв’язувати задачі – головний критерій оцінки засвоєння навчального матеріалу. Експериментальні задачі, методи обробки результатів і їх уявлення, а також правила поводження з найпростішими приладами розглядаються у фізичному практикумі.

Автори виражають глибоку подяку рецензентам: проф. ***Голубничому П.І.*** завідувачеві кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля; доц. ***Русакову В.Ф.*** завідувачеві кафедри загальної фізики і дидактики фізики Донецького національного університету; проф. ***Тарасенку С.В.*** завідувачеві відділу теорії магнетизму і фазових переходів Донецького фізико-технічного інституту ім. О.О. Галкіна НАН України; ***Русаковій Н.М.*** старшому викладачу кафедри фізики Донецького національного технічного університету за корисні зауваження і поради, які були враховані під час підготовки рукопису до друку. Також виражаємо свою подяку і вдячність ***Лумпієву І.В***. за оформлення графічного матеріалу книги.

Із зауваженнями і пропозиціями щодо книги до авторів можна звернутися електронною поштою: afv.@fizmet.dgtu.donetsk.ua

ВСТУП

§1 Предмет фізики

Фізика – це наука, що вивчає найпростіші і разом з тим найзагальніші закономірності явищ природи, властивості і будову матерії, закони її руху.

В даний час відомі два види неживої матерії: ***речовина і поле***. До першого виду матерії – речовини – відносяться атоми, молекули і всі тіла, що складаються з них. Другий вид матерії утворюють гравітаційні, електромагнітні та інші поля.

Матерія знаходиться в безперервному русі, під яким розуміється будь-яка зміна взагалі. Рух є невід'ємною властивістю матерії, яка є нествореною і незнищенною, як і сама матерія. Матерія існує і рухається в просторі і в часі.

Основним ***методом дослідження*** у фізиці є ***експеримент*** (дослід), тобто спостереження досліджуваного явища в точно контрольованих умовах, що дозволяють стежити за ходом дослідження і відтворювати його кожного разу при повторенні цих умов.

Для пояснення фізичних явищ використовують гіпотези. ***Гіпотеза*** – це наукове припущення, що висувається для пояснення певного факту або явища і вимагає перевірки і доказу. Правильність гіпотези перевіряється постановкою відповідних дослідів, через з'ясування узгодження наслідків, що випливають з гіпотези, з результатами дослідів і спостережень. Доведена гіпотеза перетворюється на наукову теорію або закон.

Фізична теорія – це система основних ідей, що узагальнюють дослідні дані і відображають об'єктивні закономірності природи. Фізична теорія дає пояснення всій сфері явищ природи з єдиної точки зору.

Фізика є науковим фундаментом розвитку нових галузей техніки. На основі її відкриттів створена електротехніка і радіотехніка, електронна й обчислювальна техніка, космічна техніка і приладобудування, ядерна енергетика, лазерна техніка та ін. На основі досягнень фізики розробляються принципово нові і досконаліші методи виробництва, прилади і установки. У свою чергу техніка, розвиваючись і удосконалюючись, висуває перед фізикою такі проблеми, вирішення яких вимагає більш глибокого вивчення різних фізичних явищ. Саме технічні потреби спонукали суспільство свого часу до розвитку механіки, необхідної для будівництва різних споруд. Необхідність створення більш економічних двигунів зумовила бурхливий розвиток термодинаміки і т.д.

Фізика формує науковий світогляд людини. Розвиваючись, вона видозмінює, доповнює, поглиблює уявлення про природу речей і причинні зв'язки навколишнього світу. З часом її теоретичні концепції набувають загально філософського значення. Таким чином, інженер будь-якого профілю повинен володіти фізикою в такій мірі, щоб бути в змозі застосовувати її досягнення у своїй виробничій діяльності.

§2 Загальні відомості

1. Реальні властивості матеріальних об'єктів настільки складні, а взаємні зв'язки між явищами такі різноманітні, що врахувати всі ці властивості і зв'язки відразу неможливо. Тому в процесі пізнання необхідно виділяти в об'єктах, що вивчаються, головне, істотне і відволікатися від усього випадкового, другорядного.

Операція, в ході якої головне відділяється від другорядного, називається ***абстрагуванням.*** Побудована в результаті абстрагування ідеалізована, спрощена схема явища або об'єкту, називається ***фізичною моделлю.*** Прикладами фізичних моделей є матеріальна точка, абсолютно тверде тіло, ідеальний газ, рівноважний процес, точковий заряд, елемент струму, абсолютно чорне тіло тощо.

Будь-яка фізична модель має обмежений характер і придатна лише для наближеного опису явища і об'єкту. Отже, закономірності, отримані на основі фізичних моделей, також мають наближений і обмежений характер. Завжди є принципова можливість уточнення, доповнення, узагальнення того або іншого закону. Проте встановлені на певному етапі розвитку фізики закономірності, що правильно пояснюють експериментальні дані, не відкидаються з розвитком нового етапу, а включаються до нього, як граничний випадок, справедливий у певних умовах. Таким чином, завжди має виконуватися ***принцип відповідності.***

2. Всі поняття і фізичні моделі вводяться в науку за допомогою визначень, які дозволяють створити єдину наукову термінологію. ***Визначення*** – це сформульований в стислій формі зміст поняття. У всіх наукових теоріях є поняття, які приймаються без визначень. У фізиці без визначень приймаються такі поняття, як стан, явище, процес, взаємодія та ін.

Основними фізичними поняттями є фізична величина і фізичний закон.

2.1. ***Фізична величина*** – це характеристика однієї з властивостей фізичного об'єкту або фізичного явища, яку можна прямо або побічно зміряти і виразити числом.

В якісному відношенні ця величина властива багатьом об'єктам, в кількісному відношенні – індивідуальна. Наприклад, будь-яке фізичне тіло можна характеризувати масою, але чисельне значення маси у кожного тіла своє.

У визначенні фізичної величини необхідно відображати її якісний і кількісний зміст. Відобразити якісний зміст – означає вказати, яку властивість або процес характеризує величина. Наприклад, опір провідника характеризує здатність провідника перешкоджати проходженню струму; електроємність провідника характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд.

Відобразити кількісний зміст – означає вказати спосіб вимірювання цієї величини. Наприклад, електроємність – це величина, що чисельно дорівнює заряду, який потрібний для зміни потенціалу провідника на один вольт.

Фізичні величини можуть бути скалярними або векторними, тому у визначенні також необхідно вказувати характер величини. Наведемо як приклад повне визначення електроємності.

Електрична ємність (*електроємність*) *– це скалярна фізична величина, що характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд і чисельно дорівнює заряду, який потрібний для зміни потенціалу провідника на один вольт:*

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Не всі поняття, що розглядаються у фізиці, є фізичними величинами. Не є фізичними величинами система відліку, матеріальна точка, рівноважний процес та ін.

2.2. ***Фізичний закон*** – це знайдена на досліді або встановлена теоретично, шляхом узагальнення дослідних даних, кількісна або якісна об'єктивна залежність одних фізичних величин від інших.

Кількість фундаментальних законів природи, відомих у наш час, порівняно невелике і виражаються вони з математичної точки зору, як правило, просто. Набагато більш обширно і вимагають більш серйозного математичного апарату окремі випадки прояву законів. Використовуючи правила поводження з математичними величинами, можна отримати численні наслідки, що допускають експериментальну перевірку.

Не слід плутати визначення фізичної величини з фізичним законом. Наприклад, густина твердого тіла за визначенням дорівнює

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Не можна говорити, що густина – це величина, пропорційна масі тіла і обернено пропорційна його об’єму, оскільки у твердих тіл не можна змінити масу, не змінивши його об’єм.

3. ***Одиницею виміру фізичної величини*** називається умовно обрана фізична величина, що має той же фізичний сенс, що розглядається. ***Системою одиниць*** називається сукупність одиниць фізичних величин, що відноситься до певної системи величин і утворена відповідно до певних правил. ***Основними одиницями*** цієї системи називаються одиниці декількох різнорідних фізичних величин, що довільно обрані при побудові цієї системи. ***Похідними одиницями*** називаються одиниці, встановлювані через інші одиниці цієї системи на підставі фізичних законів, які виражають взаємозв’язок між відповідними фізичними величинами.

Стандартом встановлено, що обов’язковому застосуванню підлягають одиниці Міжнародної системи одиниць (СІ), а також десяткові кратні і часткові від них. Основними одиницями СІ є: метр (м) – одиниця довжини; кілограм (кг) – одиниця маси; секунда (с) – одиниця часу; ампер (А) – одиниця сили струму; кельвін (К) – одиниця термодинамічної температури; кандела (кд) – одиниця сили світла; моль (моль) – одиниця кількості речовини. Додаткові одиниці СІ: радіан (рад) – одиниця плоского кута; стерадіан (ср) – одиниця тілесного кута.

У деяких областях науки і техніки допускається використовування позасистемних одиниць. Наприклад, в ядерній фізиці масу виміряють в атомних одиницях маси (а.о.м.), а енергію – в електрон-вольтах (еВ).

Докладну інформацію про одиниці вимірювання можна знайти в довідкових матеріалах.

4. Мовою фізики є математика, зокрема диференціальне і інтегральне числення. Застосовуючи апарат вищої математики, фізика вкладає дещо інше значення в деякі її поняття. Поняття «елементарна фізична величина», що використовується у фізиці не можна ототожнювати з поняттям математично нескінченно малої величини.

Наприклад, елементарний об'єм dV – це такий об'єм, який, з одного боку, такий великий, що містить достатньо велику для того або іншого усереднювання кількість частинок; з іншого боку, настільки малий, що дана макроскопічна величина, наприклад густина, у всіх його точках залишається однаковою, навіть якщо вона змінюється в даному макроскопічному об'ємі V.

§3 Основні відомості про вектори

Скалярні і векторні величини. Величини, значення яких задаються позитивними або негативними числами, називають ***скалярними*** (маса, температура, робота і т.п.). Величини, значення яких визначаються як числом, так і напрямом у просторі, називаються ***векторними*** (сила, швидкість, прискорення, напруженість електричного і магнітного поля і т.п.), і можуть бути зображені векторами.

Вектор – відрізок, що має певну довжину і напрям. Позначаються вектори таким чином $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Довжина вектора $\vec{a}$ (модуль або абсолютна величина) позначається a або $|\vec{a}|$. Два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ вважаються рівними, якщо рівні їх модулі і співпадають напрями (тобто вектори паралельні і орієнтовані в одну сторону).

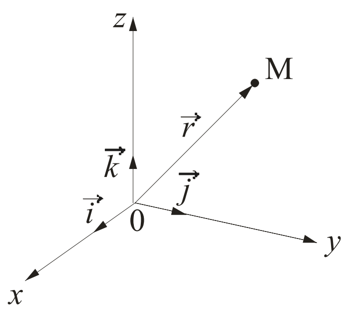


Рисунок 3.1

Колінеарні вектори – паралельні одній і тій же прямій. Взаємно *протилежні* вектори – рівні за довжиною і протилежні за напрямом. *Одиничні* вектори – вектори, модуль яких дорівнює 1. Одиничні вектори, що співпадають за напрямом з прямокутними координатними осями $0x$, $0y$, $0z$, (у бік зростання координати), називаються ***ортами*** і позначаються $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (рис. 3.1).

Радіус-вектор точки. Вектор $\overrightarrow{0\mathrm{M}}$, початок якого співпадає з початком координат, а кінець знаходиться в точці М (рис. 3.1) цілком визначає цю точку і називається ***радіус-вектором*** точки М. Позначається $\vec{r}$. Точка 0 у цьому випадку називається полюсом.

Лінійні комбінації векторів. Сума двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ є вектор $\vec{c}$, який є діагоналлю АС паралелограма ABCD (рис. 3.2).

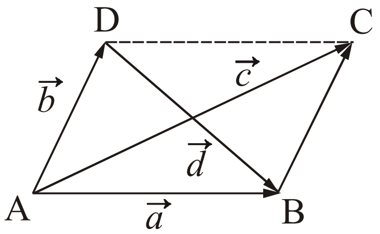


Рисунок 3.2

Основні властивості суми:

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}\,, \qquad \left|\vec{a}+\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|.$$

Різницею $\vec{a}-\vec{b}$ називається сума векторів $\vec{a}$ і $-\vec{b}$ (діагональ DB, рис. 3.2):

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{d}\,.$$

Добутком скаляра і вектора ($m\vec{a}$ або $\vec{a}m$) називається вектор, колінеарний з вектором $\vec{a}$, довжина якого дорівнює $m|\vec{a}|$, а напрям співпадає з $\vec{a}$ при $m>0$ і протилежний йому при $m<0$.

Кожний вектор $\vec{a}$ у просторі може бути розкладений на суму векторів, паралельних ортам $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$:

$$\vec{a}=\vec{i}\,a_x+\vec{j}a_y+\vec{k}a_z\,,$$

де a_x, a_y, a_z – проекції вектора $\vec{a}$ на відповідні координатні осі.

Скалярне множення векторів. Скалярним добутком векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається скаляр, що визначається рівністю

$$\vec{a}\vec{b}=ab\cos\varphi\,,$$

де φ – кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$, приведеними до загального початку (позначення див. рис. 3.3).

Векторне множення векторів. Векторним добутком векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (позначається $\vec{a}\times\vec{b}$ або $[\vec{a}\vec{b}]$) називається вектор $\vec{c}$, довжина якого дорівнює $ab\sin\varphi$ (тобто рівна площі паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ як на сторонах) і який направлений перпендикулярно $\vec{a}$ і $\vec{b}$ в таку сторону, щоб три вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ утворили праву трійку. Після поєднання початку векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ найкоротший поворот від $\vec{a}$ до $\vec{b}$ здається спостерігачеві, що дивиться з кінця вектора $\vec{c}$, як такий, що йде проти годинникової стрілки (рис. 3.3).

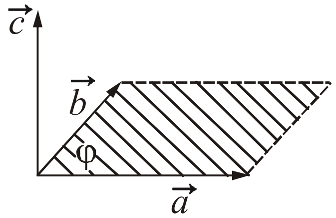


Рисунок 3.3

Таблиця 3.1

Властивості добутків векторів

Скалярне	Векторне
1. $\vec{a}\vec{b}=\vec{b}\vec{a}$	1. $\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$ під час перестановки множників векторний добуток змінює свій напрям
2. $m(\vec{a}\vec{b})=(m\vec{a})\vec{b}$	2. $m(\vec{a}\times\vec{b})=(m\vec{a})\times\vec{b}$
3. $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\vec{b}+\vec{a}\vec{c}$	3. $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$
4. $\vec{a}\vec{b}=0$, якщо $\vec{a}\perp\vec{b}$ умова перпендикулярності векторів	4. $\vec{a}\times\vec{b}=0$, якщо $\vec{a}\parallel\vec{b}$ умова колінеарності векторів
5. $\vec{a}\vec{a}=a^2$	5. $\vec{a}\times\vec{a}=0$

Правила диференціювання векторів.

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\ldots\right)=\frac{d\vec{a}}{dt}+\frac{d\vec{b}}{dt}+\frac{d\vec{c}}{dt}+\ldots$$

$$\frac{d}{dt}(k\vec{a})=\frac{dk}{dt}\vec{a}+k\frac{d\vec{a}}{dt}$$ (k – скалярна функція від t)

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{a}\vec{b}\right)=\frac{d\vec{a}}{dt}\vec{b}+\vec{a}\frac{d\vec{b}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=\frac{d\vec{a}}{dt}\times\vec{b}+\vec{a}\times\frac{d\vec{b}}{dt}$$ (множники не можна переставляти місцями)

$$\frac{d}{dt}\vec{a}[\varphi(t)]=\frac{d\vec{a}}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt}$$

Скалярні і векторні поля. Градієнт

Скалярним полем називається область простору, кожній точці якої віднесено значення певної скалярної величини $\varphi=\varphi(x,y,z)$. Таким полем є, наприклад, поле температури нерівномірно нагрітого тіла, поле густини неоднорідного тіла, поле електростатичного потенціалу і т.п.

Векторним полем називається область простору, кожній точці якої віднесено значення певного вектора. Таким полем, наприклад, є поле вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$, вектора магнітної індукції $\vec{B}$.

Градієнт скалярної величини – це вектор, направлений у бік максимального зростання цієї величини і чисельно рівний зміні величини, що припадає на одиницю довжини в цьому напрямі.

Розглянемо поняття градієнта на прикладі градієнта температури. Припустимо, що температура змінюється упродовж певного напряму x (рис. 3.4). Якщо з'єднати всі точки тіла з однаковою температурою, то вийде поверхня рівних температур, яку називають ізотермічною. На рис. 3.4 зображено три поверхні з температурами $T–dT$; T; $T+dT$, де dT – це нескінченно мала зміна температури. Ізотермічні поверхні не перетинаються, оскільки кожній точці тіла відповідає своя температура. Вони або замикаються самі на себе, або закінчуються на межі тіла.

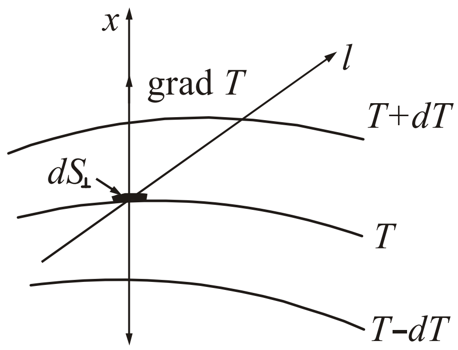


Рисунок 3.4

Зміна температури в довільному напрямі l характеризується похідною за напрямом $\frac{\partial T}{\partial l}$. Ця похідна матиме максимальне значення у напрямі нормалі до ізотермічної поверхні (в нашому випадку це напрям x). Вектор, направлений по нормалі до ізотермічної поверхні у бік зростання температури, називається ***градієнтом*** температури і позначається $\operatorname{grad} T$:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial l}\right)_{\max} = \frac{\partial T}{\partial x} = \operatorname{grad} T .$$

Чисельно градієнт температури дорівнює різниці температур двох точок віддалених одна від однієї на одиницю довжини.

Якщо ввести декартові систему координат, то градієнт температури може бути виражений співвідношенням:

$$\operatorname{grad} T = \vec{i}\,\frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial T}{\partial z},$$

де $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – одиничні вектори (або орти).

Звертаємо увагу на те, що поняття градієнта різних величин дуже широко використовується у фізиці, і ми будемо до нього не раз звертатися.

ЧАСТИНА 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

Найпростішою формою руху є ***механічний рух***, що полягає в зміні положення тіла з часом відносно інших тіл або частин одного і того ж тіла.

Розділ фізики, що вивчає закономірності механічного руху і взаємодії тіл, називається ***механікою***. Рух тіл із швидкостями, багато меншими за швидкість світла c у вакуумі, вивчає ***класична механіка.*** В основі класичної механіки лежать закони динаміки, сформульовані І. Ньютоном* в 1687 році. Закони Ньютона виникли в результаті узагальнення великої кількості дослідних фактів.

З розвитком науки виявилися нові факти, які не вкладалися в межі класичної механіки. Вони отримали пояснення в теорії відносності і в квантовій механіці.

Теорія відносності, сформульована А. Ейнштейном* в 1905 році, переглянула ньютонівські уявлення про простір і час. В результаті була створена механіка тіл, що рухаються із швидкостями, близькими до швидкості світла у вакуумі – ***релятивістська механіка.*** Рівняння релятивістської механіки у граничному випадку (для швидкостей малих порівняно із швидкістю світла) переходять в рівняння класичної механіки. Таким чином, класична механіка увійшла до релятивістської механіки як граничній випадок і зберегла своє колишнє значення для опису руху тіл з малими швидкостями.

В результаті розвитку фізики атома у 20-х роках двадцятого століття була створена ***квантова механіка.*** Рівняння квантової механіки також дають у граничному випадку (для мас, великих порівняно з масами атомів) рівняння класичної механіки. Отже, класична механіка увійшла і до квантової механіки як граничний випадок. Таким чином, розвиток науки не перекреслив класичну механіку, а лише показав її обмежену застосовність.

Класична механіка складається з трьох розділів: кінематики, динаміки і статики. ***Кінематика*** математично описує різні види механічного руху, не з'ясовуючи причин цього руху. ***Динаміка*** досліджує вплив взаємодії між тілами на їх механічний рух. *Статика* вивчає умови рівноваги тіл. Закони статики є окремим випадком законів динаміки, тому в даному курсі статику ми розглядати не будемо.

Розділ 1. Кінематика поступального і обертального руху

§4 Кінематика матеріальної точки

4.1 *Основні поняття кінематики*

Для опису реальних тіл, що рухаються, в механіці залежно від умов конкретної задачі користуються різними фізичними моделями, а саме: матеріальна точка, абсолютно тверде тіло, абсолютно пружне тіло, абсолютно непружне тіло.

*Ньютон Ісаак (1642–1727), англійський фізик, математик і астроном.

*Ейнштейн Альберт (1879–1955), німецький фізик, лауреат Нобелівської премії 1921 р.

Матеріальною точкою називається тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати. Наприклад, при дослідженні руху автомобіля з одного пункту в інший, його можна вважати матеріальною точкою. Якщо ви вивчаєте рух водія, що знаходиться всередині автомобіля, то автомобіль треба розглядати як протяжне тіло.

Абсолютно твердим тілом називається тіло, деформацією якого в умовах даної задачі можна знехтувати. Абсолютно тверде тіло можна розглядати як систему матеріальних точок, жорстко зв'язаних між собою.

Абсолютно пружним тілом називається тіло, яке після припинення зовнішньої силової дії повністю відновлює свої первинні розміри і форму.

Абсолютно непружним тілом називається тіло, яке після припинення зовнішньої силової дії повністю зберігає деформований стан, зумовлений цією дією.

4.2 *Система відліку. Траєкторія. Шлях. Переміщення*

Положення тіла в просторі завжди вказується відносно інших тел. Тіло, відносно якого розглядається рух, називається ***тілом відліку.*** Щоб визначити положення досліджуваного тіла, з тілом відліку жорстко пов'язують систему координат, забезпечену годинником. Сукупність тіла відліку, пов'язаної з ним системи координат і годинника, що відлічує час, називається ***системою відліку.*** Надалі ми користуватимемося прямокутною декартовою системою координат.

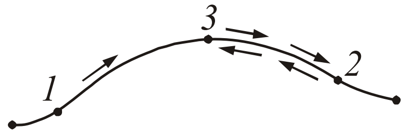


Рисунок 4.1

Лінія, описувана в просторі точкою, що рухається, називається ***траєкторією.*** Залежно від виду траєкторії рух поділяють на прямолінійний і криволінійний. Окремим видом криволінійного руху є рух по колу.

Нехай матеріальна точка, рухаючись по деякій траєкторії (рис. 4.1), переміститлася з точки 1 в точку 2. Відстань S_{12} між точками 1 і 2, відлічена вздовж траєкторії, називається довжиною пройденого шляху або просто ***пройденим шляхом.***

Якщо матеріальна точка поверне назад і дійде до точки 3, то повний шлях дорівнює: $S=S_{12}+S_{23}$. Шлях завжди виражається додатним числом.

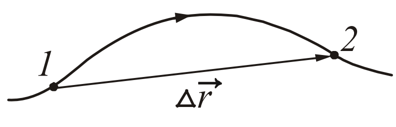


Рисунок 4.2

Вектор, що сполучає початкове і кінцеве положення точки, називається ***переміщенням*** і позначається $\Delta\vec{r}$ (рис. 4.2).

4.3 *Способи завдання положення тіла в просторі*

Основна задача кінематики – визначення положення тіла у будь-який момент часу. Звичайно положення тіла визначають за допомогою координат. Рух точки вважається повністю визначеним, якщо задані рівняння, що описують зміну координат точки з часом:

$$x = x(t) \qquad y = y(t) \qquad z = z(t).$$

Ці рівняння називаються кінематичними рівняннями руху точки.

Координати тіла можна задавати декількома способами.

1. Табличний спосіб.

При цьому способі для кожного моменту часу вказують значення координати тіла і представляють цю залежність у вигляді таблиці. Наприклад:

t, с	0	2	4	6	8	10	12	14
x, м	2	6	18	38	66	102	146	198

2. Графічний спосіб.

Залежність координат від часу дається у вигляді графіка. Наприклад, для рівномірного прямолінійного руху ця залежність має вигляд, представлений на рис. 4.3.

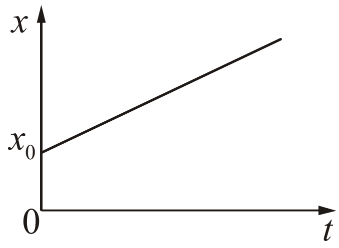


Рисунок 4.3

3. Аналітичний спосіб.

Залежність координати від часу задається у вигляді формули.

Приклад: для рівномірного прямолінійного руху координата залежить від часу:

$$x = x_0 + vt.$$

Якщо тіло рухається по площині, то можна описувати залежність координати y від координати x, тобто $y = f(x)$. При цьому координати y і x залежать від часу, тобто $y = f(t)$, $x = f(t)$. Залежність $y = f(x)$ називається рівнянням траєкторії.

Приклад: $x = A_1 \sin \omega t$,

$y = A_2 \cos \omega t$.

Здійснивши перетворення, отримаємо:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1.$$

Траєкторією тіла є еліпс.

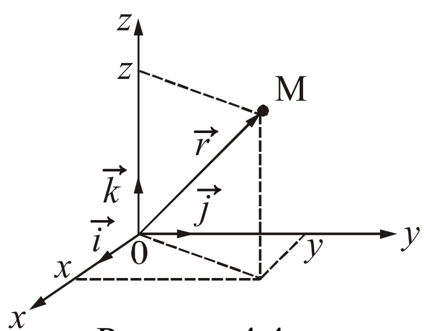


Рисунок 4.4

4. Положення тіла в просторі можна задавати радіус-вектором $\vec{r}$.

Радіус-вектор $\vec{r}$ – це вектор, проведений з початку координат в точку, де знаходиться тіло (рис. 4.4). Радіус-вектор можна розкласти на складові:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

де $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – одиничні вектори (орти).

4.4 *Швидкість*

Для характеристики руху тіла в механіці вводиться поняття швидкості. Нехай у момент часу t тіло знаходилося в точці 1, положення якої задається радіус-вектором $\vec{r}$. За час Δt воно здійснило переміщення $\Delta\vec{r}$ і опинилося в точці 2 (рис. 4.5).

Швидкість тіла визначається як границя відношення переміщення $\Delta\vec{r}$ до проміжку часу Δt, за який воно відбулося, за умови, що Δt прямує до нуля:

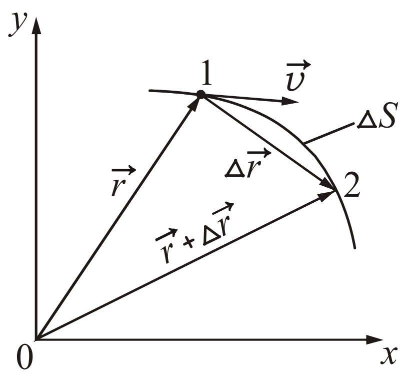


Рисунок 4.5

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'. \qquad (4.1)$$

$$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Швидкість ($\vec{v}$) – векторна фізична величина, яка характеризує швидкість зміни положення тіла в просторі і дорівнює першій похідній радіус-вектора за часом.

Вектор швидкості завжди спрямований за дотичною до траєкторії у напрямі руху. Модуль швидкості v визначається як похідна шляху за часом:

$$v = \frac{dS}{dt}, \qquad (4.2)$$

З (4.2) випливає, що шлях dS, який пройдений за елементарно малий час dt визначатиметься таким чином:

$$dS = v(t)dt.$$

Шлях, який пройдений тілом за кінцевий проміжок часу від t_1 до t_2, знаходиться інтегруванням:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt. \qquad (4.3)$$

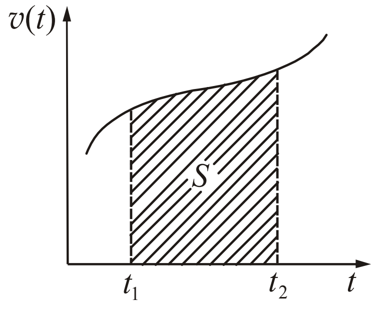


Рисунок 4.6

Пройдений шлях чисельно дорівнює площі заштрихованої криволінійної трапеції (рис. 4.6).

Якщо напрям вектора швидкості не змінюється, то рух називається прямолінійним.

Якщо модуль швидкості не змінюється з часом, то рух називається рівномірним.

При рівномірному русі швидкість тіла залишається сталою:

$$v = \frac{S}{t} = \text{const}. \qquad (4.4)$$

Шлях, що пройдений тілом під час рівномірного руху, залежить від часу лінійно:

$$S = vt\,. \tag{4.5}$$

Якщо тіло рухається нерівномірно, то величина, яка дорівнює відношенню пройденого шляху ΔS до проміжку часу Δt, протягом якого шлях був пройдений, називається ***середньою швидкістю*** за цей проміжок часу:

$$< v > = \frac{\Delta S}{\Delta t}\,. \tag{4.6}$$

(Середні значення величин позначатимемо включенням цих величин в кутові дужки).

4.5 *Прискорення*

Щоб охарактеризувати зміну швидкості тіла з часом, використовується величина, що називається прискоренням.

Нехай у момент часу t тіло із швидкістю $\vec{v}_1$ знаходилося в точці 1. Через певний час Δt воно перемістилося в точку 2, при цьому його швидкість буде дорівнювати $\vec{v}_2$ (рис. 4.7 а).

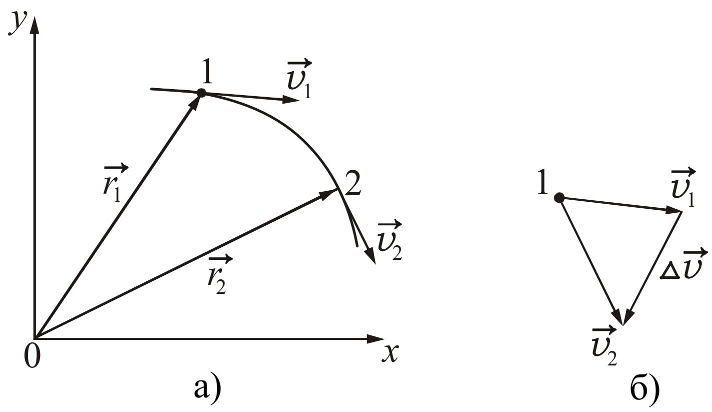


Рисунок 4.7

Приріст вектора швидкості дорівнює $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (рис. 4.7 б). Щоб охарактеризувати швидкість зміни швидкості, використовується величина:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}\,'.$$

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Беручи до уваги (4.1), можна записати:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\,. \tag{4.7}$$

Прискорення ($\vec{a}$) – це векторна фізична величина, яка характеризує швидкість зміни вектора швидкості і дорівнює похідній вектора швидкості за часом.

Прискорення спрямоване за вектором приросту швидкості $\Delta\vec{v}$.

При прямолінійному русі напрям швидкості залишається сталим, тому вектор прискорення $\vec{a}$ або співпадає за напрямом з вектором швидкості, або протиставлений йому. Якщо модуль прискорення при цьому не змінюється з часом, то в першому випадку рух буде рівноприскореним, у другому – рівносповільненим. Швидкість руху у будь-який момент часу визначатиметься співвідношенням:

$$v = v_0 \pm at \tag{4.8}$$

де v_0 – початкова швидкість тіла, тобто швидкість у момент часу t=0. Знак «плюс» відноситься до рівноприскореного руху, знак «мінус» – до рівносповільненого.

Інтегруючи функцію (4.8) в межах від 0 до довільного моменту часу t, знайдемо формулу для розрахунку пройденого шляху (див. формулу (4.3)):

$$S = \int_0^t (v_0 \pm at)dt = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \tag{4.9}$$

Відзначимо, що формула (4.9) дає правильний результат для пройденого шляху тільки в тому випадку, якщо за час t напрям руху точки (знак швидкості) не змінюється.

Якщо швидкість змінюється з часом довільним чином, то величина, що дорівнює відношенню зміни швидкості Δv до проміжку часу Δt, протягом якого змінювалася швидкість, називається ***середнім прискоренням*** за цей проміжок часу

$$< a > = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \tag{4.10}$$

При криволінійному русі вектор швидкості $\vec{v}$ змінює свій напрям. При цьому може змінюватися і його чисельне значення, тобто модуль.

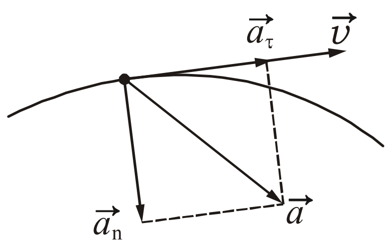


Рисунок 4.8

У цьому випадку вектор прискорення $\vec{a}$ зручно розкладати на дві складові. Одна з них $\vec{a}_\tau$ – дотична до траєкторії, друга $\vec{a}_n$ – перпендикулярна цій дотичній (рис. 4.8). Складова $\vec{a}_\tau$ називається ***тангенціальним*** (дотичним) прискоренням; складова $\vec{a}_n$ – ***нормальним*** (доцентровим) прискоренням. З рис. 4.8 виходить, що

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \tag{4.11}$$

Модуль повного прискорення дорівнює

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \tag{4.12}$$

Тангенціальне прискорення характеризує швидкість зміни швидкості за величиною і дорівнює першій похідній модуля швидкості за часом:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \tag{4.13}$$

Якщо швидкість по величині не змінюється, то $a_\tau = 0$.

Якщо $dv > 0$, то тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$ спрямоване за вектором швидкості, якщо $dv < 0$, то $\vec{a}_\tau$ спрямоване протилежно вектору швидкості.

Нормальне (доцентрове) прискорення характеризує швидкість зміни швидкості за напрямом і спрямоване по радіусу до центру кривизни траєкторії. Чисельне значення нормального прискорення визначається формулою:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \tag{4.14}$$

Якщо напрям швидкості не змінюється, то $a_n = 0$.

Приклади:
1) Тіло рухається прямолінійно, рівномірно: $a_n = 0$ $a_\tau = 0$.
2) Тіло рухається прямолінійно, рівноприскорено (рівносповільнено):
$a_n = 0$ $a_\tau = \text{const}$.
3) Тіло обертається по колу зі сталою за величиною швидкістю:
$a_n = \text{const}$ $a_\tau = 0$.
4) Тіло обертається по колу рівноприскорено (рівносповільнено):
$a_n \sim t^2$ $a_\tau = \text{const}$.

§5 Кінематика обертального руху

Обертальний рух – це рух, при якому всі точки абсолютно твердого тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній прямій. Ця пряма називається віссю обертання. Кола, по яких рухаються точки тіла, лежать у площинах, перпендикулярних цій осі.

5.1 *Характеристики обертального руху*

Розглянемо обертання матеріальної точки відносно осі OO′ (рис. 5.1). Обертання характеризують кутовим переміщенням.

Кутове переміщення ($d\vec{\varphi}$) – вектор, модуль якого дорівнює куту повороту, що виражений в радіанах.

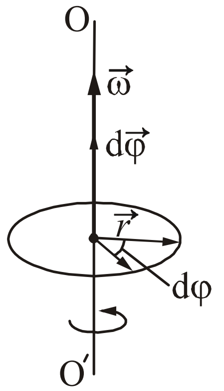


Рисунок 5.1

Спрямовано кутове переміщення вздовж осі обертання так, що якщо дивитися з кінця вектора $d\vec{\varphi}$, то напрям обертання радіус-вектора відбувається проти годинникової стрілки (рис. 5.1).

Кутова швидкість ($\vec{\omega}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість обертання і дорівнює першій похідній кутового переміщення за часом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \tag{5.1}$$

$$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Напрям вектора кутової швидкості співпадає з напрямом вектора кутового переміщення.

Обертання зі сталою кутовою швидкістю називається рівномірним, при цьому:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \qquad (5.2)$$

Рівномірне обертання прийнято характеризувати періодом обертання і частотою обертання.

Період обертання (T) – час, протягом якого виконується один повний оберт. За час, рівний періоду, тіло повертається на кут 2π. Звідси випливає, що

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad (5.3)$$

Частота обертання (ν) – число обертів за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \qquad \omega = 2\pi\nu. \qquad (5.4)$$

$[\nu] = \frac{1}{\text{с}}$.

Вектор кутової швидкості $\vec{\omega}$ може змінюватися як за рахунок зміни швидкості обертання (в цьому випадку він змінюється за величиною), так і за рахунок повороту осі обертання в просторі (в цьому випадку змінюється напрям кутової швидкості). Зміну вектора кутової швидкості з часом характеризують кутовим прискоренням.

Кутове прискорення ($\vec{\varepsilon}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни кутової швидкості і дорівнює першій похідній кутовій швидкості за часом

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \qquad (5.5)$$

$[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$

Розглянемо випадок, коли вісь обертання нерухома.

1. Якщо $d\omega > 0$, то рух прискорений. При цьому вектор кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$ співпадає за напрямом з вектором кутової швидкості $\vec{\omega}$ (рис. 5.2 а).

Рисунок 5.2

2. Якщо $d\omega < 0$, то рух сповільнений. При цьому вектор кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$ спрямований протилежно вектору кутової швидкості $\vec{\omega}$ (рис. 5.2 б).

Вектори, напрям яких зв'язується з напрямом обертання ($d\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$), називаються ***аксіальними*** векторами або псевдовекторами.

При рівнозмінному обертальному русі мають місце співвідношення, аналогічні формулам, що описують рівнозмінний прямолінійний рух (див. (4.8) і (4.9)):

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \tag{5.6}$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{5.7}$$

5.2 *Зв'язок між лінійними і кутовими характеристиками*

Точка, що знаходиться від осі обертання на відстані R (рис. 5.3), при повороті тіла на кут φ за час dt проходить шлях

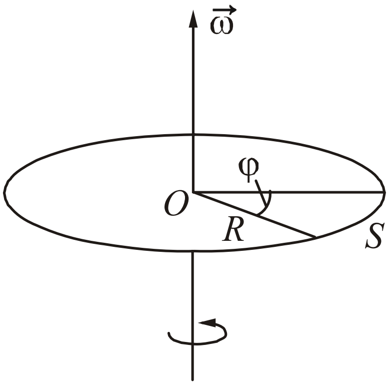


Рисунок 5.3

$$S = R\varphi. \tag{5.8}$$

Продиференціюємо рівняння (5.8) за часом:

$$\frac{dS}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt}. \tag{5.9}$$

З нього випливає

$$v = R\omega. \tag{5.10}$$

Продиференціюємо рівняння (5.10) за часом

$$\frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}. \tag{5.11}$$

Звідси випливає

$$a_\tau = R\varepsilon. \tag{5.12}$$

Кінематичні величини, що характеризують обертальний рух і формули, що описують цей рух, аналогічні відповідним величинам і формулам поступального руху. Ця аналогія простежується в таблиці 10.1, що наведена на с. 52.

Розділ 2. Динаміка поступального і обертального руху

§6 Динаміка матеріальної точки і поступального руху твердого тіла

Динаміка – розділ механіки, у якому вивчають рух тіл з урахуванням причин, що викликають цей рух.

6.1 *Основні поняття динаміки*

1. ***Маса*** (m) – скалярна фізична величина, що є мірою інертних і гравітаційних властивостей тіла. Може служити мірою енерговмісту.

$[m]$ = кг.

Основні властивості маси:
- маса в класичній механіці не залежить від швидкості руху;
- маса є величиною адитивною, тобто маса системи тіл дорівнює сумі мас тіл, що входять в систему;
- маса замкнутої системи залишається величиною сталою, тобто виконується закон збереження маси.

Густина (ρ) – скалярна фізична величина, характеристика матеріалу, яка чисельно дорівнює масі одиниці об'єму.

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{6.1}$$

$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

2. ***Імпульс тіла*** ($\vec{p}$) – векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси тіла на його швидкість.

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{6.2}$$

$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Напрям вектору імпульсу тіла співпадає з напрямом вектора швидкості.

3. ***Сила*** ($\vec{F}$) – векторна фізична величина, що є мірою механічної дії на тіло інших тіл або полів. Сила характеризується модулем (числовим значенням), напрямом і точкою прикладання. Пряма, уздовж якої спрямована сила, називається ***лінією дії сили.***

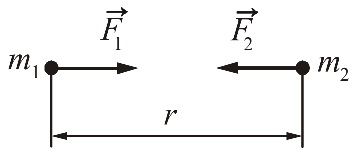
$[F] = \text{Н (ньютон)}$.

Дія сили може бути статичною і динамічною. Статична дія виявляється у виникненні деформацій, динамічне – у виникненні прискорень.

Вид формули для розрахунку сили залежить від природи взаємодій.

6.2 *Види взаємодій*

В класичній механіці доводиться мати справу з гравітаційними і електромагнітними взаємодіями, які проявляються по-різному і тому можуть бути представлені різними конкретними силами. Ці сили прийнято виражати законами.



$|\vec{F}_{1\text{-}2}| = |\vec{F}_{2\text{-}1}| = F$

Рисунок 6.1

1. ***Гравітаційні взаємодії. Закон всесвітнього тяжіння.***

Дві матеріальні точки масами m_1 і m_2 притягуються одна до однієї з силою, що прямо пропорційна масам цих тіл і обернено пропорційна квадрату відстані між ними (рис. 6.1).

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{6.3}$$

де $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ – гравітаційна стала.

Якщо одне з взаємодіючих тіл – Земля, а тіло масою m знаходиться на висоті h від поверхні Землі, то закон всесвітнього тяжіння записується у вигляді

$$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2},$$

де M – маса Землі;
R – середній радіус Землі.

На поверхні Землі (або поблизу поверхні) $h \approx 0$. В цьому випадку

$$F = G\frac{Mm}{R^2}.$$

Можна ввести позначення $$G\frac{M}{R^2} = g,$$

де g – прискорення вільного падіння.
Величину

$$F_{\text{тяж}} = mg \tag{6.4}$$

називають силою тяжіння.

2. ***Електромагнітні взаємодії.***

Окремими випадками проявлення електромагнітних взаємодій є сили пружності і сили тертя. В курсі механіки вони не розглядаються з атомістичної точки зору, оскільки цим займається фізика твердого тіла. Для сил пружності і тертя можна отримати лише наближені, емпіричні (тобто засновані на досліді) формули.

а) ***Закон Гука.***

Під дією зовнішніх сил виникають деформації (тобто зміна розмірів і форми тіл). Якщо після припинення дії сил відновлюються колишня форма і розміри тіла, то деформація називається пружною.

Для пружних деформацій справедливий закон Гука*.

***Сила пружності пропорційна абсолютному подовженню*:**

$$F_x = -kx, \tag{6.5}$$

де F_x – проекція сили пружності на вісь x;

k – жорсткість пружини;

x – абсолютне подовження пружини.

Однорідні стрижні при розтягуванні або стисканні поводяться подібно пружині. Для них також справедливий закон Гука, який прийнято формулювати таким чином.

Механічна напруга прямо пропорційна відносному подовженню

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{6.6}$$

Механічна напруга:

$$\sigma = \frac{F_\perp}{S}, \tag{6.7}$$

де $F_\perp$ – пружна сила, яка діє перпендикулярно площі поперечного перерізу стрижня S.

Відносне подовження:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \tag{6.8}$$

де Δl – приріст довжини;

l_0 – первинна довжина;

E – модуль Юнґа*

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Модуль Юнґа (модуль пружних деформацій) – це фізична величина, що характеризує пружні властивості матеріалу. Залежить від природи матеріалу.

б) ***Закон сухого тертя*.**

Сила тертя ковзання пропорційна модулю сили нормальної реакції опори і не залежить від площі зіткнення тіл (рис. 6.2)

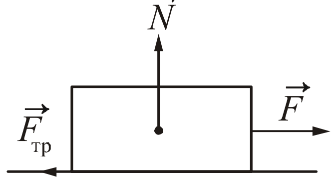


Рисунок 6.2

$$\left|\vec{F}_{тр}\right| = \mu\left|\vec{N}\right|, \tag{6.9}$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання. Він залежить від природи матеріалів і якості обробки дотичних поверхонь. Значення коефіцієнтів тертя визначають експериментальним шляхом.

*Гук Роберт (1635–1703), англійський фізик.

*Юнґ Томас (1773–1829), англійський учений.

в) ***Закон в'язкого тертя.***

На тіло, що рухається у в'язкому (рідкому або газоподібному) середовищі, діє сила, яка гальмує його рух. Ця сила називається силою в'язкого тертя

$$F = -rv, \tag{6.10}$$

де v – швидкість руху тіла;

r – коефіцієнт опору.

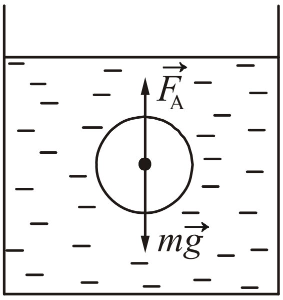


Рисунок 6.3

Коефіцієнт r залежить від форми і розмірів тіла, характеру його поверхні, а також від властивостей середовища. Знак «–» указує на те, що сила тертя спрямована протилежно швидкості. Наприклад, якщо кулька діаметром d падає в рідині із сталою швидкістю v, то силу опору виражають за формулою Стокса*

$$F_с = 3\pi d\eta v, \tag{6.11}$$

де η – в'язкість рідини.

г). ***Закон Архимеда*.***

На тіло, що занурене в рідину або газ, діє виштовхуюча сила, яка дорівнює вазі витисненої тілом рідини або газу (рис. 6.3)

$$F_А = \rho_ж gV, \tag{6.12}$$

де $\rho_ж$ – густина рідини або газу;

V – об'єм зануреної частини тіла.

6.3 *Складання сил*

Як правило, на тіло діє не одна сила, а декілька. ***Рівнодійною*** декількох сил називається сила, дія якої еквівалентна одночасній дії цих сил. Рівнодійна дорівнює векторній сумі діючих сил. Складаються сили за правилом паралелограма (рис. 6.4).

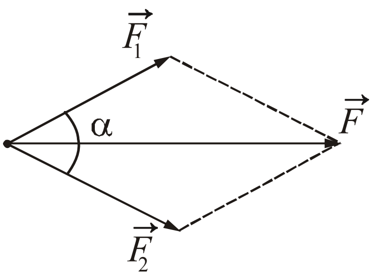


Рисунок 6.4

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

$\vec{F}$ – рівнодійна (результуюча) сил $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$. З теореми косинусів випливає, що модуль рівнодійної двох сил розраховується за формулою:

$$F = \left|\vec{F}\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}.$$

*Стокс Джорж Габріел (1819–1903 р.), англійський учений ірландського походження.
*Архимед з Сиракуз (ок. 287–212 до н.е.), старогрецький математик, механік і астроном.

6.4 *Розкладання сил*

Для спрощення аналізу фізичних процесів і математичних викладень нерідко доводиться вдаватися до розкладання сил на складові за яким-небудь напрямом. Розкладання вектора на складові полягає в заміні вектора двома або декількома векторами, сума яких дорівнює даному вектору. Векторну величину можна повністю характеризувати проекціями даного вектора на осі прямокутної системи координат.

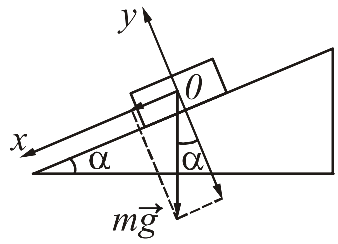


Рисунок 6.5

Звичайно при знаходженні проекцій вектора спочатку знаходять його складові по осях. Для цього з початку і кінця вектора опускають перпендикуляри на відповідні координатні осі (рис 6.5). Якщо складова співпадає з додатним напрямом осі, то проекцію беруть із знаком «плюс», якщо ні, то із знаком «мінус». На рис. 6.5 проекція сили тяжіння $m\vec{g}$ на вісь x дорівнює $+mg\sin\alpha$, а проекція на вісь y дорівнює $-mg\cos\alpha$:

$$F_x = (mg)_x = +mg\sin\alpha,$$

$$F_y = (mg)_y = -mg\cos\alpha.$$

6.5 *Основні закони динаміки матеріальної точки (закони Ньютона)*

Динаміка базується на законах Ньютона, які математично не виводяться, а являються узагальненням досліду.

6.5.1 Перший закон Ньютона

Перший закон Ньютона встановлює факт існування інерціальних систем відліку і описує характер руху вільної матеріальної точки в інерціальній системі відліку.

Всяке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху до тих пір, поки дії з боку інших тіл не змінять цього стану.

Систему відліку, в якій виконується перший закон Ньютона, називають інерціальною. Тому, перший закон Ньютона можна сформулювати і таким чином.

Існують такі системи відліку, відносно яких тіло знаходиться в стані спокою або рухається прямолінійно і рівномірно, якщо на це тіло не діють інші тіла або дії цих тіл компенсуються.

Будь-яка інша система відліку, яка рухається відносно інерціальної із сталою швидкістю також є інерціальною.

6.5.2 Другий закон Ньютона

Швидкість зміни імпульсу тіла дорівнює результуючій всіх сил, що діють на тіло:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \tag{6.13}$$

Проведемо аналіз рівняння (6.13). Імпульс тіла дорівнює $\vec{p} = m\vec{v}$. Зробимо заміну в (6.13) і продиференціюємо добуток:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{6.14}$$

1. Якщо $\frac{dm}{dt} \neq 0$, те це рівняння описує рух тіла із змінною масою. Рівняння (6.14) можна застосовувати не тільки в тих випадках, коли маса змінюється за часом (наприклад, при польоті ракети), але і при зміні маси із зміною швидкості. Це буває при великих швидкостях руху, наприклад, які наближаються до швидкості світла у вакуумі.

2. Якщо маса тіла залишається сталою $m = \text{const}$, тобто $\frac{dm}{dt} = 0$, то рівняння (6.14) матиме наступний вигляд:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

$$\vec{F} = m\vec{a}. \tag{6.15}$$

Результуюча всіх сил, що діють на тіло, дорівнює добутку маси тіла на його прискорення.

3. Якщо $\vec{F} = \text{const}$, то, помноживши обидві частини рівняння (6.13) на *dt*, отримаємо:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}.$$

Проінтегруємо отримане рівняння

$$\vec{F}\int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{p_1}^{p_2} d\vec{p},$$

або

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}. \tag{6.16}$$

Величина, яка дорівнює добутку сили на час дії цієї сили $\vec{F}\Delta t$, називається ***імпульсом сили.*** Таким чином:

Імпульс сили дорівнює зміні імпульсу тіла.

На підставі другого закону Ньютона можна зробити висновок, що зміни швидкостей матеріальних точок або тіл відбуваються не миттєво, а протягом кінцевих проміжків часу.

6.5.3 Третій закон Ньютона

Сили, з якими взаємодіють два тіла, рівні за величиною і протилежні за напрямом.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \tag{6.17}$$

Таким чином, сили завжди виникають попарно. Сили, що фігурують у третьому законі Ньютона, прикладені до різних тіл, тому вони не врівноважують одна одну.

Закони Ньютона виконуються тільки в інерціальних системах відліку.

6.6 *Динаміка системи матеріальних точок. Закон збереження імпульсу*

Сукупність матеріальних точок (тіл), виділених для розгляду, називається ***механічною системою.*** Тіла системи можуть взаємодіяти як між собою, так і з тілами, що не входять в цю систему. Тому сили, які діють на тіла системи, ділять на зовнішні і внутрішні. ***Внутрішні сили*** обумовлені взаємодією тіл, що входять в систему. ***Зовнішні сили*** обумовлені взаємодією з тілами, що не входять в систему.

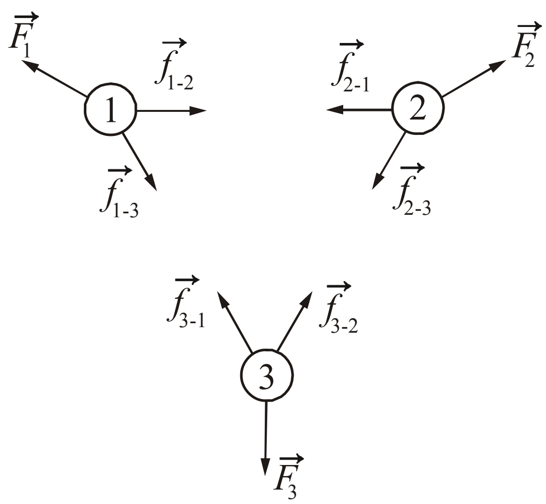


Рисунок 6.6

Система називається ***замкненою***, якщо на неї не діють зовнішні сили.

Розглянемо систему тіл (рис. 6.6), які взаємодіють як між собою, так і з зовнішніми тілами.

Введемо позначення:

$\vec{f}_{i-k}$ – внутрішня сила, що діє на i-е тіло з боку k-го тіла;

$\vec{F}_i$ – рівнодійна зовнішніх сил, що діють на i-е тіло.

Для кожного тіла запишемо другий закон Ньютона.

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{f}_{1-2} + \vec{f}_{1-3} + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{f}_{2-1} + \vec{f}_{2-3} + \vec{F}_2,$$

$$\frac{d\vec{p}_3}{dt} = \vec{f}_{3-1} + \vec{f}_{3-2} + \vec{F}_3$$

Складемо рівняння почленно:

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3\right) = \left(\vec{f}_{1-2} + \vec{f}_{2-1}\right) + \left(\vec{f}_{1-3} + \vec{f}_{3-1}\right) + \left(\vec{f}_{2-3} + \vec{f}_{3-2}\right) + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$

За третім законом Ньютона

$$\vec{f}_{1-2} = -\vec{f}_{2-1}, \qquad \vec{f}_{i-k} = -\vec{f}_{k-i},$$

тому кожна з дужок дорівнює нулю.

Сума зовнішніх сил, які діють на тіла системи, називається ***головним вектором зовнішніх сил.***

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F},$$

де $\vec{F}$ – головний вектор зовнішніх сил.

Сума імпульсів тіл, що входять до системи:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p},$$

де $\vec{p}$ – імпульс системи тіл.

Таким чином, для системи тіл отримаємо рівняння:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \tag{6.18}$$

Швидкість зміни сумарного імпульсу системи тіл дорівнює головному вектору зовнішніх сил.

Припустимо тепер, що головний вектор зовнішніх сил дорівнює нулю, тобто $\vec{F} = 0$. Така система є замкненою. У цьому випадку

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0.$$

Якщо похідна деякої величини дорівнює нулю, то ця величина є сталою. Тому з останнього рівняння випливає, що $\vec{p} = \text{const}$, або

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \text{const}, \tag{6.19}$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 = \text{const}. \tag{6.20}$$

Формули (6.19) і (6.20) виражають закон збереження імпульсу:

Імпульс замкненої системи матеріальних точок (тіл) залишається не змінним.

Розглянемо окремі випадки виконання закону збереження імпульсу.

1. Нехай $\vec{F}_i \neq 0$, тобто на систему діють зовнішні сили, але їх векторна сума дорівнює нулю: $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$. У цьому випадку $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$. Це означає, що імпульс системи тіл зберігається.

2. Нехай $\vec{F}_i \neq 0$, $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \neq 0$, але дорівнює нулю сума проекцій цих сил на який-небудь напрям, наприклад, на напрям осі x: $\sum_{i=1}^{N} F_{ix} = 0$. З рівняння (6.18) випливає, що для цієї проекції $\frac{dp_x}{dt} = 0$, а тому $\sum_{i=1}^{N} p_{ix} = \text{const}$. Таким чином, повний імпульс системи не зберігається, але зберігається проекція імпульсу на напрям осі x.

3. Нехай $\vec{F}_i \neq 0$, $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \neq 0$, але час дії сил dt дуже малий, тобто $dt \to 0$. При цьому $d\vec{p}$ також прагне нуля: $d\vec{p} \to 0$. У цьому випадку $\vec{p} = \text{const}$ – імпульс системи залишається незмінним.

Прикладом є взаємодія тіл при ударі, вибуху.

§7 Динаміка обертального руху

Під час вивчення законів руху матеріальної точки був введений ряд динамічних характеристик: маса, імпульс, сила. Якщо тверде тіло рухається поступально, то всі його точки рухаються по однакових траєкторіях, тобто з однаковою швидкістю.

Якщо тверде тіло обертається, то всі його точки рухаються по концентричних колах, центри яких лежать на одній прямій. Усі ці точки рухаються з різними лінійними швидкостями, а однаковою у них буде кутова швидкість $\vec{\omega}$. Тому необхідно ввести ряд нових фізичних величин – момент інерції, момент імпульсу, момент сили, які характеризують обертальний рух.

7.1 *Основні характеристики динаміки обертального руху*

7.1.1 Момент інерції

Розглянемо матеріальну точку масою m_i, яка знаходиться на відстані r_i від нерухомої осі (рис. 7.1). ***Моментом інерції*** (J) матеріальної точки відносно осі називається скалярна фізична величина, яка дорівнює добутку маси m_i на квадрат відстані r_i до цієї осі:

$$J_i = m_i r_i^2 . \tag{7.1}$$

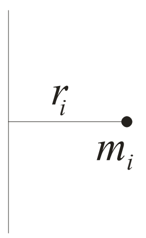


Рисунок 7.1

Момент інерції системи матеріальних точок буде дорівнюватися сумі моментів інерції окремих точок.

$$J = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 . \tag{7.2}$$

Момент інерції твердого тіла находять інтегруванням:

$$J = \int_m r^2 dm . \tag{7.3}$$

Момент інерції тіла є мірою інертності тіла в обертальному русі навкруги нерухомої осі, подібно тому, як маса тіла є мірою його інертності при поступальному русі. Таким чином можна дати наступне визначення цей величини.

Момент інерції – це міра інертних властивостей твердого тіла при обертальному русі, яка залежить від розподілу маси відносно осі обертання. Іншими словами, момент інерції залежить від маси, форми, розмірів тіла і положення осі обертання.

Обчислення інтеграла (7.3) є достатньо складною задачею, тому наведемо формули для розрахунку моменту інерції деяких тіл правильної геометричної форми відносно осі, що проходить через центр мас (див. табл. 7.1)

Момент інерції тіла відносно довільної осі розраховується за допомогою ***теореми Штейнера****.

Момент інерції тіла відносно довільної осі дорівнює сумі моменту інерції відносно осі, яка проходить через центр мас паралельно даної, і добутку маси тіла на квадрат відстані між осями.

$$J = J_{\text{c}} + md^2 . \tag{7.4}$$

Приклад: Знайдемо момент інерції стрижня відносно осі, яка проходить через кінець стрижня перпендикулярно до нього (рис. 7.2).

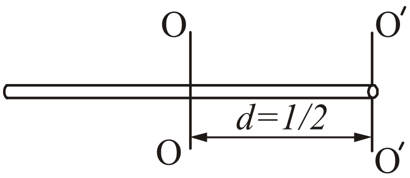


Рисунок 7.2

$$J_{\text{o'o'}} = J_{\text{c}} + md^2 , \qquad d = \frac{l}{2} ,$$

$$J_{\text{o'o'}} = \frac{1}{12} ml^2 + m\frac{l^2}{4} = \frac{ml^2}{3} . \tag{7.5}$$

Слід зазначити, що будь-яке тіло, незалежно від того, обертається воно або перебуває в спокої, має момент інерції відносно будь-якої осі, подібно тому, як тіло має масу незалежно від того, рухається воно або знаходиться у спокої. Аналогічно масі момент інерції є величиною адитивною.

7.1.2 Момент імпульсу

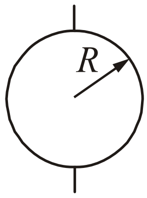
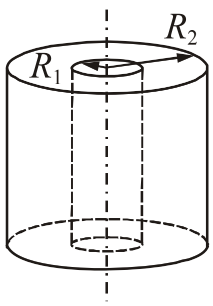
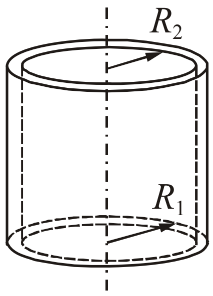
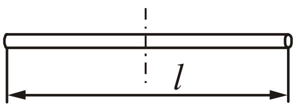
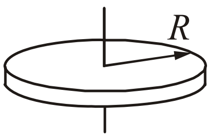
а) Момент імпульсу матеріальної точки відносно точки обертання О.

Моментом імпульсу ($\vec{L}$) матеріальної точки відносно точки О називається векторна фізична величина, яка дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки О в місце знаходження матеріальної точки, на вектор її імпульсу $\vec{p}$:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} . \tag{7.6}$$

*Штейнер Якоб (1796–1863), німецький математик.

Таблиця 7.1. Формули для розрахунку моменту інерції тіл правильної геометричної форми відносно осі, яка проходить через центр мас.

Тело	Формула
1.  Куля	$J=\frac{2}{5}mR^2$
2.  Товстостінний циліндр	$J=\frac{1}{2}m(R_1^2+R_2^2)$
3.  Тонкостінний циліндр $R_1=R_2$	$J=mR^2$
4.  Стержень	$J=\frac{1}{12}ml^2$
5.  Диск	$J=\frac{1}{2}mR^2$

Модуль моменту імпульсу матеріальної точки:

$$L = rp\sin\alpha\,. \qquad (7.7)$$

$[L] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}}$.

Вектор $\vec{L}$ спрямований перпендикулярно до площини, в якій лежать перемножуванні вектори. Якщо дивитися з кінця вектора $\vec{L}$, то найкоротший поворот від $\vec{r}$ до $\vec{p}$ відбувається проти годинникової стрілки (рис. 7.3).

Якщо матеріальна точка рухається по колу радіусу r, то модуль моменту імпульсу відносно центру кола дорівнює

$$L = mvr\,, \tag{7.8}$$

оскільки кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{r}$ дорівнює α=90°.

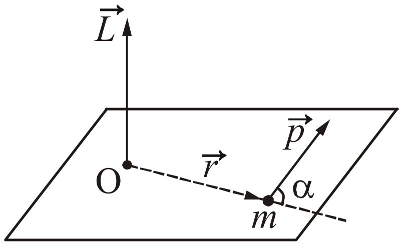


Рисунок 7.3

б) Момент імпульсу тіла відносно нерухомої осі обертання z.

Момент імпульсу (L_z) тіла відносно осі z буде дорівнювати сумі проекцій моментів імпульсів окремих точок на цю вісь:

$$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{i\,z}\,. \tag{7.9}$$

Розглянемо однорідне тверде тіло (для простоти зображення обраний диск), що обертається навколо нерухомої осі z. Виділимо в ньому елементарний об'єм масою m_i (рис. 7.4). У відповідності до (7.8) момент імпульсу матеріальної точки:

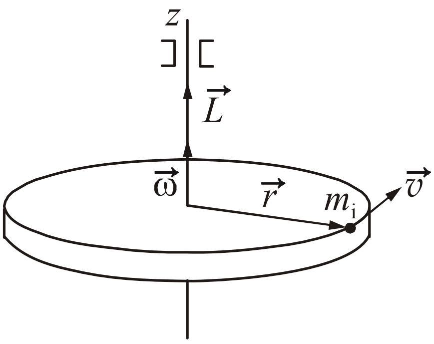


Рисунок 7.4

$$L_i = m_i v_i r_i$$

Лінійна швидкість v_i пов'язана з кутовою швидкістю ω співвідношенням

$$v_i = \omega r_i$$

Зробивши заміну, отримаємо

$$L_z = \sum r_i^2\, m_i\, \omega\,.$$

$$\sum r_i^2\, m_i = J_z\,,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі z.
Тоді

$$L_z = J_z \omega\,. \tag{7.10}$$

Оскільки вектор $\vec{\omega}$ спрямований по осі обертання, то вектор $\vec{L}$ також буде спрямований по осі обертання. Тоді формулу (7.10) можна переписати у векторному вигляді

$$\vec{L} = J\vec{\omega}\,. \tag{7.11}$$

7.1.3 Момент сили

Для характеристики зовнішньої механічної дії на тіло, що приводить до обертального руху тіла, вводять поняття моменту сили.

а) Момент сили відносно нерухомої точки.

Моментом сили ($\vec{M}$) відносно точки О називається векторна фізична величина, яка дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки О в точку до якій прикладена сила, на силу $\vec{F}$ (рис. 7.5).

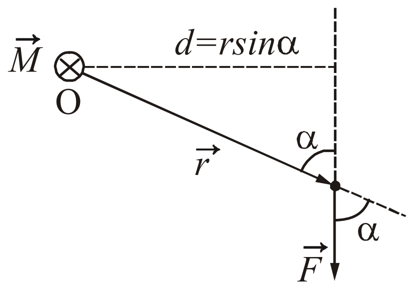


Рисунок 7.5

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} . \tag{7.12}$$

Модуль моменту сили визначається співвідношенням:

$$M = rF \sin\alpha = Fd . \tag{7.13}$$

$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$.

Величина $d = r\sin\alpha$ називається плечем сили. ***Плече сили*** – це довжина перпендикуляра, опущеного з точки О на лінію дії сили (рис. 7.5).

Вектор $\vec{M}$ спрямований перпендикулярно до площини, в якій лежать перемножені вектори, причому так, що напрям обертання, обумовленого силою, і напрям вектору $\vec{M}$ утворюють правогвинтову систему.

б) Момент сили відносно нерухомої осі z.

Розглянемо тіло, що обертається навколо нерухомої осі z під дією сили $\vec{F}$. Сила $\vec{F}$ лежить в площині, перпендикулярній до осі обертання (рис. 7.6).

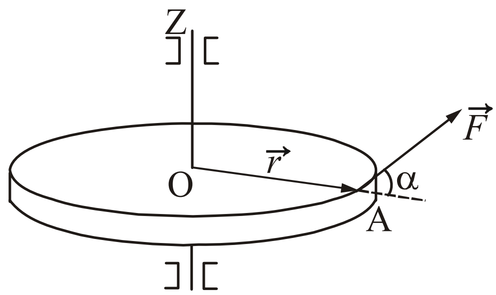


Рисунок 7.6

Моментом сили (M) відносно осі називається скалярна фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили на плече сили:

$$M_z = Fd , \tag{7.14}$$

де $d = r\sin\alpha$ – плече сили.

в) момент пари сил.

Дві рівні за модулем і протилежно спрямовані сили, які не діють уздовж однієї прямої, називаються ***парою сил.*** Відстань d між прямими, уздовж яких діють сили, називається ***плечем пари*** (рис. 7.7). Модуль моменту пари сил дорівнює добутку модуля сили на плече пари

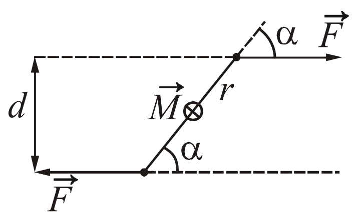


Рисунок 7.7

$$M = rF \sin\alpha = Fd . \tag{7.15}$$

Вектор моменту $\vec{M}$ пари сил перпендикулярний до площини, в якій лежать сили.

7.2 Основне рівняння динаміки обертального руху

Продиференціюємо за часом рівняння (7.6), яке записане для матеріальної точки:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt},$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \qquad \vec{p} = m\vec{v}.$$

Виконавши заміну, отримаємо

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \vec{F}.$$

Векторний добуток двох колінеарних векторів дорівнює нулю, тобто $\vec{v} \times m\vec{v} = 0$.

Векторний добуток $\vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$. Таким чином:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \tag{7.16}$$

Швидкість зміни моменту імпульсу матеріальної точки дорівнює сумарному моменту сил, які діють на точку.

Рівняння (7.16) називають ще рівнянням моментів.

Тверде тіло є системою матеріальних точок. На них діють як внутрішні, так і зовнішні сили. Для кожної з цих точок можна записати рівність

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_{i\,\text{внутр}} + \vec{M}_{i\,\text{зовнішн}},$$

де $\vec{M}_{i\,\text{внутр}}$ – момент внутрішніх сил;

$\vec{M}_{i\,\text{зовнішн}}$ – момент зовнішніх сил.

Для твердого тіла:

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N}\vec{L}_i = \sum_{i=1}^{N}\vec{M}_{i\,\text{внутр}} + \sum_{i=1}^{N}\vec{M}_{i\,\text{зовнішн}}.$$

$\sum_{i=1}^{N}\vec{L}_i = \vec{L}$ – момент імпульсу тіла.

З третього закону Ньютона випливає, що сумарний момент внутрішніх сил дорівнює нулю. Отже

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{N}\vec{M}_{\text{зовнішн}}. \tag{7.17}$$

Швидкість зміни моменту імпульсу тіла дорівнює сумарному моменту зовнішніх сил, які діють на тіло.

Отриманий вираз називається основним рівнянням динаміки обертального руху. Спроектуємо рівняння (7.17) на вісь z. Тоді

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z,$$

$$L_z = J_z\,\omega,$$

Якщо $J_z = \text{const}$, то можна записати

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z\,.$$

Враховуючи, що похідна кутової швидкості за часом дає кутове прискорення ε, отримаємо:

$$J_z\varepsilon = M_z\,.$$

Вектори $\vec{M}$ і $\vec{\varepsilon}$ спрямовані уздовж осі обертання, тому, опустивши індекси, це рівняння можна переписати у векторному вигляді

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}\,. \tag{7.18}$$

Рівняння (7.18) називається основним законом динаміки твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі.

7.3 *Закон збереження моменту імпульсу*

Основне рівняння динаміки обертального руху, записане у вигляді

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

може бути застосовано як до тіла, момент інерції якого змінюється під час руху, так і до системи тіл, що обертаються навколо даної нерухомої осі.

Якщо на тверде тіло не діють зовнішні сили або їх рівнодіюча не створює обертального моменту відносно осі обертання, то $M = 0$. У даному випадку змінення моменту імпульсу $dL = d(J\omega)$ дорівнює нулю. Звідси випливає закон збереження моменту імпульсу.

Якщо на тіло не діють зовнішні сили або діють так, що результуючий момент цих сил відносно осі обертання дорівнює нулю, то момент імпульсу тіла відносно цієї осі зберігається.

$$J\vec{\omega} = \text{const}\,. \tag{7.19}$$

З (7.19) випливає, що кутова швидкість тіла у цьому випадку обернено пропорційна його моменту інерції.

Рівнянню (7.19) можна надати наступного вигляду:

$$J_1\vec{\omega}_1 = J_1'\vec{\omega}_1'\,. \tag{7.20}$$

Закон збереження моменту імпульсу можна записати для системи тіл. Якщо система тіл, які обертаються відносно деякої осі, замкнена, то момент зовнішніх сил відносно цієї осі дорівнює нулю: $M = 0$. В цьому випадку змінення моменту імпульсу системи також буде дорівнювати нулю. Це означає, що момент імпульсу системи тіл залишається незмінним. Ми отримали закон збереження моменту імпульсу для системи тіл.

Момент імпульсу замкненої системи тіл залишається незмінним.

$$\vec{L} = \text{const}. \tag{7.21}$$

Співвідношення (7.21) означає, що в замкненій системі сума моментів імпульсів всіх тіл системи в будь-які два моменти часу однакова:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1'\omega_1' + J_2'\omega_2'. \tag{7.22}$$

де J і J' – моменти інерції тіл в довільні моменти часу t і t', ω і ω' – відповідні їм кутові швидкості.

Закон збереження моменту імпульсу можна застосовувати і для незамкнених систем, якщо алгебрична сума моментів зовнішніх сил відносно осі обертання дорівнює нулю.

Розділ 3. Робота, потужність, енергія

§8 Механічна робота. Потужність

8.1 *Робота*

Нехай в деякий момент часу на тіло діє сила $\vec{F}$, під дією якої тіло здійснює переміщення $d\vec{r}$ (рис. 8.1).

Елементарною роботою (δA) називається скалярна фізична величина, яка дорівнює скалярному добутку сили $\vec{F}$ на елементарне переміщення $d\vec{r}$ точки прикладання сили:

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r}. \tag{8.1}$$

У скалярному вигляді:

$$\delta A = F dr \cos\alpha, \tag{8.2}$$

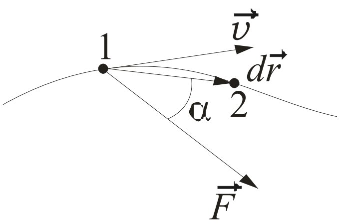


Рисунок 8.1

де α – кут між напрямами сили і переміщення.

$[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$ (джоуль*).

Робота при скінченному переміщенні визначається виразом:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r}. \tag{8.3}$$

Якщо в процесі переміщення сила не змінюється ні за модулем, ні за напрямом ($\vec{F} = \text{const}$), то її можна винести за знак інтеграла:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F dr \cos\alpha = F \cos\alpha \int_{r_1}^{r_2} dr = F(r_2 - r_1)\cos\alpha.$$

*Джоуль Джеймс Преськотт (1818–1889), англійський фізик.

Оскільки під час прямолінійного руху $r_2 - r_1 = S$,
де S – пройдений шлях (рис. 8.2), то

$$A = FS\cos\alpha . \tag{8.4}$$

Проаналізуємо рівняння (8.2).

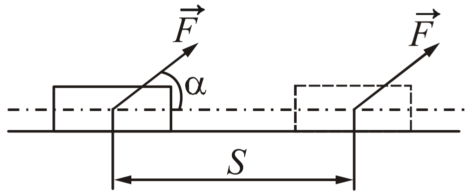


Рисунок 8.2

1. Робота є величиною алгебричною, тобто вона може бути як додатною так і від'ємною. Якщо кут α між $\vec{F}$ і $d\vec{r}$ гострий ($0 < \alpha < \pi/2$), то робота додатна, якщо кут α тупий ($\pi/2 < \alpha < \pi$), то робота від'ємна. Наприклад, робота сили тертя від'ємна, оскільки сила тертя спрямована завжди проти переміщення.

2. Сила не виконує роботи якщо:

а) тіло перебуває у спокої ($d\vec{r}$ =0);

б) напрям сили $\vec{F}$ перпендикулярний до напряму переміщення $d\vec{r}$ ($\alpha = \pi/2$).

Наприклад, доцентрові сили роботи не виконують, оскільки $\vec{F} \perp d\vec{r}$.

8.2 *Графічне зображення роботи*

Роботу можна обчислити графічно.

1. Розглянемо випадок, коли $\vec{F} = \text{const}$. Проекція сили $\vec{F}$ на заданий напрям $\vec{r}$ (рис. 8.3) дорівнює:

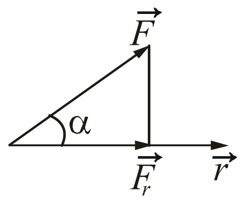


Рисунок 8.3

$$F\cos\alpha = F_r .$$

Графік залежності проекції F_r від r є прямою лінією (рис. 8.4). Знайдемо роботу:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r \cdot dr = F_r(r_2 - r_1) = F_r \cdot S$$

Очевидно, що робота сталої сили чисельно дорівнює площі заштрихованого прямокутника (рис. 8.4).

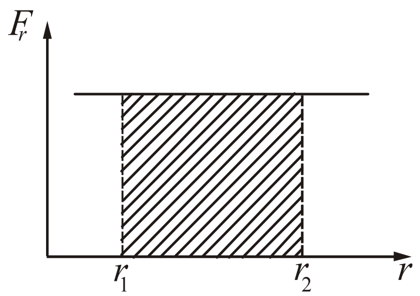


Рисунок 8.4

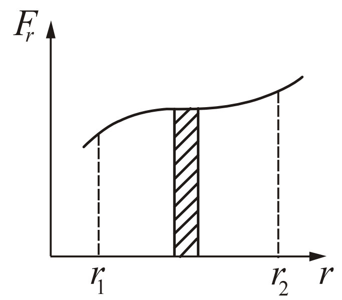


Рисунок 8.5

2. Якщо $\vec{F} \neq \text{const}$, то графік залежності проекції F_r від r є деякою кривою (рис. 8.5). Елементарна робота δA чисельно дорівнює площі вузької заштрихованої смужки

$$\delta A = F_r dr .$$

Робота при скінченному переміщенні

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$

чисельно дорівнюватиме площі криволінійної трапеції (рис. 8.5).

8.3 *Потужність*

Потужність (N) – скалярна фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи і чисельно дорівнює роботі, виконаній за одиницю часу:

$$N = \frac{dA}{dt} . \qquad (8.5)$$

$[N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$ (ватт*).

Формула (8.5) дає значення миттєвої потужності. Підставивши в (8.5) $\delta A = \vec{F} d\vec{r}$, отримаємо:

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v} . \qquad (8.6)$$

Миттєва потужність дорівнює скалярному добутку сили на швидкість тіла.

Якщо робота виконується за час t, то середня потужність:

$$< N > = \frac{A}{t} . \qquad (8.7)$$

Ефективність роботи пристроїв прийнято характеризувати коефіцієнтом корисної дії (ккд):

$$\eta = \frac{A_\text{к}}{A_\text{вик}} \cdot 100\% , \qquad (8.8)$$

де $A_\text{к}$ – корисна робота;
$A_\text{вик}$ – робота, що виконана.

8.4 *Робота і потужність при обертальному русі*

Розглянемо обертання твердого тіла відносно нерухомої осі під час дії сили, яка спрямована по дотичній до кола. Елементарна робота, що виконується при повороті на кут $d\varphi$

*Уатт Джеймс (1736–1819), англійський фізик.

$$\delta A = FdS\cos\alpha\,.$$

Сила $\vec{F}$ і переміщення $d\vec{S}$ паралельні (рис. 8.6), тобто $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$.

$$dS = Rd\varphi\,,$$

Тоді

$$\delta A = FRd\varphi\,.$$

Добуток FR дає момент сили відносно осі обертання: $FR = M$. Остаточно отримаємо:

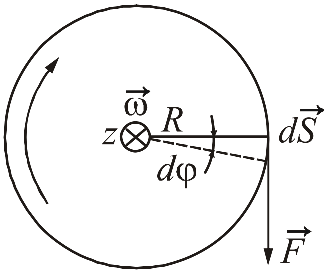


Рисунок 8.6

$$\delta A = Md\varphi\,, \tag{8.9}$$

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi\,. \tag{8.10}$$

Якщо $M = \text{const}$, то

$$A = M\varphi\,. \tag{8.11}$$

Розділивши роботу на час dt, за яке тіло обернулося на кут $d\varphi$, отримаємо потужність, що розвивається силою F:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = M\frac{d\varphi}{dt} = M\omega\,.$$

$$N = M\omega\,, \tag{8.12}$$

де ω – кутова швидкість.

§9 Енергія. Закон збереження енергії

Енергія – це єдина міра всіх форм руху матерії і типів взаємодії матеріальних об'єктів. Поняття енергії зв'язує воєдино всі явища природи. Відповідно до різних форм руху матерії розглядають різні види енергії: механічну, внутрішню, електромагнітну, ядерну.

Механічна енергія буває двох видів: кінетична і потенціальна.

9.1 *Кінетична енергія*

Нехай на матеріальну точку масою m діє сила $\vec{F}$. Знайдемо роботу цієї сили за час, протягом якого швидкість точки змінюється від v_1 до v_2. Елементарна робота сили $\vec{F}$ на переміщенні $d\vec{r}$

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r}\,.$$

За другим законом Ньютона $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$. Прийнявши, що $m = \text{const}$, $d\vec{p} = md\vec{v}$ зробимо заміну. У результаті отримаємо:

$$\delta A = \frac{d\vec{p}\,d\vec{r}}{dt} = m\vec{v}d\vec{v}.$$

Проінтегруємо отриманий вираз з урахуванням того, що скалярний добуток $\vec{v}d\vec{v} = vdv$.

$$A = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v}d\vec{v} = m\int_{v_1}^{v_2} vdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (9.1)$$

Величину $\dfrac{mv^2}{2}$ позначимо через $W_к$ і назвемо кінетичною енергією

$$W_к = \frac{mv^2}{2}. \qquad (9.2)$$

Кінетична енергія (або енергія руху) – частина механічної енергії, яка визначається масою і швидкістю матеріальної точки (тіла).

Таким чином, ***зміна кінетичної енергії тіла дорівнює роботі всіх сил, які діють на тіло*:**

$$A = \Delta W_к = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (9.3)$$

Вираз (9.3) називається теоремою про зміну кінетичної енергії.

Властивості кінетичної енергії:

1. Кінетична енергія – величина скалярна.
2. Кінетична енергія – величина додатна.
3. Кінетична енергія – величина відносна, оскільки швидкість залежить від вибору системи відліку.
4. Кінетична енергія – величина адитивна. Це означає, що кінетична енергія системи дорівнює сумі кінетичних енергій тіл, що входять в систему.

Енергію, яку має тверде тіло, що обертається навколо нерухомої осі, називають кінетичною енергією обертального руху цього тіла. Ця енергія складається з кінетичних енергій матеріальних точок, які входять до складу тіла:

$$W_к^{вр} = \sum_{i=1}^{N} W_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 .$$

$\sum\limits_{i=1}^{N} m_i r_i^2 = J$ – момент інерції твердого тіла відносно оси обертання.

Кінетична енергія обертального руху тіла

$$W_к^{вр} = \frac{J\omega^2}{2}. \qquad (9.4)$$

Для обертального руху також справедлива теорема про зміну кінетичної енергії:

$$A=\frac{J\omega_2^2}{2}-\frac{J\omega_1^2}{2}. \qquad (9.5)$$

При плоскому русі тіло бере участь в двох рухах: поступальному і обертальному. В цьому випадку повна кінетична енергія твердого тіла дорівнює сумі кінетичних енергій поступального руху тіла із швидкістю центра мас і обертального руху тіла навколо осі, що проходить через його центр мас. Ця енергія розраховується за формулою:

$$W_{\text{к}}=W_{\text{к}}^{\text{пост}}+W_{\text{к}}^{\text{об}}=\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}, \qquad (9.6)$$

де v – швидкість поступального руху центру мас;

ω – кутова швидкість навколо осі, що проходить через центр мас.

9.2 *Потенціальна енергія*

Потенціальна енергія – це та частина механічної енергії системи, яка залежить від взаємного розташування тіл або частин тіла, а також від природи сил, які діють між тілами.

9.2.1 Консервативні і неконсервативні сили

Сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, а визначається лише кінцевим і початковим положенням тіла, називають ***консервативними***, а їх поля – ***потенціальними.***

Приклади консервативних сил: гравітаційні, пружні, кулонівські.

Сили, робота яких залежить від форми траєкторії, називають ***неконсервативними*** або дисипативними, а їх поля – ***непотенціальними.***

Приклади неконсервативних сил: сили сухого і в'язкого тертя, сили опору, сили тиску газу, сили вихрового електричного поля; сили, що розвиваються якими-небудь «джерелами» сил (машинами, двигунами і т.д.).

9.2.2 Робота і потенціальна енергія

Розрахуємо роботу деяких сил.

1. Робота сили пружності.

За законом Гука $F_{\text{пруж}}=-kx$. Знайдемо роботу, яку потрібно затратити щоб розтягнути пружину від x_1 до x_2:

$$A=\int_1^2 \vec{F}_{\text{пруж}}\cdot d\vec{r}=\int_{x_1}^{x_2}(-kx)dx=\frac{kx_1^2}{2}-\frac{kx_2^2}{2}.$$

$$A=-\left(\frac{kx_2^2}{2}-\frac{kx_1^2}{2}\right). \qquad (9.7)$$

Величину $\frac{kx^2}{2}$ позначимо через $W_п$ і назвемо ***потенціальною енергією*** розтягненої (стисненої) пружини:

$$W_п = \frac{kx^2}{2}. \tag{9.8}$$

Тоді

$$A = -\left(W_{п_2} - W_{п_1}\right) = -\Delta W_п, \tag{9.9}$$

тобто робота сил пружності дорівнює зменшенню потенціальної енергії.

Робота сил пружності не залежить від проміжного значення координати і визначається лише кінцевим і початковим положеннями. Отже, сила пружності – консервативна.

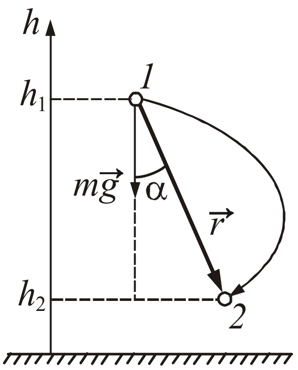


Рисунок 9.1

2. Робота сили тяжіння.

Нехай матеріальна точка масою m перемістилася по довільній траєкторії з точки 1 в точку 2 (рис. 9.1). Точки відстоять від поверхні Землі відповідно на відстані h_1 і h_2. Робота, що виконується силою тяжіння

$$A = m\vec{g}\,\vec{r} = mgr\cos\alpha.$$

З рис. 9.1 можна побачити, що $r\cos\alpha = h_1 - h_2$. Таким чином

$$A = mg\left(h_1 - h_2\right) = -\left(mgh_2 - mgh_1\right). \tag{9.10}$$

Величину mgh позначимо через $W_п$ і назвемо ***потенціальною енергією*** матеріальної точки (тіла) в полі сили тяжіння Землі:

$$W_п = mgh. \tag{9.11}$$

Робота сили тяжіння також дорівнює зменшенню потенціальної енергії. Оскільки робота визначається лише кінцевим і початковим положенням тіла, то сила тяжіння є консервативною силою.

Властивості потенціальної енергії:

1. Потенціальна енергія може бути тільки взаємною: вона однаковою мірою характеризує обидва тіла, що взаємодіють. Але потенціальну енергію часто приписують одному з тіл. Наприклад, говорять про потенціальну енергію тіла піднятого над Землею. Так поступають для зручності аналізу.
2. Числове значення потенціальної енергії залежить від вибору нульового рівня (початку відліку) потенціальної енергії. Вибрати нульовий рівень це означає вибрати таке відносне розташування тіл, що взаємодіють, при якому їх взаємну потенціальну енергію можна умовно прийняти рівній нулю.
3. Потенціальна енергія може мати як додатне, так і від'ємне значення. Це пов'язано з довільністю вибору початку відліку.
4. Стан взаємодіючих тіл можна описати потенціальною енергією тільки в тому випадку, якщо між тілами діють консервативні сили.

9.2.3 Графічне зображення потенціальної енергії

Графік залежності потенціальної енергії від координат називається ***потенціальною кривою.*** Розглянемо одну з можливих потенціальних кривих для двох матеріальних точок (рис. 9.2). Одна з цих точок знаходиться у початку координат, а друга переміщується уздовж напряму r.

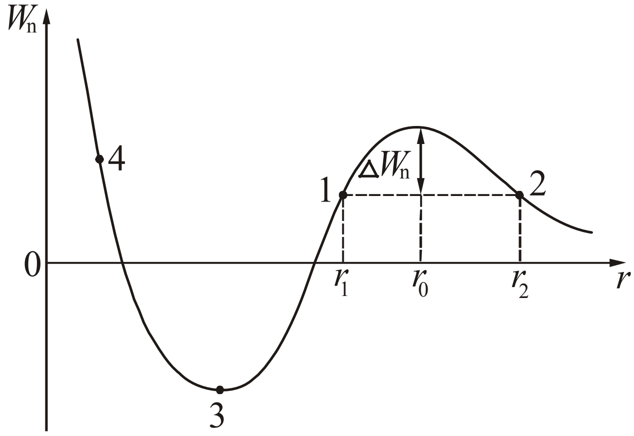
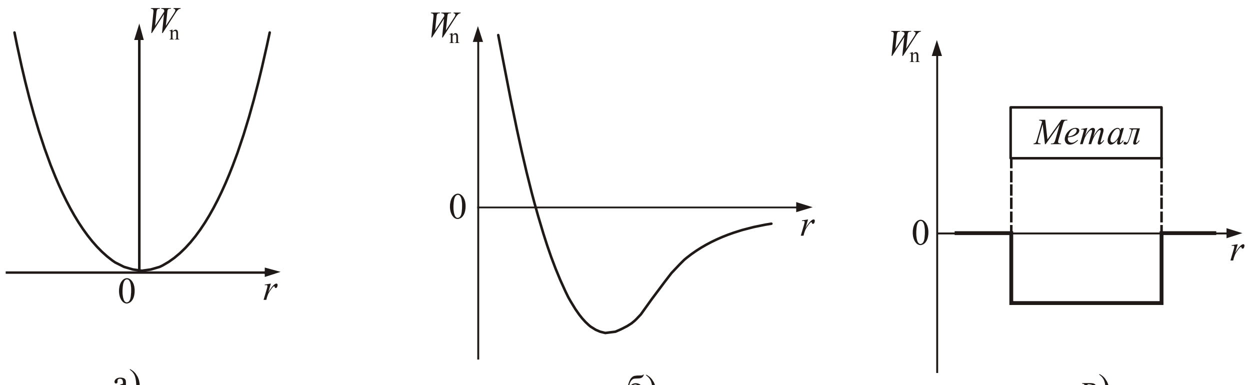


Рисунок 9.2

Якщо при русі матеріальної точки її потенціальна енергія різко зростає, то говорять про існування ***потенціального бар'єру***, про висоту бар'єру, його ширину, нахил стінок і т.п.

Наприклад, для точки, що знаходиться в положенні 1 з координатою r_1 висота бар'єру $\Delta W_п$, а ширина бар'єру $r_2 - r_1$. Якщо потенціальний бар'єр зустрічається на шляху точки як в додатному, так і в від'ємному напрямах осі r, то говорять, що точка знаходиться у ***потенціальній ямі***. На рис. 9.2 – це ділянка 4-3-1. Форму і глибину потенціальної ями визначає вид залежності потенціальної енергії від координат.

Наведемо приклади реальних потенціальних кривих.



а) б) в)

Рисунок 9.3

На рис. 9.3 а зображена потенціальна крива матеріальної точки, що здійснює коливання на пружині. Її потенціальна енергія

$$W_п = \frac{kr^2}{2}.$$

Як випливає з рисунка, матеріальна точка знаходиться в потенціальній ямі з симетричними стінками.

На рис. 9.3 б зображена потенціальна крива взаємодії двох молекул реального газу. Особливістю кривої є її асиметрія: один край крутий, а інший – пологий.

Крива на рис. 9.3 в відображає потенціальну енергію вільних електронів в металі і за його межами. Вільні електрони в металі знаходяться в потенціальній ямі. Стінки ями майже вертикальні. Це означає, що електрична сила, яка діє на електрони на межі металу з вакуумом дуже велика. Гладке горизонтальне дно ями означає, що на вільні електрони усередині металу сила не діє.

Аналіз потенціальних кривих взаємодії частинок у твердому тілі дозволяє встановити характер і межі руху частинок, пояснити причини теплового розширення і т.п. Розгляд потенціальних кривих вільних електронів в металах дозволяє зрозуміти і пояснити такі явища, як термоелектронна емісія, виникнення контактної різниці потенціалів, термоелектрорушийної сили та ін.

9.3 *Закон збереження механічної енергії*

Матеріальна точка може одночасно мати і кінетичну, і потенціальну енергію. Сума кінетичної і потенціальної енергій точки називається її повною механічною енергією W.

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} \tag{9.12}$$

Розглянемо систему, яка складається з N матеріальних точок, що взаємодіють одна з одною. Сили взаємодії між точками вважатимемо консервативними. Система також знаходиться під впливом зовнішніх сил, як консервативних, так і неконсервативних. Визначимо роботу, що виконується цими силами.

Сумарна робота всіх сил за теоремою про зміну кінетичної енергії:

$$A = W_{\text{к}_2} - W_{\text{к}_1}.$$

З другого боку, робота A дорівнює сумі робіт, виконаних зовнішніми консервативними і неконсервативними силами, а також внутрішніми консервативними:

$$A = A_{\text{конс}}^{\text{зовніш}} + A_{\text{неконс}}^{\text{зовніш}} + A_{\text{конс}}^{\text{внутр}}.$$

Робота внутрішніх консервативних сил дорівнює зменшенню взаємної потенціальної енергії тіл:

$$A_{\text{конс}}^{\text{внутр}} = -\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right).$$

Якщо система замкнена (див. п. 6.6), то $A_{\text{конс}}^{\text{зовніш}} = 0$, $A_{\text{неконс}}^{\text{зовніш}} = 0$. В цьому випадку:

$$-\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right) = W_{\text{к}_2} - W_{\text{к}_1}.$$

Згрупуємо члени рівняння таким чином:

$$W_{\text{к}_1} + W_{\text{п}_1} = W_{\text{к}_2} + W_{\text{п}_2}.$$

Це означає, що для будь-яких двох станів:

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const}. \tag{9.13}$$

Ми прийшли до закону збереження механічної енергії.

Повна механічна енергія замкненої системи матеріальних точок (тіл), між якими діють тільки консервативні сили, зберігається, тобто не змінюється з часом.

Дія неконсервативних сил (наприклад, сил тертя) зменшує механічну енергію системи. Такий процес називається ***дисипацією*** енергії («дисипація» означає «розсіяння»). Сили, що приводять до дисипації енергії, називаються дисипативними. При дисипації енергії механічна енергія системи перетворюється в інші види енергії (наприклад, у внутрішню енергію). Перетворення йде відповідно до загального закону природи – закону збереження енергії.

Закон збереження енергії застосовується до всіх без виключення процесів в природі. Його можна сформулювати таким чином.

Повна енергія ізольованої системи завжди залишається незмінною, енергія лише переходить з однієї форми в іншу.

§10 Зіткнення тіл

Граничними, ідеалізованими видами зіткнень є абсолютно непружний і абсолютно пружний удари. ***Абсолютно непружним*** називається удар, при якому потенціальна енергія пружної деформації не виникає; кінетична енергія тіл частково або повністю переходить у внутрішню. Після удару тіла рухаються з однаковою швидкістю (тобто як одне тіло) або перебувають у спокої. При такому ударі виконується тільки закон збереження імпульсу. Механічна енергія не зберігається – вона частково або повністю переходить у внутрішню.

Абсолютно пружним називається удар, при якому повна механічна енергія тіл зберігається. Спочатку кінетична енергія частково або повністю переходить в потенціальну енергію пружної деформації. Потім тіла повертаються до первинної форми, відштовхуючи одне одного. У результаті потенціальна енергія знову переходить в кінетичну і тіла розлітаються. При такому ударі виконуються і закон збереження механічної енергії, і закон збереження імпульсу.

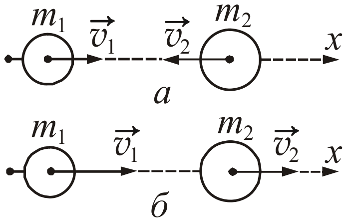


Рисунок 10.1

Розглянемо ***центральний удар*** двох однорідних куль. Удар називається центральним, якщо кулі до удару рухаються уздовж прямої, що проходить через їх центри (рис. 10.1).

Припустимо, що кулі рухаються поступально (тобто не обертаючись), і що вони утворюють замкнену систему. Позначимо маси куль через m_1 і m_2, швидкості куль до удару $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$, після удару $\vec{u}_1$ і $\vec{u}_2$.

1. Абсолютно непружний удар.

За законом збереження імпульсу:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}\,, \qquad (10.1)$$

де $\vec{u}$ – загальна швидкість куль після удару.

Звідси

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \tag{10.2}$$

Для чисельних розрахунків всі вектори необхідно спроектувати на вісь x (рис. 10.1).

2. Абсолютно пружний удар.

Запишемо закон збереження імпульсу і закон збереження механічної енергії:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2, \tag{10.3 а}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \tag{10.3 б}$$

Розв'язуючи отриману систему рівнянь, знайдемо швидкості куль після удару.

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 + (m_1 - m_2)\vec{v}_1}{m_1 + m_2}. \tag{10.4}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 + (m_2 - m_1)\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \tag{10.5}$$

Щоб виконати розрахунки, необхідно спроектувати вектори швидкостей на вісь x (рис. 10.1). Якщо при розрахунку якась проекція швидкості виявиться від'ємною, то це означає, що вектор цієї швидкості спрямований убік, протилежний напряму осі x.

На закінчення відзначимо, що величини, що характеризують динаміку обертального руху, і формули, що описують цей рух, аналогічні відповідним величинам і формулам поступального руху. Ця аналогія простежується в таблиці 10.1.

Таблиця 10.1. Зіставлення формул кінематики і динаміки поступального і обертального рухів

Поступальний рух	Обертальний рух
S – шлях	φ – кут повороту
$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ – лінійна швидкість	$\vec{\omega}=\dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$ – кутова швидкість
$\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$ – лінійне прискорення	$\vec{\varepsilon}=\dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ – кутове прискорення
Рівномірний рух	Рівномірне обертання
$v=\text{const}, \quad S=vt$	$\omega=\text{const}, \quad \varphi=\omega t$
Рівнозмінний рух	Рівнозмінне обертання
$a=\text{const}, \quad v=v_0\pm at$	$\varepsilon=\text{const}, \quad \omega=\omega_0\pm\varepsilon t$
$S=v_0 t\pm\dfrac{at^2}{2}$	$\varphi=\omega_0 t\pm\dfrac{\varepsilon t^2}{2}$
m – маса тіла	J – момент інерції
$\vec{p}=m\vec{v}$ – імпульс тіла	$\vec{L}=J\vec{\omega}$ – момент імпульсу твердого тіла відносно осі обертання
$\vec{F}$ – сила	$\vec{M}$ – момент сили
$\dfrac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}$ – основне рівняння динаміки поступального руху	$\dfrac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$ – основне рівняння динаміки обертального руху
Якщо $m=\text{const}$, то $\vec{F}=m\vec{a}$	Якщо $J=\text{const}$, то $\vec{M}=J\vec{\varepsilon}$
$W_{\text{к}}^{\text{пост}}=\dfrac{mv^2}{2}$ – кінетична енергія	$W_{\text{к}}^{\text{обер}}=\dfrac{J\omega^2}{2}$ – кінетична енергія
$A=\dfrac{mv_2^2}{2}-\dfrac{mv_1^2}{2}$ – теорема про зміну кінетичної енергії	$A=\dfrac{J\omega_2^2}{2}-\dfrac{J\omega_1^2}{2}$ – теорема про зміну кінетичної енергії
$\delta A=F_r dr$ – робота	$\delta A=M\,d\varphi$ – робота
$N=Fv$ – потужність	$N=M\omega$ – потужність

Розділ 4. Елементи спеціальної теорії відносності

§11 Елементи спеціальної теорії відносності

Теорія відносності – це фізична теорія, що розглядає просторово-часові закономірності, справедливі для будь-яких фізичних процесів.

Спеціальна теорія відносності вивчає властивості простору і часу в інерціальних системах відліку за відсутністю полів тяжіння. Спеціальну теорію відносності також називають релятивістською теорією.

11.1 *Принцип відносності Галілея*

Зіставимо описи руху частинки в інерціальних системах відліку К і К′. Система К′ рухається відносно К зі сталою швидкістю v у напрямі осі x (рис. 11.1). Координати точки М в системі К і К′ будуть зв'язані співвідношеннями:

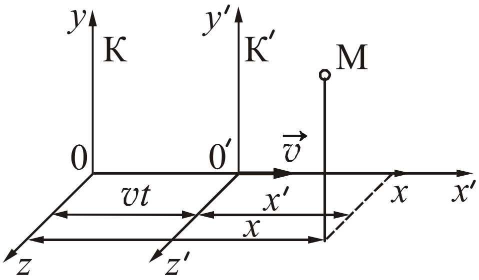


Рисунок 11.1

$$
\begin{aligned}
x &= x' + vt & \qquad x' &= x - vt \\
y &= y' & y' &= y \\
z &= z' & z' &= z \\
t &= t' & t' &= t
\end{aligned}
\qquad (11.1)
$$

Сукупність цих рівнянь називається ***перетвореннями Галілея****. Рівність $t' = t$, означає, що час в обох системах тече однаково.

Таким чином, перетворення Галілея дозволяють визначити координати в одній інерціальній системі відліку за відомими координатами в іншій інерціальній системі відліку.

Продиференцюємо перше з рівнянь (11.1) за часом, врахувавши, що $t' = t$:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v,$$

$\frac{dx}{dt} = V_x$ – швидкість точки M уздовж осі x в системі К;

$\frac{dx'}{dt} = v'_x$ – швидкість точки M уздовж осі x' в системі К′.

Отже:

$$V_x = v'_x + v. \qquad (11.2)$$

Аналогічні рівняння можна було б отримати для v_y і v_z. Рівняння (11.2) в цьому випадку можна записати у векторному вигляді:

$$\vec{V} = \vec{v}' + \vec{v} \qquad (11.3)$$

*Галилей Галілео (1564–1642), італійський фізик і математик.

Рівняння (11.3) є законом додавання швидкостей у класичної механіці. Продиференцюємо за часом (11.3) і отримаємо рівність:

$$\vec{a} = \vec{a}' \qquad (11.4)$$

($v = \mathrm{const}$, $dv/dt = 0$)

Таким чином, прискорення точки відносно систем К і К′ однакові. Маса тіла при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої не міняється, отже

$$m\vec{a} = m'\vec{a}', \quad \text{или} \quad \vec{F} = \vec{F}'. \qquad (11.5)$$

Системи К і К′ були узяті довільно. Тому отриманий результат означає наступне:

1. Закони механіки однаково формулюються у всіх інерціальних системах відліку.
2. Усі механічні явища у всіх інерціальних системах відліку протікають однаково за однакових початкових умов.

Ці твердження називаються принципом відносності Галілея. З принципу відносності випливає, що ніякими механічними дослідами, проведеними всередині інерціальної системи відліку, неможливо встановити, чи система перебуває у стані спокою, чи рухається прямолінійно і рівномірно.

Величини, які мають одне і те ж чисельне значення у всіх системах відліку, називаються інваріантними (invariantis– що не «змінюється»). В перетвореннях Галілея інваріантними величинами є маса, прискорення, сила, час. Неінваріантні: швидкість, імпульс, кінетична енергія.

11.2 *Постулати спеціальної теорії відносності*

В основі спеціальної теорії відносності лежать два постулати: принцип відносності Ейнштейна і принцип сталості швидкості світла. Принцип відносності Ейнштейна є розповсюдженням механічного принципу Галілея на все без виключення фізичні явища.

1. В будь-яких інерціальних системах відліку всі фізичні явища (механічні, оптичні, теплові і т.д.) протікають однаково (за однакових умов). Це означає, що рівняння, які виражають закони природи, інваріантні відносно до перетворень координат і часу при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої.

2. Швидкість світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку, вона не залежить від швидкості руху джерела і приймача світла і є граничним значенням швидкості передачі сигналу.

$$c = 2{,}998 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

11.3 *Перетворення Лоренца*

Перетворення, які задовольняють постулатам Ейнштейна, називаються перетвореннями Лоренца*. Якщо система К′ рухається відносно системи К із швидкістю v, спрямованої уздовж осі x (рис.11.1), то ці перетворення мають вигляд:

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \dfrac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = \dfrac{x - vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \tag{11.6}$$

Проаналізуємо перетворення Лоренца.

1. Якщо $v << c$, то $\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} \approx 1$.

Перетворення Лоренца при цьому перейдуть в перетворення Галілея. Це означає, що виконується ***принцип відповідності.*** Принцип відповідності полягає в тому, що всяка нова теорія містить в собі стару теорію як граничний випадок.

2. Припустимо, що $v > c$. При цьому $\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right) < 0$.

Це означає, що перетворення не мають сенсу. Звідси випливає, що рух з швидкістю $v > c$ неможливий.

3. З перетворень Лоренца видно, що часові і просторові координати взаємозв’язані.

Використовуючи перетворення Лоренца, можна отримати релятивістський закон додавання швидкостей:

$$V = \frac{v' + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} v'} \tag{11.7}$$

Якщо v і v' багато менші від швидкості світла, то

$$V = v' + v$$

Це означає, що рівняння (11.7) переходить в класичний закон додавання швидкостей (див. формулу (11.3)).

*Лоренц Хендрік Антон (1853–1928), нідерландський фізик.

11.4 *Наслідки з перетворень Лоренца*

З перетворень Лоренца випливає ряд незвичайних з погляду класичної ньютонівської механіки наслідків.

1. Поняття одночасності подій відносне, а не абсолютне, як це визначається в класичній механіці. Це означає, що одночасні події, які відбуваються в різних точках системи К′, будуть неодночасними в системі К.
2. Відносність проміжку часу між подіями

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{11.8}$$

де $\Delta\tau_0$ – проміжок часу, виміряний за годинником, що рухається разом з тілом (власний час);

$\Delta\tau$ – проміжок часу в системі відліку, що рухається із швидкістю v.

З отриманої формули виходить, що власний час менше часу, відліченого за годинником, що рухається відносно тіла.

3. Скорочення лінійних розмірів у напрямі руху (лоренцове скорочення)

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}, \tag{11.9}$$

де l_0 – довжина тіла в системі відліку, відносно якої воно покоїться (власна довжина);

l – довжина тіла в системі відліку, відносно якої воно рухається із швидкістю v.

Змінюються тільки подовжні розміри, поперечні залишаються сталими.

11.5 *Основні співвідношення релятивістської динаміки*

1. Ейнштейн показав, що маса тіла є функцією швидкості руху:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{11.10}$$

де m_0 – маса тіла в системі відліку, що перебуває у спокої (маса спокою);

m – маса тіла, що рухається.

Графік залежності маси тіла від швидкості зображено на рис. 11.2. З (11.10) випливає, що якщо швидкість тіла прагне швидкості світла ($v \to c$), то його маса спрямовується до нескінченності. Отже, ніяке тіло, що має масу спокою, не може рухатися із швидкістю світла. З швидкістю c можуть рухатися лише частинки, які мають масу спокою, що дорівнює нулю (наприклад, фотони).

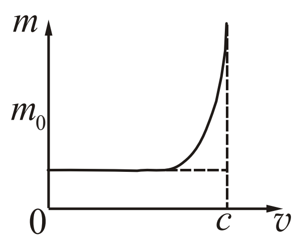


Рисунок 11.2

2. Релятивістський імпульс.

$$\vec{p} = m\vec{v},$$

Замінимо масу за формулою (11.10) і отримаємо:

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{11.11}$$

Графік залежності імпульсу від швидкості зображено на рис. 11.3.

Рівняння другого закону Ньютона виявляється інваріантним відносно перетворень Лоренца, якщо під імпульсом розуміти вираз (11.11).

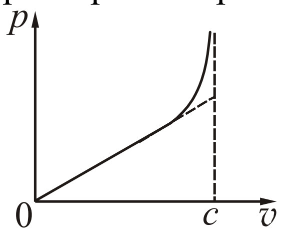


Рисунок 11.3

Отже, релятивістський вираз другого закону Ньютона має вигляд:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \vec{F}. \tag{11.12}$$

3. Взаємозв'язок маси і енергії.

Величину

$$E = mc^2 \tag{11.13}$$

називають повною (релятивістської) енергією, а величину

$$E_0 = m_0c^2 \tag{11.14}$$

енергією спокою.

Вираз (11.13) є законом взаємозв'язку енергії і маси.

Повна енергія матеріального об'єкту дорівнює добутку його релятивістської маси на квадрат швидкості світла у вакуумі.

Звідси випливає, що всяка зміна маси тіла на Δm супроводжується зміною його енергії на величину

$$\Delta E = \Delta mc^2. \tag{11.15}$$

4. Релятивістський вираз для кінетичної енергії має вигляд:

$$W_\text{к} = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2.$$

$$W_\text{к} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right). \tag{11.16}$$

У разі малих швидкостей $v << c$ формулу (11.16) можна перетворити таким чином:

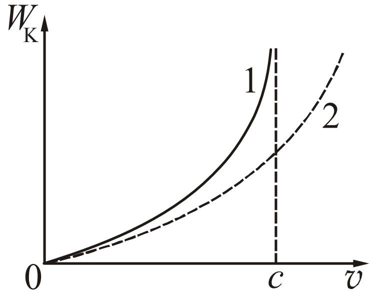


Рисунок 11.4

$$W_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right) \approx mc^2\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{c^2}-1\right)=\frac{mv^2}{2},$$

тобто отримати класичний вираз для кінетичної енергії. На рис. 11.4 графік 1 відповідає релятивістській залежності, графік 2 – класичній.

5. Зв'язок кінетичної енергії з імпульсом релятивістської частинки:

$$p=\frac{1}{c}\sqrt{W_к\left(W_к+2E_0\right)}. \qquad (11.17)$$

На закінчення слід зазначити, що теорія відносності не заперечує існування абсолютних величин і понять. Вона лише встановлює, що ряд понять і величин, які вважалися в класичній фізиці абсолютними, насправді є відносними.

Не слід також думати, що з появою теорії відносності класична фізика втратила своє значення. Релятивістські ефекти для звичайних макроскопічних тіл і звичайних швидкостей такі незначні, що лежать далеко за межами практичної точності. У більшості галузей техніки класична фізика «працює» так саме добре, як і раніше.

• Зверніть увагу!

Історично склалося так, що в навчальних і наукових текстах з фізики можуть спостерігатися наступні ситуації:

1. Одним і тим же терміном позначаються різні явища або поняття.
2. Одне і те ж поняття називається різними термінами.
3. Термін застосовується до об'єктів, до яких його застосовувати не можна.
4. Різні за значенням поняття позначаються близькими за звучанням термінами.

Для того, щоб навчальний матеріал сприймався адекватно, в кінці кожного розділу вводиться рубрика «Зверніть увагу!», в якій даються спеціальні пояснення.

***Розрізняйте наступні, близькі за звучанням, терміни*:**

Інертність – властивість різних матеріальних об'єктів набувати різні прискорення при однакових зовнішніх діях з боку інших тіл. Інертність властива різним тілам у різній мірі. Мірою інертності тіла у поступальному русі є маса, а при обертальному русі – момент інерції.

Інерція – властивість тіл зберігати незмінним стан свого руху у відношенні до інерціальних систем відліку, коли зовнішні дії на тіло відсутні або взаємно врівноважуються. Інерція властива всім матеріальним об'єктам в рівному ступені.

Момент інерції – це міра інертних властивостей твердого тіла при обертальному русі, що характеризує розподіл маси щодо осі обертання і залежить від маси, форми і розмірів тіла.

- **Після вивчення розділу «Фізичні основи механіки» студент повинен *ЗНАТИ*:**

***Сутність понять*:**
Фізичне явище, фізична величина, фізична модель, фізичний закон, система одиниць вимірювання. Матеріальна точка. Абсолютно тверде тіло, абсолютно пружне тіло, абсолютно непружне тіло. Система відліку, тіло відліку, траєкторія, радіус-вектор.

***Визначення фізичних величин, їх одиниці вимірювання і формули, за якими розраховуються величини*:**
Шлях, переміщення, швидкість, прискорення. Кутове переміщення, кутова швидкість, кутове прискорення, період, частота обертання. Маса, густина, імпульс тіла, сила, імпульс сили. Момент інерції, момент сили, момент імпульсу. Робота, потужність, енергія.

***Закони*:**
Закон всесвітнього тяжіння. Закони Гука, Архімеда, сухого і в'язкого тертя. Закони Ньютона. Основний закон динаміки обертального руху. Закони збереження імпульсу, моменту імпульсу, механічної енергії.
Класичний закон складання швидкостей, закон складання швидкостей в релятивістській механіці.

***Теореми*:**
Теорема Штейнера. Теорема про зміну кінетичної енергії.

***Рівняння*:**
Рівняння швидкості і переміщення для рівномірного і рівнозмінного руху.

***Формули*:**
Зв'язок між лінійними і кутовими характеристиками. Потенціальна енергія, кінетична енергія поступального і обертального руху. Розрахунок роботи і потужності при поступальному і обертальному русі.
Перетворення Галілея, перетворення Лоренца, наслідки з перетворень Лоренца, основні співвідношення релятивістської динаміки.

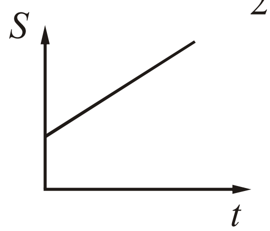
***Графіки*:**
Графічне подання руху (графік залежності координати тіла від часу, графік залежності швидкості, прискорення від часу).
Графічне подання пройденого шляху, роботи, потенціальної енергії.

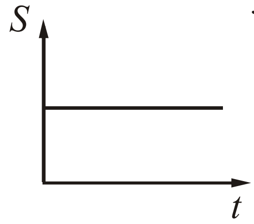
ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ»

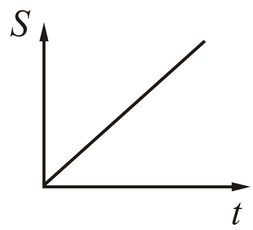
Інструкція. Даний тест призначений для перевірки знань за темою “*Фізичні основи механіки”*. Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, користуючись таблицею кодів. Якщо Ви дали

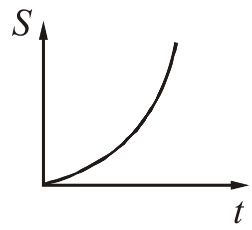
1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
2) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
3) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
4) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал. Прочитайте його ще раз.

1. Вкажіть графік, якій відповідає графіку шляху рівномірного руху (S_0=0).

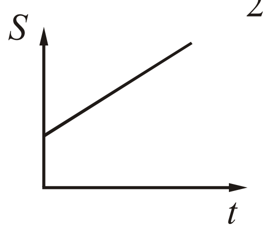
1. 

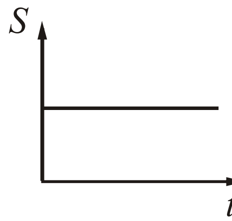
2. 

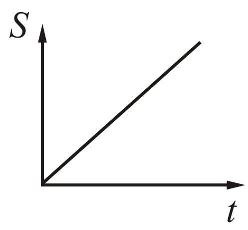
3. 

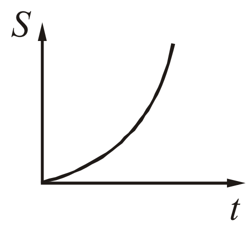
4. 

2. Вкажіть графік, якій відповідає графіку шляху рівноприскореного руху. Початкова швидкість v_0 тіла дорівнює нулю.

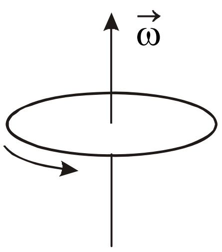
1. 

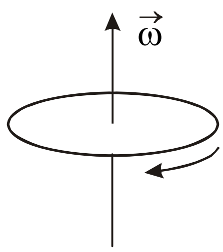
2. 

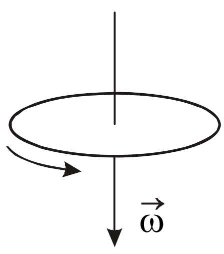
3. 

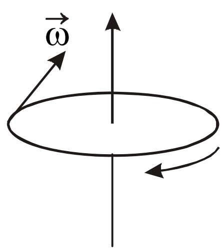
4. 

3. Матеріальна точка рухається по колу. Вкажіть напрям вектора кутової швидкості.

1. 

2. 

3. 

4. 

4. Вкажіть кінематичне співвідношення, в якому допущена помилка.

1. $v = \omega r$ 2. $a_\tau = \varepsilon r$ 3. $a_\tau = \dfrac{\varepsilon}{r}$ 4. $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

5. Залежність швидкості тіла від часу має вигляд $v = 5 - t$ (м/с). Вкажіть значення початкової швидкості і прискорення точки.

1. v_0 = 1 м/с, a = 1 м/с^2
2. v_0 = 5 м/с, a = 1 м/с^2
3. v_0 = –5 м/с, a = –1 м/с^2
4. v_0 = 5 м/с, a = –1 м/с^2

6. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t має вигляд $S = 3t - t^2$ (м). Вкажіть значення початкової швидкості і прискорення точки.
   1. v_0 = 2 м/с a = 3 м/с^2
   2. v_0 = 3 м/с a = –2 м/с^2
   3. v_0 = –2 м/с a = –3 м/с^2
   4. v_0 = 3 м/с a = 2 м/с^2

7. Тангенціальне прискорення характеризує...
   1) зміну положення тіла в просторі;
   2) зміну швидкості за величиною і напрямом;
   3) зміну швидкості за величиною;
   4) зміну швидкості за напрямом.

8. Нормальне прискорення характеризує...
   1) зміну швидкості за величиною;
   2) зміну швидкості за величиною і напрямом;
   3) зміну швидкості за напрямом;
   4) зміну положення тіла в просторі.

9. Вкажіть випадок, що відповідає рівноприскореному руху точки по колу.
   1. a_n=const; a_τ=const.
   2. $a_n \sim t$; a_τ=const.
   3. a_n=0; a_τ=const.
   4. $a_n \sim t^2$; a_τ=const.

10. Нормальне прискорення точок тіла a_n=const, тангенціальне прискорення a_τ=0. Вкажіть характер руху.
    1. Рівномірне прямолінійне.
    2. Рівномірне обертальне.
    3. Рівноприскорене прямолінійне.
    4. Рівноприскорене обертальне.

11. Нормальне прискорення точок тіла $a_n = 0$, тангенціальне прискорення a_τ = const. Вкажіть характер руху.
    1. Рівномірне прямолінійне.
    2. Рівномірне обертальне.
    3. Рівноприскорене прямолінійне.
    4. Рівноприскорене обертальне.

12. Вектор повного прискорення при рівномірному русі точки по колу …
    1) постійний за модулем і напрямом.
    2) дорівнює нулю.
    3) постійний за модулем, але безперервно змінюється за напрямом.

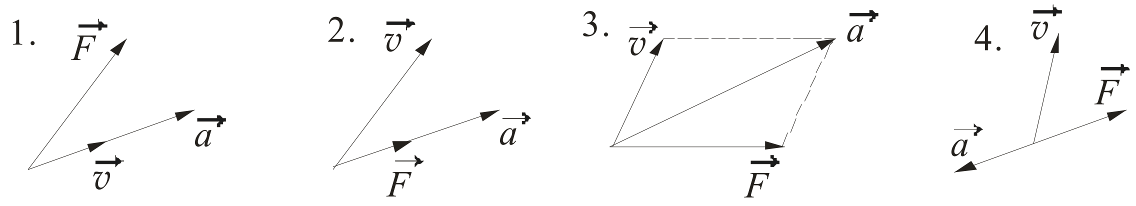
13. При частоті обертання 2 с$^{-1}$ тіло...
    1) здійснює один оборот за 2 с;
    2) здійснює 2 обороти за 1 с;
    3) за 1 с проходить шлях, що дорівнює 2 радіусам кола;
    4) за 2 с проходить шлях, що дорівнює 1 радіусу кола.

14. Матеріальна точка рухається по колу радіусом R=1 м. Вона переміщується із точки А в точку В, зробивши при цьому 1/3 повного обороту ($\alpha = 2\pi/3$). Точка пройшла шлях
    1. 1 м
    2. $\sqrt{3}$ м
    3. 2 м
    4. $2\pi/3$ м

15. Вкажіть позначення буквою і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин *Приклад:* Сила струму – *I* – А (ампер).

Швидкість, прискорення, кутове переміщення, кутова швидкість, кутове прискорення, частота обертання, період обертання.

16. Вкажіть правильний напрям прискорення точки, що рухається.



($\vec{v}$ – швидкість $\vec{F}$ – рівнодійна прикладених сил).

17. Вкажіть формулу, яка є самим загальним виразом другого закону Ньютона.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$ 2. $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $\vec{L} = J\vec{\omega}$ 4. $\vec{p} = m\vec{v}$

18. Вкажіть форму запису другого закону Ньютона, справедливу лише тоді, коли m=const.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$ 2. $Fdt = mdv + vdm$

3. $F = m\dfrac{dv}{dt} + v\dfrac{dm}{dt}$ 4. $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

19. На тіло, що рухається з постійною швидкістю в інерціальної системі відліку, одночасно починають діяти дві сили, рівні за модулем і не збіжні за напрямом. У результаті цього тіло:
1) не змінить швидкості;
2) змінить модуль швидкості, але не змінить напрям руху;
3) змінить напрям руху;
4) може змінити і модуль, і напрям швидкості. Відповідь залежить від величини кута між рівнодійною сил і напрямом швидкості.

20. Вкажіть формулу, яка є самим загальним виразом закону динаміки обертального руху.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$ 2. $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $\vec{L} = J\vec{\omega}$ 4. $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

21. Вкажіть формулу, яка виражає основний закон динаміки обертального руху в тому випадку, якщо момент інерції системи не змінюється.

1. $J\vec{\varepsilon} = \vec{M}$ 2. $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $M_i = F_i d_i \sin\alpha$ 4. $\vec{L} = J\vec{\omega}$

22. Вкажіть правильний запис формули для моменту імпульсу тіла щодо точки.

1. $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$ 2. $\vec{L}_i = m_i\left(\vec{r}_i \times \vec{r}_i\right)$ 3. $\vec{L}_i = m\vec{v}_i \times \vec{r}_i$ 4. $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m\vec{v}_i$

23. Момент інерції твердого тіла залежить...
1) від моменту сили і кутового прискорення;
2) від моменту імпульсу і кутової швидкості;
3) від маси, форми тіла і вибору осі обертання;
4) від величини діючої сили і її плеча.

24. Куля котиться горизонтальною поверхнею. Вкажіть формулу, яка виражає повну кінетичну енергію цієї кулі.

1. $W_к = \frac{mv^2}{2}$ 2. $W_к = \frac{J\omega^2}{2}$ 3. $W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$ 4. $W_к = \frac{kx^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$

25. Імпульсом тіла називається...
1) добуток маси тіла на його прискорення;
2) добуток маси тіла на його швидкість;
3) добуток маси тіла на його об'єм;
4) добуток сили, що діє на тіло, на час її дії.

26. Імпульс тіла залежить...
1) тільки від модуля швидкості;
2) тільки від маси тіла;
3) тільки від напряму швидкості тіла;
4) від маси тіла, від швидкості і напряму швидкості.

27. Вкажіть правильне формулювання закону збереження імпульсу.
1. Імпульс системи тіл є величина стала.
2. Повний імпульс всіх тіл, що входять в систему, не змінюється в часі.
3. Імпульс системи тіл дорівнює нулю.
4. Сумарний імпульс замкнутої системи матеріальних точок залишається сталим.

28. Вкажіть формулу, яка виражає закон збереження імпульсу.

1. $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots + m_n\vec{v}_n = \text{const}$ 2. $W_к + W_п = \text{const}$

3. $J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \cdots + J_n\vec{\omega}_n = \text{const}$ 4. $\frac{m_1\vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2\vec{v}_2^2}{2} + \cdots + \frac{m_n\vec{v}_n^2}{2} = \text{const}$

29. Пластилінова кулька масою m, що рухається із швидкістю v, налітає на пластилінову кульку, масою $2m$, що покоїться. Після удару кульки злипаються і рухаються разом. Швидкість їх руху після удару дорівнює:

1. $v/3$ 2. $2v/3$ 3. $v/2$ 4. Для відповіді не вистачає даних.

30. Вкажіть правильне формулювання закону збереження моменту імпульсу.
1. Момент імпульсу тіла є величиною сталою.
2. Повний момент імпульсу всіх тіл системи не змінюється з часом.
3. Момент імпульсу замкненої системи матеріальних точок залишається сталим.

31. Вкажіть формулу, яка виражає закон збереження моменту імпульсу.

1. $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots + m_n\vec{v}_n = \text{const}$ 2. $W_к + W_п = \text{const}$

3. $J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \cdots + J_n\vec{\omega}_n = \text{const}$ 4. $\frac{m_1\vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2\vec{v}_2^2}{2} + \cdots + \frac{m_n\vec{v}_n^2}{2} = \text{const}$

32. Людина, що вільно обертається на круглій горизонтальній платформі, розвела руки в сторони. Вкажіть, як при цьому змінюються момент інерції J, кутова швидкість ω, момент імпульсу L.

1. $J\uparrow$ $\omega\uparrow$ $L=\uparrow$	2. $J\downarrow$ $\omega\downarrow$ $L=\downarrow$	$\uparrow$ – збільшиться
3. $J\downarrow$ $\omega\uparrow$ $L=\text{const}$	4. $J\uparrow\omega\downarrow$ $L=\downarrow$	$\downarrow$ – зменшиться

33. Однорідну пружину жорсткістю k_0 розрізали навпіл. Жорсткість кожної з двох нових пружин є рівною.

1. k_0 2. $2k_0$ 3. $4k_0$ 4. $k_0/2$ 5. $k_0/4$

34. Вантаж масою m під дією сили F, спрямованої вертикально вгору, підіймається на висоту h. Зміна кінетичної енергії вантажу при цьому є рівною.

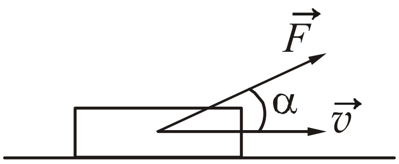
1. $\Delta W_к = mgh$ 2. $\Delta W_к = Fh$ 3. $\Delta W_к = Fh - mgh$ 4. $\Delta W_к = Fh + mgh$

35. Вкажіть формулу, яка є визначенням механічної роботи.

1. $A = FS\cos\alpha$ 2. $dA = Ndt$ 3. $dA = \vec{F}d\vec{s}$ 4. $A_{12} = W_{к2} - W_{к1}$

36. Вкажіть, в якому з наведених випадків, роботу сили з переміщення тіла можна визначити за формулою $A = FS\cos\alpha$?

1. $\vec{F} = \text{const}$; $\alpha = f(S)$.
2. $\vec{F} = \vec{f}(t)$; $\alpha = \text{const}$.
3. $\vec{F} = \text{const}$; $\alpha = \text{const}$.
4. $\vec{F} = \text{const}$; $\alpha = f(t)$.



37. Вкажіть формулу, яка придатна для обчислення роботи змінної сили F на шляху S.

1. $A = \int_0^S \vec{F}d\vec{S}$ 2. $A = FS\cos\alpha$ 3. $\delta A = FdS$ 4. $A = FS$

38. Матеріальна точка рівномірно обертається по колу радіусу R. Робота доцентрової сили за один оберт є рівною.

1. $A = M\varphi$; 2. $A = \frac{J\omega^2}{2}$; 3. $A=0$; 4. $A = \frac{mv^2}{R}\cdot 2\pi R$.

39. Тіло масою m проходить відстань L вниз уздовж схилу, що нахилений під кутом α до горизонту. Робота сили тяжіння при цьому є рівною

1. $A = mgL$ 2. $A = mgL\sin\alpha$ 3. $A = mgL\cos\alpha$
4. Не може бути обчислена, тому що невідомий коефіцієнт тертя тіла об площину.

40. Із збільшенням кута нахилу похилої площини від 0° до 90° коефіцієнт корисної дії цього найпростішого механізму...

1. збільшується
2. зменшується
3. не змінюється
4. спочатку росте, потім зменшується

41. Вкажіть формулювання закону збереження механічної енергії.

1. Енергія системи не виникає і не зникає, вона тільки переходить від одного тіла до іншого.
2. У неконсервативній системі тіл повна механічна енергія залишається сталою.
3. Повна механічна енергія замкненої системи тіл, між якими діють тільки консервативні сили, залишається сталою.
4. У замкненої системі енергія всіх тіл не змінюється з часом.

42. Потужність є:

1. Роботою сили на ділянці шляху.
2. Роботою змінної сили за кінцевий проміжок часу.
3. Роботою, що виконано за одиницю часу.
4. Зміною кінетичної енергії тіла з часом.

43. Відбувається абсолютно пружний удар. При цьому ударі виконується:

1. тільки закон збереження механічної енергії;
2. тільки закон збереження імпульсу;
3. закон збереження імпульсу і закон збереження механічної енергії.

44. Відбувається абсолютно непружний удар. При цьому ударі виконується:

1. закон збереження імпульсу і закон збереження механічної енергії;
2. тільки закон збереження імпульсу;
3. тільки загальний закон збереження енергії;
4. закон збереження імпульсу і загальний закон збереження енергії.

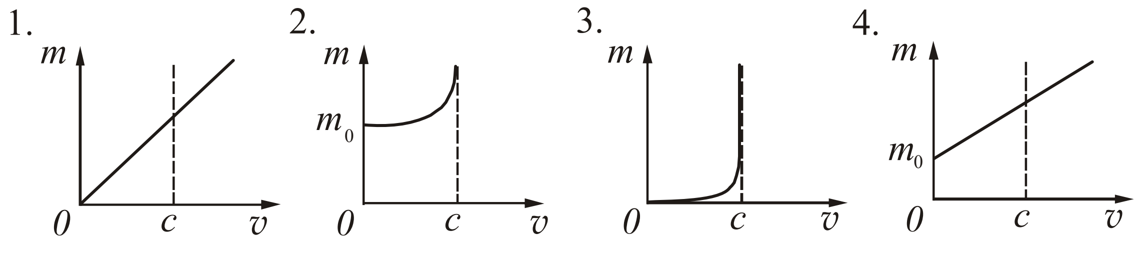
45. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожній з перерахованих величин. *Приклад:* Сила – *F* – Н (ньютон).

Потужність, енергія, момент сили, момент інерції, момент імпульсу.

46. Вкажіть формулу, яка виражає залежність маси від швидкості в спеціальній теорії відносності.

1. $\vec{p} = m\vec{v}$ 2. $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ 3. $m = m_0\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$ 4. $m = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$

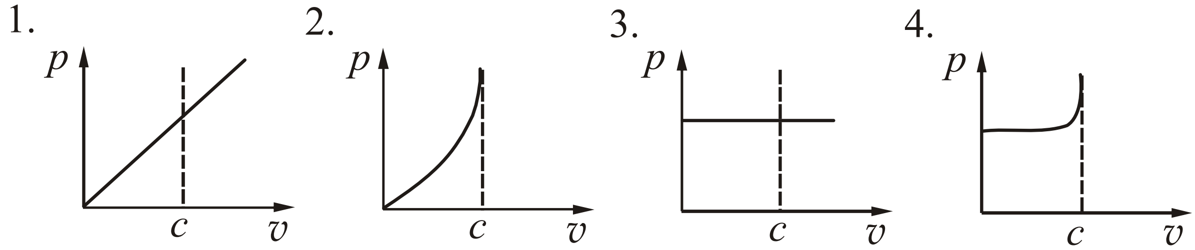
47. Вкажіть графік, на якому наведена залежність маси від швидкості в спеціальній теорії відносності.



48. Вкажіть формулу, яка виражає залежність імпульсу частинки від швидкості в спеціальній теорії відносності.

1. $\vec{p} = m\vec{v}$ 2. $p = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ 3. $p = m_0\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$ 4. $p = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$

49. Вкажіть графік, на якому наведена залежність імпульсу від швидкості в спеціальній теорії відносності.



50. Вкажіть формулу, яка виражає кінетичну енергію частинки в спеціальній теорії відносності.

1. $W_к = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$; 2. $W_к = m_0c^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}-1\right)$; 3. $W_к = \dfrac{m_0v^2}{2}$; 4. $W_к = m_0c^2$

КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Фізичні основи механіки»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	3	11	3	21	1	31	3	41	3
2	4	12	3	22	4	32	4	42	3
3	1	13	2	23	3	33	2	43	3
4	3	14	4	24	3	34	3	44	4
5	4	15	-	25	2	35	3	45	-
6	2	16	2	26	4	36	3	46	2
7	3	17	2	27	4	37	1	47	2
8	3	18	1	28	1	38	3	48	4
9	4	19	4	29	1	39	2	49	2
10	2	20	4	30	3	40	3	50	2

ЧАСТИНА 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

Розділ 5. Молекулярно-кінетична теорія

Молекулярна фізика – розділ фізики, що вивчає властивості тіл в різних агрегатних станах на основі розгляду їх молекулярної будови. Задачі молекулярної фізики розв'язуються методами статистичної фізики і фізичної кінетики.

Молекулярна фізика ґрунтується на молекулярно-кінетичній теорії будови речовини. Згідно з цією теорією всі речовини складаються з найдрібніших частинок – атомів, молекул або іонів, що знаходяться в безперервному хаотичному русі, який називається тепловим. Експериментальним підтвердженням молекулярно-кінетичної теорії є броунівський рух, дифузія, теплопровідність та інші фізичні явища.

На основі молекулярно-кінетичної теорії пояснюється механізм електропровідності різних за своєю природою провідників електричного струму, електричні і магнітні властивості речовини.

§12 Статистичний і термодинамічний методи дослідження

Кількість атомів (молекул) в будь-якому тілі величезне. Наприклад, в 1 см^3 газу за нормальних умов міститься порядку $3\cdot10^{19}$ молекул. Якщо вважати, що рух кожного атома (молекули) підпорядковується другому закону Ньютона, то написати таку кількість рівнянь просто неможливо. Тому поведінка окремого атома (молекули) не може бути вивчена методами класичної механіки.

Матеріальний об'єкт (тіло), що складається з великої кількості частинок, називається *макроскопічною системою* або просто ***макросистемою.*** У термодинаміці макросистему називають термодинамічною системою, в статистичній фізиці – статистичною системою.

Відповідно, для опису процесів, що відбуваються в макросистемах, використовують два методи: ***статистичний*** і ***термодинамічний.***

Математичним апаратом статистичного методу є теорія ймовірності і статистика. При застосуванні цього методу враховується внутрішня будова системи. Розділ теоретичної фізики, в якому фізичні властивості систем вивчаються за допомогою статистичного методу, називається фізичною статистикою (статистичною фізикою), оскільки в поведінці великої кількості частинок виявляються особливі закономірності, звані статистичними. У системі, що складається з великої кількості частинок, існують деякі середні значення фізичних величин, що характеризують усю сукупність частинок в цілому. У газі існують середні значення швидкостей теплового руху молекул і їх енергій. У твердому тілі існує середня енергія, що припадає на один ступінь вільності коливального руху частинки. Властивості тіл, безпосередньо спостережувані експериментально (такі як тиск і температура) розглядаються як сумарний, усереднений результат дії окремих молекул.

Знаходження середніх і найімовірніших величин, що характеризують рух частинок системи, є важливою задачею, оскільки між цими величинами і макроскопічними властивостями системи існує прямий зв’язок.

За допомогою термодинамічного методу вивчаються властивості системи без урахування її внутрішньої будови. Він заснований на вивченні різних перетворень енергії, що відбуваються в системі. Розділ фізики, що вивчає фізичні властивості макросистем за допомогою термодинамічного методу, називається термодинамікою. Термодинаміка заснована на трьох законах, які не виводяться, а отримані на основі експериментальних даних.

§13 Характеристики атомів і молекул

1. ***Відносна атомна маса*** (A_r) *хімічного елемента* – відношення маси атома цього елемента до 1/12 маси атома ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ (ізотопу вуглецю з масовим числом 12).

2. ***Відносна молекулярна маса*** (M_r) *речовини* – відношення маси молекули цієї речовини до 1/12 маси атома ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Відносні атомні і молекулярні маси є величинами безрозмірними. Маса, що дорівнює 1/12 маси ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$, називається атомною одиницею маси (а.о.м.). 1 а.о.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг.

3. ***Моль*** – кількість речовини, в якій міститься число частинок (атомів, молекул, іонів, електронів або інших структурних одиниць), що дорівнює числу атомів в 0,012 кг ізотопу вуглецю ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Число частинок, що містяться в 1 молі речовини, називається сталою Авоґадро* N_A. Чисельне значення сталої Авоґадро $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$моль$^{-1}$.

4. ***Молярна маса*** (M) – маса одного моля речовини. M вимірюється в кг/моль.

Молярна маса і відносна молекулярна маса зв’язана співвідношенням:

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ (кг/моль)}. \tag{13.1}$$

Число молей, що міститься в масі m речовини, визначається за формулою:

$$\nu = \frac{m}{M}. \tag{13.2}$$

Якщо речовина є сумішшю, то молярна маса суміші розраховується як відношення маси суміші до кількості речовини всіх компонентів, що входять до складу цієї суміші:

$$M_{\text{сум}} = \frac{m_{\text{сум}}}{\nu_{\text{сум}}} = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n}, \tag{13.3}$$

де n – число компонентів.

*Авоґадро Амедео (1776–1856), італійський фізик і хімік.

5. Розміри атомів і молекул прийнято характеризувати ефективним діаметром $d_{еф}$, залежним від хімічної природи речовини ($d_{еф}$≈10^{-10} м).

Ефективний діаметр – ця найменша відстань, на яку зближуються центри двох молекул при зіткненні. Його наявність говорить про те, що між молекулами діють сили взаємного відштовхування.

§14 Параметри стану

Для опису поведінки макросистем вводять фізичні величини, які називають ***параметрами стану системи.*** Основними параметрами є тиск (p), об'єм (V), температура (T).

Тиск – скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню нормальної складової сили тиску $F_{\perp}$ до площі поверхні S:

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}, \tag{14.1}$$

або

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dS}. \tag{14.2}$$

$[p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$ (паскаль*).

Формулу (14.1) використовують при рівномірному розподілі сили, формулу (14.2) – при нерівномірному.

У техніці широко використовується позасистемна одиниця вимірювання тиску – технічна атмосфера (ат):

$$1\ \text{ат} = 98066{,}5\ \text{Па} \approx 9{,}81 \cdot 10^4\ \text{Па}.$$

Для практичної мети (вимірювання атмосферного тиску, в медицині) використовують міліметри ртутного стовпа (мм рт. ст.):

$$1\ \text{мм рт. ст.} = 133{,}322\ \text{Па},$$

а також фізичну атмосферу (атм):

$$1\ \text{атм} = 760\ \text{мм рт. ст.} = 1{,}01325 \cdot 105\ \text{Па}.$$

Вимірюють тиск манометрами, барометрами, вакуумметрами, а також різними датчиками тиску.

Об'єм – ділянка простору, що зайнята системою.

$[V] = \text{м}^3$

Поняття температури має сенс для рівноважних станів системи. Рівноважним станом (станом термодинамічної рівноваги) називається стан системи, що не змінюється з часом.

*Паскаль Блез (1623–1662), французький математик і фізик.

Температура рівноважного стану – це міра інтенсивності теплового руху її молекул (атомів, іонів). У термодинаміці температура – це фізична величина, що характеризує стан термодинамічної рівноваги макроскопічної системи.

Температурні шкали встановлюються дослідним шляхом. У міжнародній стоградусній шкалі температура вимірюється в градусах Цельсія* (°С) і позначається t. Вважається, що при нормальному тиску в $1{,}01325\cdot 10^5$ Па температура плавлення льоду є рівною 0°С, кипіння води – 100°С.

У термодинамічній шкалі температур температура вимірюється в кельвинах* (К) і позначається T.

Абсолютна температура T і температура t за стоградусною шкалою зв'язані співвідношенням:

$$T = t + 273{,}15\,.$$

Температура $T = 0$ ($t = -273{,}15°\mathrm{C}$) називається абсолютним нулем температури. За абсолютний нуль температури береться температура, за умови якої припиняється тепловий рух молекул.

Параметри стану рівноважної системи залежать один від одного. Співвідношення, що встановлює залежність тиску p в системі від об'єму V і температури T, називається ***рівнянням стану***.

Рівняння стану в термодинаміці одержують експериментальним шляхом, а в статистичній фізиці – виводять теоретично. У цьому полягає взаємозв'язок статистичного методу дослідження з термодинамічним.

§15 Рівняння стану ідеального газу

Найпростішою макроскопічною системою є ідеальний газ. Беремо до уваги, що ідеальний газ – це фізична модель. Чим більш розріджений газ, тим він ближчий за своїми властивостями до ідеального. Деякі гази, такі як повітря, азот, кисень, а особливо гелій і водень, при кімнатній температурі і атмосферному тиску дуже близькі до ідеального газу. Але, якщо ці ж гази помістити в посудину під високим тиском при низьких температурах, то їх властивості різко відрізнятимуться від властивостей ідеального газу, тобто поведінка цих газів підкорятиметься законам реальних газів.

В ідеальному газі відсутня взаємодія між молекулами, тому вони рухаються рівномірно і прямолінійно до тих пір, поки не відбудеться зіткнення між даною і якою-небудь іншою молекулою або зіткнення із стінкою посудини. При зіткненнях молекули її вважають такою, що не деформується. Це означає, що зіткнення між молекулами відбуваються за законами пружних зіткнень. У процесі зіткнення між молекулами газу, а також між молекулами газу і молекулами речовини стінок посудини відбувається обмін кінетичною енергією і імпульсом.

*Цельсій Андерс (1701–1744), шведський астроном і фізик.
*Томсон Уїльям (лорд Кельвін) (1824–1907), англійський фізик.

Таким чином, з погляду молекулярно-кінетичної теорії ***ідеальний газ*** – *це система молекул, які можна вважати матеріальними точками, що взаємодіють одна з однією тільки в процесі зіткнень.*

Експериментально встановлено, що параметри стану ідеального газу зв'язані між собою співвідношенням:

$$pV = \frac{m}{M}RT\,, \tag{15.1}$$

де p – тиск, що спричиняється газом; V– об'єм газу; m – маса газу; M – молярна маса; T – термодинамічна температура; $R = 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ – молярна газова стала.

Рівняння (15.1) називається рівнянням стану ідеального газу або рівнянням Менделєєва*– Клапейрона*. Помножимо і розділимо праву частину рівняння (15.1) на число Авоґадро $N_\text{А}$:

$$pV = \frac{m}{M}N_\text{А}\cdot\frac{R}{N_\text{А}}T\,. \tag{15.2}$$

Величина $\frac{m}{M}N_A = N$ визначає кількість молекул, що містяться в масі m газу.

Величина $k = \frac{R}{N_\text{А}} = 1{,}38\cdot 10^{-23}\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ називається сталою Больцмана*. Тоді рівнянню (15.2) можна надати вигляд:

$$pV = NkT\,. \tag{15.3}$$

Обидві частини цього рівняння розділимо на об'єм V. Відношення $\frac{N}{V} = n$ дає кількість молекул в одиниці об'єму і називається ***концентрацією*** молекул.

Отже

$$p = nkT\,. \tag{15.4}$$

Це означає, що ***тиск ідеального газу пропорційний його абсолютній температурі і концентрації молекул.***

Рівняння (15.3) і (15.4) є різними формами запису рівняння стану ідеального газу.

Якщо є декілька газів, то згідно з (15.4) тиск, що спричиняється газом, буде дорівнюватиме:

$$p = \left(n_1 + n_2 + \ldots + n_n\right)kT = n_1kT + n_2kT + n_nkT \tag{15.5}$$

*Клапейрон Бенуа Еміль (1799–1864), французький фізик і інженер.
*Менделєєв Дмитро Іванович (1834–1907), російський хімік.
*Больцман Людвіг (1844–1906), австрійський фізик.

Але n_1kT – це тиск p_1, який був би в посудині, якби там знаходилися тільки молекули першого газу; n_2kT – той тиск p_2, який був би за наявності в посудині тільки молекул другого газу і т.д.

Тиск, який здійснював би газ, за умови, що він один присутній в посудині в тій кількості, в якому він міститься в суміші, називається ***парціальним.***

На підставі (15.5) можна записати:

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i \tag{15.6}$$

Рівняння (15.6) є законом Дальтона*:

Тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, що утворюють суміш.

§16 Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів зв’язує макроскопічний параметр системи – тиск з характеристиками частинок. У висновку цього рівняння передбачається, що маси всіх молекул однакові, і їх швидкості однакові за модулем, а всі напрями руху молекул рівноімовірні.

Дослід показує, що газ у деякій посудині чинить тиск на її стінки. Це явище пояснюється на основі молекулярно-кінетичної теорії таким чином. Молекули, рухаючись абсолютно безладно, ударяються по стінках посудини. Сумарний імпульс, який молекули передають за одиницю часу одиниці площі – це і є тиск, що спричиняється газом.

Приведемо загальну схему розрахунку (при бажанні можна провести розрахунки самостійно). Для знаходження тиску треба знайти зміну імпульсу всіх молекул, які ударяються з одиницею поверхні посудини за одиницю часу. Удар молекул при цьому вважається абсолютно пружним. Ця зміна імпульсу буде дорівнювати зміні імпульсу в одному зіткненні, помноженому на число ударів, що припадають на 1 $м^2$ поверхні за 1 с.

У результаті розрахунку виходить рівняння наступного вигляду:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n < v^2 > . \tag{16.1}$$

де m_0 – маса однієї молекули; n – концентрація молекул; $< v^2 >$ – середня квадратична швидкість молекул.

Поняття середнього квадрата швидкості вводиться у зв’язку з тим, що реально всі частинки мають різні швидкості. Він визначається таким чином:

$$< v^2 > = \frac{v_1^2 + v_2^2 + ... + v_N^2}{N}, \tag{16.2}$$

де N – число молекул.

*Дальтон Джон (1766–1844), англійський фізик і хімік

Рівняння (16.1) називається основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії газів.

Величина $<\varepsilon>=\dfrac{m_0<v^2>}{2}$ є середньою кінетичною енергією теплового руху однієї молекули. З урахуванням цього, рівняння (16.1) можна переписати у вигляді:

$$p=\frac{2}{3}n<\varepsilon>. \qquad (16.3)$$

Тиск, що спричиняється ідеальним газом, дорівнює двом третім середньої кінетичної енергії поступального теплового руху всіх молекул, що містяться в одиниці об'єму.

§17 Молекулярно-кінетичне тлумачення термодинамічної температури

Прирівняємо ліві частини рівнянь (15.4) і (16.3)

$$\frac{2}{3}n<\varepsilon>=nkT,$$

і виразимо середню енергію теплового руху молекули:

$$<\varepsilon>=\frac{3}{2}kT. \qquad (17.1)$$

Звідси випливає дуже важливий висновок: термодинамічна температура – це величина, пропорційна середній кінетичній енергії поступального руху молекул ідеального газу.

Цей висновок справедливий не тільки для газів, але і для речовини в будь-якому стані. З (17.1) випливає, що середня енергія $<\varepsilon>$ залежить тільки від температури і не залежить від маси молекули. З (17.1) також випливає, що якщо $<\varepsilon>=0$, то $T=0$. Температура, при якій припиняється тепловий рух частинок речовини, називається ***абсолютним нулем***.

Звернемо особливу увагу на те, що при $T=0$ припиняється тільки тепловий рух. Інші форми руху, що мають квантову природу, матимуть місце і за умов абсолютного нуля.

Розділ 6. Статистичні розподіли

Одним з методів вивчення фізичних явищ, що відбуваються з макроскопічними тілами, є статистичний. Теорія, заснована на статистичному методі дослідження фізичних властивостей газів, називається кінетичною теорією газів.

Кінетична теорія газів заснована на наступних загальних положеннях класичної статистичної фізики:

1) всі частинки системи є розрізняльними, тобто з'являється можливість їх нумерувати, стежити за поведінкою;
2) у системі частинок виконуються закони збереження імпульсу, моменту імпульсу, енергії і числа частинок;
3) у одному і тому ж тотожному стані, тобто у стані з однаковими значеннями енергії, імпульсу, може знаходитися скільки завгодно частинок;
4) швидкості частинок можуть приймати значення від нуля до нескінченності.

§18 Розподіл Максвелла

Газ як ціле є системою, якісно відмінною від окремої молекули, і його поведінка підпорядковується статистичним закономірностям. Наприклад, властивості газу абсолютно не залежать від того, як заповнювалася посудина: або газ втікав через один отвір швидко, або через два – поступово. Через деякий час після впускання газ прийде в стан рівноваги, і знаходитиметься в ньому надалі. Незалежність стану газу від початкових швидкостей і початкового положення його молекул призводить до того, що не потрібно розраховувати траєкторії окремих молекул. Натомість ми шукатимемо середні значення величин, що характеризують стан газу як цілого.

При зіткненні молекул їх швидкості змінюються. Не можна наперед передбачити, яку чисельну швидкість матиме дана молекула: ця швидкість випадкова. Але якщо багато разів підрахувати, скільки молекул має швидкості, що лежать в тому або іншому інтервалі швидкостей, то виявиться, що ці числа підпорядковується певній залежності.

Розглянемо газ, що знаходиться в замкненій посудині. З досліду відомо, що густина газу, що знаходиться в замкнений посудині, однакова у всьому об'ємі. Це означає, що число молекул, що рухаються у всіх напрямах, однаково. Іншими словами, розподіл молекул за напрямах рівномірний.

Інакше йде справа з чисельними значеннями швидкостей. Хаотичні (безладні) зіткнення призводять до того, що частина молекул одержує надмірну кінетичну енергію за рахунок інших молекул, що втратили частину енергії. Завдяки цьому рівність чисельних значень швидкостей порушується, і в газі з'являється деяке число молекул, що мають великі швидкості, і деяке число молекул з середніми і малими швидкостями. Іншими словами, виникає розподіл молекул за модулями швидкостей. Цей розподіл характеризується середнім числом молекул, що мають швидкість, близьку до даної.

Зміна швидкості молекул відбувається випадково. Може трапитися, що якась молекула при зіткненнях завжди одержує енергію, і в результаті її енергія стане більше середнього значення $<\varepsilon>$. Але можна стверджувати, що дуже великі значення енергії в порівнянні з середнім спостерігаються дуже рідко. Також практично виключено, що в результаті зіткнень енергія молекули стане рівною нулю. Отже, дуже малі і дуже великі швидкості в порівнянні зі середнім значенням швидкості малоймовірні. З вищесказаного випливає, що швидкості молекул групуються поблизу деякого найбільш ймовірного значення.

Припустимо, що газ займає об'єм V, а число частинок в ньому N. Визначимо число молекул, що мають швидкості, які лежать в деякому інтервалі швидкостей dv поблизу заданої швидкості v (рис. 18.1). Позначимо dN_v – число молекул, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v+dv$. Відношення $\frac{dN_v}{N}$ дасть частку молекул, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v+dv$. Це відношення розділимо на ширину інтервалу dv. Величину $\frac{dN_v}{Ndv}$ позначимо через $f(v)$:

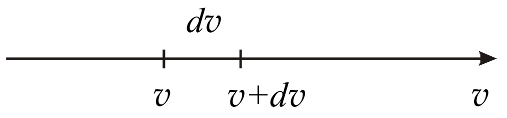


Рисунок 18.1

$$\frac{dN_v}{Ndv} = f(v). \tag{18.1}$$

Визначена таким чином функція $f(v)$ характеризує розподіл молекул за швидкостями і називається ***функцією розподілу.*** З вигляду функції $f(v)$ можна знайти число молекул ΔN_v з числа даних молекул N, швидкості яких потрапляють у середину інтервалу швидкостей від v до $v+\Delta v$.

Відношення

$$\frac{dN_v}{N} = f(v)dv \tag{18.2}$$

дає ймовірність того, що швидкість молекули матиме значення в межах даного інтервалу швидкостей dv.

Функція $f(v)$ повинна задовольняти умові нормування, тобто повинна виконуватися умова:

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1 \tag{18.3}$$

Пояснити її можна таким чином. Ліва частина виразу (18.3) дає ймовірність того, що швидкість молекули матиме одне із значень від 0 до ∞. Оскільки швидкість молекули обов'язково має якесь значення, то вказана ймовірність є ймовірністю достовірної події, тобто дорівнює 1.

Функція розподілу була знайдена теоретично Максвеллом*. Вона має наступний вигляд:

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2. \tag{18.4}$$

де m_0 – маса молекули.

Вираз (18.4) називається ***функцією розподілу Максвелла***.

*Максвелл Джеймс Клерк (1831–1879), англійський фізік.

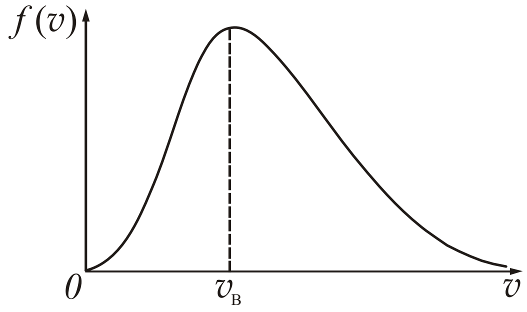


Рисунок 18.2

З (18.4) випливає, що вид розподілу молекул за швидкостями залежить від природи газу (маси молекули) і температури T. Зверніть увагу на те, що тиск і об’єм не впливають на розподіл молекул за швидкостями.

Схематичний графік функції розподілу Максвелла подано на рис. 18.2. Проведемо аналіз графіка.

1. При швидкостях, що прагнуть до нуля ($v \to 0$) і до нескінченності ($v \to \infty$) функція розподілу також прагне до нуля. Це означає, що дуже великі і дуже маленькі швидкості молекул малоймовірні.
2. Швидкість $v_в$, що відповідає максимуму функції розподілу, буде найбільш імовірною. Це означає, що основна частина молекул має швидкості близькі до найбільш імовірних. Якщо продиференціювати (18.4) за швидкістю v і прирівняти отриманий вираз до нуля (спробуйте виконати це самостійно), можна отримати формулу для розрахунку найбільш імовірної швидкості:

$$v_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}, \tag{18.5}$$

де k – стала Больцмана;
m_0 – маса молекули.

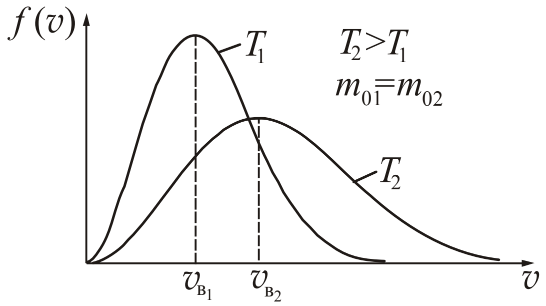


Рисунок 18.3

3. Відповідно до умови нормування (18.3) площа, що обмежена кривою $f(v)$ і віссю абсцисс, дорівнює одиниці.
4. Крива розподілу має асиметричний характер. Це означає, що частка молекул, які мають швидкості більше, ніж найбільш імовірна, більше від частки молекул, що мають швидкості менше, ніж найбільш імовірна.
5. Вид кривої залежить від температури і природи газу. На рис. 18.3 наведена функція розподілу для одного і того ж газу, що знаходиться при різних температурах. При нагріванні максимум кривої знижується і зміщується вправо, оскільки частка «швидких молекул» зростає, а частка «повільних» – зменшується. Площа під обома кривими залишається сталою і рівною одиниці.

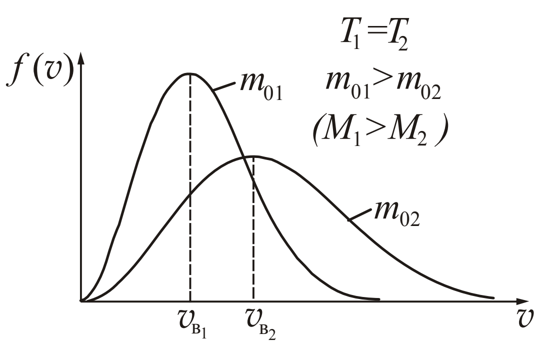


Рисунок 18.4

Приклад функції розподілу для різних газів при однаковій температурі подано на рис. 18.4.

Необхідно підкреслити, що встановлений Максвеллом закон розподілу молекул за швидкостями і наслідки, що випливають з нього, справедливі тільки для газу, що знаходиться в рівноважному стані. Закон Максвелла – статистичний, застосовувати його можна тільки для великої кількості частинок. За умов малого числа частинок можуть спостерігатися значні відхилення (флуктуації) від прогнозів статистики.

§19 Середні швидкості

Користуючись функцією розподілу Максвелла $f(v)$, можна знайти ряд середніх величин, що характеризують стан молекул. Ми опустимо математичні перетворення і дамо лише кінцевий результат.

1. Середня арифметична швидкість – сума швидкостей всіх молекул, поділена на число молекул:

$$<v>=\frac{v_1+v_2+...+v_N}{N}. \tag{19.1}$$

Розрахунок з використанням розподілу Максвелла дає наступну формулу для розрахунку середньої арифметичної швидкості:

$$<v>=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}. \tag{19.2}$$

2. Середня квадратична швидкість, що визначає середню кінетичну енергію молекул (див. §16), за визначенням є рівною:

$$<v_{\text{кв}}>=\sqrt{\frac{v_1^2+v_2^2+...+v_N^2}{N}}. \tag{19.3}$$

Розрахунок з використанням розподілу Максвелла дає наступну формулу для розрахунку:

$$<v_{\text{кв}}>=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \tag{19.4}$$

Якщо врахувати, що маса однієї молекули дорівнює $m_0=\frac{M}{N_A}$,

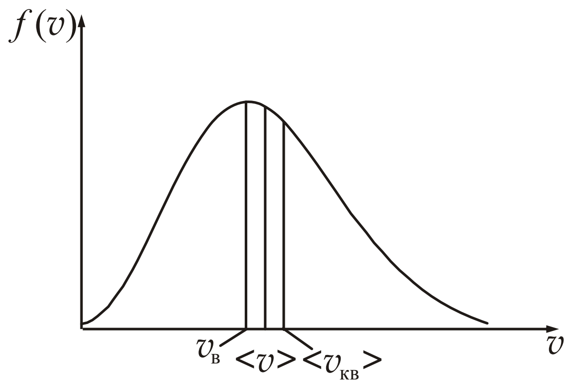


Рисунок 19.1

де M – молярна маса; N_{A} – стала Авоґадро, а також те, що $kN_{\text{A}}=R$, то вирази для найбільш імовірної, середньої арифметичної і середньої квадратичної швидкостей можна переписати таким чином:

$$v_{в} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \tag{19.5}$$

$$< v >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \tag{19.6}$$

$$< v_{кв} >= \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \tag{19.7}$$

Порівнюючи (19.5), (19.6) і (19.7), можна помітити, що $v_{н}$, $< v >$, $< v_{кв} >$ однаково залежать від температури газу і молярної маси, і відрізняються тільки множником. Їх відношення виглядає так (рис. 19.1):

$$v_{в} :< v >:< v_{кв} >= 1:1{,}13:1{,}22.$$

§20 Експериментальна перевірка закону розподілу Максвелла

Перше експериментальне визначення швидкостей молекул було зроблено О. Штерном* в 1920 році. Прилад складався з двох коаксіальних циліндрів, уздовж осі яких натягалася платинова нитка, вкрита сріблом (рис. 20.1). При нагріванні нитки електричним струмом з її поверхні випаровувалися атоми срібла, які після цього рухалися в радіальному напрямі. Внутрішній циліндр мав вузьку подовжню щілину, через яку проходив назовні вузький пучок атомів. Повітря з приладу було видалено для того, щоб атоми срібла не стикалися з молекулами повітря. Досягнувши поверхні зовнішнього циліндра, атоми срібла осідали на ньому, утворюючи вузьку смужку.

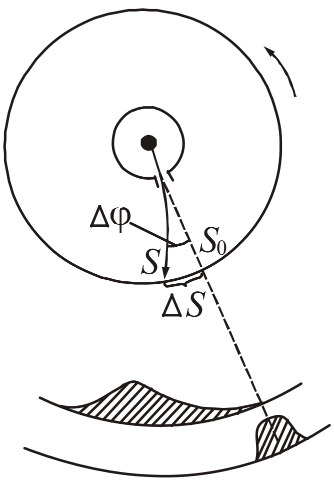


Рисунок 20.1

Якщо привести прилад в обертання, то слід залишений пучком, зміститься по поверхні циліндра на деяку величину ΔS (див. рис. 20.1). Це відбудеться тому, що за час, поки атоми срібла пролітають крізь зазор між циліндрами, прилад встигне обернутися на деякий кут $\Delta\varphi$. У результаті проти пучка виявиться інша ділянка зовнішнього циліндра, зміщена щодо первинного сліду S_0 на величину ΔS. Якщо виміряти зсув сліду ΔS і швидкість обертання приладу, можна розрахувати швидкість атомів v. Досліджуючи профіль сліду (рис. 20.1), можна було скласти зразкове уявлення про розподіл атомів за швидкостями.

Результати експерименту Штерна підтвердили правильність оцінки середньої швидкості атомів, що випливає з розподілу Максвелла. Про характер самого розподілу цей дослід зміг дати лише наближені уявлення.

*Штерн Отто (1888–1969), німецький фізик-експериментатор.

§21 Ідеальний газ в однорідному полі тяжіння

Молекули будь-якого газу завжди знаходяться в полі тяжіння Землі. На розподіл молекул атмосферного повітря впливають два чинники: тепловий рух молекул і земне тяжіння. Якби не було теплового руху, то всі молекули впали б на Землю; якби не було тяжіння, то молекули розсіялися б по всьому Всесвіту.

Сумісні дії теплового руху і земного тяжіння приводять до такого стану атмосфери, при якому концентрація молекул і тиск газу убувають із зростанням висоти над Землею.

21.1 *Барометрична формула*

Закон зміни тиску p ідеального газу з висотою h в однорідному полі тяжіння описується ***барометричною формулою*** Лапласа*

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \qquad (21.1)$$

де p_0 – атмосферний тиск на висоті h=0, тобто висоті, що прийнята за початок відліку;

M – молярна маса газу.

Ця формула отримана з припущенням, що газ знаходиться в стані термодинамічної рівноваги, тобто його температура T = const.

Таким чином, тиск ідеального газу, що знаходиться в однорідному полі тяжіння в стані статистичної рівноваги, убуває з висотою за експоненціальним законом.

З (21.1) випливає, що тиск зменшується з висотою тим швидше, чим важче газ (чим більше молярна маса M) і чим нижче температура. На рис. 21.1 подані дві криві, які описані рівнянням (21.1). Їх можна розглядати, як відповідні різним M (при однаковій температурі T), або як відповідні різним T (при однаковій молярній масі M).

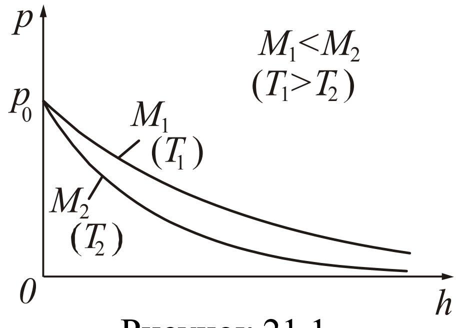


Рисунок 21.1

Формулу (21.1) можна перетворити. Для цього зробимо наступні заміни:

$$M = m_0 N_A, \qquad R = kN_A,$$

де m_0 – маса молекули;

N_A – стала Авоґадро;

k – стала Больцмана.

Перетворимо показник експоненти $\dfrac{Mgh}{RT} = \dfrac{m_0 N_A gh}{kN_A T} = \dfrac{m_0 gh}{kT}$.

*Лаплас П’єр Симон (1749–1827), французький астроном, математик і фізик.

Барометрична формула після цього матиме вигляд:

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}, \qquad (21.2)$$

де $m_0 gh$ – потенціальна енергія молекули на висоті h.

21.2 *Розподіл Больцмана*

Згідно з барометричною формулою (21.2)

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}.$$

Проведемо заміну відповідно до формули (15.4):

$$p = nkT, \qquad p_0 = n_0 kT,$$

де n_0 – концентрація молекул при $h = 0$;

n – концентрація молекул на висоті h.

Отримаємо:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}. \qquad (21.3)$$

З аналізу формули (21.3) можна зробити наступні висновки.

1. Із зниженням температури концентрація молекул на висотах, відмінних від нуля, зменшується. При T=0 концентрація молекул у просторі дорівнює нулю, тобто n=0. Це означає, що при абсолютному нулі всі молекули під дією сил тяжіння розташувалися б на поверхні Землі.
2. Чим вище температура, тим більш рівномірно розподіляються молекули. При $T \to \infty$ $n = n_0$. Це означає, що при високих температурах молекули розподілилися б за висотою рівномірно.

На різній висоті молекули мають різний запас потенціальної енергії $\varepsilon_п = m_0 gh$, отже, розподіл молекул за висотою є їх розподілом за значенням потенціальної енергії.

З урахуванням цього формулу (21.3) можна записати таким чином:

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_п}{kT}}, \qquad (21.4)$$

де n_0 – концентрація молекул, відповідна до тих точок простору, в яких потенціальна енергія дорівнює нулю: $\varepsilon_п = 0$;

n – концентрація молекул, відповідна до тих точок простору, де потенціальна енергія дорівнює $\varepsilon_п$.

З (21.4) випливає, що молекули розташовуються з більшою концентрацією там, де менше їх потенційна енергія, і, навпаки, з меншою концентрацією в місцях, де їх потенціальна енергія більше.

Больцман довів, що розподіл (21.4) справедливий не тільки у разі потенціального поля сил земного тяжіння, але і в будь-якому потенціальному полі сил для сукупності будь-яких однакових частинок, що знаходяться в стані хаотичного теплового руху. Відповідно до цього розподіл (21.4) називають ***розподілом Больцмана.***

Відзначимо, що стосовно земної атмосфери формули (21.2), (21.3) нерідко приводять до результатів, що не узгоджуються з експериментом. Ґрунтуючись на розподілі Больцмана, можна чекати, що процентний склад атмосфери у мірі підняття вгору повинен швидко змінюватися (рис. 21.2). Відносний вміст легких газів – водню, азоту – повинен зростати. Фактично це не підтверджується. Через інтенсивне перемішування шарів атмосфери склад атмосфери до висот 20–25 км практично однаковий. Формули (21.2), (21.3) не враховують зміни температури T і прискорення вільного падіння g з висотою. Все це говорить про те, що атмосфера не знаходиться в стані статистичної рівноваги.

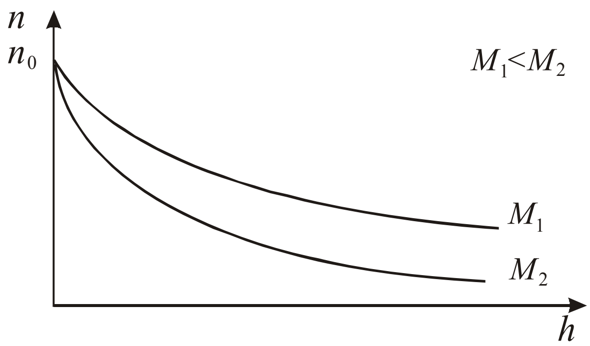


Рисунок 21.2

§22 Визначення числа Авоґадро

Метод визначення числа Авоґадро, заснований на законі розподілу Больцмана, належить Перрену*. У полі тяжіння цей закон приймає вигляд

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} . \qquad (22.1)$$

Якби була відома маса молекули, то, вимірюючи розподіл густини газу за висотою, можна було б за формулою (22.1) обчислити сталу Больцмана, а потім число Авоґадро.

В експерименті Перрена роль молекул грали достатньо малі, але макроскопічні частинки. Перрен помістив частинки-макромолекули в рідину, густина якої трохи менша густини речовини самих частинок. Поле сили тяжіння було ослаблене силою Архімеда, і виникла «атмосфера» з макромолекул, розподіл концентрацій в якій міг бути виміряний. Для отримання зважених частинок абсолютно однакового розміру і форми Перрен використовував частинки гумігуту. Ним була отримана однорідна емульсія, що складалася з кулястих частинок з радіусом порядку мікрометра. Емульсія вивчалася за допомогою мікроскопа. Переміщаючи мікроскоп у вертикальному напрямі, Перрен дослідив розподіл частинок за висотою і визначив відношення концентрацій на різних висотах.

*Перрен Жан Батист (1870–1942), французький фізик, лауреат Нобелівської премії 1926 р.

Маса частинки обчислювалася за розмірами частинки і густини гумігуту. Таким чином, всі величини, що входять в рівняння (22.1) були визначені експериментально. Після цього була обчислена стала Больцмана і число Авоґадро. Результати Перрена узгоджуються з іншими методами вимірювання тих же сталих.

Фактичне здійснення дослідів Перрена вимагає величезної праці і великого експериментального мистецтва. Ці класичні досліди були виконані в 1908-1911 роках і мали велике значення для затвердження ідей атомістики.

Розділ 7. Фізичні основи термодинаміки

Термодинаміка спочатку виникла як наука про перетворення тепла в роботу. Проте, закони, що лежать в основі термодинаміки, мають настільки загальний характер, що термодинамічні методи застосовуються для дослідження багатьох фізичних і хімічних процесів, для вивчення властивостей речовини і випромінювання.

Як наголошувалося раніше, термодинаміка спирається на основні закони, що встановлені експериментально. Тому висновки, до яких приходить термодинаміка, мають такий же ступінь достовірності, як і закони, що лежать в її основі.

Перший закон термодинаміки є законом збереження енергії, який застосований до теплових процесів, тобто він встановлює кількісні співвідношення між перетвореннями енергії з одних видів в інші.

Другий закон визначає умови, при яких ці перетворення можливі, тобто визначає можливі напрями цього процесу.

§23 Стан термодинамічної системи. Термодинамічний процес

Термодинамічна система – це сукупність макроскопічних тіл, які можуть обмінюватися енергією між собою і з іншими тілами. Прикладом системи є рідина і пар або газ, що знаходиться з нею в зіткненні. Зокрема, система може складатися з одного твердого, рідкого або газоподібного тіла.

Стан системи характеризують параметрами стану (тиском p, об'ємом V, температурою T і т.д.). Як вже наголошувалося (див. §14), стан, в якому всі параметри стану мають певні значення, що не змінюються з часом, називається ***рівноважним***. Приклади рівноважних станів: стан води і льоду при 0°C, якщо вони знаходяться у термостаті; стан газу в закритій посудині при незмінній температурі навколишнього середовища та ін.

Стан системи називається ***нерівноважним***, якщо він без жодної дії ззовні довільно змінюється з часом. У нерівноважному стані всім або деяким параметрам не можна приписати певні значення. Наприклад, газу в циліндрі з поршнем при швидкому стисненні не можна приписати певного тиску, оскільки він виявляється різним в різних частинах циліндра.

Система, що знаходиться в нерівноважному стані і надана собі самій, поступово переходить в рівноважний стан.

Термодинамічний процес – це перехід системи з одного стану в інший. Процес, що складається з послідовності рівноважних станів, називають рівноважним. ***Рівноважний процес*** – це фізична модель. Процеси будуть рівноважними, якщо вони протікають нескінченно поволі і при цьому зовнішні дії змінюються безперервно, без стрибків. У подальшому ми розглядатимемо тільки рівноважні стани і рівноважні процеси. Виняток становитимуть явища перенесення.

Рівноважний процес, який допускає можливість повернення системи в первинний стан через ту ж послідовність проміжних станів, що і в прямому процесі, називається ***зворотним***. При цьому в навколишніх тілах не повинно відбуватися ніяких змін (не змінюється взаємне розташування тіл, що оточують систему, їх термодинамічний стан та ін.).

Рівноважність – це найважливіша ознака зворотного процесу. Зворотний процес – це процес, що теж протікає нескінченно поволі.

Процес називається ***незворотним***, якщо після його завершення систему не можна повернути в початковий стан так, щоб в навколишніх тілах не залишилося яких-небудь змін. Основними ознаками незворотних процесів є нерівноважність і одностороння спрямованість, тобто незворотний процес у зворотному напрямі довільно протікати не може. У зворотному напрямі незворотний процес протікає тільки у супроводі процесів, що залишають в навколишніх тілах зміни.

Всі реальні процеси незворотні. Незворотні змішення рідин, газів; передача тепла від нагрітого тіла до холодного; дифузія та інші.

§24 Робота, що виконана системою під час зміни об’єму

Розглянемо газ, що знаходиться в циліндричній посудині, яка закрита щільно пригнаним поршнем. Припустимо, що газ почав повільно розширятися і перемістив поршень на відстань dh (рис. 24.1). ***Елементарна робота***, що виконана газом під час переміщенні поршня на величину dh дорівнює:

$$\delta A = F\,dh,$$

де F – сила, з якою газ тисне на поршень. Замінимо силу добутком тиску p на площу S поршня, отримаємо:

$$\delta A = pS\,dh.$$

Добуток $S\,dh$ є зміною об’єму dV. Тому

$$\delta A = pdV. \quad (24.1)$$

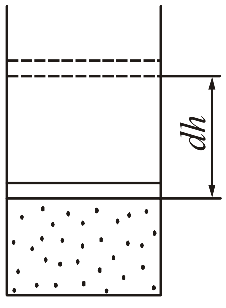


Рисунок 24.1

Якщо газ розширюється, то $dV > 0$. Робота в цьому випадку буде позитивною.
Якщо газ стискається, то $dV < 0$. Робота буде від’ємною.

Якщо тиск газу при зміні об’єму не залишається сталим, то робота, яка виконана при зміні об’єму від V_1 до V_2 обчислюється інтегруванням:

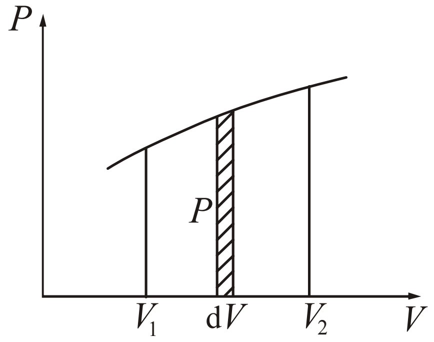


Рисунок 24.2

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_1^2 p dV \,. \qquad (24.2)$$

Процес зміни об'єму можна представити на діаграмі (pV). Елементарній роботі $\delta A = pdV$ відповідає площа вузької заштрихованої смужки (рис. 24.2). Площа фігури, що обмежена віссю V, кривою $p = f(V)$ і ординатами V_1 і V_2, чисельно дорівнює роботі, яка виконана газом при зміні його об'єму від V_1 до V_2.

§25 Внутрішня енергія термодинамічної системи

Внутрішня енергія (U) тіла визначається як енергія цього тіла за вирахуванням кінетичної енергії тіла як цілого і потенціальної енергії цього тіла в різноманітних силових полях. Отже, внутрішня енергія складається з:

1) кінетичної енергії хаотичного руху молекул;
2) потенціальної енергії взаємодії між молекулами;
3) внутрішньо-молекулярної енергії (тобто енергії електронних оболонок атомів і внутрішньоядерної енергії).

Внутрішня енергія є функцією стану системи. Це означає, що енергія в даному стані має властиве цьому стану значення. Тому, приріст внутрішньої енергії під час переходу системи з одного стану в інший є завжди рівним різниці значень внутрішньої енергії в кінцевому і початковому станах і не залежить від процесу, за яким здійснюється перехід.

25.1 *Кількість ступенів вільності. Закон рівного розподілу енергії хаотичного руху молекул за ступенями вільності*

Кількістю ступенів вільності (i) механічної системи називається кількість незалежних величин, за допомогою яких може бути задано положення системи в просторі.

Експериментально встановлено, що при визначенні кількості ступенів вільності молекул, атоми потрібно розглядати як матеріальні точки.

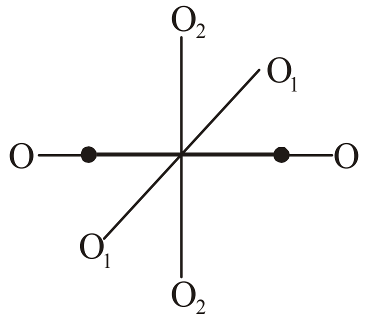


Рисунок 25.1

1. Одноатомна молекула (He, Ne, Ar і т.д.). $i = 3$.

Положення одноатомної молекули задається трьома просторовими координатами (x, y, z). Ступені вільності одноатомної молекули називають поступальними ступенями свободи.

2. Двоатомна молекула з жорстким зв'язком (H_2, O_2, N_2 та ін.). $i = 5$.

Така молекула окрім трьох ступенів вільності поступального руху має ще два ступені вільності обертального руху навколо взаємно перпендикулярних осей O_1–O_1 і O_2–O_2 (рис. 25.1). Обертання навколо третьої осі О–О розглядати не треба, оскільки момент інерції атомів щодо цієї осі є нескінченно малим. Отже, нескінченно мала і кінетична енергія молекули, пов’язана з цим обертанням. Таким чином, для двоатомної молекули i=3+2=5 (3 – поступальні ступені вільності; 2 – обертальні ступені вільності).

3. Якщо кількість атомів в молекулі з жорстким зв’язком три і більше трьох (NH_3, CH_4), то число ступенів вільності i = 6. i=3+3=6 (3 – поступальні ступені вільності; 3– обертальні ступені вільності).

При будь-якої кількості ступенів вільності молекули, три з них – поступальні, причому жодна з них не має переваг перед іншими. Середня кінетична енергія поступального руху молекули згідно із формулі (17.1)

$$<\varepsilon>=\frac{3}{2}kT .$$

Оскільки поступальних ступенів вільності три, то на один ступінь вільності доводиться енергія

$$\varepsilon=\frac{1}{2}kT . \qquad (25.1)$$

На кожний ступінь вільності (поступальний, обертальний) руху частинок системи припадає однакова кінетична енергія, що дорівнює в середньому $\frac{1}{2}kT$***.***

Це твердження називається законом рівного розподілу енергії хаотичного руху молекул за ступенями вільності.

Якщо атоми в молекулі зв’язані пружним зв’язком, то окрім поступального і обертального рухів, система може виконувати коливальний рух. Коливальний рух пов’язаний з наявністю у системи, що коливається, не тільки кінетичної, але і потенціальної енергії. У теорії коливань доводиться, що середні значення кінетичної і потенціальної енергій такої системи однакові. Звідси випливає, що на коливальний рух доводиться дві половинки kT – одна у вигляді кінетичної енергії, інша – у вигляді потенціальної.

Із закону рівного розподілу енергії хаотичного руху молекул за ступенями вільності випливає, що середня кінетична енергія молекули визначається формулою:

$$<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT , \qquad (25.2)$$

де $i = i_{\text{пост.}} + i_{\text{оберт.}} + 2i_{\text{колив.}}$

25.2 *Внутрішня енергія ідеального газу*

Молекули ідеального газу не взаємодіють одна з однією, тому його внутрішня енергія складається з кінетичних енергій окремих молекул:

$$U=<\varepsilon>N , \qquad (25.3)$$

де N – число молекул.

$<\varepsilon>$ – середня кінетична енергія однієї молекули.

Кількість молекул визначається виразом:

$$N = \frac{m}{M} N_{\mathrm{A}}, \tag{25.4}$$

де N_{A} – число Авоґадро.

Замінивши в (25.3) енергію молекули за формулою (25.2) і кількість молекул за формулою (25.4), отримаємо:

$$U = \frac{i}{2} kT \frac{m}{M} N_{\mathrm{A}}. \tag{25.5}$$

Добуток сталої Больцмана на число Авоґадро дає молярну газову сталу: $kN_{\mathrm{A}} = R$. Тоді

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} RT. \tag{25.6}$$

З (25.6) випливає, що ***внутрішня енергія ідеального газу не залежить від тиску і об'єму, а визначається природою газу і його температурою.*** На практиці важливо знати зміну внутрішньої енергії.

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R(T_2 - T_1). \tag{25.7}$$

§26 Перший закон термодинаміки

Змінити внутрішню енергію системи можна за рахунок здійснення над тілом роботи A' і передачі йому тепла Q.

Тепло (Q) – кількість енергії, що передається від одного тіла іншому за допомогою теплопередачі. Кількість тепла вимірюється в джоулях.

Передача газу тепла не пов'язана з переміщенням зовнішніх тіл і, отже, не пов'язана із здійсненням над газом макроскопічної (тобто тієї, що відноситься до всієї сукупності молекул, з яких складається тіло) роботи. Фізична природа теплопередачі полягає в тому, що окремі молекули більш нагрітого тіла здійснюють позитивну роботу над окремими молекулами менш нагрітого тіла. Це обумовлює передачу енергії від тіла до тіла у вигляді тепла.

Із закону збереження енергії випливає, що

$$Q = \Delta U + A, \tag{26.1}$$

де $A = -A'$ – робота, яку виконує система над зовнішніми тілами. Цей закон в термодинаміці називається ***першим законом термодинаміки.*** Формулюється він таким чином:

Кількість тепла, надана системі, йде на приріст внутрішньої енергії системи та на виконання системою роботи над зовнішніми тілами.

Перший закон можна також формулювати таким чином:

Неможливий вічний двигун першого роду, тобто такий періодично діючий двигун, який здійснював би роботу в більшій кількості, ніж одержана ним ззовні енергія.

Для елементарного процесу перший закон термодинаміки записується у вигляді:

$$\delta Q = dU + \delta A, \tag{26.2}$$

де dU – елементарно малий приріст внутрішньої енергії.

Як вже указувалося, внутрішня енергія є функцією стану, тому можна говорити про її запас в кожному стані. Це означає, що dU є повний диференціал. Отже, інтеграл

$$\int_1^2 dU = U_2 - U_1$$

не залежить від шляху, за яким здійснюється інтегрування. Тут U_1 – внутрішня енергія в стані 1, U_2 – внутрішня енергія в стані 2.

Тепло Q і робота A не є функціями стану, тобто не можна говорити про запас тепла або роботи, яку має тіло в різних станах. Це означає, що δQ і δA не є повними диференціалами. Інтеграли

$$\int_1^2 \delta Q = Q_{12} \qquad \text{і} \qquad \int_1^2 \delta A = A_{12}$$

залежать від шляху, за яким виконувалося інтегрування, тобто Q і A є функціями процесу. A_{12} – це робота, що виконана тілом під час процесу 1-2; Q_{12} – кількість тепла, що отримана тілом під час того ж процесу.

§27 Теплоємність

1. ***Теплоємність тіла*** – скалярна фізична величина, що дорівнює кількості тепла, яке потрібно надати тілу, щоб нагріти його на один кельвін:

$$C_{\text{тіла}} = \frac{\delta Q}{dT}. \tag{27.1}$$

$$[C_{\text{тіла}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

2. ***Питома теплоємність*** – скалярна фізична величина, що дорівнює кількості тепла, яке потрібно надати 1 кг речовини, щоб нагріти його на один кельвін:

$$c = \frac{\delta Q}{m\,dT}. \tag{27.2}$$

$$[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

3. ***Молярна теплоємність*** – скалярна фізична величина, що дорівнює кількості тепла, яке потрібно надати одному молю речовини, щоб нагріти його на один кельвін:

$$C = \frac{\delta Q}{\nu\, dT}. \qquad (27.3)$$

$[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Питома і молярна теплоємності зв'язані співвідношенням:

$$c = \frac{C}{M}, \qquad (27.4)$$

де M – молярна маса.

Теплоємність газів залежить від умов, за яких виконувалося нагрівання тіла. Якщо нагрівання виконувалося за умовою сталого об'єму, то теплоємність називається теплоємністю при сталому об'ємі і позначається C_V. Якщо нагрівання проводилося за умовою сталого тиску, то теплоємність називається теплоємністю при сталому тиску і позначається C_P.

§28 Теплові машини

28.1 *Кругові процеси (цикли)*

У технічній термодинаміці, що досліджує термодинамічні процеси в теплових машинах, часто застосовують метод циклів.

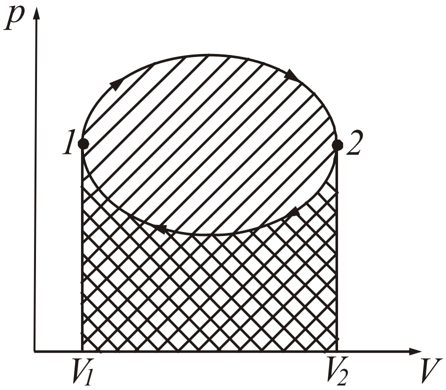


Рисунок 28.1

Коловим процесом (або ***циклом***) називається такий процес, при якому система після ряду змін повертається в початковий стан. На графіку (рис. 28.1) цикл зображується замкненою кривою. На ділянці 1–2 (розширення від об'єму V_1 до об'єму V_2) робота позитивна і дорівнює площі, що позначена нахиленим управо штрихуванням. На ділянці 2–1 (стиснення від V_2 до V_1) робота негативна і дорівнює площі, що позначена нахиленим вліво штрихуванням. Отже, робота за цикл чисельно дорівнює площі, що охоплена кривою.

Після здійснення циклу система повертається у початковий стан, тому зміна внутрішньої енергії системи дорівнює нулю.

Ефективність циклів залежить від характеру термодинамічних процесів, що створюють конкретний цикл. Очевидно, що за інших рівних умов найбільша ефективність спостерігатиметься у тих циклів, у яких всі процеси є оборотними. Цикли, що складаються з оборотних процесів, є оборотними. Відповідно, якщо цикл складається з необоротних процесів, то він називається необоротним.

28.2 *Теплова машина. ККД теплової машини*

Теплова машина – це періодично діючий двигун, що виконує роботу за рахунок одержуваного ззовні тепла.

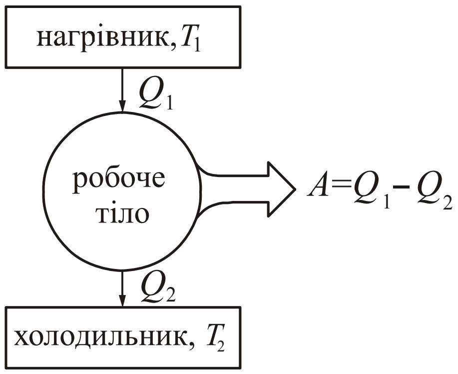


Рисунок 28.2

Принципова схема теплового двигуна подана на рис. 28.2. ***Робочим тілом*** називається термодинамічна система, що здійснює коловий процес і що обмінюється енергією з іншими тілами. Звичайно таким робочим тілом є газ.

Спочатку газ приводять в контакт з нагрівачем, тобто тілом, температура якого T_1 є вищою за температуру газу. Газ отримує від нагрівача тепло Q_1 і розширюється від об'єму V_1 до об'єму V_2. Потім газ треба стиснути до об'єму V_1, тобто повернути його в початковий стан. Для цього його приводять в контакт з холодильником, тобто тілом, температура якого T_2 нижча за температуру газу. При цьому газ віддає холодильнику тепло Q_2.

Виконана робота

$$A = Q_1 - Q_2, \tag{28.1}$$

оскільки зміна внутрішньої енергії в коловому процесі дорівнює нулю.

Чим повніше теплова машина перетворює тепло Q_1, що одержується ззовні, в корисну роботу A, тим вона вигідніша. Тому теплову машину прийнято характеризувати коефіцієнтом корисної дії (ккд). Ккд дорівнює відношенню виконаної за один цикл роботи A до одержуваного від нагрівача за цикл кількості тепла Q_1:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}. \tag{28.2}$$

З урахуванням формули (28.1) вираз для ккд можна записати у вигляді:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \tag{28.3}$$

З визначення ккд випливає, що він не може бути більше одиниці.

28.3 *Цикл Карно*

Цикл Карно – це оборотний цикл, що складається з двох ізотерм і двох адіабат. Нагадуємо, що ізотермічний процес – це процес, що відбувається при сталій температурі, а адіабатний – це процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем. Цей цикл вперше введений в обіг французьким інженером Сади Карно*. Якщо робочим тілом є ідеальний газ, то цикл Карно має вигляд, зображений на рис. 28.3.

*Карно Никола Саді (1796–1832), французький фізик і інженер.

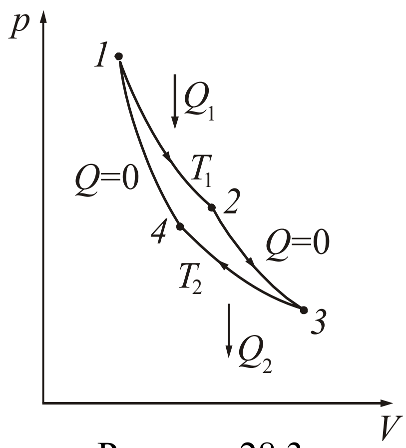


Рисунок 28.3

У процесі 1–2 газ знаходиться в тепловому контакті і рівновазі з нагрівачем (тепловіддатчиком). Температура нагрівача T_1. Від нагрівача газ отримує тепло Q_1 (Q_1>0). Температура нагрівача при цьому не зміниться. У процесі 2–3 газ теплоізолюється, і робота з його розширення відбувається за рахунок зміни внутрішньої енергії. У процесі 3–4 газ приводиться в контакт з холодильником (теплоприймачем), температура якого T_2 не змінюється (T_2<T_1). При цьому газ стискається і передає холодильнику тепло Q_2.

В процесі 4–1 газ знову теплоізолюється і стискається до первинного стану 1.

Ккд циклу Карно визначається таким чином:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \qquad (28.4)$$

З (28.4) випливає, що ***коефіцієнт корисної дії всіх оборотних машин, що працюють при одних і тих же температурах нагрівача і холодильника, однаковий і визначається тільки температурами нагрівача та холодильника, і не залежить від природи робочого тіла.***

Це твердження називається теоремою Карно. З (28.4) випливає, що для збільшення ккд теплової машини необхідно збільшувати температуру нагрівача і зменшувати температуру холодильника.

Ккд необоротної машини завжди менше ніж ккд оборотної машини, що працює з тим же нагрівачем і холодильником.

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (28.5)$$

Знак рівності відноситься до оборотних машин, знак нерівності – до необоротних.

Ккд оборотної машини є найбільшим зі всіх можливих за даних умов. Але здійснити реально такий цикл неможливо. По-перше, всі процеси в такій машині повинні відбуватися нескінченно повільно, а по-друге, в реальних машинах ми маємо справу з необоротними втратами тепла.

§29 Другий закон термодинаміки

29.1 *Термодинамічні формулювання другого закону термодинаміки*

Другий закон термодинаміки визначає можливі напрями процесів перетворення енергії з одного виду в іншій. Так саме як і перший закон, він має декілька формулювань.

Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б передача тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.

Це не означає, що другий закон взагалі забороняє перехід тепла від тіла, менш нагрітого, до тіла, більш нагрітого. Такий перехід можливий, але він не буде єдиним результатом процесу. Це означає, що одночасно відбудуться зміни в навколишніх тілах, оскільки для здійснення цього переходу над системою повинна бути виконана робота.

Неможливий такий процес, єдиним кінцевим результатом якого з'явилося б віднятття від якогось тіла деякої кількості теплоти і перетворення цієї теплоти повністю в роботу.

Розглянемо, наприклад, розширення газу при сталій температурі. З першого закону термодинаміки $Q = \Delta U + A$. Температура газу не змінюється, отже $\Delta T = 0$. Із співвідношення (25.7) випливає, що зміна внутрішньої енергії $\Delta U = 0$. Тобто все отримане тепло перейшло в роботу: $Q = A$. Але отримання тепла і перетворення його в роботу не єдиний кінцевий результат процесу. Крім того, в результаті ізотермічного процесу відбувається зміна об'єму газу.

Періодично діючий двигун, що заснований на першому законі термодинаміки і виконує роботу за рахунок охолоджування одного джерела тепла (наприклад, внутрішньої енергії великих водоймищ), називається *вічним двигуном другого роду*. Наступне формулювання другого закону термодинаміки стверджує неможливість створення такого двигуна.

Неможливий вічний двигун другого роду, тобто двигун що діє періодично, який одержував би теплоту від одного резервуара і перетворював би її повністю в роботу.

З другого закону термодинаміки випливає нерівноцінність роботи і теплоти як двох форм передачі енергії. Перехід енергії впорядкованого руху тіла як цілого в хаотичний рух його частинок є необоротним процесом (під час руху тіла під дією сили тертя його кінетична енергія переходить у внутрішню). Перехід неврегульованого руху частинок тіла у впорядкований рух тіла як цілого вимагає, щоб одночасно відбувався який-небудь компенсувальний процес.

29.2 *Зведена кількість тепла. Ентропія*

Щоб визначити можливі напрями процесів, необхідно ввести фізичну величину, яка кількісно охарактеризувала б цю можливість. Досліджуючи перетворення тепла в роботу, Клаузіус* ввів таку термодинамічну функцію і назвав її ***ентропія***. В перекладі з грецького це слово означає «односторонній напрям».

В §28 було показано, що ккд необоротної машини завжди менше ніж ккд оборотної, яка працює з тим же нагрівачем і холодильником:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Зліва стоїть загальне визначення ккд, придатне для будь-якої машини, справа – ккд оборотної машини. Це співвідношення справедливо для будь-якої

*Клаузіус Рудольф Юмус Емануель (1822–1888), німецький фізик-теоретик.

системи тіл, що виконує оборотний (знак рівності) або необоротний (знак нерівності) цикл, незалежно від того, скільки разів цей цикл повторюється.

Із записаного співвідношення витікає наступне:

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{T_2}{T_1}.$$

Помноживши обидві частини нерівності на $\frac{Q_1}{T_2}$, отримаємо:

$$\frac{Q_2}{T_2} \geq \frac{Q_1}{T_1},$$

або

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0. \qquad (29.1)$$

Q_2 – це тепло, що віддається системою. Змінимо нерівність (29.1) так, щоб вона містила тільки тепло, одержуване від інших тел. Введемо тепло $Q_2' = -Q_2$, тобто розглядатимемо алгебричну суму відносин $\frac{Q}{T}$.

Нерівність (29.1) прийматиме наступний остаточний вигляд:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} \leq 0. \qquad (29.2)$$

Відношення кількості тепла, отриманого системою від якого-небудь тіла, до температури цього тіла, називається ***зведеною кількістю тепла.*** Нерівність (29.2) називається ***нерівністю Клаузіуса***. Читається воно так:

Якщо якась система виконує цикл, в ході якого вступає в теплообмін з двома резервуарами (іншими тілами) зі сталими температурами, то сума зведених кількостей тепла дорівнює нулю, якщо цикл оборотний, і менше нуля, якщо цикл необоротний.

Якщо тіл декілька, то в загальному випадку повинна виконатися умова:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0, \qquad (29.3)$$

де інтеграл береться за всім циклом.

Можна показати, що сума зведених кількостей тепла, отриманих системою при оборотному переході з одного (початкового) стану в інший (кінцеве), не залежить від шляху, за яким здійснювався перехід, а залежить тільки від початкового і кінцевого станів.

Незалежність суми $\sum\limits_{1 \to 2} \frac{\Delta Q_{обор}}{T}$ від шляху, за яким здійснюється оборотний перехід із стану 1 в стан 2, дозволяє стверджувати, що при оборотному процесі $\frac{\Delta Q}{T}$ є приростом деякої функції стану (нагадуємо, що детально функції стану і функції процесу ми розглядали в §26). Ця функція називається ентропією. Позначають її буквою S. Таким чином

$$\frac{\Delta Q_{\text{обор}}}{T} = \Delta S\,. \tag{29.4}$$

***Ентропія** (S)* – скалярна фізична величина, що є функцією стану системи, елементарна зміна якої під час переходу системи з одного стану в інший визначається співвідношенням:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}\,. \tag{29.5}$$

Оскільки ентропія – функція стану, сума $\frac{\Delta Q}{T}$ повинна дорівнювати різниці значень ентропії в кінцевому і початковому станах:

$$\sum_{1\to 2} \frac{\Delta Q_{\text{обор}}}{T} = S_2 - S_1\,.$$

Більш точно, сума повинна бути замінена інтегралом

$$\int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{обор}}}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1\,. \tag{29.6}$$

Ентропія є величиною адитивною. Це означає, що ентропія системи дорівнює сумі ентропії окремих її частин.

Клаузіусом були сформульовані наступні властивості ентропії ізольованої (замкненої) системи:

1. Ентропія замкненої системи залишається сталою, якщо в системі протікає оборотний процес.

$$\Delta S_{\text{обор}} = 0$$

2. Ентропія замкненої системи зростає, якщо в системі протікає необоротний процес.

$$\Delta S_{\text{необр}} > 0$$

Дані властивості є статистичним формулюванням другого закону термодинаміки. Їх можна узагальнити:

Ентропія ізольованої системи при будь-яких процесах, що відбуваються в ній, не убуває.

$$\Delta S \geq 0\,. \tag{29.7}$$

Знак «=» відноситься до оборотного процесу, знак «>» – до необоротного.

29.3 *Ентропія і ймовірність*

Л. Больцман дав статистичне тлумачення поняття «ентропія». З одного боку, ентропія ізольованої системи не може убувати. З другого боку, система, що надається самій собі, переходитиме з менш імовірних станів в більш імовірні. Потрапивши в більш імовірний стан, система знаходитиметься в ньому необмежено довго.

Таким чином, ентропія і ймовірність поводяться однаково: вони можуть довільно або зростати, або залишатися незмінними. Больцман показав, що ентропія і ймовірність стану системи зв'язані таким чином:

$$S = k \log W, \tag{29.8}$$

де k – стала Больцмана;

W – термодинамічна ймовірність стану системи.

***Термодинамічна ймовірність** (W)* – число різних способів, якими реалізується даний макроскопічний стан.

Щоб зрозуміти сенс величини W, розглянемо наступні приклади (рис. 29.1):

1. У першій комірці – 4 молекули, в другій їх немає. Даний стан можна здійснити тільки одним способом. Отже, термодинамічна ймовірність W=1.

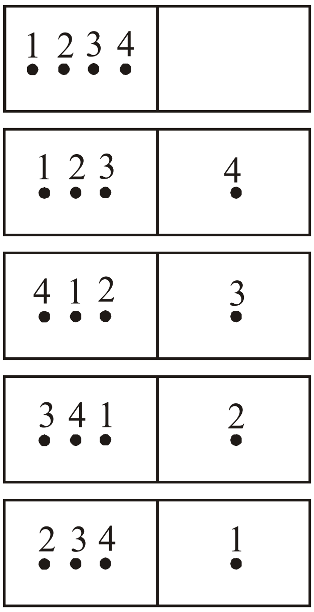


Рисунок 29.1

2. У першій комірці повинно бути три молекули, в другій – одна. Даний стан можна здійснити чотирма способами. Отже, термодинамічна ймовірність W=4.

Зверніть увагу на те, що математична ймовірність, яку називають просто ймовірністю, виражається дробовим числом і не може бути більше 1. Термодинамічна ймовірність виражається цілим, як правило, дуже великим числом.

Таким чином, можна дати статистичне визначення ентропії.

Ентропія – це скалярна фізична величина, що дорівнює добутку сталої Больцмана на логарифм термодинамічної ймовірності.

Термодинамічна ймовірність W служить мірою безладдя, тобто кількісно визначає ступінь неврегульованості системи. Усі природні довільні процеси – це перехід від порядку до безладдя, яке пов'язане з тепловим рухом частинок. Це означає, що система довільно прагне в стан з більшою термодинамічною ймовірністю. Отже, права частина формули (29.8) описує мир атомів, поведінка яких визначає механізми, що відбуваються в системі змін.

Ентропія, як термодинамічна величина, описує зміни, що відбуваються. Таким чином, формула Больцмана зв'язує доступні для спостереження зміни, що відбуваються в системі, і поведінку атомів, що зумовили ці зміни.

29.4 *Межі застосування другого закону термодинаміки*

Другий закон термодинаміки є статистичним законом, який описує закономірності хаотичного руху великого числа частинок, що становлять замкнену систему. Якщо система складається з невеликого числа частинок, то спостерігатимуться відхилення від другого закону.

Другий закон, встановлений для замкнених систем на Землі, не можна поширювати на весь Всесвіт. Таке розповсюдження приводить до неправильного, з фізичної і філософської точок зору, висновку про те, що температура усіх тіл у Всесвіті повинна вирівнятися. Насправді, у зв'язку з його нескінченністю, Всесвіт є незамкненою системою, і в деяких її частинах неминучі флуктуації (відхилення), що порушують теплову рівновагу.

§30 Термодинамічний опис процесів в ідеальних газах

Термодинамічні процеси, що відбуваються в системі зі сталою масою при якому-небудь одному сталому параметрі, називаються ***ізопроцесами***.

30.1 *Ізохорний процес*

Ізохорний процес відбувається ***за сталим об'ємом***, тобто $V = \text{const}$ і $m = \text{const}$ (рис. 30.1). Він описується законом Шарля*:

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \qquad (30.1)$$

Для двох станів рівняння (30.1) запишеться у вигляді:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

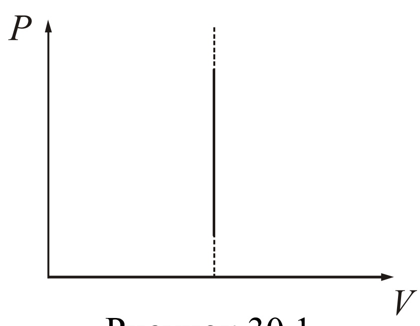


Рисунок 30.1

Сформулюємо перший закон термодинаміки для ізохорного процесу. Згідно з (26.2)

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Оскільки $V = \text{const}$, то $dV = 0$.
Елементарна робота $\delta A = p\,dV = 0$. Отже

$$\delta Q = dU. \qquad (30.2)$$

Для кінцевих величин

$$Q = \Delta U. \qquad (30.3)$$

Кількість тепла, що надана системі, йде на збільшення внутрішньої енергії.

Знайдемо молярну теплоємність за умови $V = \text{const}$.

*Шарль Жак Олександр Сезар (1746–1823), французький фізик і винахідник.

$$C_V = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{\frac{i}{2} R\nu dT}{\nu dT} = \frac{i}{2} R,$$

Остаточно маємо:

$$C_V = \frac{i}{2} R. \tag{30.4}$$

Тоді $dU = \nu C_V dT$ або

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T. \tag{30.5}$$

Обчислимо зміну ентропії.

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\nu C_V dT}{T} = \nu C_V \ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Остаточно:

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{p_2}{p_1}. \tag{30.6}$$

30.2 *Ізобарний процес*

Ізобарний процес відбувається ***за сталого тиску***, тобто $p = \text{const}$ і $m = \text{const}$ (рис. 30.2). Описується законом Гей-Люссака*:

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \tag{30.7}$$

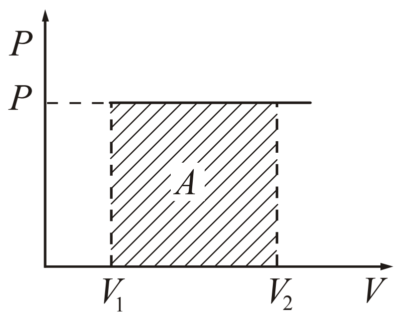


Рисунок 30.2

Для двох станів рівняння (30.7) запишеться у вигляді

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Запишемо перший закон термодинаміки для ізобарного процесу:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

Для кінцевих величин:

$$Q = \Delta U + A. \tag{30.8}$$

Кількість тепла, що надана системі, йде на збільшення внутрішньої енергії і виконання системою роботи над зовнішніми тілами.

Знайдемо роботу, яка виконується системою при ізобарному процесі.

$$\delta A = p\,dV,$$

*Гей-Люссак Жозеф Луї (1778–1850), французький фізик і хімік.

$$A = \int_1^2 pdV = p(V_2 - V_1). \tag{30.9}$$

Робота чисельно дорівнює площі заштрихованого прямокутника (рис.30.2).

Знайдемо молярну теплоємність за умови $p = \text{const}$.

$$C_p = \frac{\delta Q_p}{\nu\, dT} = \frac{dU}{\nu\, dT} + \frac{\delta A}{\nu\, dT} = \frac{\nu\, C_V dT}{\nu\, dT} + \frac{pdV}{\nu\, dT}.$$

Далі використовуємо рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва – Клапейрона). При $p = \text{const}$:

$$pdV = \nu\, RdT.$$

Зробивши заміну і провівши скорочення, отримаємо:

$$C_p = C_V + \frac{\nu RdT}{\nu\, dT},$$

$$C_p = C_V + R. \tag{30.10}$$

Отриманий вираз називають ***рівнянням Майєра****. Виразимо молярну теплоємність за сталого тиску через кількість ступенів вільності. Для цього замінимо в (30.10) C_V за формулою (30.4) і отримаємо:

$$C_p = \frac{(i+2)}{2} R. \tag{30.11}$$

Обчислимо зміну ентропії:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\nu C_p dT}{T} = \nu C_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \nu C_p \ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1},$$

Остаточно:

$$\Delta S = \nu\, C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu\, C_p \ln \frac{V_2}{V_1}. \tag{30.12}$$

30.3 *Ізотермічний процес*

Ізотермічний процес відбувається за ***сталої температури***, тобто $T = \text{const}$ і $m = \text{const}$ (рис. 30.3). Описується законом Бойля* – Мариотта*:

$$pV = \text{const}. \tag{30.13}$$

*Майєр Юліус Роберт (1814–1878), німецький лікар.
*Бойль Роберт (1627–1691), англійський хімік і фізик.
*Маріотт Едм (1620–1684), французький фізик і фізіолог.

Для двох станів рівняння (30.13) запишеться у вигляді

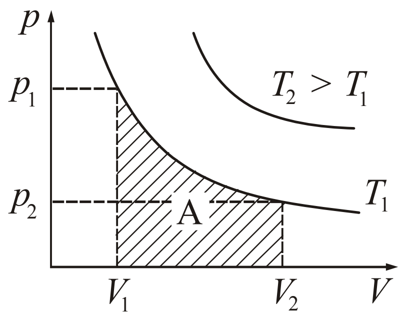


Рисунок 30.3

$$p_1V_1 = p_2V_2 .$$

Сформулюємо перший початок термодинаміки для ізотермічного процесу:

$$\delta Q = dU + \delta A .$$

Оскільки $T = \text{const}$, то $dT = 0$. Зміна внутрішньої енергії $dU = \nu C_V dT = 0$.

Отже

$$\delta Q = \delta A .$$

Для кінцевих величин:

$$Q = A . \qquad (30.14)$$

Кількість тепла, що надана системі, йде на здійснення системою роботи над зовнішніми тілами.

Знайдемо роботу, яка виконується системою при ізотермічному процесі:

$$\delta A = p\,dV .$$

З рівняння Менделєєва – Клапейрона виразимо тиск:

$$p = \frac{\nu RT}{V} .$$

Зробивши заміну, отримаємо:

$$A = \int_1^2 pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} .$$

Остаточно:

$$A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2} . \qquad (30.15)$$

Знайдемо молярну теплоємність за умови $T = \text{const}$:

$$C_T = \frac{\delta Q_T}{\nu dT} = \infty . \qquad (30.16)$$

Це означає, що поняття теплоємності за умов ізотермічного процесу сенсу не має.

Розрахуємо зміну ентропії:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q_{12}}{T} .$$

Оскільки $Q = A$, то

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (30.17)$$

30.4 *Адіабатний процес*

Адіабатним називається ***процес***, ***що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем***. Це означає, що $\delta Q = 0$, тобто $Q = 0$. Адіабатний процес описується наступним рівнянням:

$$pV^{\gamma} = \text{const}. \quad (30.18)$$

Для двох станів воно записується в наступному вигляді:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}. \quad (30.19)$$

Співвідношення (30.18) називається рівнянням Пуассона*.

Буквою γ позначають величину, що називають ***показником адіабати***. Показник адіабати дорівнює відношенню молярної теплоємності за сталим тиском до молярної теплоємності за сталим об'ємом:

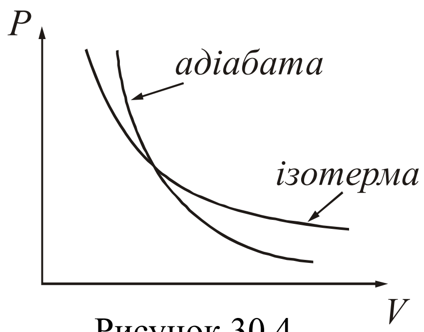


Рисунок 30.4

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma. \quad (30.20)$$

Показник адіабати можна розраховувати через кількість ступенів вільності:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{(i+2)2R}{2iR} = \frac{i+2}{i}. \quad (30.21)$$

Можна перейти до рівняння адіабати в змінних T і V. Для цього треба замінити тиск p в (30.18), виразити його з рівняння Менделєєва – Клапейрона. У результаті вийде наступне рівняння (сталі ν і R увійшли до константи):

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (30.22)$$

Для двох станів:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}.$$

Порівняльні діаграми ізотерми і адіабати наведені на рис. 30.4.

Кількість тепла, яким обмінюється тіло із зовнішнім середовищем, буде тим менше, чим швидше протікає процес. Отже, близькими до адіабатного, можуть бути процесі, що протікають достатньо швидко.

Перший закон для адіабатного процесу матиме вигляд:

$$dU + \delta A = 0,$$

*Пуассон Сімеон Дені (1781–1840), французький математик і фізик.

$$\delta A = -dU\,.$$

Для кінцевих величин:

$$A = -\Delta U\,. \qquad (30.23)$$

При адіабатному процесі робота виконується за рахунок спаду внутрішньої енергії.

Якщо $dV > 0$, $dU < 0$ газ охолоджується.
Якщо $dV < 0$, $dU > 0$ газ нагрівається.

Молярна теплоємність газу при адіабатному процесі дорівнює нулю:

$$C_{\text{ад}} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = 0\,, \qquad \text{оскільки} \qquad \delta Q = 0\,.$$

Знайдемо роботу, що виконується газом при адіабатному процесі:

$$\delta A = -dU\,, \qquad dU = \nu C_V dT\,.$$

Остаточно:

$$A = -\int_{T_1}^{T_2} \nu C_V dT = -\nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V (T_1 - T_2)\,. \qquad (30.24)$$

Зробивши заміну з використанням рівняння Менделєєва – Клапейрона, отримаємо ще одну формулу для розрахунку роботи:

$$A = \frac{C_V}{R}(p_1 V_1 - p_2 V_2)\,. \qquad (30.25)$$

Розрахуємо зміну ентропії:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0\,,$$

оскільки $\delta Q = 0$.

Якщо $\Delta S = 0$, то $S = \text{const}$ (для оборотного процесу). Оскільки значення ентропії S для оборотного адіабатного процесу залишається сталим, то його також називають ***ізоентропійним.***

Розділ 8. Реальні гази і рідини

§31 Реальні гази

31.1. *Сили міжмолекулярної взаємодії*

Реальним називається газ, між молекулами якого діють сили міжмолекулярної взаємодії. Закони ідеальних газів, що застосовуються до реальних газів, виконуються дуже приблизно. Відступи від них носять як кількісний, так і якісний характер. Якісний відступ виявляється в тому, що реальні гази можуть бути переведені в рідкий і твердий стани, а ідеальні – ні. Кількісний відступ полягає в тому, що рівняння стану $pV = \nu RT$ дотримується для реальних газів приблизно.

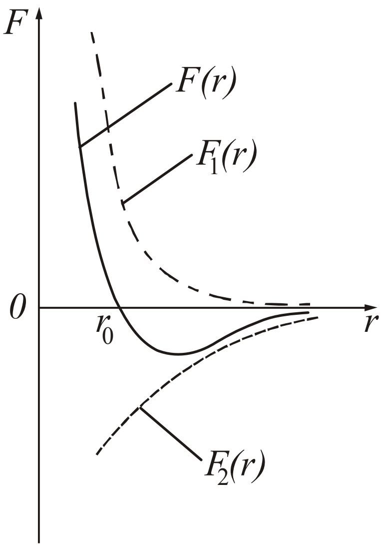


Рисунок 31.1

У всіх тілах (твердих, рідких, газоподібних) молекули ***взаємодіють*** одна з однією. Той факт, що властивості розріджених газів близькі до властивостей ідеальних газів, говорить про те, що сили взаємодії між молекулами залежать від відстані між ними. Досліди показують, що при відстанях більше 10^{-9} м міжмолекулярною взаємодією можна нехтувати.

Здатність твердих тіл чинити опір розтягуванню говорить про те, що між молекулами діють сили взаємного ***тяжіння***. Мала стисливість сильно ущільнених газів, а також здатність твердих і рідких тіл чинити опір стисненню, указують на те, що між молекулами також діють сили взаємного ***відштовхування***. Істотним є те, що ці сили діють ***одночасно***. Інакше тіла не були б стійкими: молекули або розліталися б в різні боки, або «злипалися» б. На дуже близьких відстанях переважають сили відштовхування, на більш далеких – сили взаємного тяжіння. Зразковий характер залежності сил від відстані r між молекулами, що взаємодіють, показаний на рис. 31.1.

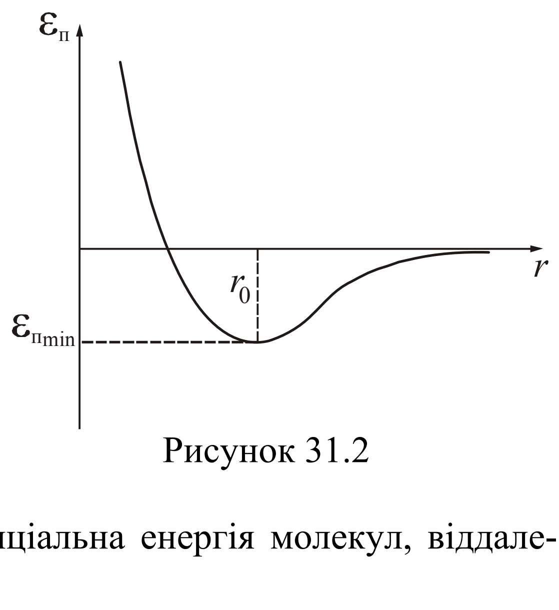


Рисунок 31.2

Сили відштовхування $F_1(r)$ обумовлено вважати позитивними, сили тяжіння $F_2(r)$ – негативними. $F(r)$ – підсумкова цих сил. З графіка видно, що існує деяка відстань $r=r_0$, при якій сили врівноважують одна одну, тобто $F_1=F_2$. При $r<r_0$ переважають сили відштовхування, при $r>r_0$ – сили тяжіння.

Сили міжмолекулярної взаємодії є консервативними, тому молекули мають взаємну потенціальну енергію. Графік залежності потенціальної енергії від відстані для двох молекул представлений на рис. 31.2. Передбачається, що взаємна потенціальна енергія молекул, віддалених одна від одної на нескінченно велику відстань, дорівнює нулю. Відстані r_0 відповідає мінімум потенціальної енергії і рівноважний стан. На цій відстані розташовувалися б молекули у відсутності теплового руху, тобто при температурі T=0. Величина $\varepsilon_{\text{п}_{\min}}$ визначає абсолютну величину тієї роботи, яку необхідно виконати проти сил тяжіння, щоб молекули з положення рівноваги змогли віддалитися на скільки завгодно великі відстані одна від одної.

Величина мінімальної потенціальної енергії взаємодії молекул є критерієм для різних агрегатних станів речовини. Якщо виконується умова $\left|\varepsilon_{\text{п}_{\min}}\right| << kT$, то речовина знаходиться в газоподібному стані. При умові $\left|\varepsilon_{\text{п}_{\min}}\right| >> kT$ реалізується твердий стан. Умова $\left|\varepsilon_{\text{п}_{\min}}\right| \approx kT$ відповідає рідкому стану. Нагадуємо, що kT – це подвоєна середня енергія, що припадає на один ступінь теплового руху молекул (див. п. 25.1).

31.2 *Рівняння Ван-дер-Ваальса*

З великої кількості рівнянь, що запропоновані для опису реальних газів, найпростішим і разом з тим таким, що дає достатньо достовірні результати, виявилося рівняння Ван-дер-Ваальса*. Це рівняння отримано шляхом внесення поправок в рівняння стану ідеального газу і має наступний вигляд:

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{M}b\right) = \frac{m}{M}RT, \tag{31.1}$$

де p – тиск, що надається на газ ззовні (дорівнює тиску газу на стінки посудини);

a і b – сталі Ван-дер-Ваальса, що мають для різних газів різні значення і визначаються експериментальним шляхом. Таким чином, сталі Ван-дер-Ваальса характеризують індивідуальні особливості реальних газів.

$$[a] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2},$$

$$[b] = \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

Поправка $\frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2}$ характеризує добавку до зовнішнього тиску, яка обумовлена взаємодією між молекулами. Через тяжіння молекул одна до однієї газ немов би стискає сам себе. Якби взаємодія між молекулами припинилася, то для того, щоб утримати газ в межах того ж об’єму, знадобилося б збільшити зовнішній тиск на величину, яка дорівнює цій поправці.

*Ван-дер-Ваальс Іоханнес Дідерік (1837–1923), нідерландський фізик, лауреат Нобелівської премії 1910 р.

Поправка $\frac{m}{M}b$ характеризує ту частину об'єму, яка неприступна для руху молекул, оскільки молекули мають власні розміри. Можна показати, що ця поправка дорівнює збільшеному учетверо об'єму молекул, що містяться в даному об'ємі V.

На рис. 31.3 наведені ізотерми реального газу, що підпорядковуються рівнянню Ван-дер-Ваальсу при різних температурах: $T' < T'' < T_{кр} < T'''$.

При температурі T' і тиску в межах від p_1' до p_2' рівняння (31.1) має три дійсних корені : V_1', V_2', V_3'. При підвищенні температури (порівняйте ізотерми T' і T'') відмінність між коренями зменшується. При деякій температурі $T_{кр}$ всі три точки, відповідні рішенню рівняння (31.1), зливаються в одну точку K. Точка K називається ***критичною.*** Відповідні критичній точці температура $T_{кр}$, тиск $p_{кр}$, об'єм $V_{кр}$ називаються критичними параметрами. За відомими сталими Ван-дер-Ваальса a і b можна розрахувати значення критичних параметрів:

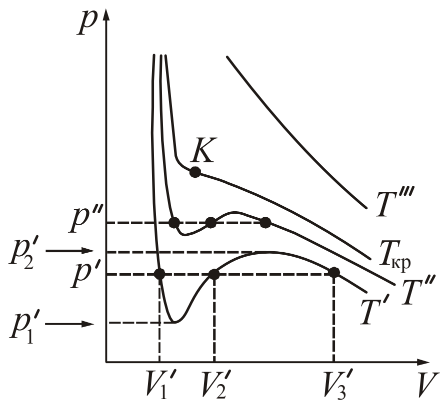


Рисунок 31.3

$$T_{кр} = \frac{8}{27}\frac{a}{bR} \tag{31.2}$$

$$p_{кр} = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2} \tag{31.3}$$

$$V_{кр} = 3b \tag{31.4}$$

Ізотерма, що знімається при $T_{кр}$, називається критичною ізотермою.

31.3 *Експериментальні ізотерми*

Перші експериментальні ізотерми були отримані Т. Ендрюсом*. Він досліджував залежність об'єму одного моля вуглекислого газу від тиску. У результаті експерименту була отримана крива, зображена на рис. 31.4. Спочатку із зменшенням об'єму тиск газу зростає, підкоряючись рівнянню Ван-дер-Ваальса. Починаючи з об'єму $V_г$, ізотерма перестає відповідати рівнянню (31.1): тиск перестає зростати із зменшенням об'єму (горизонтальна ділянка ізотерми). Сама речовина при цьому перестає бути однорідною: частина газу конденсується в рідину. Інакше кажучи, речовина розшаровується на ***дві фази***: рідку і газоподібну. Фазою в термодинаміці називають частину системи, що має однаковий хімічний склад і знаходиться в одному стані.

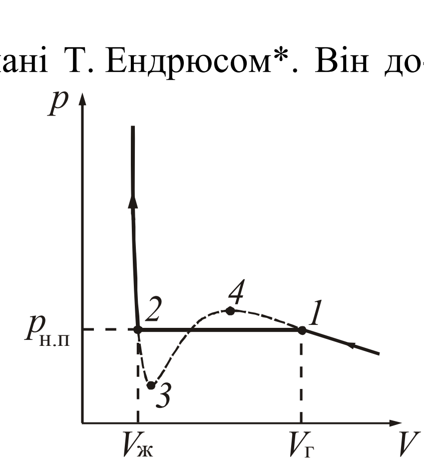


Рисунок 31.4

*Эндрюс Томас (1813–1885), шотландський хімік і фізик.

Із зменшенням тиску все більша частина речовини переходить в рідку фазу. Тиск при цьому не змінюється і дорівнює $p_{\text{н.п.}}$. При досягненні об'єму $V_{\text{р}}$ конденсація закінчується. Подальше зменшення об'єму приводить до різкого зростання тиску. Хід ізотерми на цій ділянці відповідає рівнянню (31.1). Речовина на цій ділянці буде однорідною, але це вже не газ, а рідина.

Зіставлення експериментальної ізотерми з ізотермою Ван-дер-Ваальса показує, що вони добре співпадають на ділянках, які відповідають однофазним станам речовини і не співпадають на ділянці двофазного стану.

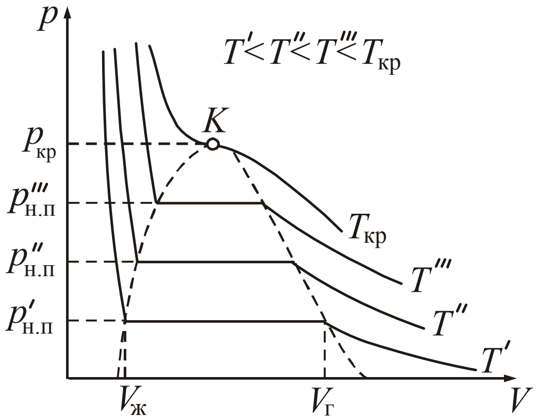


Рисунок 31.5

У станах, відповідних до горизонтальної ділянки ізотерми, спостерігається рівновага між рідкою і газоподібною фазою речовини. Газ (пара), що знаходиться в рівновазі зі своєю рідиною, називається ***насиченою парою***. Тиск $p_{\text{н.п.}}$, при якому існує рівновага за даною температурою, називається тиском насиченої пари. $V_{\text{г}}$ – це об'єм, що займає газ, $V_{\text{р}}$ – це об'єм, що займає рідина.

На рис. 31.5 приведені експериментальні ізотерми для декількох температур. З підвищенням температури горизонтальні ділянки зменшуються. Це означає, що зменшується різниця між об'ємами $V_{\text{г}}$ і $V_{\text{р}}$. При критичній температурі $T_{\text{кр}}$ горизонтальна ділянка стягується в точку. Це означає, що зникає будь-яка відмінність між рідиною і парою. При температурі, вищу за критичну, поняття насиченої пари втрачає значення.

Якщо з'єднати крайні точки горизонтальних ділянок ізотерми, то вийде крива, яка поділяє діаграму pV на три частини (рис.31.6). Ліва частина (р) кривої відповідає рідкому стану, права частина (п) – пароподібному. Область під кривою (р-п) відповідає двофазному стану "рідина – пара". Будь-який стан в області (п) відрізняється від решти газоподібних станів тим, що при ізотермічному стисненні речовина, що знаходиться в цьому стані, зріджується. Якщо речовина знаходиться в одному із станів при температурі, вищу за критичну, вона не може бути зрідженою ніяким стисненням (область г). Відзначимо, що розділення газоподібного стану на газ і пару не є загальноприйнятним.

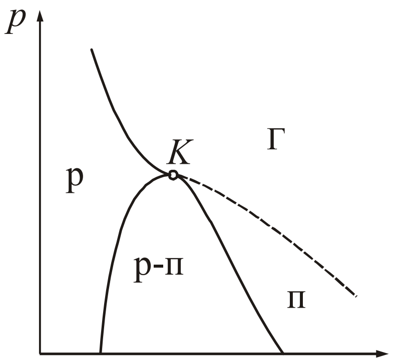


Рисунок 31.6

Звернемося ще раз до рис. 31.4. Хвилеподібна ділянка ізотерми Ван-дер-Ваальса більш точно описує перехід речовини з газоподібного стану в рідкий, ніж горизонтальні ділянки експериментальних ізотерм. Стани, відповідні ділянкам 2-3 і 1-4, можуть реалізуватися, але тільки за певних умов, оскільки вони є нестійкими (метастабільними). Ділянка 1-4 відповідає стану ***пересиченої пари***, що виникає при повільному ізотермічному стисненні через відсутність центрів конденсації. Якщо такі центри (порошинки, іони) вводяться в пересичену пару, то відбувається швидка конденсація.

Ділянка 2-3 відповідає ***перегрітій рідині***, яку можна отримати, якщо затримати початок кипіння в точці 2. На ділянці 3-4 із зростанням тиску зростає об'єм. Такі стани речовини неможливі.

Таким чином, рівняння Ван-дер-Ваальса описує не тільки газоподібний стан речовини, але і процес переходу в рідкий стан, і процес стиснення рідини.

§32 Рідкий стан

32.1 *Будова рідин*

Рідина – це агрегатний стан речовини, проміжний між газоподібним і твердим, тому вона має властивості газоподібних і твердих речовин. Як і тверді тіла, рідини мають певний об'єм, а подібно газам приймають форму посудини, в якій знаходяться.

Дослідження рідин за допомогою рентгенівського випромінювання і інші експериментальні дані показали наявність певного порядку в розміщенні частинок – молекули рідини утворюють щось подібне кристалічним ґраткам (особливо при температурах, близьких до точки твердіння). На відміну від кристалів в рідинах цей порядок розповсюджується не на весь об'єм, а обмежується областю, що містить декілька частинок навколо даної. Тому говорять про ближній порядок в розташуванні частинок рідини і вважають, що за структурою рідина ближче до твердих тіл, ніж до газів.

Кожна молекула рідини тривалий час коливається біля певного положення рівноваги. Час від часу вона змінює це положення, коли переміщується на відстань порядку розмірів самих молекул. Цим пояснюється текучість рідин. Час коливань молекули навколо положення рівноваги називають ***часом її осілого життя***. Він залежить від роду рідини і температури. З підвищенням температури частота стрибкоподібних переміщень зростає, і час осілого життя стає меншим. Внаслідок цього в'язкість рідин зменшується.

Існують тверді тіла, які за своїми властивостями виявляються ближче до рідин, ніж до кристалів. Їх називають ***аморфними.*** Перехід від аморфного твердого тіла до рідини здійснюється безперервно, а перехід від кристала до рідини – стрибком. Це означає, що кристали мають фіксовану температуру плавлення, а аморфні плавляться в певному інтервалі температур. Аморфні тверді тіла розглядаються як переохолоджуванні рідини, частинки яких мають обмежену рухливість. До числа аморфних тіл відносять скло, смоли, бітуми і т.п.

Рідкі кристали – це рідини, що мають анізотропію властивостей (зокрема, оптичної), пов'язаною з впорядкованістю в орієнтації молекул. Завдяки сильній залежності властивостей рідких кристалів від зовнішніх дій вони знаходять різноманітне застосування в техніці, наприклад в системах обробки і відображення інформації, в яких використовуються електрооптичні властивості рідких кристалів. Вони застосовуються також в буквено-цифрових індикаторах (електронний годинник, мікрокалькулятори), різного роду керованих екранах, просторово-часових транспарантах, в оптичних затворах і інших світлоклапанних пристроях, в оптоелектронних приладах. На основі рідких кристалів розроблені пласкі екрани телевізорів, моніторів. Властивість рідких кристалів змінювати колір при зміні температури використовується в медицині (для визначення ділянок тіла з підвищеною температурою), в техніці (візуалізація інфрачервоного випромінювання, контроль якості мікроелектронних схем) та ін.

32.2 *Поверхневий натяг*

Молекули рідини розташовуються дуже близько одна до однієї, тому сили тяжіння досягають значної величини. Кожна молекула зазнає тяжіння з боку сусідніх з нею молекул. Якщо молекула знаходиться усередині рідини (рис. 32.1), то рівнодійна сил, що діють на неї, дорівнює нулю. Інакше йде справа, якщо молекула знаходиться в поверхневому шарі рідини. Густина пари (або газу), з якою граничить рідина, набагато менше густини рідини, тому рівнодійна сил, що діють із сторони молекул пари, теж буде набагато менше, ніж рівнодійна сил, що діють зі сторони молекул рідини. У результаті, на кожну молекулу, що знаходиться в приповерхневому шарі, діятиме сила, що спрямована в середину рідини.

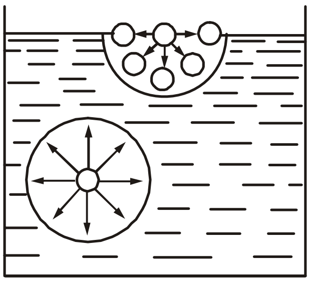


Рисунок 32.1

Під час переходу молекули з глибини рідини в поверхневий шар над молекулою виконується негативна робота силами, що діють на неї в цьому шарі. При цьому кінетична енергія молекули зменшується, перетворюючись на потенціальну. Таким чином, молекули в поверхневому шарі мають додаткову потенціальну енергію. Поверхневий шар в цілому має додаткову енергію, яка входить складовою частиною у внутрішню енергію рідини.

Наявність цієї додаткової енергії призводить до того, що рідина прагне скоротити свою поверхню. Рідина поводиться так, немов вона була укладена в пружну розтягнуту плівку, яка прагне стиснутися. Насправді ніякої плівки немає, поверхневий шар складається з тих же молекул, що і вся рідина.

Припустимо наявність на поверхні рідини ділянки, обмеженої замкненим контуром завдовжки l. Прагнення цієї ділянки до скорочення призводить до того, що вона діятиме на решту частини поверхні з силами, дотичними до поверхні. Ці сили називаються ***силами поверхневого натягу.*** Для кількісної оцінки сили поверхневого натягу вводять величину, яку називають коефіцієнтом поверхневого натягу (або поверхневим натягом).

Коефіцієнт поверхневого натягу (α) – це скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню модуля сили поверхневого натягу F, яка діє на межу поверхневого шару завдовжки l, до цієї довжини:

$$\alpha = \frac{F}{l}. \tag{32.1}$$

Для того, щоб змінити площу поверхневого шару при сталій температурі на величину dS, треба виконати роботу

$$\delta A = \alpha\, dS\,, \qquad (32.2)$$

де α – коефіцієнт поверхневого натягу.

При зміні площі від S_1 до S_2 робота буде відповідно дорівнювати:

$$A = \alpha\left(S_2 - S_1\right). \qquad (32.3)$$

При здійсненні роботи A енергія поверхневого шару змінюється на величину $\Delta W_{\text{пов}}$:

$$A = \Delta W_{\text{пов}} = \alpha\left(S_2 - S_1\right) = \alpha\,\Delta S\,.$$

Звідси:

$$\alpha = \frac{\Delta W_{\text{пов}}}{\Delta S}. \qquad (32.4)$$

$$[\alpha] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Таким чином, можна дати ще одне визначення коефіцієнта поверхневого натягу.

Коефіцієнт поверхневого натягу – це величина, яка дорівнює відношенню зміни потенціальної енергії поверхневого шару до зміни площі поверхні цього шару.

Коефіцієнт поверхневого натягу залежить від хімічного складу рідини і від її температури. Із збільшенням температури α зменшується і при критичній температурі дорівнює нулю.

Поверхневий натяг істотно залежить від домішок, що є в рідинах. Речовини, що ослабляють поверхневий натяг рідини, називаються ***поверхнево-активними речовинами*** (*ПАР*). Самою відомою поверхнево-активною речовиною щодо води є мило. Воно значно зменшує її поверхневе натяг (приблизно з $7{,}5\cdot10^{-2}$до $4{,}5\cdot10^{-2}$ Н/м). Щодо води поверхнево-активними є ефіри, спирти, нафта та ін. З молекулярної точки зору вплив поверхнево-активних речовин пояснюється тим, що сили тяжіння між молекулами рідини більше, ніж сили тяжіння між молекулами рідини і домішки. Молекули рідини в поверхневому шарі з більшою силою втягуються в середину рідин, ніж молекули домішки. У результаті цього молекули рідини переходять з поверхневого шару углиб її, а молекули поверхнево-активної речовини витісняються на поверхню.

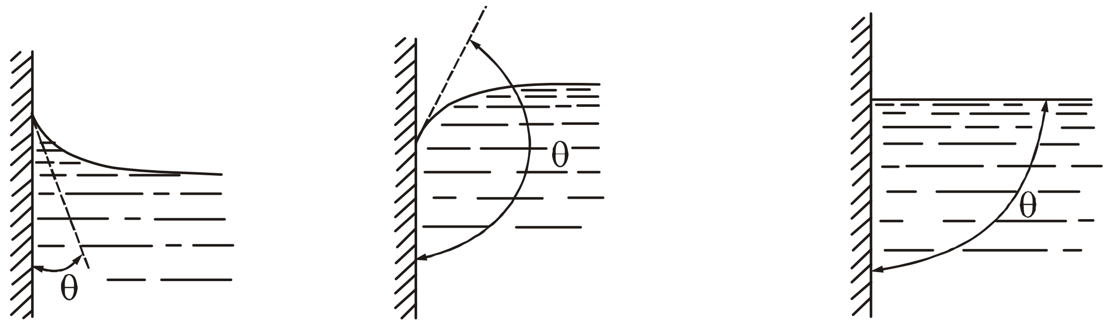
Поверхнево-активні речовини застосовуються як змочувачі, флотаційні реагенти, піноутворювачі, диспергатори – знижувачі твердості, пластифікувальни домішки, модифікатори кристалізації та ін.

32.3 *Змочування*

Тверді тіла, так саме як і рідини, мають поверхневий натяг. Під час розгляду явищ на межі розділу різних середовищ треба мати на увазі, що поверхнева енергія рідини або твердого тіла залежить не тільки від властивостей цієї рідини або твердого тіла, але і від властивостей тієї речовини, з якою вони контактують.

Якщо контактують одна з однією відразу три речовини: тверда, рідка і газоподібна, то вся система набуває конфігурації, відповідної мінімуму сумарної потенціальної енергії. Це призводить до того, що вільна поверхня рідини викривляється на межі з твердим тілом, і спостерігаються явища ***змочування*** або ***незмочування*** твердого тіла рідиною. Вільна поверхня рідини, викривлена біля стінок посудини, називається ***меніском***. Для характеристики меніска вводиться *крайовий кут* θ між змоченою поверхнею стінки і меніском в точці їх перетину (рис. 32.2).

Якщо $\theta < \dfrac{\pi}{2}$ (див. рис. 32.2 а), то рідина вважається такою, що змочує стінку, якщо $\theta > \dfrac{\pi}{2}$ (рис. 32.2 б), то рідина не змочує стінку.



а) б) в)

Рисунок 32.2

Змочування (незмочування) вважається ідеальним, якщо $\theta = 0$ $(\theta = \pi)$. Відсутності змочування і незмочування відповідає умова $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ (рис. 32.2 в).

Змочування рідиною твердого тіла пояснюється тим, що взаємодія між молекулами рідини і твердого тіла сильніше, ніж взаємодія між частинками рідини. Коли рідина не змочує тверде тіло, взаємне тяжіння її молекул більше, ніж тяжіння їх до молекул твердого тіла.

Явище змочування має велике практичне значення. Зокрема його використовують для склеювання, паяння, фарбування тіл, змазування поверхонь, що труться і т.п.

Особливо широко застосовується явище змочування у флотаційних процесах (під час збагачення руд корисних копалин). В основу цих процесів покладено зміну поверхневого натягу рідини різними домішками і неоднакове змочування нею різних твердих тел. Практично флотацію здійснюють так: гірську породу, що складається з крупиць руди корисної породи і порожньої породи подрібнюють до розміру частинок 0,1 – 0,001 мм. Цей порошок збовтують з водою, в яку додають небагато масла. При цьому утворюється піна: пухирці повітря, оточені плівкою масла, легко прилипають до змочених маслом крупиць металевої руди і піднімають їх вгору. Шматочки порожньої породи, змочені водою, осідають на дно відстійника. В результаті руда металу відділяється від порожньої породи.

Якщо витягується декілька металів із суміші руд, то, користуючись флотацією, спочатку відділяють руди від гірської породи, а потім відділяють руду одного металу від руди іншого. Для цього вводять у ванну такі поверхнево-активні речовини, які змінюють силу поверхневого натягу рідини в ній так, що якомога більша кількість пухирців повітря прилипає до крупиць руди одного металу порівняно з іншим. Тому перші з них спливають, а інші – тонуть.

При механічній обробці металів, бурінні свердловин в гірських породах їх змочують спеціальними рідинами, що полегшують і прискорюють їх обробку.

32.4. *Капілярні явища*

Існування крайового кута призводить до того, що у вузькій трубці (капілярі) або у вузькому зазорі між двома стінками викривляється вся вільна поверхня рідини. Якщо капіляр занурити одним кінцем в рідину, налиту в широку посудину, то під викривленою поверхнею в капілярі тиск відрізнятиметься від тиску під плоскою поверхнею в посудині. В результаті при змочуванні капіляра рівень рідини в ньому буде вищим, ніж в посудині, при незмочуванні – нижчим (рис. 32.3).

Різниця рівнів h залежатиме від радіуса капіляра і виду рідини:

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g r}, \qquad (32.1)$$

де r – радіус капіляра; θ – крайовий кут; ρ – густина рідини; α – коефіцієнт поверхневого натягу.

Капілярність дуже поширена в природі, техніці, у побуті і відіграє велику роль в різноманітних процесах. Надходження корисних речовин з ґрунту в рослини відбувається в основному завдяки капілярності, оскільки тканини рослин пронизані величезною кількістю вузьких каналів. Підняття вологи з глибоких шарів ґрунту також обумовлюється капілярністю. Для збереження в землі вологи капіляри слід руйнувати, що досягається спушенням ґрунту. Для посилення надходження вологи до поверхні ґрунт ущільнюють, збільшуючи цим кількість капілярних каналів.

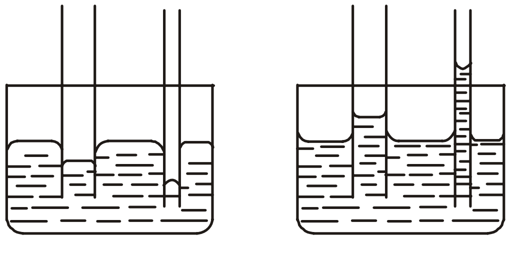


Рисунок 32.3

У будівельній практиці доводиться враховувати можливість підняття вологи капілярними порами будівельних матеріалів. Навіть цеглина і бетон мають широко розгалужену систему капілярів, якими вода може піднятися на значну висоту, зволожуючи стіни будівель. Для захисту стін і фундаментів необхідно застосовувати гідроізоляцію.

У побуті застосування рушників, серветок, вати, марлі, промокального паперу можливо тільки завдяки капілярності.

Розділ 9. Явища перенесення

§33 Явища перенесення

33.1 *Середнє число зіткнень молекул в одиницю часу. Середня довжина вільного пробігу молекул*

Кінцеві розміри молекул і їх величезна концентрація навіть в газах за звичайних умов призводять до того, що молекули безперервно стикаються одна з однією. Розрахуємо середнє число зіткнень, яке зазнає молекула за одиницю часу в однорідному газі.

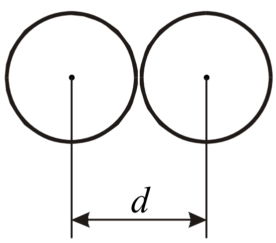


Рисунок 33.1

Мінімальна відстань d, на яку зближуються при зіткненні центри молекул, називають ***ефективним діаметром молекули*** (рис. 33.1). Площа круга радіусом d називається ефективним перерізом молекули:

$$\sigma = \pi d^2 .$$

Припустимо, що всі молекули нерухомі, а одна рухається з середньою арифметичною швидкістю $<v>$. Під час руху молекула стикається зі всіма молекулами газу, центри яких знаходяться від траєкторії руху її центру на відстанях менших або рівних d. За одиницю часу дана молекула зіткнеться зі всіма молекулами, центри яких лежать усередині циліндра завдовжки $l =< v > t$ і радіусом d (рис. 33.2).

Нехай n – концентрація молекул, тобто кількість молекул в одиниці об'єму. Об'єм виділеного циліндра $V = \pi d^2 < v >$, оскільки молекула за секунду (t=1 с) пролітає відстань, яка дорівнює її середній швидкості. Число зіткнень за одну секунду буде дорівнювати кількості молекул в циліндрі, тобто

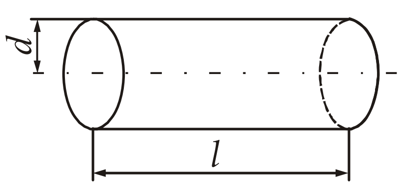


Рисунок 33.2

$$< z >= \pi d^2 < v > n .$$

Якщо врахувати, що всі молекули рухаються, і що розподіл молекул за швидкостями підкоряється розподілу Максвелла, то з'явиться додатковий множник $\sqrt{2}$, тобто

$$< z >= \sqrt{2}\pi d^2 < v > n . \qquad (33.1)$$

Відстань, яку молекула пролітає за час вільного пробігу від одного зіткнення до наступного, називається ***довжиною вільного пробігу***. Довжина вільного пробігу є випадковою величиною, що підпорядковується закону ймовірності.

Тому вводиться ***середня довжина вільного пробігу*** $<\lambda>$ – середня відстань, яку проходить молекула між двома послідовними зіткненнями.

$$<\lambda>=\frac{<v>}{<z>}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \qquad (33.2)$$

Стан газоподібного середовища, в якому середня довжина вільного пробігу молекул порівнянна з розмірами посудини, називається ***вакуумом***. Розрізняють низький, середній і високий вакуум.

Низький – тиск змінюється від атмосферного до 10^{-3} мм рт. ст.

Середній – тиск змінюється від 10^{-3} мм рт. ст. до 10^{-6} мм рт. ст.

Високий – тиск зміняється від 10^{-6} мм рт. ст. до 10^{-9} мм рт. ст.

33.2 *Явища перенесення в газах*

Беручи участь в тепловому русі, молекули переходять з одних точок простору в інші. При цьому вони переносять властиву їм енергію, масу і імпульс. Це призводить до виникнення процесів, які об'єднують загальною назвою ***явища перенесення***. До явищ перенесення відносяться: теплопровідність (обумовлена перенесенням енергії у вигляді тепла), дифузія (обумовлена перенесенням маси) і внутрішнє тертя або в'язкість (обумовлена перенесенням імпульсу).

33.2.1 Теплопровідність газів

Якщо температура газу в різних місцях різна, то і середня енергія молекул також буде різною. Переміщуючись унаслідок теплового руху з одного місця в інше, молекули переносять запасену ними енергію, що і обумовлює процес теплопровідності.

Молекули, що перемістилися з більш нагрітих областей газу в менш нагріті, віддають частину своєї енергії навколишнім частинкам. І навпаки, повільніші молекули, що рухаються, потрапляючи з менш нагрітих областей в більш нагріті, збільшують свою енергію за рахунок зіткнень з молекулами, що мають великі швидкості і енергії.

Теплопровідність – це направлене перенесення тепла від більш нагрітих частин тіла до менш нагрітих. У процесі теплопровідності різниці температур в газі вирівнюються, і система набуває рівноважного стану.

Перенесення тепла описується законом Фур'є* (1822 р.):

$$\delta Q=-K\frac{dT}{dx}dS_{\perp}dt, \qquad (33.3)$$

де δQ – кількість тепла, що переноситься за час dt через площу $dS_{\perp}$, розташовану перпендикулярно напряму перенесення тепла;

*Фур'є Жан Батист Жозеф (1768–1830), французький математик і фізик.

$\dfrac{dT}{dx}$ – градієнт температури (нагадуємо, що поняття градієнта детально розглядалося в §3);

K – коефіцієнт теплопровідності.

Знак «мінус» показує, що перенесення тепла відбувається у напрямі зменшення температури.

Із закону Фур'є (33.3) випливає вираз для коефіцієнта теплопровідності:

$$K = -\frac{\delta Q}{\dfrac{dT}{dx} dS_{\perp} dt}. \qquad (33.4)$$

Одиниця вимірювання коефіцієнта теплопровідності в СІ

$$[K] = \frac{\text{Дж}}{\dfrac{\text{К}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Коефіцієнт теплопровідності (K) характеризує здатність речовини проводити тепло і показує, яка кількість тепла переноситься через одиничну площу за одиницю часу при градієнті температури, що дорівнює одиниці.

У кінетичній теорії газів показано, що коефіцієнт теплопровідності газів можна розраховувати за формулою:

$$K = \frac{1}{3} < \lambda >< v > \rho\, c_V , \qquad (33.5)$$

де $< \lambda >$ – середня довжина вільного пробігу молекул; $< v >$ – середня арифметична швидкість; ρ – густина газу; c_V – питома теплоємність при сталому об'ємі.

Гази є якнайгіршими провідниками тепла. Коефіцієнт теплопровідності газів залежить від температури. З підвищенням температури він зростає.

33.2.2 Дифузія в газах

Якщо в різних частинах системи є різні гази, то тепловий рух перемішує їх до тих пір, поки всюди не утворюється однорідна суміш молекул, в якій парціальний тиск і густина кожного газу будуть однаковими у всьому об'ємі. Цей процес називається дифузією газів.

Дифузія в газі – процес перемішування молекул, що супроводжується перенесенням маси з місць з більшою концентрацією даних молекул в місця з меншою концентрацією цих молекул.

У суміші газів дифузія викликається відмінністю в густині окремих газів в різних частинах об'ємів суміші. У хімічно чистому газі при сталій температурі дифузія виникає внаслідок неоднакової густини в різних частинах об'єму газу і полягає в перенесенні маси газу з місць з більшою густиною в місця з меншою густиною.

У хімічно однорідному газі перенесення речовини при дифузії підпорядковується закону Фіка* (1855 р.)

$$dm = -D\frac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt, \tag{33.6}$$

де dm – маса речовини, що дифундує за час dt через площу $dS_{\perp}$, розташовану перпендикулярно напряму перенесення речовини;

$\frac{d\rho}{dx}$ – градієнт густини – величина, що показує, на скільки відрізняється густина двох точок, віддалених одна від однієї на одиницю довжини;

D – коефіцієнт дифузії.

Знак «мінус» показує, що перенесення маси здійснюється у бік зменшення густини.

Із закону Фіка (22.6) випливає вираз:

$$D = -\frac{dm}{\frac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt}. \qquad 33.7)$$

Коефіцієнт дифузії (D) показує, яка маса речовини переноситься через одиничну площу за одиницю часу при градієнті густини, що дорівнює одиниці.

Одиниця вимірювання коефіцієнта дифузії в СІ

$$[D] = \frac{\text{кг}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{м}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

У кінетичній теорії газів доводиться, що коефіцієнт дифузії можна розраховувати за формулою:

$$D = \frac{1}{3} < \lambda >< \upsilon >, \tag{33.8}$$

Коефіцієнт дифузії газів зростає з температурою пропорційно $\sqrt{T}$, а із зростанням тиску коефіцієнт дифузії зменшується.

33.2.3 Внутрішнє тертя (в'язкість) в газах

Якщо є шар газу, що рухається відносно решти маси з певною швидкістю, то обмін молекулами між шаром і рештою частини газу, що рухається, супроводжується перенесенням імпульсу. Молекули, які переходять з шару, що рухається, в інші, переносять із собою надлишок імпульсу, який внаслідок зіткнень розподіляється між молекулами, що мають менші швидкості. В результаті цього перенесення між дотичними шарами виникають сили внутрішнього тертя, що гальмують рух швидкого шару і прискорюють рух повільного.

Внутрішнє тертя (***в'язкість***) – взаємодія між шарами газу, що рухаються з різними швидкостями, яке супроводжується перенесенням імпульсу направленого руху з більш швидких шарів в більш повільні.

*Фік Адольф (1829–1901), німецький учений-фізіолог.

Для явища внутрішнього тертя справедливий закон Ньютона (1687 р.):

$$dp = -\eta \frac{dv}{dx} dS_{\perp}\, dt\,, \qquad (33.9)$$

де dp – імпульс, перенесений за час dt через площу $dS_{\perp}$, розташовану перпендикулярно напряму перенесення імпульсу;

$\frac{dv}{dx}$ – градієнт швидкості;

η – коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в’язкість).

Знак «мінус» показує, що перенесення імпульсу відбувається у напрямі зменшення швидкості.

Із закону Ньютона (22.9) випливає вираз:

$$\eta = -\frac{dp}{\frac{dv}{dx} dS_{\perp}\, dt}\,. \qquad (33.10)$$

Коефіцієнт внутрішнього тертя (η) показує, який імпульс переноситься через одиничну площу за одиницю часу при градієнті швидкості, що дорівнює одиниці.

Одиниця вимірювання коефіцієнта внутрішнього тертя (в’язкості) в СІ

$$[\eta] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \text{Па} \cdot \text{с}$$ (читається: “паскаль-секунда).

З газокінетичних уявлень можна отримати таку формулу для розрахунку коефіцієнта внутрішнього тертя:

$$\eta = \frac{1}{3} < \lambda >< v > \rho\,. \qquad (33.11)$$

Можна показати, що коефіцієнт внутрішнього тертя газів не залежить від тиску, але збільшується із зростанням температури пропорційно $\sqrt{T}$.

Порівнюючи формули (33.5), (33.8) і (33.11), можна отримати зв’язок між коефіцієнтами перенесення:

$$\eta = D\rho\,, \qquad (33.12)$$

$$K = \eta c_V = D \rho c_V\,. \qquad (33.13)$$

Всі три розглянуті явища мають багато спільного. У всіх трьох відбувається перенесення певної величини з однієї частини речовини в іншу до тих пір, поки дана величина не розподілиться рівномірно за об’ємом. Підкреслимо, що йдеться не про рух деякої частини газу як цілого і переміщення разом з ним певної величини (макроскопічний процес), а про перенесення фізичної величини неврегульованим тепловим рухом (мікроскопічний процес).

33.3 *Явища перенесення в рідинах і твердих тілах*

Унаслідок теплового руху в рідинах, так саме як і в газах, відбуваються явища перенесення. Формально ці явища описуються тими ж законами, що і в газах (див. формули (33.3), (33.6) (33.9)). Проте характер теплового руху в рідині істотно відрізняється від того, що протікає в газах і тому механізм процесів перенесення також виявляється іншим. Вирази для коефіцієнтів перенесення, отримані для газів на підставі молекулярної теорії, ***незастосовні до рідин***. Незастосовні до рідин і залежності коефіцієнтів перенесення від тиску і температури, які випливали як наслідок з виразів коефіцієнтів перенесення через молекулярні величини – довжину вільного пробігу, середню арифметичну швидкість і густину. Не дотримуються для рідин і ті співвідношення між коефіцієнтами перенесення, які мають місце для газів.

Опустивши математичне обґрунтовування, стисло опишемо відмінності коефіцієнтів перенесення рідин і твердих тіл від відповідних коефіцієнтів в газах.

Найбільшу теплопровідністю відрізняються метали. Найбільш теплопровідний метал – срібло. Із підвищенням температури теплопровідність чистих металів зменшується, а теплопровідність більшості сплавів – збільшується. У рідин в середньому менше як саме значення коефіцієнта теплопровідності, так і його коливання для різних речовин. З підвищенням температури коефіцієнт теплопровідності рідин зменшується.

Матеріали з K<0,25 Вт/(м·К) називаються ***теплоізоляційними***. Більшість теплоізоляційних матеріалів має пористу структуру, тому їх не можна розглядати як суцільне середовище. Коефіцієнт теплопровідності пористих матеріалів є умовною величиною.

Коефіцієнти дифузії в рідинах, при температурах нижчих від критичних, менші порівняно з коефіцієнтами дифузії у відповідних парах або газах при звичайному тиску. Наприклад, для води при T=300 С маємо $D \approx 1{,}5\cdot10^{-9}$ м^2/с, а для пари води в повітрі при тій же температурі і атмосферному тиску $D \approx 2\cdot10^{5}$ м^2/с.

Із збільшенням температури коефіцієнт дифузії в рідинах швидко зростає. Якщо температура наближається до критичної, то середня швидкість частинок рідини наближається до середньої швидкості молекул в реальному газі, і значення коефіцієнтів дифузії в рідинах стають близькими за величинами до коефіцієнтів дифузії газів.

Внутрішнє тертя при температурах, близьких до критичної, в рідинах має туж природу, що і в газах. При температурах, близьких до температур плавлення, в'язкість рідини має зовсім інший механізм.

• Зверніть увагу!

***Розрізняйте наступні терміни*:**

Ймовірність термодинамічна – кількість різних способів, якими реалізується цей стан. Виражається цілим, як правило, дуже великим числом.
Ймовірність математична – чисельна міра об'єктивної можливості появи тієї або іншої події. Виражається дробовим числом, укладеним в інтервалі від 0 до 1.

• Після вивчення розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка» студент повинен *ЗНАТИ*:

***Суть понять*:**
Макросистема, параметри стану, термодинамічна система, статистична система. Ідеальний газ, реальний газ. Рівноважний і нерівноважний стани, термодинамічний процес, оборотний і необоротний процес, ізопроцес, цикл. Кількість ступенів вільності. Теплообмін. Абсолютний нуль температури.

***Визначення фізичних величин, їх одиниці вимірювання і формули, за якими розраховуються величини*:**
Відносна атомна маса, відносна молекулярна маса, молярна маса, кількість речовини, ефективний діаметр молекули. Тиск, об'єм, термодинамічна температура. Теплоємність, внутрішня енергія, кількість тепла. Ентропія. Коефіцієнт поверхневого натягу.

***Рівняння*:**
Рівняння стану ідеального газу (Менделєєва-Клапейрона), основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії. Рівняння Майєра. Рівняння ізотермічного, ізохорного, ізобарного, адіабатного процесів. Рівняння Ван-дер-Ваальса для реального газу.

***Закони*:**
Закон Дальтона. Закон рівнорозподілу енергії за ступенями вільності. Перший закон термодинаміки, другий закон термодинаміки. Закон Фур'є для теплопровідності. Закон Фіка для дифузії. Закон Ньютона для внутрішнього тертя.

***Розподіли*:**
Розподіл Максвелла за модулем швидкостей. Розподіл Больцмана за координатами.

***Явища*:**
Дифузія, теплопровідність, внутрішнє тертя. Змочування, незмочування. Капілярні явища.
***Формули*:**
Розрахунок середньої арифметичної, найбільш імовірної, середньої квадратичної швидкостей; барометрична формула Лапласа.

Робота, здійснювана в ізопроцесах; внутрішня енергія, коефіцієнт корисної дії теплової машини.
Довжина вільного пробігу, коефіцієнти дифузії, теплопровідності, внутрішнього тертя.

***Графіки*:**
Розподіли Максвелла і Больцмана, графіки ізопроцесів, цикл Карно. Залежність сил міжмолекулярної взаємодії від відстані між молекулами, експериментальні ізотерми Ендрюса.

***Класичні досліди*:**
Дослід Штерна. Дослід Перрена.

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА»

Інструкція. Даний тест призначений для перевірки знань за темою "*Молекулярна фізика і термодинаміка*". Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, користуючись таблицею кодів. Якщо Ви дали

1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
2) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
3) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
4) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал. Прочитайте його ще раз.

1. За якою з формул можна підрахувати загальну кількість молекул газу в посудині?

   1. $N = \dfrac{p}{kT}$ 2. $N = \dfrac{m}{M} N_А$ 3. $N = n\dfrac{m}{M}$ 4. $N = \dfrac{m}{M}$

2. Якими ефектами в газі необхідно нехтувати, щоб газ вважати ідеальним?
   1. Розмірами молекул.
   2. Взаємодією молекул при зіткненні.
   3. Взаємодією молекул на відстані.
   4. Зіткненнями молекул.
   5. Масами молекул.

3. Які величини є параметрами стану макросистеми?

   1. Температура. 3. Кількість ступенів вільності молекули.
   2. Тиск. 4. Ентропія.

4. Яка з наведених формул є рівнянням стану ідеального газу?

   1. $p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$ 2. $pV = \dfrac{m}{M}RT$ 3. $p = \dfrac{1}{3} n m v_{кв}^2$ 4. $p = \dfrac{2}{3} n\langle\varepsilon\rangle$

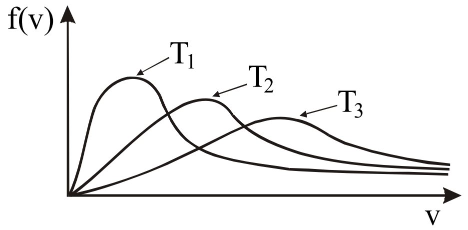
5. Яка з наведених формул виражає основне рівняння кінетичної теорії газів (рівняння Клаузіуса)?

   1. $p = nkT$ 2. $pV = \dfrac{m}{M}RT$ 3. $p = \dfrac{1}{3} n m v_{кв}^2$ 4. $p = \dfrac{2}{3} n\langle\varepsilon\rangle$

6. Яка з наведених формул описує розподілення молекул газу за модулем швидкостей.

   1. $p = p_0\, e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$ 2. $f(v) = Ae^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2$ 3. $n = n_0\, e^{-\frac{U(z)}{kT}}$ 4. $W_k = \frac{m_2 v^2}{2}$

7. Яке співвідношення температур газу, якщо графіки розподілення молекул за швидкостями для них має вигляд:



   1. $T_1 < T_2 < T_3$
   2. $T_1 > T_2 > T_3$
   3. $T_1 > T_3 > T_2$
   4. $T_2 > T_1 > T_3$

8. Температура газу підвищилася в 4 рази. Як змінюється величина найбільш імовірної швидкості молекул?
   1. Зменшиться в 2 рази 2. Залишиться незмінною
   3. Збільшиться в 2 рази 4. Збільшиться в 4 рази

9. Які з формул виражають залежність тиску газу від висоти в полі тяжіння Землі?
   (m_0 – маса молекули, M – молярна маса, ρ – густина газу)

   1. $p = p_0\, e^{-\frac{\rho gh}{RT}}$ 2. $p = p_0\, e^{\frac{Mgh}{RT}}$ 3. $p = p_0\, e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$ 4. $p = p_0\, e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

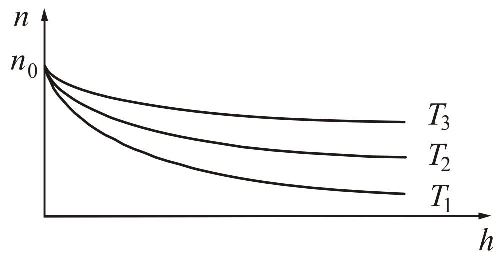
10. Які з наведених формул описують розподілення молекул газу за висотою в полі тяжіння Землі?

   1. $p = p_0\, e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$ 2. $f(v) = Ae^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2$ 3. $W = mgh$ 4. $n = n_0\, e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$

11. Який смисл має величина $U(z)$ в формулі $n = n_0\, e^{-\frac{U(z)}{kT}}$ в разі розподілення молекул в силовому полі?
   1. Потенціальна енергія однієї молекули.
   2. Середня кінетична енергія хаотичного руху однієї молекули.
   3. Потенціальна енергія всіх молекул в одиниці об’єму.
   4. Потенціальна енергія взаємодії молекул між собою.

12. Які з перелічених видів енергії входять до складу внутрішньої енергії системи?
   1. Кінетична енергія руху системи як цілого.
   2. Потенціальна енергія взаємодії молекул і атомів системи.
   3. Потенціальна енергія системи в зовнішніх полях.
   4. Кінетична енергія хаотичного руху молекул і атомів системи.

13. На рисунку наведені графіки залежності концентрації молекул газу в полі тяжіння від висоти при різних температурах. Яке співвідношення температур газу?



1. $T_3 < T_2 < T_1$
2. $T_1 < T_2 < T_3$
3. $T_3 > T_1 > T_2$
4. $T_3 < T_1 < T_2$

14. Що називається температурою тіла?
    1. Величина, що характеризує стан термодинамічної рівноваги макроскопічної системи.
    2. Міра середньої кінетичної енергії хаотичного руху молекул.
    3. Характеристика агрегатного стану речовини.
    4. Міра числа зіткнень молекул.
    5. Міра внутрішньої енергії речовини.

15. Газ нагрівають при постійному тиску. Як змінюється густина газу із зміною температури?
    1. Пропорційно $\sqrt{T}$ 3. Обернено пропорційно T
    2. Пропорційно T 4. Не змінюється

16. Вкажіть формулу для обчислення внутрішньої енергії ідеального газу.
    1. $U = m\frac{i}{2}RT$ 2. $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$ 3. $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}N_A T$ 4. $U = \frac{m}{M}N_A kT$

17. Як залежить внутрішня енергія ідеального газу від температури?
    1. $U \sim T$ 2. $U \sim \sqrt{T}$ 3. $U \sim T^2$ 4. $U \sim \frac{1}{T}$

18. Які з перелічених величин є функцією стану системи?
    1. Здійснена робота. 2.Внутрішня енергія.
    3. Ентропія. 4. Кількість тепла. 5. Тиск.

19. Що називається кількістю тепла?
    1. Міра енергії, що передається тілу у теплопередачі.
    2. Енергія тіла за винятком кінетичної енергії тіла як цілого і потенціальної енергії тіла в зовнішньому силовому полі.
    3. Степінь нагрітості тіла.
    4. Кількість енергії, що передається одним тілом іншому.

20. Яке з наведених тверджень є одним з формулювань першого закону термодинаміки:
    1. Ентропія замкненої системи не може зменшуватися.
    2. Неможливий вічний двигун другого роду, тобто такий періодично діючий двигун, який отримував би тепло від одного резервуару і повністю перетворював це тепло в роботу.
    3. Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б виконана робота за рахунок отримання кількості тепла.
    4. Кількість тепла, передана системі, йде на зміну внутрішньої енергії системи і на здійснення системою роботи над зовнішніми тілами.

21. Вкажіть формулу, яка є математичним виразом першого закону термодинаміки.

1. $S = k\log W$ 2. $Q = \Delta U + A$ 3. $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$ 4. $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$

22. Чому дорівнює молярна теплоємність ідеального газу при постійному об'ємі?

1. $C_V = \dfrac{i}{2}R$ 2. $C_V = \dfrac{i+2}{i}R$ 3. $C_V = \dfrac{i+2}{2}R$ 4. $C_V = 0$

23. Чому дорівнює молярна теплоємність ідеального газу при постійному тискові?

1. $C_P = \dfrac{i}{2}R$ 2. $C_P = \dfrac{i+2}{2}R$ 3. $C_P = \dfrac{i+2}{i}R$ 4. $C_p = 0$

24. Яке з наведених співвідношень називають рівнянням Майєра?

1. $C_P - C_V = R$ 2. $Q = \Delta U + A$ 3. $C_P = \dfrac{i+2}{2}\cdot R$ 4. $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$

25. Яка з наведенихформул зв'язує ентропію з термодинамічною ймовірністю?

1. $S = k\log W$ 2. $S = \dfrac{N!}{n!(N-n)!}$ 3. $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$ 4. $S = \dfrac{1}{W}$

26. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$?

1. Ізобарного 2. Адіабатного 3. Ізотермічного 4. Ізохорного

27. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$?

1. Ізотермічного 2. Адіабатного 3. Ізохорного 4. Ізобарного

28. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність $p_1V_1 = p_2V_2$?

1. Ізотермічного 2. Адіабатного 3. Ізохорного 4. Ізобарного

29. Для якого з процесів при $m = \text{const}$ виконується рівність $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$?

1. Ізотермічного 2. Адіабатного 3. Ізохорного 4. Ізобарного

30. Чому дорівнює робота, виконана газом при ізобарному процесі?

1. $A = p_1V_1\ln\dfrac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \dfrac{m}{M}C_V(T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

31. Чому дорівнює робота, виконана газом при ізохорному процесі?

1. $A = p_1V_1\ln\dfrac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \dfrac{m}{M}C_V(T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

32. Чому дорівнює робота, виконана газом при ізотермічному процесі?

1. $A = p_1V_1\ln\dfrac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \dfrac{m}{M}C_V(T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

33. Чому дорівнює робота, виконана газом при адіабатному процесі?

1. $A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

34. Адіабатним називають процес ...
 1) який відбувається при постійному об’ємі.
 2) який відбувається при постійному тиску.
 3) який відбувається при постійній температурі.
 4) який відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем.
 5) в наслідок якого система повертається до початкового стану.

35. Відбувається адіабатне розширення газу. Як змінюються при цьому внутрішня енергія і температура? Яка робота виконується при цьому (позитивна або негативна)?

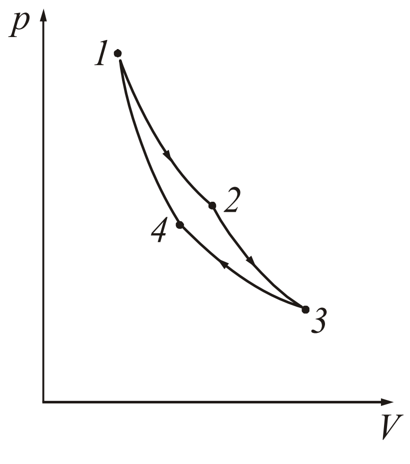
1. $U\uparrow$ $T\uparrow$ $A<0$	2. $U\downarrow$ $T\uparrow$ $A<0$	$\uparrow$ – збільшується
3. $U\downarrow$ $T\downarrow$ $A>0$	4. $U\uparrow$ $T\downarrow$ $A<0$	$\downarrow$ – зменшується

36. Одним із формулювань другого закону термодинаміки є твердження:
 1. Кількість тепла, підведена до системи, йде на приріст внутрішньої енергії та на виконання роботи проти зовнішніх сил.
 2. Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б передача тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.
 3. Середня кінетична енергія, що приходить на один ступінь вільності не залежить від виду ступеня вільності.
 4. Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б передача тепла від більш нагрітого тіла до менш нагрітого тіла.
 5. Неможливий вічний двигун першого роду.

37. Вкажіть формулу, яка визначає ккд будь-якої теплової машини (у тому числі з необоротним циклом).

1. $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ 2. $\eta = \frac{Q_2}{Q_1}$ 3. $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ 4. $\eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$

38. Від чого залежить ккд оборотної теплової машини?
 1. Від хімічної природи робочої речовини.
 2. Від конструкції машини.
 3. Від температури нагрівача і охолоджувача (теплоприймача).



39. На якій із ділянок циклу Карно робоче тіло отримує від нагрівача (тепловіддавача) теплоту?
 1. Ділянка 1-2
 2. Ділянка 2-3
 3. Ділянка 3-4
 4. Ділянка 4-1

40. На якій із ділянок циклу Карно робоче тіло віддає охолоджувачу (теплоприймачу) теплоту?
 1. Ділянка 2-3 2. Ділянка 3-4
 3. Ділянка 4-1 4. Ділянка 1-2

41. Вкажіть, яка фізична величина «переноситься» при теплопровідності.
    1. Кінетична енергія молекул.
    2. Маса.
    3. Імпульс хаотично рухомих молекул.
    4. Імпульс спрямовно рухомих молекул.

42. Вкажіть, яка фізична величина «переноситься» при внутрішньому терті.
    1. Кінетична енергія молекул.
    2. Маса.
    3. Імпульс хаотично рухомих молекул.
    4. Імпульс спрямовно рухомих молекул.

43. Вкажіть, яка фізична величина «переноситься» при дифузії.
    1. Кінетична енергія молекул.
    2. Маса.
    3. Імпульс хаотично рухомих молекул.
    4. Імпульс спрямовно рухомих молекул.

44. Вкажіть основне рівняння, що описує процес теплопровідності.
    1. $dm = -D\dfrac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt$
    2. $dp = -\eta\dfrac{dv}{dx}dS_{\perp}dt$
    3. $\delta Q = -K\dfrac{dT}{dx}dS_{\perp}dt$
    4. $K = \dfrac{1}{3}<\lambda><v>\rho C_V$

45. Вкажіть основне рівняння, що описує процес дифузії.
    1. $dm = -D\dfrac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt$
    2. $dp = -\eta\dfrac{dv}{dx}dS_{\perp}dt$
    3. $\delta Q = -K\dfrac{dT}{dx}dS_{\perp}dt$
    4. $D = \dfrac{1}{3}<\lambda><v>$

46. Вкажіть основне рівняння, що описує процес внутрішнього тертя.
    1. $dm = -D\dfrac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt$
    2. $dp = -\eta\dfrac{dv}{dx}dS_{\perp}dt$
    3. $\delta Q = -K\dfrac{dT}{dx}dS_{\perp}dt$
    4. $\eta = \dfrac{1}{3}<\lambda><v>\rho$

47. Що є причиною, яка викликає процес дифузії?
    1. Градієнт густини.
    2. Градієнт температури.
    3. Градієнт швидкості впорядкованого руху молекул.
    4. Градієнт швидкості хаотичного руху молекул.

48. Що є причиною, яка викликає процес теплопровідності?
    1. Градієнт густини.
    2. Градієнт температури.
    3. Градієнт швидкості впорядкованого руху молекул.
    4. Градієнт швидкості хаотичного руху молекул.

49. Що є причиною, яка викликає процес внутрішнього тертя?
    1. Градієнт температури.
    2. Градієнт швидкості впорядкованого руху молекул.
    3. Градієнт швидкості хаотичного руху молекул.
    4. Градієнт густини.
50. Який стан газу називається вакуумом?
    1. Простір, в якому немає молекул.
    2. Стан газу, при якому середня довжина вільного пробігу молекул порівнянний з розмірами посудини.
    3. Стан газу, при якому відсутня взаємодія молекул.
    4. Стан газу, при тиску газу менше 133,3 Па (1 мм рт. ст.).

КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Молекулярна фізика і термодинаміка»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	2	11	1	21	2	31	2	41	1
2	1,3	12	2	22	1	32	1	42	4
3	1,2	13	1,2	23	2	33	3	43	2
4	2	14	2,4	24	1	34	4	44	3
5	3	15	3	25	1	35	3	45	1
6	2	16	2	26	4	36	2	46	2
7	1	17	1	27	4	37	3	47	1
8	3	18	2,3	28	1	38	3	48	2
9	3,4	19	1	29	2	39	1	49	2
10	1,4	20	4	30	4	40	2	50	2

ЧАСТИНА 3. ЕЛЕКТРОСТАТИКА І ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

Усі тіла в природі здатні електризуватися, тобто набувати електричного заряду. Наявність електричного заряду проявляється в тому, що заряджене тіло взаємодіє з іншими зарядженими тілами. Існує два види електричних зарядів, які умовно називають позитивними і негативними. Заряди одного знака відштовхуються, різних знаків – притягуються. Взаємодія між електрично зарядженими частинками або макроскопічними зарядженими тілами називається електромагнітною взаємодією. Розділ фізики, в якому вивчають електромагнітні взаємодії, називається електродинамікою.

Електростатика – це розділ електродинаміки, в якому розглядаються властивості і взаємодія нерухомих в інерціальній системі відліку електрично заряджених тіл або частинок, що мають електричний заряд.

Розділ 10. Електричне поле у вакуумі

§34 Електричний заряд. Закон Кулона

Електричний заряд *(q)* – невід'ємна властивість деяких елементарних частинок (електронів, протонів та ін.), що визначає їх взаємодію із зовнішнім електромагнітним полем.

$[q] = \text{Кл}$ (кулон); $1\,\text{Кл} = 1\,\text{А}\cdot\text{с}$.

34.1 *Властивості заряджених тіл*

1. Заряд елементарних частинок є однаковий за величиною. Його називають елементарним зарядом

$$q_e = e = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

2. Заряд тіла утворюється сукупністю елементарних зарядів, тому він є величиною, кратною *e*.

$$q = eN, \qquad N = 1, 2, 3\ldots \tag{34.1}$$

Ця властивість називається дискретністю електричного заряду.

3. Алгебрична сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною сталою:

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_N = \text{const}, \tag{34.2}$$

але
$$\sum_{i=1}^{N} q_i = \text{const}.$$

Це твердження називається законом збереження електричного заряду.

4. Величина заряду не залежить від того, рухається заряд чи ні, тобто, заряд – величина інваріантна.

34.2 *Закон Кулона*

Закон, який дозволяє знайти силу взаємодії точкових зарядів, був встановлен експериментально в 1785 році Ш. Кулоном*.

Точковий заряд – це заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати в порівнянні з відстанню від цього тіла до інших заряджених тел.

У результаті дослідів Кулон прийшов висновку:

***Сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів пропорційна добутку цих зарядів, обернено пропорційна квадрату відстані між ними і залежить від середовища, в якому знаходяться ці заряди*:**

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon\, r^2}, \qquad (34.3)$$

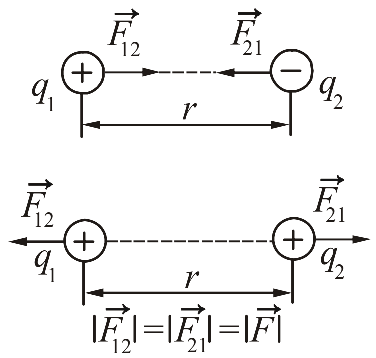


Рис. 34.1

де $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коефіцієнт пропорційності в СІ.

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала.

ε – діелектрична проникність – електрична характеристика середовища. Для вакууму ε=1.

Сила спрямована вздовж прямої, що з’єднає заряди (див. рис. 34.1).

§35 Електричне поле. Характеристики електричного поля

Будь-яке електрично заряджене тіло створює в оточуючому його просторі електричне поле. ***Електричне поле*** – це матеріальне середовище, що існує навколо заряджених тіл і проявляє себе силовою дією на заряди. Особливістю його є те, що це поле створюється електричними зарядами і зарядженими тілами, а також впливає на ці об’єкти незалежно від того, рухаються вони чи ні.

Якщо електрично заряджені тіла або частинки нерухомі в даній системі відліку, то їх взаємодія здійснюється за допомогою електростатичного поля. Електростатичне поле – це електричне поле, що не змінюється в часі.

35.1 *Напруженість електричного поля*

Для того, щоб знайти і дослідити електричне поле, використовують точковий позитивний заряд, який називають пробним – $q_{\text{пр}}$. Якщо брати різні за величиною пробні заряди, то і сили, які діють на ці заряди в даній точці поля, будуть різними. Проте відношення сили до величини заряду для даної точки поля для всіх пробних зарядів буде одним і тим же. Тому можна прийняти це відношення за величину, яка характеризує електричне поле. Введену таким чином характеристику називають напруженістю електричного поля в даній точці.

*Кулон Шарль Огюстен (1736–1806), французький фізик і військовий інженер.

Напруженість електричного поля ($\vec{E}$) – векторна фізична величина, силова характеристика електричного поля, що чисельно дорівнює силі, яка діє на одиничний позитивний заряд, що внесений в дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}. \tag{35.1}$$

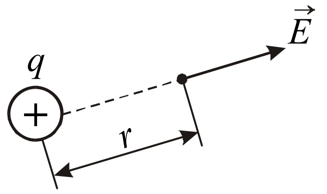


Рисунок 35.1

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Напрям вектора напруженості співпадає з напрямом сили, що діє на позитивний заряд (рис. 35.1).

Якщо величина і напрям вектора напруженості поля в кожній точці однакові, таке поле називається однорідним.

Виходячи із закону Кулона, можна розрахувати напруженість електричного поля, що створюється точковим зарядом:

$$E = \frac{F}{q_{\text{пр}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}. \tag{35.2}$$

Якщо поле створюється декількома зарядами, то результуюча напруженість електричного поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створював би кожний із зарядів системи окремо (рис. 35.2).

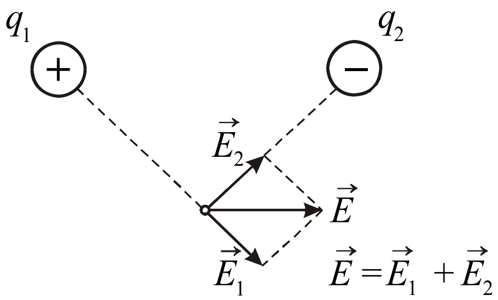


Рис. 35.2

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i. \tag{35.3}$$

Це твердження носить назву ***принципу суперпозиції полів.*** Принцип суперпозиції дозволяє розрахувати напруженість поля будь-якої системи зарядів.

На будь-який заряд q, що внесений в електричне поле, діє електрична сила

$$\vec{F}_{\text{ел}} = q\vec{E}. \tag{35.4}$$

35.2 *Потенціал електростатичного поля*

Розглянемо електростатичне поле, що створюється нерухомим точковим зарядом q. В це поле внесемо пробний заряд $q_{\text{пр}}$. У будь-якій точці поля на пробний заряд діє сила, яка відповідно до закону Кулона дорівнює:

$$F = k\frac{q\,q_{\text{пр}}}{\varepsilon r^2}.$$

Заряд $q_{пр}$ переміщається під дією сил поля заряду q уздовж деякої лінії (рис. 35.3). Елементарна робота з переміщення заряду дорівнює

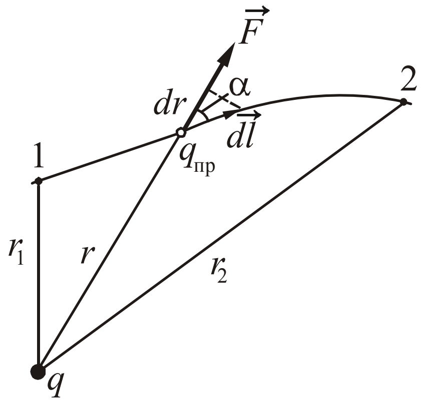


Рис. 35.3

$$\delta A = \vec{F}\,d\vec{l} = F\,dl\cos\alpha,$$

де $dl\cos\alpha = dr$ (див. рис. 35.3).

При переміщенні заряду $q_{пр}$ з точки 1 в точку 2 виконується робота:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F\,dr = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{qq_{пр}}{\varepsilon r^2}dr = -\left(k\frac{qq_{пр}}{\varepsilon r_2} - k\frac{qq_{пр}}{\varepsilon r_1}\right). \qquad (35.5)$$

З формули (35.5) випливає, що робота з переміщення заряду в електростатичному полі визначається тільки початковим і кінцевим положенням заряду. Отже, кулонівські сили є консервативними. Робота консервативних сил (див. §9) дорівнює зменшенню потенціальної енергії

$$A = -\left(W_{п_2} - W_{п_1}\right).$$

Тоді величину $k\frac{qq_{пр}}{r}$ можна назвати потенціальною енергією заряду $q_{пр}$ в полі заряду q:

$$W_п = k\frac{qq_{пр}}{\varepsilon r}. \qquad (35.6)$$

Різні пробні заряди $q_{пр_1}$, $q_{пр_2}$ і т.п. мають в одній і тій же точці поля різну потенціальну енергію $W_{п_1}$, $W_{п_2}$ і т.п. Проте відношення потенціальної енергії до величини пробного заряду буде одним і тим же. Цю величину називають потенціалом у даній точці поля і використовують для опису електростатичних полів.

Потенціал (φ) – скалярна фізична величина, енергетична характеристика електростатичного поля, що чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку мав би в даній точці поля одиничний позитивний заряд:

$$\varphi = \frac{W_п}{q_{пр}}. \qquad (35.7)$$

$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$ (вольт*).

Потенціал може бути позитивним або негативним.

Підставивши в (35.7) вираз для потенціальної енергії (35.6), отримаємо формулу для розрахунку потенціалу поля точкового заряду:

*Вольта Алессандро (1745–1827), італійський фізик, хімік і фізіолог.

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r}, \tag{35.8}$$

де k – коефіцієнт пропорційності;
q – заряд, що створює поле;
r – відстань від заряду до точки, в якій визначається потенціал.

Якщо r прагне нескінченності ($r\to\infty$), то потенціал φ прагне нуля. Це означає, що потенціал поля точкового заряду дорівнює нулю в нескінченно видаленій точці.

Робота A, що виконується силами електростатичного поля при переміщенні заряду q з точки 1, потенціал якої φ_1, в точку 2 з потенціалом φ_2 дорівнює зменшенню потенціальної енергії:

$$A = -\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right).$$

З формули (35.7) випливає, що

$$W_{\text{п}} = q\varphi + \text{const},$$

отже

$$A = -\left(q\varphi_2 - q\varphi_1\right) = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right). \tag{35.9}$$

Величину $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ називають ***різницею потенціалів.*** Електричні поля прийнято пов'язувати не з абсолютними значеннями потенціалів, а з їх різницею між різними точками простору.

Таким чином

$$A = q\Delta\varphi. \tag{35.10}$$

Потенціал нескінченно видаленої точки простору приймають за нульовий потенціал. Якщо заряд q з точки, потенціал якої φ, віддаляється на нескінченність (там, де за умовою потенціал рівний нулю), то робота сил поля дорівнює:

$$A_\infty = q\varphi.$$

Звідси випливає, що ***потенціал чисельно дорівнює роботі, яка виконується силами електростатичного поля під час переміщення одиничного позитивного заряду з цієї точки поля на нескінченність*****:**

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q}.$$

На практиці за нульовий потенціал звичайно приймають потенціал Землі.

Якщо поле створюється системою зарядів, то, відповідно до принципу суперпозиції, потенціал результуючого поля дорівнює алгебричній сумі потенціалів, що створюються кожним зарядом окремо:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_N = \sum_{i=1}^{N}\varphi_i. \tag{35.11}$$

§36 Графічне зображення електростатичних полів

Графічно електростатичне поле прийнято зображати за допомогою силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь.

Еквіпотенціальна поверхня – це геометричне місце точок електростатичного поля, потенціали яких однакові. Робота, що виконується силами електростатичного поля під час переміщення електричного заряду вздовж однієї і тієї ж еквіпотенціальної поверхні, дорівнює нулю.

Силова лінія (***лінія напруженості***) – це лінія, дотична до якої в кожній точці співпадає з напрямом вектора напруженості $\vec{E}$ (рис. 36.1).

Особливості силових ліній електростатичного поля:

1. 1Силові лінії починаються на позитивних зарядах, закінчуються на негативних або йдуть в нескінченність.
2. Силові лінії не перетинаються.
3. Силові лінії перпендикулярні еквіпотенціальним поверхням.
4. За густиною силових ліній судять про величину напруженості електростатичного поля.

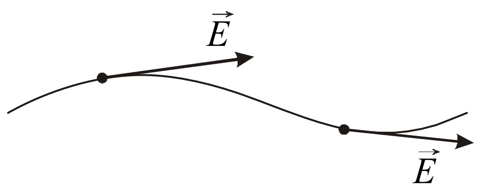


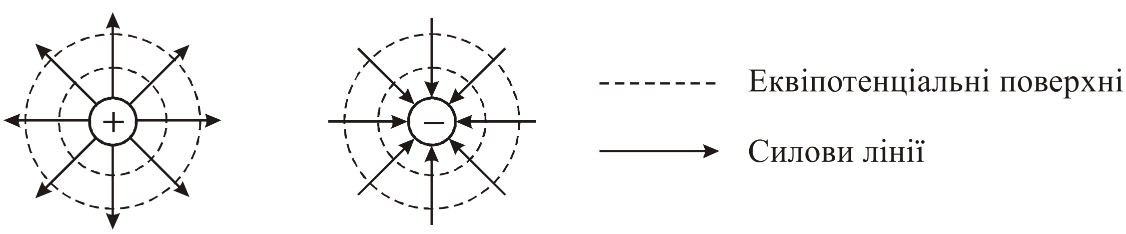
Рис. 36.1

Еквіпотенціальні поверхні звичайно креслять так, що під час переходу від однієї еквіпотенціальної поверхні до сусідньої потенціал змінюється на одну і ту ж величину $\Delta\varphi$. Чим менше вибрана різниця потенціалів $\Delta\varphi$, тим детальніше поданий розподіл потенціалу в просторі.

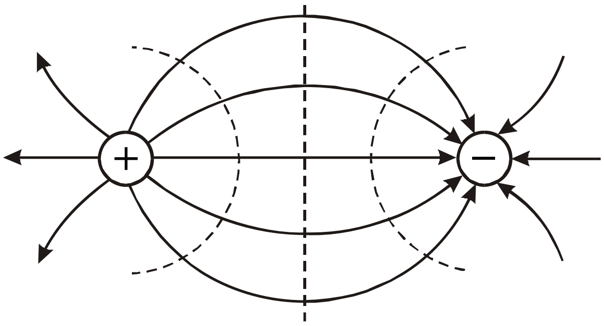
Для більшої наочності креслять також силові лінії, які перпендикулярні поверхням рівного потенціалу. Там, де при постійній різниці потенціалів $\Delta\varphi$ сусідні еквіпотенціальні поверхні найбільш близько підходять одна до однієї, напруженість електричного поля максимальна. Навпаки, в місцях, де відстані між ними великі, буде мала і напруженість електричного поля $\vec{E}$.

Приклади картин силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь.

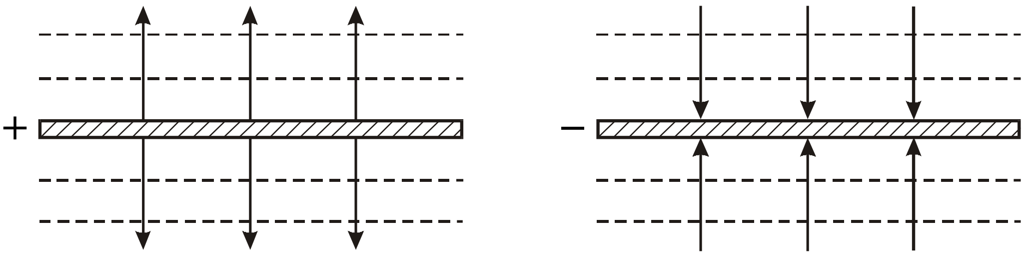
1. Поле точкового заряду.



2. Система точкових зарядів.



3. Поле рівномірно зарядженої площини.



§37 Зв'язок між напруженістю електричного поля і потенціалом

Електростатичне поле можна описати за допомогою векторної величини $\vec{E}$ або за допомогою скалярної величини φ. Знайдемо зв'язок потенціалу з напруженістю електричного поля на прикладі електричного поля точкового заряду. Таке поле є неоднорідним, оскільки чисельне значення і напрям вектора напруженості $\vec{E}$ змінюються під час переходу з однієї точки поля в іншу. Відобразимо три еквіпотенціальні поверхні поля цього заряду з потенціалами $\varphi + d\varphi$, φ, $\varphi - d\varphi$, де $d\varphi$ – нескінченно мала зміна потенціалу (рис. 37.1). Ці поверхні знаходяться на різній відстані одна від одної.

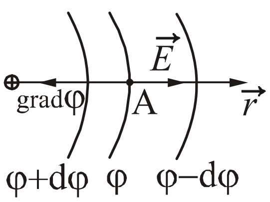


Рис. 37.1

Зміну потенціалу в заданому напрямі $\vec{r}$ характеризує похідна за напрямом $\dfrac{d\varphi}{dr}$. Із зменшенням відстані від заряду потенціал поля збільшується. Це означає, що чисельне значення похідної зростатиме убік, протилежний вектору $\vec{E}$. Для того, щоб вказати напрям найшвидшого зростання потенціалу, вводять векторну величину, яка називається ґрадієнтом потенціалу.

Ґрадієнт потенціалу (позначається $\text{grad}\varphi$) – це вектор, спрямований у бік максимального зростання потенціалу і чисельно дорівнює зміні потенціалу, що припадає на одиницю довжини в цьому напрямі. Таким чином, ґрадієнт потенціалу характеризує ступінь неоднорідності поля.

Встановимо, як зв'язані напруженість електричного поля $\vec{E}$ і ґрадієнт потенціалу $\text{grad}\varphi$. Помістимо в точку А вказаного електричного поля пробний позитивний заряд $q_{\text{пр}}$. Нехай під дією поля він зміщується із точки з потенціалом φ в точку з потенціалом $\varphi - d\varphi$. При цьому виконується робота

$$\delta A = Fdr = q_{\text{пр}} E dr, \qquad (37.1)$$

де dr – відстань між еквіпотенціальними поверхнями φ і $\varphi - d\varphi$.

З другого боку

$$\delta A = -q_{\text{пр}} d\varphi. \qquad (37.2)$$

Прирівнюючи (37.1) і (37.2) і скорочуючи на $q_{\text{пр}}$, отримаємо:

$$-d\varphi = Edr,$$

звідки

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \qquad (37.3)$$

Це означає, що напруженість електричного поля чисельно дорівнює зміні потенціалу, що припадає на одиницю довжини. Формулу (37.3) можна записати у векторному вигляді

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi. \qquad (37.4)$$

Знак «–» говорить про те, що вектор напруженості спрямований у бік убування потенціалу. Формула (37.4) справедлива для будь-якого електростатичного поля.

Розглянемо однорідне електричне поле. Прикладом такого поля є поле між двома різнойменно зарядженими пластинами. У кожній точці однорідного поля вектор $\vec{E}$ зберігає своє чисельне значення і напрям. У цьому випадку

$$E = \frac{U}{d}, \qquad (37.5)$$

де d – відстань між еквіпотенціальними площинами з потенціалами φ_1 і φ_2

$U = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів (напруга).

§38 Розрахунок електростатичних полів

38.1 *Теорема Гаусса*

Теорема Гаусса* дозволяє у ряді випадків знайти напруженість поля більш просто, ніж з використанням формули для напруженості поля точкового заряду і принципу суперпозиції електростатичних полів.

Введемо поняття потоку вектора напруженості електростатичного поля через довільну поверхню.

*Гаусс Карл Фрідріх (1777–1855), німецький математик, астроном і фізик.

Потоком вектора напруженості електричного поля через елементарну ділянку поверхні dS називається величина

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS\cos\alpha\,, \qquad (38.1)$$

де $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ – одиничний вектор, перпендикулярний площі dS;

α – кут між напрямом $\vec{n}$ і $\vec{E}$ (рис. 38.1).

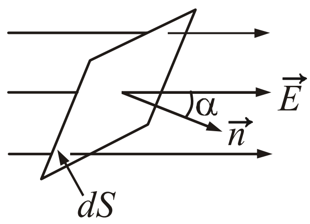


Рисунок 38.1

Потік вектора напруженості Φ через будь-яку поверхню S дорівнює алгебричній сумі потоків напруженості крізь всі ділянки цієї поверхні.

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S}\,. \qquad (38.2)$$

$$[\Phi] = \frac{\text{В}}{\text{м}}\cdot\text{м}^2 = \text{В}\cdot\text{м}\,.$$

Згідно з теоремою Гаусса для електростатичного поля:

Потік вектора напруженості електростатичного поля крізь довільну замкнену поверхню дорівнює алгебричній сумі зарядів, які охоплюються цією поверхнею, поділеній на добуток $\varepsilon_0\varepsilon$:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\sum_{i=1}^{N} q_{\text{охв.}}\,. \qquad (38.3)$$

Введемо додаткову характеристику електростатичного поля

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}\,, \qquad (38.4)$$

яку називають ***вектором електростатичної індукції*** (***електричним зміщенням***).

У цьому випадку теорему Гаусса можна записати таким чином:

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_{\text{охв.}}\,. \qquad (38.5)$$

Потік вектора електричного зміщення крізь довільну замкнену поверхню дорівнює алгебричній сумі зарядів, які охоплюються цією поверхнею.

38.2 *Приклади розрахунку електростатичних полів*

У цьому розділі при розрахунку електростатичних полів передбачається, що провідники знаходяться у вакуумі, тобто ε=1.

38.2.1 Поле рівномірно зарядженої нескінченно довгої нитки

Припустимо, що нескінченно довга нитка заряджена рівномірно з лінійною густиною заряду τ. ***Лінійною густиною заряду*** називається величина, яка чисельно дорівнює заряду, що припадає на одиницю довжини. За умов рівномірного розподілу заряду:

$$\tau = \frac{q}{l}. \qquad (38.6)$$

$$[\tau] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

Як замкнену поверхню виберемо коаксіальний циліндр радіусу r і висоти l (рис. 38.2). З міркувань симетрії випливає, що напруженість поля в будь-якій точці повинна бути спрямованою за радіальною прямою, перпендикулярною осі нитки (заряд вважається позитивним). Потік Ф через торці циліндра дорівнює нулю, оскільки лінії напруженості перпендикулярні осі. Потік через бічну поверхню дорівнює:

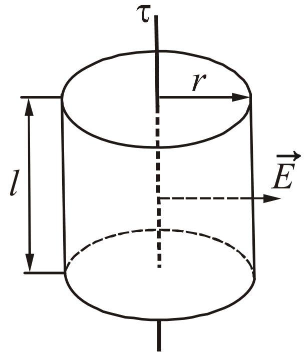


Рисунок 38.2

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi r l.$$

За теоремою Гаусса (див. формулу (38.3)):

$$E \cdot 2\pi r l = q \cdot \frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{\tau\, l}{\varepsilon_0}.$$

Звідси:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}. \qquad (38.7)$$

Напруженість поля зарядженої нитки визначається лінійною густиною заряду і відстанню від нитки. Поле негативно зарядженої нитки відрізняється тільки напрямом напруженості $\vec{E}$.

Отримаємо формулу для розрахунку різниці потенціалів поля, що створюється рівномірно зарядженою нескінченно довгою ниткою. Робота A, що виконується силами електростатичного поля при переміщенні пробного заряду $q_{\text{пр}}$ із точки 1 з потенціалом φ_1 в точку 2 з потенціалом φ_2 дорівнює

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F\, dr = \int_{r_1}^{r_2} q_{\text{пр}} E dr = q_{\text{пр}} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} = -q_{np} \left(\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln r_1 - \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln r_2 \right). \qquad (38.8)$$

Як вже наголошувалося, істотним є не саме значення потенціалу, а різниця потенціалів. Порівнявши отриманий вираз для розрахунку роботи з формулою (35.9), можна зробити висновок, що різниця потенціалів двох точок поля нитки визначається співвідношенням

$$\Delta\varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \qquad (38.9)$$

38.2.2 Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини

Припустимо, що площина заряджена рівномірно з поверхневою густиною заряду σ. ***Поверхневою густиною заряду*** називається величина, яка чисельно дорівнює заряду, що припадає на одиницю площі. За умовою рівномірного розподілу заряду

$$\sigma = \frac{q}{S}. \qquad (38.10)$$

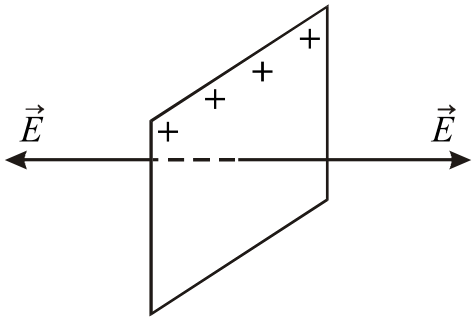


Рис. 38.3

$$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Застосувавши теорему Гаусса, можна показати, що напруженість поля рівномірно зарядженої нескінченної площини визначається таким чином:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \qquad (38.11)$$

Це означає, що на будь-яких відстанях від нескінченної площини напруженість поля однакова за величиною (рис. 38.3).

Дві рівномірно, з однаковою густиною σ, різнойменно заряджені нескінченні паралельні площини утворюють однорідне електричне поле. Напруженість E поля між площинами визначається співвідношенням:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (38.12)$$

38.2.3 Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні

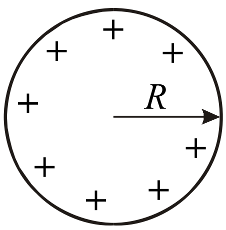


Рис. 38.4

Поле, що створюване сферичною поверхнею радіусу R, зарядженою з постійною поверхневою густиною заряду σ, буде центрально-симетричним (рис. 38.4). Це означає, що напрям вектора $\vec{E}$ в будь-якій точці проходить через центр сфери, а величина напруженості залежить від відстані r від центру сфери. Як гауссовою поверхню вибирають концентричну із зарядженою сферою поверхню радіусу r. Якщо $r > R$, то всередину поверхні потрапляє увесь заряд q, що розподілений по сфері. Застосувавши теорему Гаусса, можна отримати формулу для розрахунку напруженості поля рівномірно зарядженої сферичної поверхні:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \qquad (38.13)$$

Це означає, що зовні кулі напруженість убуває за таким ж законом, як у поля точкового заряду.

Сферична поверхня радіусу $r < R$ не міститиме зарядів, тому усередині сфери, зарядженої з постійною поверхневою густиною, поле відсутнє, тобто $E = 0$.

Розділ 11. Електричне поле в речовині

§39 Електричний диполь

Електричним диполем називається система двох однакових за величиною різнойменних точкових зарядів $+q$ і $-q$, відстань l між якими значно менше відстані до тих точок, в яких визначається поле системи.

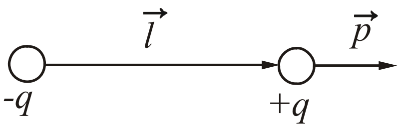


Рис. 39.1

Пряма, що проходить через обидва заряди, називається ***віссю диполя.*** Вектор, направлений від негативного заряду до позитивного і чисельно рівний відстані між ними, називається *плечем диполя* $\vec{l}$ (рис. 39.1).

Вектор, який співпадає за напрямом з плечем диполя і чисельно дорівнює добутку модуля заряду $|q|$ на плече $\vec{l}$, називається ***електричним моментом диполя*** або ***дипольним моментом*** (рис. 39.1).

$$\vec{p} = |q|\vec{l} \,. \tag{39.1}$$

$[p] = \text{Кл} \cdot \text{м}$.

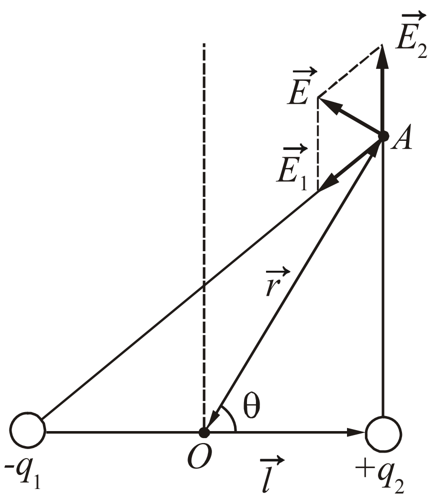


Рисунок 39.2

Припустимо, що положення довільної точки A щодо центру диполя (точка O) задається радіус-вектором $\vec{r}$. Радіус-вектор $\vec{r}$ утворює з віссю диполя кут Θ (рис. 39.2). Використовуючи принцип суперпозиції полів, можна отримати формулу для розрахунку напруженості $\vec{E}$ електричного поля точкового диполя в довільній точці:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\Theta}\,, \tag{39.2}$$

де p – дипольний момент.

Якщо $\Theta = 0$ (точка лежить на осі диполя), то

$$E_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3}. \tag{39.3}$$

Якщо $\Theta = \dfrac{\pi}{2}$ (точка лежить на прямій, що проходить через центр диполя перпендикулярно осі диполя), то

$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}. \qquad (39.4)$$

Характерним для напруженості поля диполя є те, що вона убуває з відстанню від диполя як $1/r^3$, тобто швидше, ніж напруженість поля точкового заряду (що убуває як $1/r^2$). На рис. 39.3 показані лінії напруженості $\vec{E}$ поля диполя.

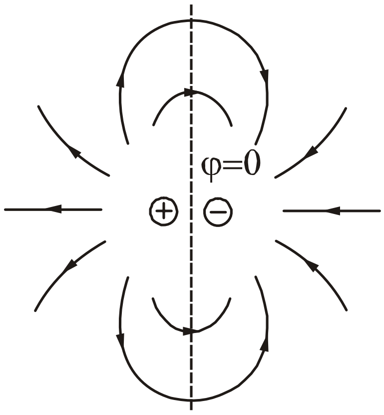


Рисунок 39.3

Помістимо диполь в зовнішнє електричне поле напруженістю $\vec{E}$ (рис. 39.4). Заряди $+q$ і $-q$, що створюють диполь, опиняються під дією рівних за величиною, але протилежних за напрямом сил $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$. Модуль кожної сили $F = qE$.

Плече цієї пари сил дорівнює $l\sin\alpha$. Обертаючий момент сил $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ прагне розвернути диполь уздовж поля. Знайдемо величину моменту:

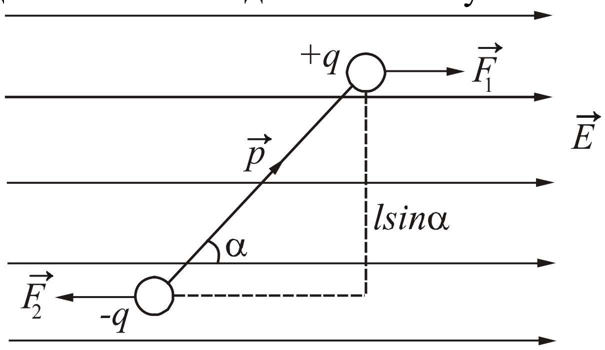


Рисунок 39.4

$$M = Fl\sin\alpha = qEl\sin\alpha.$$

Оскільки $ql = p$, то

$$M = pE\sin\alpha. \qquad (39.5)$$

Даний вираз можна подати у векторному вигляді:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}. \qquad (39.6)$$

Таким чином, поведінка диполя в електричному полі визначається його дипольним моментом.

§40 Діелектрики в електричному полі

Діелектрики (ізолятори) – це речовини, що не здатні проводити електричний струм. Ідеальних ізоляторів в природі не існує. Усі речовини хоча б в найменшому ступені проводять електричний струм. Проте, речовини, які називаються діелектриками, проводять струм в $10^{15} - 10^{20}$ разів гірше, ніж речовини, які називаються провідниками.

Згідно з молекулярно-кінетичною теорією всі речовини складаються з атомів або молекул. У свою чергу, атоми складаються з позитивно заряджених ядер і негативно заряджених електронів, відстань між якими є дуже малою (~10^{-10} м), тому атоми і молекули, що знаходяться в електричному полі, можна розглядати як диполі. Якщо діелектрик внести в електричне поле, то це поле і сам діелектрик зазнають істотних змін.

40.1 *Класифікація діелектриків*

За своєю структурою діелектрики можна розділити на три групи.

1. Речовини, молекули яких мають симетричну будову (N_2, H_2, O_2, CH_4, CO_2).

Якщо зовнішнє поле відсутнє ($\vec{E}=0$), то центр тяжіння позитивних і негативних зарядів співпадає (рис. 40.1 а). Дипольний момент молекули $\vec{p}=0$. Такі молекули називаються ***неполярними.*** Якщо напруженість зовнішнього поля не є рівною нулю ($\vec{E}\neq 0$), то заряди неполярних молекул зміщуються (рис. 40.1 б). Молекула набуває дипольного моменту $\vec{p}$, величина якого пропорційна напруженості електричного поля $\vec{E}$.

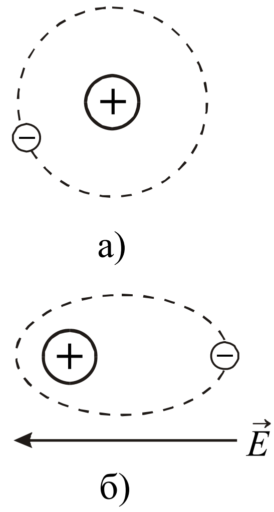


Рисунок 40.1

2. Речовини, молекули яких мають асиметричну будову (NH_3, H_2O, SO_2, CO).

Центри тяжіння позитивних і негативних зарядів не співпадають (рис. 40.2). Такі молекули називають ***полярними.*** Якщо напруженість зовнішнього електричного поля є рівною нулю ($\vec{E}=0$), то молекули все одно мають дипольний момент. Дія зовнішнього поля на полярну молекулу зводиться в основному до прагнення повернути молекулу так, щоб її дипольний момент встановився за напрямом поля.

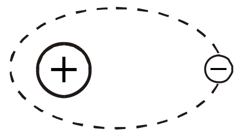


Рисунок 40.2

3. Речовини, молекули яких мають іонну будову ($NaCl$, KCl, KBr та ін.).

При накладенні на кристал електричного поля відбувається деяка деформація решіток. При цьому виникає дипольний момент.

40.2 *Поляризація діелектриків*

Заряди, що входять до складу діелектрика, називаються зв'язаними. Покинути межі молекули зв'язані заряди не можуть. Під дією електричного поля зв'язані заряди можуть лише зміщуватися щодо положень рівноваги.

Якщо зовнішнє електричне поле відсутнє, то дипольні моменти молекул діелектрика або дорівнюють нулю (неполярні молекули), або розподілені за напрямами в просторі хаотичним чином (полярні молекули). У обох випадках сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю.

Під дією зовнішнього поля молекули діелектрика набувають дипольні моменти або повертаються так, що їх дипольні моменти встановлюються за напрямом поля. У результаті діелектрик набуває дипольного моменту

$$\vec{p}=\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i\,, \qquad (40.1)$$

де $\vec{p}_i$ – дипольний момент однієї молекули.

Це означає, що в діелектрику під дією електричного поля виникають ***поляризаційні заряди.***

Виникнення у діелектрику поляризаційного заряду під дією електричного поля називається ***поляризацією діелектрика.***

Для кількісного опису поляризації діелектрика вводять векторну величину, яку називають поляризованістю.

Поляризованість ($\vec{P}_V$) – це векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює дипольному моменту одиниці об’єму діелектрика:

$$\vec{P}_V = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i \, , \tag{40.2}$$

де ΔV – фізично нескінченно малий об’єм, що оточує дану точку.

$[P_V] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$.

У слабких полях поляризованість ізотропних діелектриків пропорційна напруженості електричного поля (рис. 40.3) в тій же точці:

$$\vec{P}_V = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \, , \tag{40.3}$$

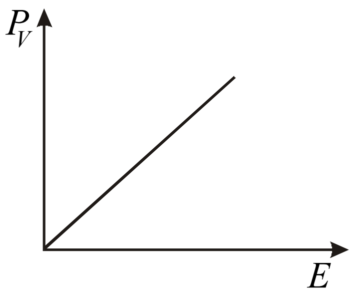


Рисунок 40.3

де χ – діелектрична сприйнятливість середовища – величина, що характеризує електричні властивості діелектрика.

Діелектрична сприйнятливість χ величина безрозмірна, завжди позитивна, для більшості діелектриків її чисельне значення складає декілька одиниць.

40.3 *Поле усередині діелектрика*

Розглянемо дві нескінченні паралельні площини з рівними за величиною, але різними за знаком зарядами. Між пластинами виникає однорідне електричне поле напруженістю $\vec{E}_0$. Напруженість поля у вакуумі визначатиметься зарядами на пластинах

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

де σ – поверхнева густина заряду на пластинах.

Внесемо в це поле пластинку з діелектрика (рис. 40.4). Внаслідок поляризації на лівій грані діелектрика утворюється надлишок негативних поляризаційних (зв’язаних) зарядів з поверхневою густиною $-\sigma'$. На правій грані – надлишок позитивних зарядів з поверхневою густиною $+\sigma'$. Зв’язані заряди створюють додаткове електричне поле напруженістю $\vec{E}_i$:

$$E_i = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Напруженість $\vec{E}_i$ поля зв'язаних зарядів спрямована проти зовнішнього поля $\vec{E}_0$. Результуюче поле у середині діелектрика

$$E = E_0 - E_i. \tag{40.4}$$

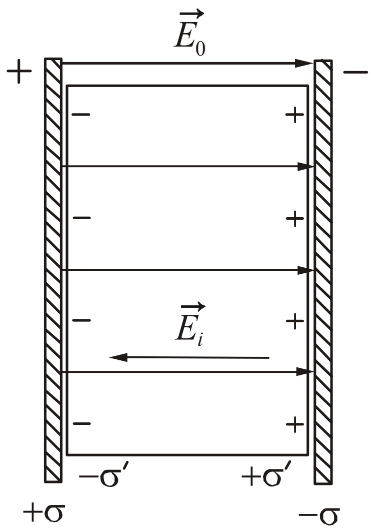


Рисунок 40.4

Знайдемо поверхневу густину σ' зв'язаних зарядів. Поляризований діелектрик можна розглядати як диполь, що несе на собі поляризаційний заряд q':

$$q' = \sigma' S,$$

де S – площа бічної грані пластинки.

Дипольний момент цього диполя:

$$p = q'd = \sigma' Sd = \sigma' V,$$

де d – товщина пластинки, V – об'єм пластинки.

Розділивши дипольний момент усього діелектрика на його об'єм, отримаємо, згідно з визначенням, модуль вектора поляризованості:

$$P_V = \sigma'. \tag{40.5}$$

Таким чином, поверхнева густина зв'язаних зарядів дорівнює поляризованості.

Зробимо заміну у формулі (40.4), враховуючи те, що поляризованість пропорційна напруженості електричного поля (див. формулу (40.3)). Отримаємо

$$E = E_0 - \frac{P_V}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0},$$

Або

$$E = E_0 - \chi E.$$

Звідси

$$E = \frac{E_0}{1+\chi}. \tag{40.6}$$

Безрозмірна величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \tag{40.7}$$

називається діелектричною проникністю середовища.

Тоді напруженість поля усередині діелектрика:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}. \tag{40.8}$$

Таким чином, ***діелектрик завжди послаблює електричне поле.***

Діелектрична проникність середовища – це характеристика речовини, яка показує, в скільки разів поле усередині однорідного діелектрика менше ніж у вакуумі.

40.4 *Умови на межі розділу двох діелектриків*

Розглянемо межу між двома діелектриками з діелектричними проникностями ε_1 і ε_2. Припустимо, що в діелектриках створено поле, напруженість якого у першому діелектрику $\vec{E}_1$, а у другому $\vec{E}_2$. $\vec{D}_1$ і $\vec{D}_2$ – вектори електричного зміщення відповідно до першого і другого діелектриків. Нехай A – довільна точка, що лежить на межі розділу двох середовищ (рис. 40.5). $\vec{\tau}$ – одиничний вектор, спрямований за дотичною до поверхні розділу $\vec{n}$ – одиничний вектор, спрямований за нормаллю до дотичної з першого середовища в друге. Вектори $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ можна представити у вигляді суми нормальної і тангенціальної складових:

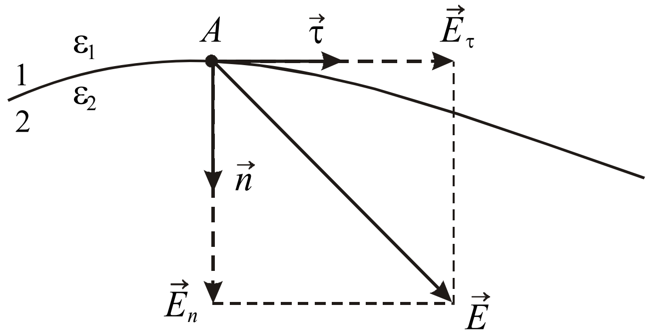


Рисунок 40.5

$$\vec{E}_1 = \vec{\tau}\, E_{1\tau} + \vec{n}\, E_{1n},$$

$$\vec{E}_2 = \vec{\tau}\, E_{2\tau} + \vec{n}\, E_{2n}.$$

Для ізотропного діелектрика можна отримати дві граничні умови:

1. Складова напруженості, дотична до поверхні розділу двох середовищ, не змінюється під час переходу через цю поверхню з одного середовища в інше:

$$E_{2\tau} = E_{1\tau}. \qquad (40.9)$$

Оскільки $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, то для електричного зміщення ця умова записується у вигляді:

$$\frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (40.10)$$

2. Під час переходу через межу розділу двох середовищ, на якій немає вільних зарядів, нормальна складова електричного зсуву не змінюється:

$$D_{2n} = D_{1n}. \qquad (40.11)$$

Для напруженості поля друга умова має вигляд:

$$\frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \qquad (40.12)$$

40.5 *Сегнетоелектрики*

Сегнетоелектрики – це діелектрики, які можуть мати спонтанні (мимовільні) поляризованості за умов відсутності зовнішнього електричного поля. Назва пояснюється тим, що вперше дане явище було відкрито для сегнетової солі.

Сегнетоелектрики мають ряд особливостей:

1. Діелектрична проникність може досягати значень 10^3.
2. Залежність поляризованості P_V від напруженості зовнішнього електричного поля E має нелінійний характер (див. гілку 1 на рис. 40.6). Отже, діелектрична проникність залежатиме від напруженості зовнішнього поля.
3. У сегнетоелектриках спостерігається явище гістерезису («гістерезис» (грец.) – запізнення). При циклічних змінах поля залежність P_V від E зображається кривою, яка називається петлею гістерезису. Зі збільшенням напруженості електричного поля E вектор поляризації зростає, досягаючи насичення (крива 1, рис. 40.7). Зменшення P_V із зменшенням E відбувається за кривою 2. При $E = 0$ сегнетоелектрик зберігає залишкову поляризованість $P_{V_{\text{ост}}}$. Щоб поляризованість стала дорівнювати нулю, треба прикласти поле зворотного напряму ($-E_c$). Величина E_c називається коерцитивною силою (coercitive (лат.) – утримування). Якщо E змінювати далі, то P_V змінюється за кривою 3.

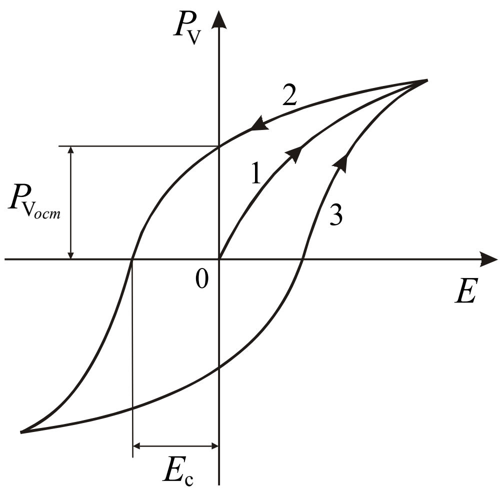


Рисунок 40.6

4. Для кожного сегнетоелектрика існує температура, при якій він втрачає свої незвичайні властивості і стає звичайним діелектриком. Ця температура називається ***точкою Кюрі****. Сегнетова сіль має дві точки Кюрі: –15°C і +25°C.

Сегнетоелектриками можуть бути тільки кристалічні речовини. В кристалі виникають області, в межах кожної з яких дипольні моменти частинок паралельні один одному. Напрями поляризації різних областей різні. Області спонтанної (мимовільної) поляризації називаються ***доменами.*** Під дією зовнішнього поля електричні моменти доменів повертаються як ціле, і встановлюються за напрямом поля.

*Кюрі П’єр (1859–1906), французький фізик, лауреат Нобелівської премії 1903 р.

§41 Провідники в електричному полі

Провідники – це речовини, в яких є носії заряду, здатні переміщатися навіть під дією дуже малої сили. Тому для рівноваги зарядів необхідне виконання наступних умов.

1. Напруженість поля усередині провідника повинна бути рівною нулю:

$$\vec{E} = 0.$$

$E = -\dfrac{d\varphi}{dl} = 0$, це означає, що $\varphi = \text{const}$. Потенціал усередині провідника повинен бути постійним.

2. Напруженість поля на поверхні провідника повинна бути в кожній точці спрямованою за нормаллю до поверхні:

$$\vec{E} = \vec{E}_n.$$

Лінії напруженості перпендикулярні поверхням рівного потенціалу, тому у разі рівноваги зарядів поверхня провідника буде еквіпотенціальною. Таким чином, потенціал φ у всіх точках провідника матиме одне і те ж значення, тобто еквіпотенціальна поверхня перероджується в еквіпотенціальний об’єм.

Внесемо провідник в електричне поле. Носії заряду в провіднику починають рухатися: позитивні – у напрямі вектора $\vec{E}$, негативні – в протилежному. На кінцях провідника виникають заряди протилежного знака (рис. 41.1). Їх називають ***індукованими*** або ***наведеними***. Поле індукованих зарядів $\vec{E}_i$ протилежно напряму зовнішнього поля $\vec{E}_0$. Перерозподіл зарядів відбувається до тих пір, поки напруженість поля усередині провідника не стане рівною нулю

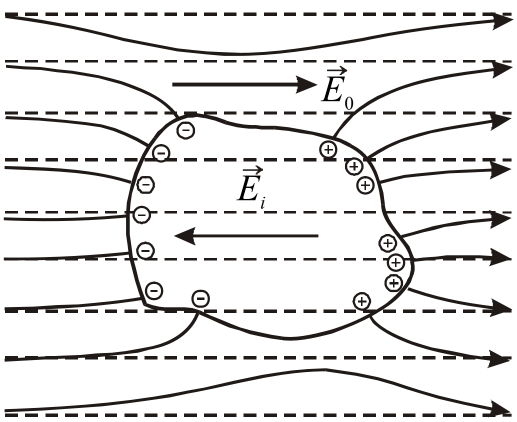


Рисунок 41.1

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i,$$

$$E = E_0 - E_i = 0,$$

а лінії напруженості зовні провідника – перпендикулярними до поверхні.

Індуковані заряди розподіляються на зовнішній поверхні провідника. Якщо усередині провідника зробити порожнину, то напруженість поля в цій порожнині дорівнюватимемо нулю, незалежно від того, яке поле є зовні.

На цьому принципі засноване явище електростатичного захисту. Коли прилад хочуть захистити від зовнішніх полів, його оточують провідним екраном. Зовнішнє поле компенсується усередині екрану індукованими зарядами, що виникають на його поверхні. Екран діє і в тому випадку, якщо він не суцільний, а виконаний у вигляді сітки.

§42 Електроємність. Енергія електричного поля

42.1 *Електроємність відокремленого провідника*

Якщо відокремленому провіднику надати заряд dq, то потенціал цього провідника зміниться. Зміна потенціалу $d\varphi$ пропорційно наданому заряду:

$$d\varphi = \frac{1}{C}dq\,, \tag{42.1}$$

де C – коефіцієнт пропорційності, якій називають електричною ємністю.

Електрична ємність (***електроємність***) – це скалярна фізична величина, що характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд, яка чисельно дорівнює заряду, що його надання підвищує потенціал провідника на один вольт:

$$C = \frac{q}{\varphi}\,. \tag{42.2}$$

$[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{Ф}$ (фарад*).

Фарад – це дуже велика величина. Таку ємність мала б куля радіусом $9\cdot10^9$ м, тобто радіус якої у 1500 разів більше ніж радіус Землі.

На практиці електроємність виміряють в мілiфарадах (мФ), мікрофарадах (мкФ), нанофарадах (нФ) і пікофарадах (пФ).

Електроємність залежить від геометрії провідника і діелектричної проникності середовища, що оточує провідник.

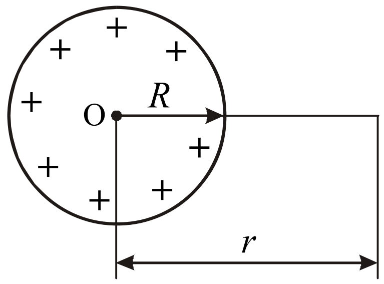


Рисунок 42.1

Приклад. Розрахуємо електроємність відокремленої електропровідної сфери (рис. 42.1). Якщо надати сфері заряд q, то для відстані $r > R$, потенціал поля визначається співвідношенням:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r}\,. \tag{42.3}$$

На поверхні сфери, тобто при $r = R$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon R}$$

Тоді
$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\,.$$

Таким чином, електроємність сфери обчислюється за формулою:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\,. \tag{42.4}$$

*Фарадей Майкл (1791–1867), англійський фізик.

42.2 *Конденсатори*

Відокремлені провідники мають невелику ємність. Наприклад, куля розміром із Землю має електроємність 700 мкФ. На практиці необхідні пристрої, здатні накопичувати на собі («конденсувати») великі заряди. Їх називають конденсаторами.

Конструктивно ***конденсатор*** – це дві провідникові пластинки, які розташовані близько одна від одною і розділені діелектриком. Утворюючі конденсатор провідники називають обкладками. Одна з обкладок заряджається позитивно, інша – негативно.

Умовне позначення на схемах: 

Щоб зовнішні тіла не робили впливу на ємність конденсатора, обкладкам надають таку форму і так їх розташовують, щоб поле було зосереджено усередині конденсатора. Цій умові відповідають:

3. дві пластини, що розташовані близько одна до однієї;
4. два коаксіальні циліндри;
5. дві концентричні сфери.

Відповідно до форми конденсатори бувають:

- плоскі;
- циліндричні;
- сферичні.

Основною характеристикою конденсатора є електроємність *C*. За визначенням, електроємність дорівнює відношенню заряду на конденсаторі до різниці потенціалів між обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \qquad (42.5)$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напруга між обкладками;

q – заряд позитивної обкладки.

Величина електроємності конденсатора визначається формою і розмірами обкладок і величиною зазору між ними, а також діелектричними властивостями середовища, що заповнює простір між обкладками.

Наведемо приклади формул розрахунку електроємності деяких видів конденсаторів.

1. Плоский конденсатор (рис. 42.2).

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \qquad (42.6)$$

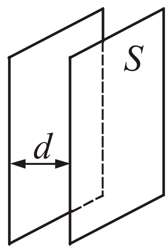


Рисунок 42.2

де S – площа обкладок;

d – відстань між обкладками;

ε – діелектрична проникність середовища (діелектрика), яке знаходиться між обкладками.

2. Циліндричний конденсатор (рис. 42.3). Електроємність:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}, \qquad (42.7)$$

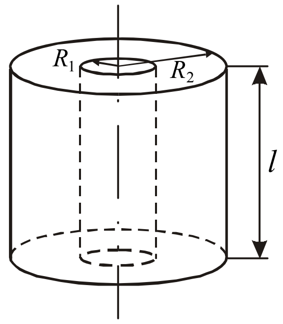


Рисунок 42.3

де l – довжина конденсатора;

R_1 і R_2 – радіуси внутрішньої і зовнішньої обкладок.

3. Сферичний конденсатор. Електроємність:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \qquad (42.8)$$

де R_1 і R_2 – радіуси внутрішньої і зовнішньої обкладок.

Крім електроємності кожний конденсатор характеризується граничною напругою $U_{\max}$, яку можна прикладати до обкладок конденсатора, не побоюючись пробою. При перевищенні цієї напруги між обкладками проскакує іскра, внаслідок чого руйнується діелектрик і конденсатор виходить з ладу.

Конденсатори можна поєднувати в батареї різними способами.

У разі ***послідовного з'єднання конденсаторів*** (рис. 42.4) вони з'єднуються різнойменно зарядженими обкладками. При цьому виконуються наступні співвідношення:

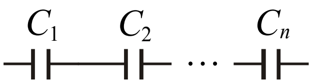
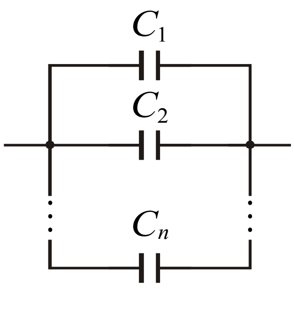


Рисунок 42.4

$$\begin{gathered} q_{\text{общ}} = q_1 = q_2 = \ldots = q_n \\ U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n \\ \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} \end{gathered} \qquad (42.9)$$

Результуюча ємність завжди менше мінімальної електроємності, що входить до батареї. При послідовному з'єднанні зменшується можливість пробою конденсаторів, тому що на кожному конденсаторі є лише частина загальної різниці потенціалів, що подана на всю батарею.

У разі ***паралельного з'єднання конденсаторів*** (рис. 42.5) з'єднуються однойменні обкладки. При цьому виконуються співвідношення:



$$\begin{gathered} q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + \ldots + q_n \\ U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n \\ C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n \end{gathered} \qquad (42.10)$$

Рисунок 42.5

Паралельне з'єднання конденсаторів використовують для отримання великої електроємності.

42.3 *Енергія електричного поля*

*1. **Енергія зарядженого відокремленого провідника.***

Нехай є відокремлений провідник. Позначимо:

q – заряд провідника; C – електроємність; φ – потенціал.

Збільшимо заряд цього провідника на dq. При перенесенні заряду dq з нескінченності на відокремлений провідник потрібно виконати елементарну роботу проти сил поля

$$\delta A = \varphi\, dq = C\varphi\, d\varphi,$$

де $dq = C\, d\varphi$.

Повна робота
$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} C\varphi\, d\varphi.$$

Якщо заряджаємо від нульового потенціалу $\varphi = 0$ до потенціалу φ, то робота

$$A = \int_{0}^{\varphi} C\varphi\, d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

За законом збереження енергії

$$A = \Delta W,$$

де
$$\Delta W = W_2 - W_1.$$

Враховуючи, що $W_1 = 0$ (оскільки $\varphi_1 = 0$), отримаємо енергію зарядженого відокремленого провідника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \qquad (42.11)$$

*2. **Енергія зарядженого конденсатора.***

Як будь-який заряджений провідник, конденсатор має енергію. Енергія зарядженого конденсатора визначається співвідношеннями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}. \qquad (42.12)$$

Формулу для енергії поля конденсатора можна перетворити, використовуючи величини, що характеризують електричне поле.

Ємність плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$. Напруга на обкладках конденсатора пов’язана з напруженістю електричного поля співвідношенням:

$$U = Ed.$$

Підстановка у формулу (42.12) дає:

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V, \tag{42.13}$$

де $V = Sd$ – об'єм конденсатора.

Якщо поле є однорідним (що має місце в плоскому конденсаторі), то укладена в ньому енергія розподіляється в просторі з постійною густиною.

Величина, що дорівнює відношенню енергії поля до займаного об'єму, називається ***об'ємною густиною енергії.***

$$w = \frac{W}{V}. \tag{42.14}$$

Для електричного поля об'ємна густина енергії:

$$w_{\text{эл}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \tag{42.15}$$

Формула (42.12) пов'язує енергію з ємністю конденсатора, а формула (42.15) – густину енергії з напруженістю електричного поля.

Електростатика не може відповісти на питання, що є носієм енергії – заряд або поле? В електростатиці поля і заряди, що зумовили їх, невіддільні одне від одного. Подальший розвиток теорії і експерименту показав, що змінні в часі електричні і магнітні поля можуть існувати незалежно від зарядів, що їх створили, і розповсюджуватися в просторі у вигляді електромагнітних хвиль, переносячи енергію. Це означає, що носієм енергії є поле.

Розділ 12. Постійний електричний струм

§43 Електричний струм. Характеристики струму

Електричним струмом називається напрямлений (впорядкований) рух електричних зарядів.

Для протікання струму необхідна наявність в провіднику (або в даному середовищі) заряджених частинок, які можуть переміщатися в межах всього провідника. Такі частинки називаються ***носіями заряду*** (***або носіями току***). Ними можуть бути електрони, іони або макроскопічні частинки, які несуть на собі заряд, наприклад, заряджені порошинки. Струм виникає за умови, що усередині провідника існує електричне поле.

Струм, що виникає в провідних середовищах, називається ***струмом провідності***. Прикладом струму провідності є струм в металах. Для існування постійного електричного струму провідності необхідне виконання наступних умов.

1. Наявність вільних носіїв заряду.
2. Наявність зовнішнього електричного поля, енергія якого повинна витрачатися на впорядковане переміщення електричних зарядів.
3. Коло постійного струму провідності повинно бути замкненим.

Кількісною характеристикою електричного струму є сила струму.

Сила струму (i) – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$i = \frac{dq}{dt}. \tag{43.1}$$

$[i]$ = А (ампер*).

За напрям струму умовно взято напрям руху позитивних зарядів. Якщо сила струму і його напрям не змінюються, то струм називається постійним. Для постійного струму

$$I = \frac{q}{t}. \tag{43.2}$$

Іншою характеристикою струму є густина струму.

Густина струму ($\vec{j}$) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює електричному заряду, що переноситься за одиницю часу через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно до напряму руху носіїв заряду.

$$j = \frac{dq}{dt dS_\perp} = \frac{di}{dS_\perp}; \tag{43.3}$$

Для постійного струму

$$j = \frac{I}{S}, \tag{43.4}$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

$$[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

За напрям вектора густини струму приймається напрям руху позитивних носіїв заряду.

$$\vec{j} = j \cdot \frac{\vec{v}}{v}, \tag{43.5}$$

де $\vec{v}$ – швидкість руху позитивних частинок.

Якщо струм створюється носіями обох знаків, то

$$\vec{j} = e_+ n_+ \vec{v}_+ + e_- n_- \vec{v}_-, \tag{43.6}$$

де n_+ і n_- – концентрації позитивних і негативних носіїв заряду;

$\vec{v}_+$ і $\vec{v}_-$ – їх середні швидкості.

У скалярному вигляді:

$$j = e_+ n_+ v_+ + e_- n_- v_-. \tag{43.7}$$

Знаючи вектор густини струму в кожній точці простору, можна знайти силу струму через довільний переріз S:

$$i = \int_S \vec{j}\, d\vec{S}. \tag{43.8}$$

*Ампер Андре Марі (1775–1836), французький фізик, математик і хімік.

§44 Електрорушійна сила. Напруга

Для виникнення і підтримки в провідниках струму провідності на заряджені частинки повинні діяти сили, що забезпечують їх впорядковане переміщення протягом кінцевого проміжку часу.

Усередині провідника, у якому протікає постійний електричний струм, на заряд діють такі сили.

1. Електростатичні (кулонівські) сили, під дією яких позитивні заряди рухаються уздовж поля, негативні – проти. Поле цих сил називають кулонівським, напруженість поля позначають $\vec{E}_{\text{кул}}$.
2. Сили не електростатичного походження. Їх називають ***сторонніми***, а поле цих сил – полем сторонніх сил. Напруженість цього поля позначають $\vec{E}_{\text{стор}}$.

Необхідність сторонніх сил пояснюється таким чином. Електростатичне поле, створюване в металевому провіднику електронами і позитивно зарядженими іонами кристалічних ґрат, приводить до такого розподілу зарядів, при якому напруженість електричного поля усередині провідника є рівною нулю, а потенціали всіх точок провідника однакові (див. §41). Тому електростатичне поле не може бути причиною постійного електричного струму в провіднику.

Щоб підтримувати струм тривалий час, потрібно збудити і підтримувати усередині провідника електричне поле. Для цього в колі повинен працювати пристрій, в якому відбувається розділення зарядів. Цей пристрій називають ***джерелом струму.***

Розділення зарядів усередині джерела можливе лише за допомогою сил не електростатичного походження, які називають сторонніми. При цьому сторонні сили повинні виконувати роботу. Ця робота виконується за рахунок деякого запасу механічної, теплової або хімічної енергії.

Робота з переміщення заряду уздовж провідника в процесі протікання по ньому електричного струму виконується і кулонівськими, і сторонніми силами. Повна робота з переміщення заряду

$$A = A_{\text{кул}} + A_{\text{стор}}. \tag{44.1}$$

Розділимо обидві частини на величину заряду q:

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{кул}}}{q} + \frac{A_{\text{стор}}}{q}. \tag{44.2}$$

Величина, що чисельно дорівнює відношенню повної роботи, що виконана електростатичними і сторонніми силами з переміщення заряду, до величини цього заряду називається ***напругою*** або ***спадом напруги*** на даній ділянці кола.

$$U = \frac{A}{q}. \tag{44.3}$$

$$[U] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В (вольт)}.$$

Величина, що чисельно дорівнює відношенню роботи, що виконана сторонніми силами з переміщення заряду, до величини цього заряду називається ***електрорушійною силою* (*ерс*)**:

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q}. \tag{44.4}$$

Нагадаємо, що відношення

$$\frac{A_{\text{кул}}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \tag{44.5}$$

Підставивши записані вирази в (44.2), отримаємо:

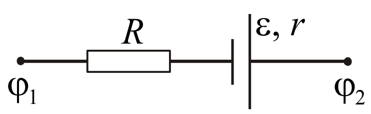


Рисунок 44.1

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \tag{44.6}$$

Напруга на ділянці кола (рис. 44.1) дорівнює сумі різниці потенціалів і електрорушійної сили.

Ділянку, на якій на носії заряду діють сторонні сили, називають ***неоднорідною***. Ділянку кола, на якій не діють сторонні сили, називають ***однорідною***.

Для однорідної ділянки ($\varepsilon = 0$):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{44.7}$$

тобто напруга на однорідній ділянці співпадає з різницею потенціалів на кінцях ділянки.

§45 Закон Ома

45.1 *Закон Ома для однорідної ділянки кола. Опір*

Німецький фізик Г. Ом* експериментально встановив закон, згідно з яким ***сила струму, який тече по однорідному металевому провіднику, пропорційна напрузі на цьому провіднику***:

$$I = \frac{U}{R}, \tag{45.1}$$

де R – електричний опір.
$[R]$ = Ом.

Електричний опір (R) – скалярна фізична величина, що характеризує властивість провідника протидіяти пропусканню електричного струму і дорівнює відношенню напруги U на кінцях провідника до сили струму I, що протікає по ньому:

$$R = \frac{U}{I}. \tag{45.2}$$

Опір провідників, наявність електричного струму в яких приводить до виділення тепла, називається ***омічним*** або *активним*. Опір провідника залежить

*Ом Георг Симон (1787–1854), німецький фізик.

від матеріалу провідника і його геометричних розмірів. Для однорідного циліндричного провідника воно може бути розраховано за формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \tag{45.3}$$

де l – довжина провідника;
S – площа поперечного перерізу провідника;
ρ – питомий електричний опір.

Питомий електричний опір провідника – величина, що характеризує матеріал провідника і чисельно дорівнює опору однорідного циліндричного провідника одиничної довжини і одиничної площі поперечного перерізу.
$[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$.

Опір металів залежить від температури. З великим ступенем точності можна вважати, що залежність опору металів від температури є лінійною:

$$R = R_0 (1 + \alpha t), \tag{45.4}$$

де R – опір за температурою t,°C
R_0 – опір за 0°C
α – температурний коефіцієнт опору.

Температурний коефіцієнт характеризує температурну стабільність матеріалу і чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при зміні температури на 1 K.

Для чистих металів температурний коефіцієнт опору є величиною порядку $\alpha \approx 0{,}004\ \text{K}^{-1}$. Для деяких електротехнічних сплавів (манганин, константан) α настільки малий, що їм можна нехтувати і в достатньо широкому інтервалі температур вважати опір незалежним від температури.

Величина G, яка є зворотною опору, називається ***електропровідністю*:**

$$G = \frac{1}{R}. \tag{45.5}$$

$[G] = \frac{1}{\text{Ом}} = \text{См}$ (сименс*).

При розгляді фізичної природи питомого електричного опору використовують поняття ***питомої електричної провідності*** **(*електропровідності*)** σ. Питома електропровідність σ пов’язана з питомим електричним опором ρ співвідношенням:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \tag{45.6}$$

$[\sigma] = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}} = \frac{\text{См}}{\text{м}}$.

*Сименс Ернст Вернер (1816–1892), німецький електротехнік і промисловець, іноземний член-кореспондент Петербурзької академії наук з 1882 р.

Залежність сили струму від напруги називається ***вольт-амперною характеристикою*** (ВАХ). Для металів ця залежність має лінійний характер (рис. 45.1). Для неомічних пристроїв ВАХ має нелінійний характер.

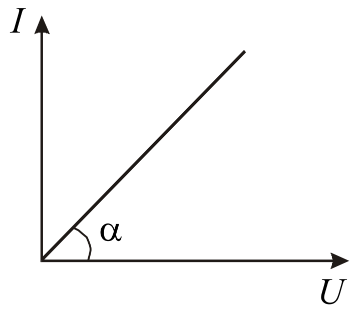


Рисунок 45.1

У разі послідовного з'єднання провідників кінець попереднього провідника з'єднується з початком подальшого і між провідниками струм не розгалужується (рис. 45.2).

Якщо n провідників опором R_1, R_2 ..., R_n поєднані між собою послідовно, то крізь провідники тече однаковий струм і напруга на кінцях з'єднання дорівнює сумі напруг на окремих провідниках.

Якщо початки провідників сполучені в одній точці (вузлі), а кінці в іншій, то з'єднання називають паралельним (рис. 45.3).

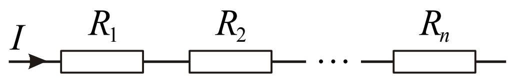


Рисунок 45.2

$$
\begin{gathered}
I = I_1 = I_2 = \ldots = I_n \\
U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n \\
R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n
\end{gathered} \qquad (45.7)
$$

У разі паралельного з'єднання провідників сила струму в нерозгалуженій частині кола дорівнює сумі сил струмів, що течуть в розгалужених ділянках кола, напруга на паралельно з'єднаних ділянках кола однакова.

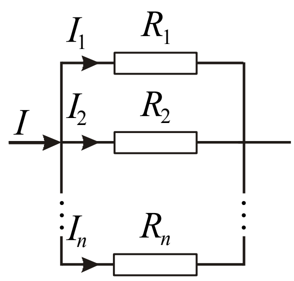


Рисунок 45.3

$$
\begin{gathered}
I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n \\
U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n \\
\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}
\end{gathered} \qquad (45.8)
$$

45.2 *Закон Ома для неоднорідної ділянки*

Раніше було доведено (див. формулу (44.6)), що напруга між двома точками електричного кола вимірюється роботою, що виконується електростатичними і сторонніми силами під час переміщення по колу одиничного позитивного заряду з першої точки в другу, тобто дорівнює сумі різниці потенціалів і електрорушійної сили:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon .$$

Тоді
$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R}, \qquad (45.9)$$

але

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon\,. \qquad (45.10)$$

Вираз (45.10) називається законом Ома для неоднорідної ділянки.

За відсутності сторонніх сил величини U і $\varphi_1 - \varphi_2$ співпадають. Тому в задачах електростатики і задачах на струм, де розглядаються ділянки кола, що не містять ерс, поняття напруги і різниці потенціалів часто ототожнюють.

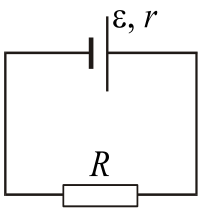


Рисунок 45.4

Якщо коло замкнено і містить джерело струму, ерс якого ε, то $\varphi_1 = \varphi_2$. Для замкненого кола (рис. 45.4) закон Ома прийме вигляд:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}\,, \qquad (45.11)$$

де r – опір джерела струму;
R – опір навантаження;
(R+r) – повний опір кола.

З наведеного вище визначення напруги виходить, що за наявності сторонніх сил його необхідно застосовувати завжди до конкретної ділянки кола, що поєднує дані точки.

Щоб безпомилково застосовувати закон Ома (45.10) для ділянки кола, що містить ерс, необхідно дотримуватися наступних принципів:

а) накреслити схему і позначити на ній полюси всіх джерел, а також напрям струму в колі (якщо він невідомий, то треба вказати передбачуваний напрям);

б) струм вважати позитивним на заданій ділянці 1-2, якщо він направлений від точки 1 до точки 2;

в) ерс вважати позитивною на ділянці 1-2, якщо вона підвищує потенціал в напрямі від точки 1 до точки 2, тобто при уявному русі уздовж шляху 1-2 спочатку зустрічається негативний полюс джерела, а потім позитивний.

45.3 ***Закон Ома в диференціальній формі***

Перетворимемо закон Ома для ділянки кола (див. формулу (45.1)). Замінимо силу струму через густину струму:

$$I = j\,S\,;$$

напругу на кінцях провідника – через напруженість поля:

$$U = E\,l\,;$$

опір – через геометричні розміри провідника:

$$R = \rho \frac{l}{S}\,.$$

Зробимо підстановку у формулу (45.1):

$$jS = \frac{El}{\rho \frac{l}{S}}.$$

Провівши скорочення, отримаємо

$$j = \frac{E}{\rho}. \tag{45.12}$$

З урахуванням формули (45.6) вираз (45.12) можна переписати у вигляді:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \tag{45.13}$$

Густина струму пропорційна напруженості поля в даній точці провідника. Цей вираз називається законом Ома в диференціальній формі.

§46 Розгалужені кола. Правила Кірхгофа

Розрахунок розгалужених електричних кіл постійного струму значно спрощується, якщо використовувати правила, які сформульовані Кірхгофом*. Вони встановлюють співвідношення між струмами і напругами. Цих правил два. Перше відноситься до вузлів кола. *Вузлом* називається точка, в якій сходиться більш ніж два провідника (рис. 46.1).

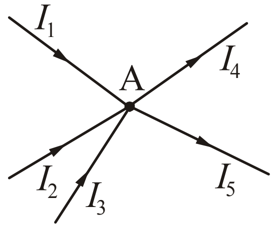


Рисунок 46.1

Перше правило: алгебрична сума струмів, які сходяться у вузлі, дорівнює нулю, тобто

$$I_1 + I_2 + I_3 + ... = \sum_{i=1}^{N} I_i = 0. \tag{46.1}$$

Струми вважаються позитивними, якщо вони підходять до вузла. Струми, що відходять від вузла, вважаються негативними.

Для вузла А, зображеного на рис. 46.1, перше правило запишеться таким чином:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Друге правило: у будь-якому замкненому контурі, довільно обраному в розгалуженому електричному колі, алгебрична сума добутків сил струмів I_i на опори R_i відповідних ділянок цього контуру дорівнює алгебричної сумі ерс, які діють у даному контурі:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i,$$

де I_i – сила струму на *i-й* ділянці; R_i – активний опір *i-ї* ділянки; ε_i – ерс джерел струму на *i-й* ділянці; N – число ділянок, що містять активний опір; k – число джерел струму.

*Кірхгоф Густав Роберт (1824–1887), німецький фізик.

Розрахунок розгалуженого кола постійного струму проводиться в такій послідовності:

1) довільно обираються напрями струмів у всіх ділянках кола і напрям обходу контуру;
2) записуються ($n–1$) незалежних рівнянь правила вузлів, де n – число вузлів в колі;
3) довільні замкнені контури виділяються так, щоб кожний новий контур містив, принаймні, одну ділянку кола, що не входить в раніше розглянуті контури;
4) якщо струми співпадають з обраним напрямом обходу контуру, то вони вважаються додатними. ЕРС вважаються додатними, якщо вони підвищують потенціал у напрямі обходу контуру.

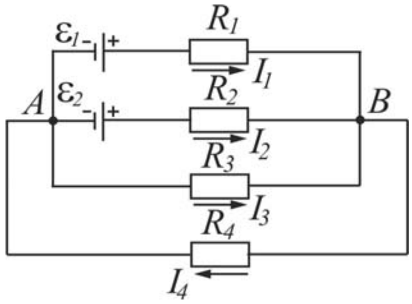


Рисунок 46.2

Для контуру AR_1BR_2A (рис. 46.2) друге правило Кірхгофа запишеться таким чином:

$$I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

де r_i –опір i-го джерела. Контур обходили за годинниковою стрілкою.

§47 Робота і потужність струму. Закон Джоуля – Ленца

При впорядкованому русі заряджених частинок в провіднику електричне поле виконує роботу. Її прийнято називати ***роботою струму.***

Розглянемо довільну ділянку кола постійного струму, до кінців якого прикладена напруга U. За час t через переріз провідника проходить заряд $q = It$. Це дорівнюється тому, що заряд It переноситься за час t з одного кінця провідника в іншій. При цьому сили електростатичного поля і сторонні сили, які діють на даній ділянці, виконують роботу:

$$A = Uq = UIt. \qquad (47.1)$$

Нагадаємо, що згідно з (44.1) напруга U визначається як робота, що виконана електростатичними і сторонніми силами під час переміщення одиничного позитивного заряду.

Поділивши роботу A на час t, за який вона виконується, отримаємо потужність, що розвивається струмом на даній ділянці кола:

$$P = UI. \qquad (47.2)$$

Ця потужність може витрачатися на виконання роботи даною ділянкою кола над зовнішніми тілами, на протікання хімічних реакцій, на нагрівання даної ділянки кола і т.п.

Якщо провідник нерухомий і в ньому не відбувається хімічних перетворень, то робота поля по переміщенню зарядів йде на зміну внутрішньої енергії провідника, тобто провідник нагрівається. При цьому виділяється кількість тепла:

$$Q = A = IUt.$$

За законом Ома $U = IR$. Зробивши заміну, одержуємо

$$Q = I^2 Rt. \qquad (47.3)$$

Цей вираз називається законом Джоуля* – Ленца*.

Якщо сила струму змінюється з часом, то

$$Q = \int_0^t i^2(t) R dt. \qquad (47.4)$$

Від формули (47.3), що визначає тепло, яке виділяється у всьому провіднику, можна перейти до виразу, що характеризує виділення тепла у різних місцях провідника. Оскільки

$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad I = jS,$$

то за час dt виділиться тепло:

$$dQ = I^2 R dt = (jS)^2 \cdot \rho \frac{l}{S} dt = j^2 \rho l S dt, \qquad (47.5)$$

де $lS = V$ – об'єм провідника.

Розділивши (47.4) на об'єм V на час dt, знайдемо кількість тепла $Q_{\text{пит}}$, що виділяється в одиниці об'єму за одиницю часу (питому теплову потужність):

$$Q_{\text{пит}} = j^2 \rho. \qquad (47.6)$$

Формула (47.6) є диференціальною формою закону Джоуля – Ленца.

§48 Електричні вимірювання

48.1 *Прилади електровимірювань*

Прилад електровимірювання – це сукупність технічних засобів, за допомогою яких відбувається вимірювання тієї або іншої електричної величини. Прилади електровимірювання поділяються на прилади безпосередньої оцінки і прилади порівняння. У приладах безпосередньої оцінки величина, що вимірюється, визначається безпосередньо за положенням стрілки на шкалі приладу або світлового «зайчика» на градуйованій шкалі. В цифрових приладах інформацію знімаються із цифрового табло. До таких приладів відносяться амперметри, вольтметри, ватметри, омметри, гальванометри. До приладів порівняння відносяться численні компенсатори й електричні мости. У них величина, що вимірюється, визначається порівнянням з відомою однорідною величиною.

*Джоуль Джеймс Преськотт (1818–1889), англійський фізик.
*Ленц Еміль Християн (1804–1865), російський фізик.

Для вимірювання електричних величин у приладах безпосередньої оцінки використовуються фізичні явища, що створюють обертальний момент і переміщення рухомої системи приладу. Обертальний момент може бути створений взаємодією магнітного поля постійного магніту і струму в котушці, магнітного поля котушки із струмом і феромагнетика, взаємодією магнітних полів котушок із струмом, взаємодією заряджених тіл. Залежно від того, які явища взаємодії використовуються в приладах, розрізняють такі системи приладів електровимірювання: магнітоелектричну, електромагнітну, електродинамічну, індукційну, електростатичну, термоелектричну і т.п.

1. Силу струму в колі вимірюють амперметрами, міліамперметрами, мікроамперметрами. Ці прилади включають в коло послідовно. На рис. 48.1 показано їх умовне зображення на схемах.

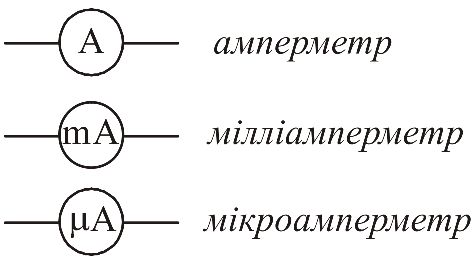


Рисунок 48.1

Будь-який вимірювальний прилад повинен якомога менше впливати на величину, що вимірюється. Потрібно мати на увазі, що сам амперметр має деякий опір R_A. Тому опір ділянки кола з включеним амперметром збільшується, і при незмінній напрузі сила струму зменшується відповідно до закону Ома. Щоб амперметр не впливав на струм, що вимірюється, його опір роблять дуже малим. Це необхідно пам'ятати і ніколи не намагатися виміряти силу струму в освітлювальній мережі, підключаючи амперметр до розетки. Відбудеться ***коротке замикання*:** сила струму при малому опорі приладу досягне такої великої величини, що обмотка амперметра згорить.

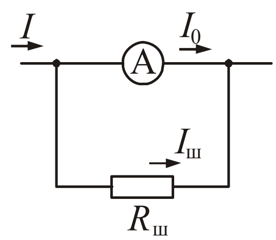


Рисунок 48.2

Для розширення меж вимірювання амперметра використовують шунтування – підключення паралельно амперметру опору $R_ш$. (рис. 48.2).

Наведемо приклад розрахунку опору шунта, який потрібно підключити для збільшення межі вимірювання струму в n раз, тобто для значень $I = nI_0$, де I_0 – струм, на який розрахований амперметр; I – струм в колі.

Струм $I_ш$, що проходить через шунт, за законами паралельного з'єднання дорівнює:

$$I_ш = nI_0 - I_0 = I_0(n-1). \qquad (48.1)$$

Напруга на амперметрі $U_А$ дорівнює напрузі на шунті $U_ш$: $U_А=U_ш$. За законом Ома для однорідної ділянки кола:

$$U_А = I_0 R_А; \qquad U_ш = I_ш R_ш.$$

де $R_А$ – опір амперметра;
$R_ш$ – опір шунта.

$$I_0 R_А = I_ш R_ш.$$

Звідси:

$$R_{ш} = \frac{I_0 R_A}{I_{ш}}.$$

Замінивши $I_{ш}$ за формулою (48.1), отримаємо

$$R_{ш} = \frac{I_0 R_A}{I_0 (n-1)} = \frac{R_A}{(n-1)}. \qquad (48.2)$$

Таким чином, опір шунта має бути в (n–1) разів менше від опору амперметра.

2. Напругу вимірюють вольтметрами, мілівольтметрами і т.п. Ці прилади включають в коло паралельно ділянці, на якій вимірюється напруга. На рис. 48.3 показано їх умовне зображення на схемах.

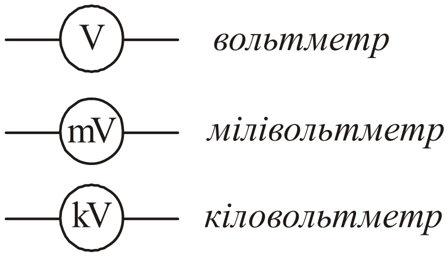


Рисунок 48.3

Показання вольтметра дорівнює спаду напруги на опорі приладу:

$$U_V = I_V R_V.$$

Напруга на вольтметрі співпадає з напругою на ділянці кола.

Якщо опір вольтметра R_V, то після включення його в коло, опір ділянки буде вже не R, а $R' = \frac{R R_V}{R + R_V} < R$. Через це напруга на ділянці кола, що вимірюється, зменшиться. Для того, щоб вольтметр не вносив помітних спотворень в напругу, що вимірюється, його опір має бути більшим порівняно з опором ділянки кола, на якій вимірюється напруга. Вольтметр можна включати в мережу без ризику, що він згорить, якщо тільки він розрахований на напругу, що перевищує напругу в мережі.

Щоб розширити межі вимірювання напруги в n раз і виміряти напруги до значень $U > U_0$, послідовно вольтметру потрібно приєднати додатковий опір $R_д$ (рис. 48.4).

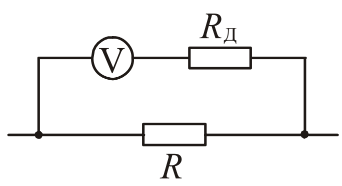


Рисунок 48.4

Наведемо приклад розрахунку додаткового опору. Вольтметр має опір R_V і розрахований на напругу U_0. Потрібно розширити межі вимірювання, тобто зробити можливим вимірювання напруг в n разів більших, ніж вказано на шкалі приладу:

$$U = nU_0$$

Без зовнішнього додаткового опору межа вимірювань вольтметра дорівнює U_0. Струм, що відхиляє стрілку вольтметра на всю шкалу, визначається за законом Ома:

$$I = \frac{U_0}{R_V}.$$

При підключенні додаткового опору межа вимірювання буде дорівнювати nU_0, а загальний опір виявиться рівним $R_V + R_д$.

Отже

$$I = \frac{nU_0}{R_V + R_д}.$$

У першому і в другому випадках струми однакові. На підставі цього можна записати:

$$\frac{U_0}{R_V} = \frac{nU_0}{R_V + R_д},$$

або

$$R_д = R_V(n - 1). \qquad (48.3)$$

Таким чином, додатковий опір має бути в (n–1) разів більше від опору вольтметра.

3. Для регулювання сили струму в колі і напруги використовують реостат з ковзним контактом.

а). Для регулювання сили струму реостат вмикається в коло послідовно (рис. 48.5).

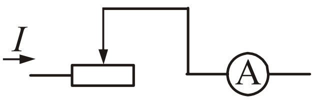


Рисунок 48.5

Практична порада: *перед початком вимірювань реостат включають (вводять) повністю.* На рис. 48.5 це відповідає крайньому правому положенню ковзного контакту.

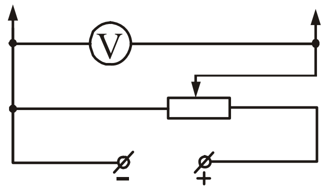


Рисунок 48.6

б). Для регулювання напруги реостат вмикається паралельно джерелу (рис. 48.6). У цьому випадку його називають потенціометром або дільником напруги. ***Практична порада:*** *перед початком вимірювань потенціометр виводять на нуль.* На рис. 48.6 це відповідає крайньому лівому положенню ковзного контакту.

48.2 *Основні характеристики приладів*

Якість приладів електровимірювань визначається їх чутливістю, класом точності, межами вимірювань, рівномірністю шкали і т.д.

1. ***Чутливість*** – це відношення лінійного або кутового $\Delta\alpha$ переміщення стрілки приладу до зміни Δx величини, яка вимірюється, що обумовила це переміщення:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta x}.$$

Приклад: Межа вимірювань міліамперметра 150 мА, шкала має 75 розподілів.

$$S = \frac{75}{150} = 0{,}5\,\left(\frac{\text{розпод}}{\text{мА}}\right).$$

2. ***Ціна розподілу*** приладу – це значення зміни Δx величини, що вимірюється, яка обумовлює відхилення покажчика приладу на один розподіл:

$$C = \frac{\Delta x}{\Delta \alpha}.$$

Приклад: Межа вимірювання вольтметра 3 В, шкала має 150 розподілів.

$$C = \frac{3}{150} = 0{,}02\ (\frac{\text{В}}{\text{розпод}}).$$

3. ***Клас точності*** приладу визначається максимальною помилкою приладу, вираженою у відсотках від повної величини шкали. Клас точності вказується на шкалі приладу (цифра у кружалку на шкалі приладу). Існують такі класи точності: 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 та ін. У приладів з високим класом точності шкала, як правило, дзеркальна.

Так, наприклад, амперметр класу 1,5 з повною шкалою 1 А вимірює струм, що проходить через нього з помилкою, що не перевершує $\frac{1{,}5}{100} \cdot 1\ \text{А} = 0{,}015\ \text{А}$. Помилка 0,015 А складає невелику частку від виміряного струму лише при вимірюванні струмів порядку 1 А, тобто при відхиленні стрілки на всю шкалу. При відхиленні стрілки на 1/2 шкали помилка складе вже 3% від величини, що вимірюється, а при вимірюванні ще менших струмів може скласти 10% або навіть 20% від величини струму, що вимірюється. Тому рекомендується обирати такий прилад, на якому струм, що вимірюється, викличе відхилення більше, ніж на половину шкали.

- **Зверніть увагу!**

У двох смислових значеннях використовують терміни:

Заряд – а) заряджене тіло або частинка; б) невід'ємна властивість деяких елементарних частинок (електронів, протонів, та ін.), що визначає їх взаємодію із зовнішнім електромагнітним полем.
Опір – а) структурний елемент електричного кола (у вигляді закінченого елемента), основне призначення якого – чинити опір електричному струму з метою регулювання струму і напруги; б) скалярна фізична величина, що характеризує властивість провідника протидіяти пропусканню електричного струму, яка дорівнює відношенню напруги U на кінцях провідника до сили струму I, що протікає по ньому.
Електрична провідність (електропровідність) – а) здатність речовини проводити постійний електричний струм під дією електричного поля, що не змінюється в часі; б) величина, зворотна електричному опору.

Термін застосовується до об'єктів, до яких його застосовувати не можна

Електрорушійна сила (ерс) – величина, яка дорівнює відношенню роботи, що виконується сторонніми силами при переміщенні заряду, до величини цього заряду. Електрорушійна сила є характеристикою джерел струму і не має нічого спільного з терміном «сила» з курсу механіки.
Сила струму – скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює заряду, що протікає через переріз провідника за одиницю часу. Термін не має нічого спільного з терміном «сила» з курсу механіки.

Одне і те ж поняття називається різними термінами

Електростатична індукція – електричне зміщення.

***Розрізняйте наступні, близькі за звучанням, терміни*:**

Напруженість електричного поля – векторна фізична величина, силова характеристика електричного поля, що чисельно дорівнює силі, яка діє на одиничний позитивний заряд, поміщений в дану точку поля.
Напруга – скалярна фізична величина, яка дорівнює відношенню повної роботи, що виконується електростатичними і сторонніми силами під час переміщення заряду, до величини цього заряду.

- **Після вивчення розділу «Електростатика. Постійний струм» студент повинен *ЗНАТИ*:**

***Сутність понять*:**
Заряд, точковий заряд. Електричне поле, лінії напруженості електричного поля (силові лінії), еквіпотенціальні поверхні. Діелектрик, провідник, диполь. Відокремлений провідник, конденсатор.
Струм. Джерело струму, резистор. Однорідна ділянка кола, неоднорідна ділянка кола. Вузол, розгалужене коло. Вольт-амперна характеристика. Паралельне і послідовне з'єднання, шунт, додатковий опір.

***Визначення фізичних величин, їх одиниці вимірювання і формули, за якими розраховуються величини*:**

Заряд. Напруженість електричного поля, потенціал, різниця потенціалів. Лінійна густина заряду, поверхнева густина заряду. Діелектрична проникність середовища, діелектрична сприйнятливість. Дипольний момент, поляризованість. Електроємність.
Сила струму, густина струму. Напруга, електрорушійна сила. Опір, питомий опір, провідність, питома провідність, температурний коефіцієнт опору.

***Закони*:**

Закон Кулона. Принцип суперпозиції полів. Закон Ома: для однорідної ділянки кола; для неоднорідної ділянки кола; для замкнутого кола, що містить ерс; в диференціальній формі. Закони Кірхгофа. Закон Джоуля – Ленца.

***Теореми*:**

Теорема Гаусса для електростатичного поля.

***Явища*:**

Поляризація діелектриків.

***Формули*:**

Зв'язок між напруженістю і потенціалом для однорідного і неоднорідного електростатичного поля. Напруженість і потенціал поля точкового заряду. Напруженість поля нескінченно довгої тонкої рівномірно зарядженої нитки, нескінченної рівномірно зарядженої площини.
Електроємність відокремленої кулі. Електроємність плоского, сферичного і циліндричного конденсаторів. Енергія електричного поля, об'ємна густина енергії електричного поля.
Залежність опору від температури, розрахунок опору однорідного провідника за його геометричними розмірами. Робота і потужність постійного струму.

***Графіки*:**

Залежність поляризованості ізотропних діелектриків від напруженості електричного поля. Вольт-амперна характеристика провідника. Залежність опору від температури.

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ»

Інструкція. Даний тест призначений для перевірки знань за темою "*Електростатика. Постійний електричний струм*" . Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю кодів. Якщо Ви дали

1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
2) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
3) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
4) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли навчальний матеріал. Прочитайте його ще раз.

1. Електростатичне поле у вакуумі може бути створено:
   1. Нерухомими електричними зарядами
   2. Намагніченими тілами
   3. Електричними зарядами, що рухаються
   4. Електричними струмами
   5. Змінними магнітними полями
2. Які з перерахованих властивостей має електростатичне поле?
   1. Надає силову дію на матеріальні тіла.
   2. Надає силову дію на заряджені частинки або тіла.
   3. Надає силову дію на провідники із струмом.
   4. Володіє енергією.
   5. Обумовлено магнітним полем, що змінюється в часі.
3. Яке з перерахованих нижче тверджень носить назву закону збереження електричного заряду?
   1. Заряд будь-якого тіла є цілим кратним елементарному заряду: $q = \pm Ne$.
   2. Алгебрична сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною сталою: $q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const}$.
   3. Електричні заряди не можуть зникати і виникати знов.
   4. В електричне замкненій системі число позитивних зарядів дорівнює числу негативних зарядів.
4. В чому полягає принцип суперпозиції електричних полів?
   1. Напруженість поля системи зарядів дорівнює алгебричній сумі напруженості полів, які створював би кожний із зарядів окремо: $E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n$.
   2. Напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створював би кожний із зарядів окремо: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$.
   3. Напруженість електричного поля рівна відношенню сили, що діє на заряд, до величини заряду: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$.
5. Як слід змінити відстань між точковими зарядами, щоб сила взаємодії між ними зменшилася в 2 рази?
   1. Збільшити в $\sqrt{2}$ раз
   2. Зменшити в $\sqrt{2}$ раз

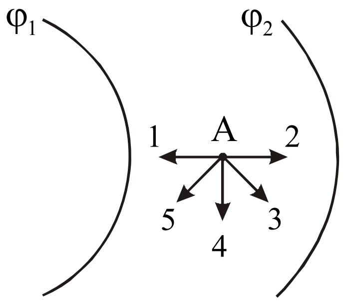
3. Збільшити в 4 рази 4. Збільшити в $\sqrt{3}$ раз
5. Зменшити в $\sqrt{3}$ раз

6. Як зміниться сила взаємодії двох точкових зарядів при перенесенні їх з середовища з відносною діелектричною проникністю ε у вакуум (відстань між зарядами залишається незмінною, $r = \text{const}$) ?
   1. Збільшиться в ε раз 2. Зменшиться в ε раз
   3. Зменшиться в $\varepsilon_0\varepsilon$ раз 4. Збільшиться в $\varepsilon_0\varepsilon$ раз
   5. Збільшиться в $4\pi\varepsilon_0\varepsilon$ раз 6. Не зміниться.
7. Яка з формул є визначенням напруженості електричного поля?
   1. $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ 2. $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$ 3. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n$.
8. Вкажіть формулу, за якою розраховується напруженість електричного поля точкового заряду.
   1. $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ 2. $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$ 3. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n$.
9. Вкажіть формулу, за якою розраховується напруженість електричного поля, створюваного нескінченно довгою зарядженою ниткою.
   1. $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r}$ 2. $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$ 3. $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
10. Вкажіть формулу, за якою розраховується напруженість електричного поля, створюваного нескінченною рівномірно зарядженою площиною.
    1. $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r}$ 2. $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$ 3. $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
11. Як зміниться напруженість електричного поля між двома рівномірно зарядженими пластинами, якщо поверхневу густину заряду цих пластин збільшити в 3 рази? Пластини заряджені різнойменними зарядами.
    1. Збільшиться в 3 рази 2. Збільшиться в 9 разів
    3. Зменшиться в 3 рази 4. Зменшиться в 9 разів
    5. Залишиться незмінною
12. Чисельне значення потенціалу в даній точці електростатичного поля визначається …
    1) потенціальною енергією одиничного позитивного заряду, поміщеного в дану точку поля.
    2) потенціальною енергією будь-якого «пробного заряду», поміщеного в дану точку поля.
    3) роботою, виконаною при переміщенні одиничного позитивного заряду з нескінченності в дану точку поля.
    4) силою, діючої на одиничний позитивний заряд, поміщений в дану точку поля.
    5) силою, діючої на будь-який «пробний заряд», поміщений в дану точку поля.

13. Чисельне значення різниці потенціалів двох точок електростатичного поля визначається ...
    1) різницею потенціальних енергій, якими володіє одиничний позитивний заряд в даних точках поля.
    2) середньою силою, з якою електростатичне поле діє на одиничний позитивний заряд в даних точках поля.
    3) різницею потенціальних енергій, якими володіє довільний заряд в даних точках поля.
    4) роботою, виконаною при переміщенні довільного заряду з однієї точки поля в іншу.
    5) роботою, виконаною при переміщенні одиничного позитивного заряду з однієї точки поля в іншу.
14. Вкажіть формулу, за якою розраховується потенціал електричного поля точкового заряду.

    1. $\varphi = \dfrac{q}{C}$ 2. $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r}$ 3. $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$ 4. $\varphi = \mathrm{const}$

15. Точка A розташована між двома еквіпотенціальними поверхнями з потенціалами $\varphi_1 = 2$ В і $\varphi_2 = 1$ В (поверхні зображені на рисунку кривими лініями). Вкажіть правильний напрям вектора напруженості електростатичного поля.



16. Точка A розташована між двома еквіпотенціальними поверхнями з потенціалами $\varphi_1 = 2$ В і $\varphi_2 = 1$ В (поверхні зображені на рисунку кривими лініями.). Вкажіть правильний напрям вектора grad φ.
17. Як взаємно розташовані еквіпотенціальні поверхні і лінії напруженості електростатичного поля?
    1. Перетинаються під кутом $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
    2. Ніде не перетинаються.
    3. Лінії напруженості направлені по дотичній до еквіпотенціальних поверхонь.
    4. Лінії напруженості перпендикулярні еквіпотенціальним поверхням.
18. Які з приведених формул виражають зв'язок між напруженістю і потенціалом?

    1. $\vec{E} = \dfrac{\varphi}{r^2}$ 2. $E_l = -\dfrac{d\varphi}{dl}$ 3. $\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi$ 4. $E = \dfrac{\Delta\varphi}{d}$

19. Що називають електричним диполем?
    1. Електричний диполь – це два однойменні електричні заряди, розділені діелектриком.
    2. Електричний диполь – це два різнойменні електричні заряди, розділені діелектриком.

3. Електричний диполь – це система двох однакових за величиною різнойменних точкових електричних зарядів, відстань між якими значно менше відстані до тих точок, в яких визначається поле системи.
4. Електричний диполь – це система двох однакових за величиною однойменних точкових електричних зарядів, відстань між якими значно менше відстані до тих точок, в яких визначається поле системи.

20. Діелектрична проникність ε середовища – це:
    1. Фізична величина, характеристика поля, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля в діелектрику більше, ніж у вакуумі.
    2. Фізична величина, характеристика поля, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля в діелектрику менше ніж у вакуумі.
    3. Фізична величина, характеристика речовини, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі більше, ніж в діелектрику.
    4. Фізична величина, характеристика речовини, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі менше ніж в діелектрику.
21. Електроємністю відокремленого провідника називається:
    1. Фізична величина, що дорівнює відношенню заряду провідника до його потенціалу.
    2. Фізична величина, що дорівнює відношенню потенціалу провідника до його заряду.
    3. Фізична величина, що дорівнює добутку заряду провідника на його потенціал.
22. Від чого залежить електроємність провідника?
    1. Від матеріалу провідника і його агрегатного стану.
    2. Від його лінійних розмірів і геометричної форми.
    3. Від питомого електричного опору матеріалу провідника.
    4. Від температури провідника.
23. Вкажіть формулу, за якою розраховується електроємність плоского конденсатора.

    1. $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2/R_1)}$ 2. $C = \dfrac{\varphi}{q}$ 3. $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ 4. $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 d}{S}$
24. Чому дорівнює відношення електроємності двох відокремлених провідних куль з радіусами, рівними R і $2R$?

    1. $\dfrac{C_1}{C_2} = 1$ 2. $\dfrac{C_1}{C_2} = 1$ 3. $\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{1}{2}$ 4. $\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{1}{4}$ 5. $\dfrac{C_1}{C_2} = 4$.
25. Як зміниться електроємність провідника при наближенні до нього іншого провідника?
    1. Не зміниться
    2. Збільшиться
    3. Зменшиться
    4. Збільшується тільки під час наближення, а потім стає колишньою.

26. Як зміниться електроємність плоского конденсатора, якщо площу збільшити в 2 рази, а відстань між ними зменшити в 6 разів?
    1. Збільшиться в 8 разів 2. Зменшиться в 8 разів
    3. Збільшиться в 3 рази 4. Зменшиться в 3 рази
    5. Збільшиться в 12 разів 6. Не зміниться.
27. Три конденсатори, електроємності яких рівні C_1, C_2 і C_3, сполучено послідовно. Які з перерахованих нижче умов справедливі?

1. $$q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \quad U_0 = U_1 = U_2 = U_3 \quad C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$
2. $$q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \quad U_0 = U_1 + U_2 + U_3 \quad C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$
3. $$q_0 = q_1 = q_2 = q_3 \quad U_0 = U_1 + U_2 + U_3 \quad \frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$
4. $$q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \quad U_0 = U_1 = U_2 = U_3 \quad \frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

28. Три конденсатори, електроємності яких рівні C_1, C_2 і C_3, сполучено паралельно. Які з перерахованих нижче умов справедливі?

1. $$q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \quad U_0 = U_1 = U_2 = U_3 \quad C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$
2. $$q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \quad U_0 = U_1 + U_2 + U_3 \quad C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$
3. $$q_0 = q_1 = q_2 = q_3 \quad U_0 = U_1 + U_2 + U_3 \quad \frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$
4. $$q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \quad U_0 = U_1 = U_2 = U_3 \quad \frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

29. Вкажіть формули, за якими розраховується енергія поля зарядженого конденсатора.

1. $W = \frac{CU^2}{2}$ 2. $W = \frac{qU^2}{2}$ 3. $W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ 4. $W = \frac{q^2}{2C}$

30. Вкажіть формулу, за якою розраховується об’ємна густина енергії електричного поля.

    1. $w = \frac{CU^2}{2}$ 2. $w = \frac{qU^2}{2}$ 3. $w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ 4. $w = \frac{q^2}{2C}$

31. Яка з формул є визначенням сили струму?

    1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $i = \frac{U}{R}$ 3. $i = \frac{\varepsilon}{R + r}$ 4. $i = \int_S jdS$

32. Яка з формул є визначенням густини струму?

1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $j = \frac{di}{dS}$ 3. $j = \frac{1}{\rho E}$ 4. $j = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$

33. Як зміниться густина струму в мідному провіднику, якщо струм в ньому збільшити в 3 рази, а площу поперечного перерізу зменшити в 2 рази?
    1. Зменшиться в 12 разів 2. Збільшиться в 3 рази
    3. Збільшиться в 12 разів 4. Збільшиться в 6 разів
    5. Зменшиться в 3 рази.
34. Яка з формул є визначенням електрорушійної сили?
    1. $\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$ 2. $\varepsilon = \frac{A^{\text{стор}}}{q}$ 3. $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ 4. $\varepsilon = \frac{1}{ne}\frac{Bi}{a}$
35. Вкажіть формулу, що виражає закон Ома для замкнутого кола, що містить джерело струму?
    1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $i = \frac{U}{R}$ 3. $i = \frac{\varepsilon}{R+r}$ 4. $P = i^2R$
36. Вкажіть формулу, що виражає закон Ома в диференціальній формі.
    1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $j = \frac{di}{dS}$ 3. $\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$ 4. $P = j^2R$
37. Вкажіть формулу, що виражає закон Ома для однорідної ділянки кола.
    1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $i = \frac{U}{R}$ 3. $i = \frac{\varepsilon}{R+r}$ 4. $P = i^2R$
38. Опір ділянки кола зменшили в 2 рази, а напругу збільшили в 3 рази. Як зміниться сила струму?
    1. Збільшиться в 6 разів 2. Зменшиться в 1,5 рази
    3. Збільшиться в 5 разів 4. Збільшиться в 3 рази
    5. Збільшиться в 1,5 рази 6. Не зміниться.

39. Опір провідника залежить …
    1) від ерс джерела, до якого підключений провідник.
    2) від сили струму в колі.
    3) від геометричних розмірів і матеріалу провідника.
    4) від різниці потенціалів на кінцях провідника.
40. Три провідники, опори яких R_1, R_2, R_3, сполучені послідовно. Які з перерахованих нижче тверджень справедливі?

1. $$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$ $$U_0 = U_1 = U_2 = U_3$$ $$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

2. $$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$ $$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$ $$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

3. $$I_0 = I_1 = I_2 = I_3$$ $$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$ $$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

4. $$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$ $$U_0 = U_1 = U_2 = U_3$$ $$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

41. Три провідники, опори яких R_1, R_2, R_3, сполучені паралельно. Які з перерахованих нижче тверджень справедливі?

1. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$, $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$, $R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

2. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$, $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$, $R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

3. $I_0 = I_1 = I_2 = I_3$, $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$, $R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

4. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$, $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$, $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

42. Вкажіть формулу залежності опору провідника від температури.

1. $R = \frac{U}{I}$ 2. $R = R_0(1 + \alpha t)$ 3. $R = R_0 e^{\alpha t}$ 4. $R = R_0 \alpha t$

43. Вкажіть формулу, за якою розраховується опір провідника.

1. $R = \rho \frac{l}{S}$ 2. $R = R_0(1 + \alpha t)$ 3. $R = \frac{I}{U}$ 4. $R = UI$

44. Вкажіть формулу залежності питомого електричного опору провідника від температури.

1. $\rho = \frac{1}{\sigma}$ 2. $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ 3. $\rho = \rho_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$ 4. $\rho = \rho_0 \alpha t$

45. Питомим опором провідника називається …

1) відношення напруги на ділянці кола до сили струму.
2) величина, зворотна опору ділянки кола.
3) добуток сили струму на опір.
4) опір провідника завдовжки 1 м, площею поперечного перерізу 1 м^2.
5) величина, зворотна питомій провідності ділянки кола.

46. Питомою провідністю ділянки кола називається …

1) відношення напруги на ділянці кола до сили струму.
2) величина, зворотна опору ділянки кола.
3) добуток сили струму на опір.
4) опір провідника завдовжки 1 м, площею поперечного перетину 1 м^2.
5) величина, зворотна питомому опору.

47. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин. *Приклад:* Сила – *F* – Н (ньютон).

Заряд, потенціал, лінійна густина заряду, поверхнева густина заряду, напруженість електричного поля, електроємність.

48. Вкажіть буквене позначення і одиницю вимірювання кожної з перерахованих величин. *Приклад:* Сила – *F* – Н (ньютон).

Сила струму, густина струму, напруга, опір, питомий опір, електрорушійна сила, провідність, питома провідність.

49. Вкажіть формули, за якими розраховується потужність електричного струму.

1. $P = IU$ 2. $P = \frac{U^2}{R}$ 3. $P = j^2\rho$ 4. $P = I^2R$

50. Вкажіть формули, що виражають закон Джоуля –Ленца.

1. $Q = I^2Rt$ 2. $Q = \int_0^t i^2(t)Rdt$ 3. $i = \frac{\varepsilon}{R + r}$ 4. $Q = \Delta U + A$

КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Електростатика. Постійний струм»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання о	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	1	11	1	21	1	31	1	41	4
2	2,4	12	1,3	22	2	32	2	42	2
3	2	13	1,5	23	3	33	4	43	1
4	2	14	2	24	3	34	2	44	2
5	1	15	2	25	2	35	3	45	4
6	1	16	1	26	5	36	3	46	5
7	1	17	4	27	3	37	2	47	–
8	2	18	2,3	28	1	38	1	48	–
9	1	19	3	29	1,4	39	3	49	1,2,4
10	3	20	3	30	3	40	3	50	1,2

ЧАСТИНА 4. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Розділ 13. Магнітне поле у вакуумі

Магнетизм – особлива форма взаємодії між електричними струмами, між електричними струмами та магнітами і між магнітами. Магнітні властивості характерні в тій чи іншій мірі для всіх без виключення тіл, тому при розгляді магнітних властивостей речовин введено загальний термін – ***магнетики.***

У самому загальному вигляді магнетизм можна визначити як особливу форму матеріальної взаємодії, що виникає між електричне зарядженими частинками, що рухаються. Передача магнітної взаємодії, що реалізує зв'язок, якій відбувається між просторово розділеними тілами, здійснюється магнітним полем. Магнітні поля існують в космічному просторі, вони впливають на рух заряджених частинок, що створюють космічне проміння. Широкий діапазон явищ магнетизму, що тягнеться від магнетизму елементарних частинок до магнетизму космічного простору, обумовлює його велику роль в науці і техніці.

§49 Магнітне поле

49.1 *Характеристики магнітного поля*

В 1820 році датський фізик Х. Ерстед* виявив, що магнітна стрілка, яка розташована паралельно прямолінійному провіднику, при пропусканні через нього сталого струму I прагне розташуватися перпендикулярно провіднику (рис. 49.1). При зміні напряму струму стрілка поверталася на 180°. Те ж саме відбувалося, коли стрілка переносилася вгору і розташовувалася над дротом.

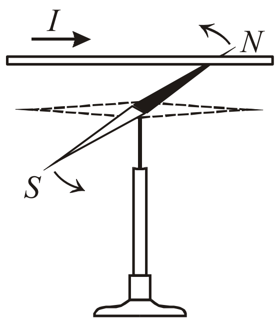


Рисунок 49.1

У тому ж році А. Ампер* встановив, що два провідники, які розташовані паралельно один одному, зазнають взаємне тяжіння при пропусканні через них струму в одному напрямі і відштовхуються, якщо струми мають протилежні напрями (рис. 49.2). Сила взаємодії провідників пропорційна величині струмів і обернено пропорційна відстані між ними:

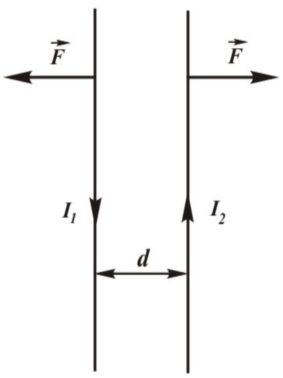


Рисунок 49.2

$$F \sim \frac{I_1 I_2}{d}$$

Якщо провідник зі струмом помістити між полюсами підковоподібного магніту, то він або втягуватиметься, або виштовхуватиметься з нього залежно від напряму струму (рис. 49.3). Сила дії з боку магнітного поля пропорційна силі струму і довжині провідника: $F \sim I \cdot l$.

*Эрстед Ханс Крістіан (1777–1851), датський фізик.

*Ампер Андре Марі (1775–1836), французький фізик, математик і хімік.

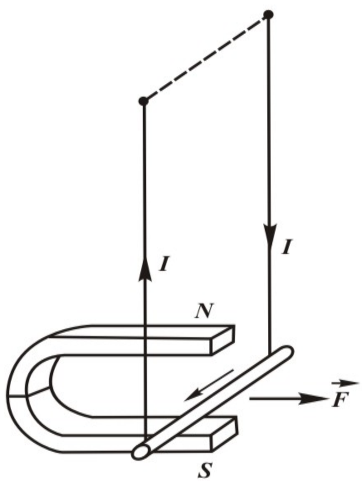


Рисунок 49.3

Таким чином, експерименти показали, що навколо провідників зі струмом і сталих магнітів існує ***магнітне поле***, яке виявляється через силову дію на інші провідники зі струмом, сталі магніти, електричні заряди, що рухаються. На відміну від електричного поля магнітне поле не діє на заряд, що покоїться.

Для характеристики здатності магнітного поля виявляти силову дію на провідники зі струмом вводиться фізична величина, яка названа ***вектором магнітної індукції.***

Магнітне поле досліджують за допомогою замкненого контуру зі струмом. Контур повинен мати малі розміри в порівнянні з відстанями, на яких магнітне поле помітно змінюється. Це може бути дротяна рамка довільної форми (рис. 49.4 а). Провідники, що підводять, сплітають разом, щоб результуюча сила, що діє на них з боку магнітного поля, дорівнювала нулю.

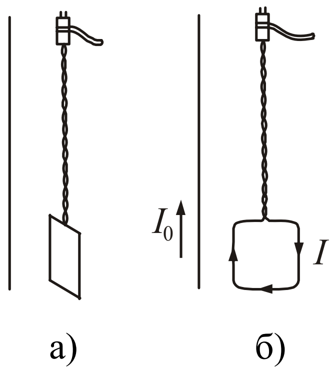


Рисунок 49.4

Розташуємо дріт на відстані, значно більшій за розміри рамки. Якщо пропускати струм через рамку і дріт, рамка повертається і розташовується так, що дріт опиняється в площині рамки (рис. 49.4 б). Як відомо з курсу механіки, тіло повертається під дією моменту сил. Якщо брати різні за площею рамки з різними струмами, то моменти сил, що діють на ці рамки в даній точці поля, будуть різними. Проте відношення максимального моменту сил до добутку сили струму в рамці на її площу буде для даної точки поля одним і тим же. Це відношення приймають як величину, що характеризує магнітне поле, і називають індукцією магнітного поля в даній точці.

Магнітна індукція ($\vec{B}$) *– це векторна фізична величина, яка є силовою характеристикою магнітного поля і чисельно дорівнює відношенню максимального обертаючого моменту $M_{\max}$, що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі, до добутку сили струму I в контурі на його площу S*:

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}. \tag{49.1}$$

З дослідів Ампера випливає, що на провідник зі струмом, який розміщений в магнітному поле, діє сила, яка пропорційна струму в провіднику і довжині провідника. Величина сили також залежить від орієнтації провідника в магнітному полі. Виявляється, що відношення максимальної сили, що діє на провідник зі струмом, до добутку сили струму на довжину провідника, для даної точки поля залишається сталим. Тому можна дати інше визначення магнітній індукції.

Магнітна індукція ($\vec{B}$) *– це векторна фізична величина, яка є силовою характеристикою магнітного поля і чисельно дорівнює відношенню максимального значення сили* $F_{\max}$*, що діє на провідник зі струмом, до добутку сили струму I в ньому на довжину провідника l*:

$$B = \frac{F_{\max}}{I\,l}. \tag{49.2}$$

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^2} = \text{Тл (тесла}^*\text{)}.$$

Окрім вектора магнітної індукції для характеристики магнітного поля використовують допоміжну величину $\vec{H}$, яку називають напруженістю магнітного поля. Магнітна індукція і напруженість зв'язані між собою співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \tag{49.3}$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала;

μ – відносна магнітна проникність середовища;

H – напруженість магнітного поля.

Магнітна проникність середовища μ – це фізична величина, яка показує, у скільки разів магнітна індукція поля в даному середовищі відрізняється від магнітної індукції поля у вакуумі. Для вакууму $\mu = 1$.

Напруженість магнітного поля $\vec{H}$ – це векторна величина, яка є кількісною характеристикою магнітного поля. Напруженість магнітного поля визначає той внесок в магнітну індукцію, який дають зовнішні джерела поля.

$[H] = \text{А/м}$.

49.2 *Графічне зображення магнітних полів*

Графічно магнітні поля можна зображати за допомогою ліній магнітної індукції (силових ліній магнітного поля).

Лінія, в будь-якій точці якої вектор магнітної індукції $\vec{B}$ спрямований по дотичній до неї, називається ***лінією магнітної індукції* (*силовою лінією магнітного поля*).**

Силові лінії креслять так, щоб їх густина була пропорційна модулю вектора $\vec{B}$ в даному місці.

Лінії індукції магнітного поля в жодній точці поля не обриваються, тобто вони завжди безперервні. Вони не мають ні початку, ні кінця. Цим силові лінії магнітного поля відрізняються від силових ліній електростатичного поля, які завжди починаються і закінчуються на електричних зарядах або йдуть в нескінченність. Векторне поле, що має безперервні силові лінії, називається ***вихровим полем***. Магнітне поле – це вихрове поле.

*Тесла Никола (1856–1943), американський учений, фізик, інженер. Серб за походженням.

Лінії індукції прямого провідника із струмом є колами, що лежать в площині, перпендикулярній до провідника. Центри кіл знаходяться на осі провідника (рис. 49.5) Напрям ліній індукції магнітного поля визначається за мнемонічним *правилом буравчика*: напрям ліній індукції співпадає з напрямом ручки буравчика, який угвинчують уподовж напрями струму.

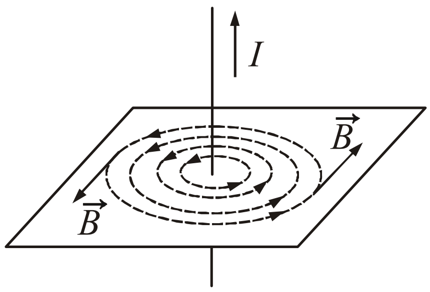


Рисунок 49.5

Лінії індукції кругового струму представлені на рис. 49.6. Лінії індукції поля, створюваного постійним магнітом – на рис. 49.7.

Якщо у всіх точках деякої частини простору вектор магнітної індукції $\vec{B}$ не змінює свого напряму і чисельного значення, те магнітне поле в цій частині простору називається однорідним. У протилежному випадку магнітне поле є неоднорідним.

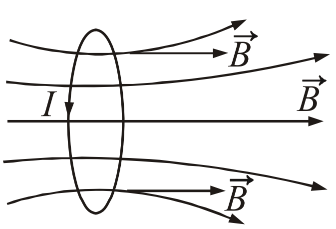


Рисунок 49.6

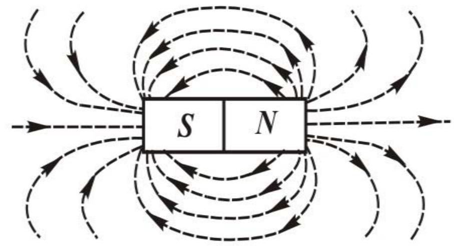


Рисунок 49.7

§50 Розрахунок магнітних полів. Закон Біо – Савара – Лапласа

50.1 *Закон Біо – Савара – Лапласа*

У 1820 році французькі вчені Біо* і Савар* провели дослідження магнітних полів струмів, що протікали по тонким провідникам різної форми. Лаплас* проаналізував експериментальні дані і отримав співвідношення, яке дозволяє визначити магнітну індукцію $d\vec{B}$ поля, створюваного елементом струму. Під елементом струму розуміють добуток струму I на елемент довжини $d\vec{l}$ провідника.

Згідно із законом Біо – Савара – Лапласа індукція $d\vec{B}$ магнітного поля, створюваного елементом струму $Id\vec{l}$ в довільній точці А, визначається виразом:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}, \qquad (50.2)$$

*Био Жан Батист (1774–1862), французький фізик.
*Савар Фелікс (1791–1841), французький фізик.
*Лаплас Пьер Симон (1749–1827), французький астроном, математик і фізик.

де α – кут між напрямами елемента струму і радіус-вектора $\vec{r}$, що йде від елемента струму до точки, в якій визначається індукція (рис. 50.1).

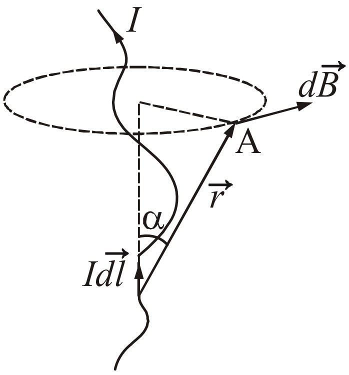


Рисунок 50.1

Аналогічні формули можна записати для напруженості магнітного поля:

$$d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}, \tag{50.3}$$

$$dH = \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2}. \tag{50.4}$$

Магнітне поле будь-якого струму може бути обчислено як векторна сума полів, створюваних елементарними ділянками струмів:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

Якщо магнітне поле створюється системою провідників із струмами, то індукція результуючого поля в будь-якій його точці дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, створюваних кожним струмом окремо:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + ... + \vec{B}_n.$$

Це твердження носить назву принципу суперпозиції полів.

Застосуємо закон Біо – Савара – Лапласа для розрахунку полів, створюваних провідниками правильної геометричної форми у вакуумі.

50.2 *Приклади розрахунку магнітних полів*

1. ***Поле прямого струму.*** Всі елементи струму прямолінійного провідника дають співспрямовані вектори $d\vec{B}$ (для наведеного на рис. 50.2 напряму струму вектори $d\vec{B}$ направлені перпендикулярно до площини креслення до нас). Векторне складання можна замінити скалярним:

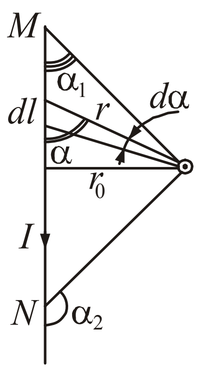


Рисунок 50.2

$$B = \int_l dB = \int_l \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}. \tag{50.5}$$

Приведемо підінтегральний вираз до однієї змінної α. З рис. 50.2 випливає, що

$$r = \frac{r_0}{\sin\alpha}, \qquad dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Отримані вирази підставимо у формулу (50.5):

$$B=\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{r_0 d\alpha\sin^3\alpha}{\sin^2\alpha\, r_0^2}=\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\alpha\, d\alpha\,.$$

Інтегрування дає співвідношення:

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2\right). \qquad (50.6)$$

Кути α_1 і α_2 позначені на рис. 50.2.

Розглянемо провідник нескінченної довжини. Практично це виконується за умови $r_0 << l$. Отримаємо вираз для індукції магнітного поля, створюваного нескінченно довгим провідником. У цьому випадку можна вважати, що $\alpha_1=0$, $\alpha_2=\pi$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos 0-\cos\pi\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}2\,,$$

тобто

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}, \qquad (50.7)$$

де r_0 – відстань від провідника із струмом до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Аналогічну формулу можна записати для напруженості магнітного поля:

$$H=\frac{I}{2\pi r_0}. \qquad (50.8)$$

2. ***Поле кругового струму на його осі.*** Знайдемо індукцію магнітного поля $\vec{B}$ в точці А, розташованої на осі кругового струму радіусу *R*, на відстані *x* від його центру (рис. 50.3).

Індукція $d\vec{B}$ поля, створеного елементом струму $Id\vec{l}$, згідно із формулою (50.2):

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}.$$

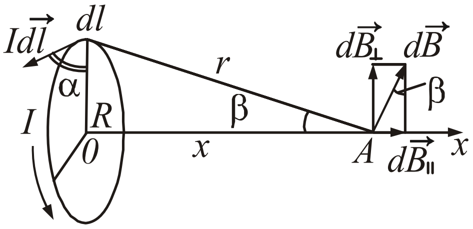


Рисунок 50.3

Розкладемо вектор $d\vec{B}$ на дві складові: $d\vec{B}_\parallel$ – направлену вздовж осі $0x$ і $d\vec{B}_\perp$ – перпендикулярну до неї.

$$\vec{B}=\int_l d\vec{B}_\parallel+\int_l d\vec{B}_\perp\,.$$

При підсумовуванні полів всіх елементів струму по довжині кола складові $d\vec{B}_{\perp}$ в сумі дадуть нуль, тобто

$$\int_l d\vec{B}_{\perp} = 0 .$$

Вектори $d\vec{B}_{||}$ співнаправлені, тому векторну суму замінимо скалярною:

$$B = \int_l dB_{||} = \int_l dB \sin\beta .$$

З рис. 50.3 знаходимо

$$r^2 = R^2 + x^2 , \qquad \sin\beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} .$$

Підставивши отримані співвідношення і враховуючи, що $\sin\alpha = 1$, маємо:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl\, R}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} .$$

Інтегруючи по dl і враховуючи те, що $\int_l dl = l = 2\pi R$, отримаємо:

$$B = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IdlR}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0\, I\, 2\pi R^2}{4\pi\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} ,$$

$$B = \frac{\mu_0\, I R^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} . \qquad (50.9)$$

Аналогічну формулу можна записати для напруженості магнітного поля:

$$H = \frac{IR^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} . \qquad (50.10)$$

При x =0 отримаємо вираз для розрахунку індукції в центрі кругового струму:

$$B = \frac{\mu_0\, I}{2R} . \qquad (50.11)$$

Напруженість магнітного поля в центрі кругового струму:

$$H = \frac{I}{2R} . \qquad (50.12)$$

3. ***Поле соленоїда кінцевої довжини.*** Соленоїд є дротом, закрученим на круглий циліндричний каркас. На рис. 50.4 показано переріз соленоїда. Магнітна індукція $\vec{B}$ поля соленоїда кінцевої довжини дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій $\vec{B}_i$ полів всіх витків цього соленоїда:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i \, , \qquad (50.13)$$

Усередині соленоїда напрям індукції $\vec{B}$ співпадає з напрямом осі.

Використовуючи формули (50.9) і (50.13), можна отримати формулу для розрахунку індукції магнітного поля в довільній точці А, що лежить на осі соленоїда кінцевої довжини:

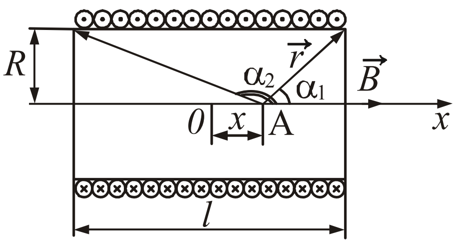


Рисунок 50.4

$$B = \frac{\mu_0 In}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \qquad (50.14)$$

де $n = \frac{N}{l}$ – число витків на одиницю довжини соленоїда (густина намотування);
α_1 і α_2 – кути, під якими з точки А видні кінці соленоїда (рис. 50.4).

Напруженість магнітного поля в довільній точці на осі соленоїда кінцевої довжини

$$H = \frac{In}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (50.15)$$

У вченні про електромагнетизм велику роль грає уявний нескінченно довгий соленоїд. Причина цього полягає в тому, що поле такого соленоїда однорідне і обмежено об'ємом соленоїда (аналогічно електричне поле нескінченного плоского конденсатора однорідне і обмежено об'ємом конденсатора). Соленоїд вважається нескінченно довгим, якщо $l >> R$. Для нескінченно довгого соленоїда $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Тоді:

$$B = \frac{\mu_0 In}{2}(\cos 0 - \cos\pi) = \frac{\mu_0 In}{2} \cdot 2 = \mu_0 In.$$

$$B = \mu_0 In. \qquad (50.16)$$

Відповідно, напруженість магнітного поля усередині нескінченно довгого соленоїда:

$$H = In. \qquad (50.17)$$

§51 Закони магнітного поля

51.1 *Магнітний потік*

Потоком вектора магнітної індукції або магнітним потоком* (*dΦ*) *крізь площадку* dS *називається скалярна фізична величина

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = BdS\cos\alpha\,, \qquad (51.1)$$

де $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ – одиничний вектор нормалі до площадки;

α – кут між напрямом нормалі $\vec{n}$ і вектором магнітної індукції $\vec{B}$ (рис. 51.1).

$[\Phi] = \text{Тл}\cdot\text{м}^2 = \text{Вб}$ (вебер*).

Магнітний потік крізь довільну поверхню *S* дорівнюватиме:

$$\Phi = \iint_S \vec{B}d\vec{S}\,. \qquad (51.2)$$

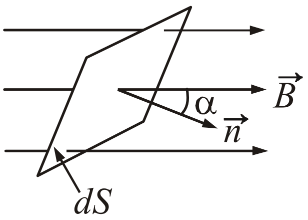


Рисунок 51.1

Якщо поле однорідне $(\vec{B} = \text{const})$, а поверхня плоска, то

$$\Phi = BS\cos\alpha\,. \qquad (51.3)$$

51.2 *Теорема Гаусса для магнітного поля*

Теорема Гаусса* для магнітного поля є узагальненням дослідних даних. Вона формулюється так:

Потік вектора магнітної індукції $\vec{B}$ ***крізь будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю*:**

$$\oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0\,. \qquad (51.4)$$

Теорема Гаусса відображає той експериментальний факт, що лінії вектора $\vec{B}$ не мають ні початку, ні кінця. Тому число ліній вектора $\vec{B}$, що виходять з будь-якого об’єму, обмеженого *замкненою* поверхнею *S*, завжди рівно числу ліній, що входять в цей об’єм.

Закон (51.4) виражає також і той факт, що в природі не існують одиничні магнітні заряди, на яких починалися б або закінчувалися лінії вектора $\vec{B}$.

51.3 *Циркуляція вектора магнітної індукції. Закон повного струму*

Циркуляцією вектора магнітної індукції $\vec{B}$ за замкненим контуром *l* називається інтеграл вигляду:

*Вебер Вільгельм Едуард (1804–1891), німецький фізик.

*Гаусс Карл Фрідріх (1777–1855), німецький математик, астроном і фізик.

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l Bdl\cos\left(\vec{B}, d\vec{l}\right), \tag{51.5}$$

де l – замкнений контур довільної форми

$d\vec{l}$ – вектор елементарної довжини контуру, спрямований за напрямом обходу контуру.

Згідно із законом повного струму:

***Циркуляція вектора магнітної індукції $\vec{B}$ у вакуумі за довільним замкненим контуром l дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебричну суму струмів, охоплюваних цим контуром*:**

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k , \tag{51.6}$$

де N – кількість провідників із струмом, охоплюваних контуром l довільної форми.

Закон справедливий для провідників із струмом будь-якої форми і будь-яких розмірів. При обчисленні алгебричної суми струмів струм вважається позитивним, якщо його напрям пов'язаний з напрямом обходу контуру правилом правого гвинта. Струм протилежного напряму вважається від'ємним.

Закон повного струму можна записати для напруженості магнітного поля:

***Циркуляція вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$ за довільним замкненим контуром дорівнює алгебричній сумі струмів, охоплюваних цим контуром*:**

$$\oint_l \vec{H}d\vec{l} = \sum_{k=1}^{N} I_k . \tag{51.7}$$

Закон повного струму відграє приблизно ту ж роль, що і теорема Гаусса для вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$. Ми знаємо, що магнітне поле визначається всіма струмами, а циркуляція вектора $\vec{B}$ тільки тими струмами, які охоплює даний контур. За наявності симетрії теорема про циркуляцію дозволяє дуже просто знаходити $\vec{B}$. Це буває в тих випадках, коли обчислення циркуляції вектора $\vec{B}$ можна звести до добутку B на довжину контуру або його частину, розумно вибравши контур. Якщо цього немає, то розрахунок доводиться проводити іншими способами, наприклад, за допомогою закону Біо – Савара – Лапласа або шляхом розв'язання відповідних диференціальних рівнянь, і розрахунок стає значно складнішим.

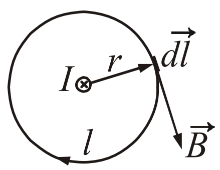


Рисунок 51.2

Приклад: розрахунок індукції магнітного поля, створюваного нескінченно довгим прямолінійним провідником із струмом.

Як контур виберемо коло радіусу r (рис. 51.2), що співпадає з лінією магнітної індукції (струм I йде від нас за креслення). Запишемо закон повного струму:

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l Bdl\cos\left(\vec{B}, d\vec{l}\right).$$

Кут між векторами $\vec{B}$ і $d\vec{l}$ дорівнює нулю, тобто $\cos 0 = 1$. Всередині обраного контуру знаходиться струм *I*. Тоді:

$$\int_l Bdl = \mu_0 I .$$

Оскільки замкнений контур обходу вибраний у вигляді кола, то для даної відстані *r* від дроту $B = \text{const}$. Після інтегрування отримаємо:

$$B\,2\pi r = \mu_0 I ,$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} . \qquad (51.8)$$

Отриманий результат співпадає з формулою (50.7).

§52 Дія магнітного поля на провідник зі струмом

52.1 *Закон Ампера*

Узагальнивши експериментальні дані стосовно дослідження дії магнітного поля на різні провідники із струмом, Ампер встановив, що ***сила*** $d\vec{F}$***, з якою магнітне поле діє на елемент струму, дорівнює векторному добутку елемента струму*** $Id\vec{l}$ ***на магнітну індукцію*** $\vec{B}$**.**

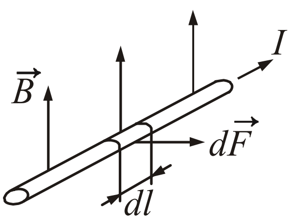


Рисунок 52.1

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} , \qquad (52.1)$$

$$dF = IBdl\sin\alpha , \qquad (52.2)$$

де α – кут між напрямом струму і вектором магнітної індукції $\vec{B}$ (рис. 52.1).

Напрям сили $d\vec{F}$ визначають за правилом векторного добутку. На практиці частіше застосовують мнемонічне правило лівої руки: якщо розташувати долоню лівої руки так, щоб вектор магнітної індукції входив в долоню, а чотири витягнуті пальці розташувати за напрямом струму, то відставлений на 90° великий палець вкаже напрям сили, що діє на провідник із струмом у магнітному полі (рис. 52.1).

Якщо провідник має кінцеві розміри, то

$$F = \int_l d\vec{F} = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B} . \qquad (52.3)$$

Приклади:

1. Сила, що діє на прямолінійний провідник зі струмом в однорідному магнітному полі (рис. 52.2).

   Для однорідного поля $\vec{B} = \text{const}$, тому

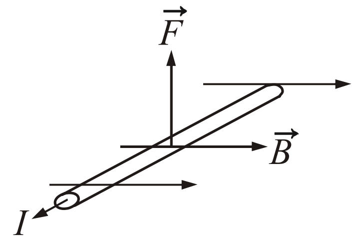


Рисунок 52.2

$$F = \int\limits_l I d\vec{l} \times \vec{B} = \int\limits_l IB \sin\alpha \, dl,$$

$$F = IBl \sin\alpha, \qquad (52.4)$$

де l – довжина провідника.

α – кут між напрямом струму і вектором магнітної індукції.

2. Сила взаємодії двох нескінченно довгих прямих струмів.

Розглянемо два паралельні струми I_1 і I_2, що знаходяться на відстані d один від одного (рис. 52.3). Із дослідів Ампера (див. §49) випливає, що

– паралельні струми одного напряму притягуються;

– паралельні струми протилежних напрямів відштовхуються.

Нехай довжина кожного провідника l. Кожний з провідників зі струмом знаходиться в магнітному полі струму іншого провідника. Сила, з якою другий струм діє на перший

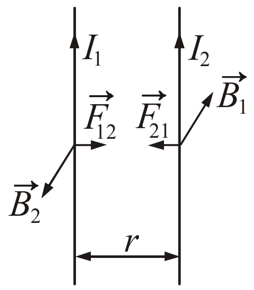


Рисунок 52.3

$$F_{12} = I_1 B_2 l \sin\alpha,$$

$$\alpha = 90^{\circ}, \ \sin 90^{\circ} = 1.$$

Оскільки провідники довгі, то

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$

Зробимо заміну, отримаємо

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l. \qquad (52.5)$$

Можна показати, що сила F_{21}, з якою перший струм діє на другий, рівна і протилежна силі F_{12}, з якою другий струм діє на перший.

Сила, що діє на одиницю довжини провідника:

$$F_l = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \qquad (52.6)$$

На підставі формули (52.6) дається визначення ***одиниці сили струму – ампер.***

Ампер *– це сила постійного струму, який під час проходження по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини і мізерно малого кругового перерізу, розміщених на відстані 1 м один від одного у вакуумі, утворює силу взаємодії між ними, яка дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ Н на кожний метр довжини провідника.*

52.2 *Робота, що виконується при переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі*

Розглянемо коло зі струмом, утворене нерухомими дротами і рухомим провідником завдовжки l, що ковзає по них (рис. 52.4). Коло знаходиться в однорідному магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$), що направлене перпендикулярно до площини креслення.

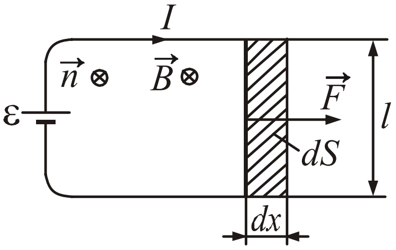


Рисунок 52.4

За законом Ампера на провідник діє сила $F = IBl$.

При переміщенні провідника на відстань dx ця сила виконує роботу

$$\delta A = Fdx = IBldx = IBdS, \tag{52.7}$$

де $dS = ldx$ – заштрихована площа (див. рис. 52.4).

Добуток BdS дає магнітний потік $d\Phi$ (див. формулу (51.1)). Зробимо заміну в (52.7), отримаємо

$$\delta A = I d\Phi, \tag{52.8}$$

де $d\Phi$ – магнітний потік через площу, яку перетинає провідник при русі.

Таким чином, робота, що виконується магнітною силою над провідником із струмом, дорівнює добутку сили струму на величину магнітного потоку через поверхню, перетнуту провідником при даному русі.

$$A = \int_1^2 I d\Phi. \tag{52.9}$$

Для I=const:

$$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1), \tag{52.10}$$

де $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – зміна магнітного потоку.

§53 Дія магнітного поля на контур зі струмом у магнітному полі

53.1 *Магнітний момент*

Магнітним моментом $(\vec{p}_m)$ ***плоского замкненого контуру зі струмом I називається векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює добутку струму I на площу контуру S*:**

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \tag{53.1}$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор позитивної нормалі до поверхні, обмеженої цим контуром. Позитивною називається нормаль, напрям якої пов’язаний з напрямом струму у контурі правилом правого гвинта. Тому напрям вектора $\vec{p}_m$ збігається з напрямом зовнішньої нормалі до площини S, встановленої в геометричний центр площини (рис. 53.1).

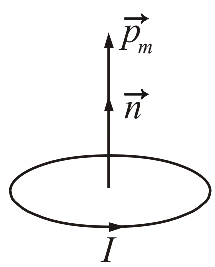


Рисунок 53.1

$[p_m] = \text{А} \cdot \text{м}^2$

Магнітний момент є дуже важливою характеристикою контуру із струмом. Цією характеристикою визначається як поле, створюване контуром, так і поведінка контуру в зовнішньому магнітному полі.

53.2 *Сила, яка діє на контур зі струмом у однорідному магнітному полі*

Розглянемо, як поводиться контур із струмом в однорідному магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$). За формулою (52.2) на елемент контуру діє сила

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}. \tag{53.2}$$

Результуюча цих сил є рівною

$$\vec{F} = \oint_l Id\vec{l} \times \vec{B}. \tag{53.3}$$

Постійні величини I і $\vec{B}$ можна винести за знак інтеграла:

$$\vec{F} = I\left(\oint_l d\vec{l}\right) \times \vec{B},$$

З курсу математики відомо, що $\oint_l d\vec{l} = 0$, тому $\vec{F} = 0$. Таким чином, результуюча сила, що діє на контур із струмом в однорідному магнітному полі, дорівнює нулю. Це справедливо для контурів будь-якої форми при довільному розташуванні контуру відносно поля.

53.3 *Обертальний момент, створюваний силами, прикладеними до контуру*

Розглянемо плоский контур, що знаходиться в однорідному магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$). Нехай контур орієнтований так, що лінії магнітної індукції паралельні площині контуру (рис. 53.2). На сторони 1–2 і 3–4 контуру діють сили $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{34}$:

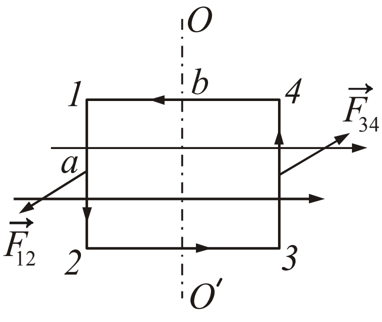


Рисунок 53.2

$$F_{12} = F_{34} = IBa, \tag{53.4}$$

де a – сторона 1–2 контуру.

Сили прикладені до протилежних сторін контуру, тому утворюють пару сил, момент якої дорівнює

$$M = F_{12}l, \tag{53.5}$$

У результаті контур обертається відносно осі OO’. На рис. 53.3 показаний вигляд контуру зверху. З рисунка виходить, що плече пари сил

$$l = b\sin\varphi,$$

де b – сторона 1–4 контуру;

φ – кут між напрямом вектора $\vec{B}$ і нормаллю $\vec{n}$ до контуру (рис. 53.3).

Замінивши в (53.5) F_{12} за формулою (53.4), отримаємо

$$M = IBab\sin\varphi. \tag{53.6}$$

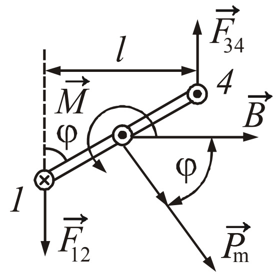


Рисунок 53.3

Добуток ab дає площу контуру S. Таким чином

$$M = IBS\sin\varphi. \tag{53.7}$$

Вираз (53.7) можна перетворити, скориставшись поняттям магнітного моменту. Замінивши добуток IS через магнітний момент, отримаємо

$$M = p_m B\sin\varphi. \tag{53.8}$$

Формулу (53.8) можна записати у векторній формі:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \tag{53.9}$$

Вектор обертального моменту $\vec{M}$ спрямований вздовж осі обертання ОО' так, що з його кінця обертання рамки під дією пари сил видно таким, що відбувається проти годинникової стрілки (рис. 53.3).

Якщо магнітне поле спрямоване перпендикулярно до площини контуру, то вектори $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$ будуть співспрямовані. У цьому випадку обертальний момент $\vec{M}$ (див. формулу (53.8)) дорівнює нулю.

Сили, які діють на різні елементи контуру, або розтягуватимуть його (рис. 53.4 а), або стискатимуть (рис. 53.4 б), залежно від напряму поля і струму.

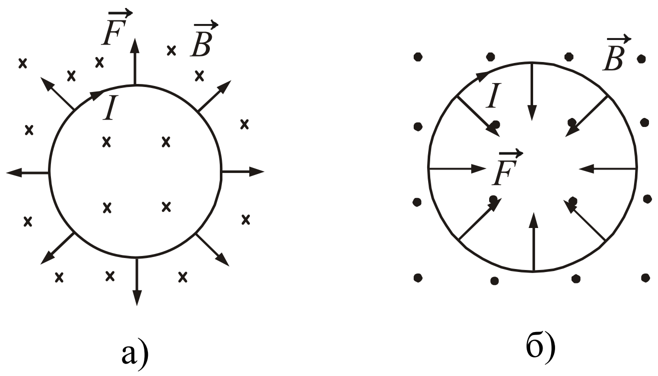


Рисунок 53.4

53.4 *Контур зі струмом у неоднорідному магнітному полі*

Розглянемо контур із струмом, що знаходиться в неоднорідному магнітному полі. Поле називається неоднорідним, якщо напрям і (або) чисельне значення вектора магнітної індукції змінюються, тобто $\vec{B} \neq \text{const}$. Припустимо, що поле швидше за все змінюється у напрямі осі $0x$, якій співпадає з напрямом $\vec{B}$ в тому місці, де розташований центр контуру.

Магнітний момент $\vec{p}_m$ контуру орієнтований за полем (рис. 53.5). Оскільки $\vec{B} \neq \text{const}$, вираз (53.2) може не бути рівним нулю. Сила $d\vec{F}$, яка діє на елемент контуру, перпендикулярна до $\vec{B}$, тобто лінії магнітної індукції в місці перетину її з $d\vec{l}$.

Результуюча сил, які прикладені до елементів контуру, спрямована у бік зростання $\vec{B}$ і, отже, втягує контур в область більш сильного поля. Якщо змінити напрям струму на протилежний ($\vec{p}_m$ буде спрямоване проти $\vec{B}$), то напрями всіх $d\vec{F}$ і їх результуюча $\vec{F}$ зміняться на зворотні. За умови такої орієнтації $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$ контур виштовхуватиметься з поля (рис. 53.6).

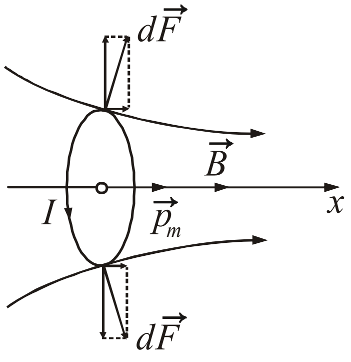


Рисунок 53.5

Величина сили, що втягує або виштовхує контур, визначається співвідношенням:

$$F_x = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos\alpha, \tag{53.10}$$

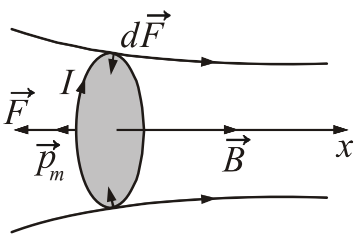


Рисунок 53.6

де p_m – магнітний момент контуру;

α – кут між векторами $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$;

$\dfrac{\partial B}{\partial x}$ – градієнт індукції магнітного поля – величина, що характеризує степінь неоднорідності поля, який чисельно дорівнює зміні індукції, що припадає на одиницю довжини.

Таким чином, в неоднорідному магнітному полі контур не тільки стискається (розтягується), але і втягується (виштовхується) в область неоднорідного поля.

§54 Робота, що виконується при обертанні контуру зі струмом у постійному магнітному полі

При повороті контуру на кут $d\varphi$ (див. рис. 53.3) виконується елементарна робота

$$\delta A = \vec{M} d\vec{\varphi} = M d\varphi \cos\left(\vec{M}, d\vec{\varphi}\right). \tag{54.1}$$

Оскільки

$$M = p_m B \sin\varphi,$$

а вектори $\vec{M}$ і $d\vec{\varphi}$ співспрямовані (при цьому $\cos(\vec{M}, d\vec{\varphi}) = 1$), то

$$\delta A = p_m B \sin\varphi d\varphi. \tag{54.2}$$

Робота, що виконується при повороті контуру на кінцевий кут від φ_1 до φ_2, визначається інтегруванням:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \delta A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} p_m B \sin\varphi \, d\varphi = -(p_m B \cos\varphi_2 - p_m B \cos\varphi_1). \tag{54.3}$$

З формули (54.3) можна зробити висновок, що робота з повороту контуру визначається лише його кінцевим і початковим положеннями.

Величина $-p_m B\cos\varphi$ має назву ***потенціальної енергії взаємодії контуру зі струмом з магнітним полем*** і позначається через $W_{\text{п}}$:

$$W_{\text{п}} = -p_m B\cos\varphi . \tag{54.4}$$

Вираз (54.4) можна записати як скалярний добуток векторів $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$:

$$W_{\text{п}} = -\vec{p}_m\vec{B} . \tag{54.5}$$

§55 Сила Лоренца

Магнітне поле діє не тільки на провідники із струмом, але і на окремі заряджені частинки, що рухаються в магнітному полі. Сила $\vec{F}_{\text{л}}$, що діє на електричний заряд, який рухається у магнітному полі, називається ***силою Лоренца****. Сила Лоренца розраховується за формулою:

$$\vec{F}_{\text{л}} = q\vec{v}\times\vec{B} . \tag{55.1}$$

Модуль сили Лоренца дорівнює:

$$F_{\text{л}} = qBv\sin\alpha , \tag{55.2}$$

де q – заряд частинки;
B – індукція магнітного поля, в якому рухається заряд;
v – швидкість заряду;
α – кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

Напрям сили Лоренца визначається за правилом векторного добутку. На практиці можна використовувати правило лівої руки (див. §52), при цьому треба враховувати знак заряду. Для негативних частинок напрям сили змінюється на протилежний.

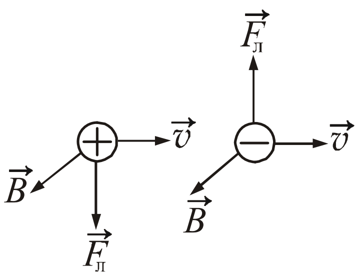


Рисунок 55.1

Взаємні розташування векторів $\vec{v}$, $\vec{B}$ і $\vec{F}_{\text{л}}$ для позитивного ($q>0$) і негативного ($q<0$) зарядів показані на рис. 55.1.

За допомогою сили Лоренца можна дати ще одне визначення магнітної індукції $\vec{B}$.

***Модуль вектора магнітної індукції в даній точці поля дорівнює максимальній силі Лоренца, що діє на одиничний позитивний заряд, який в даній точці рухається з одиничною швидкістю*:**

$$B = \frac{F_{\text{л}\max}}{qv} . \tag{55.3}$$

*Лоренц Хедрік Антон (1853–1928), нідерландський фізик.

Сила Лоренца спрямована завжди перпендикулярно швидкості руху зарядженої частинки і надає їй доцентрове прискорення. Не змінюючи модуля швидкості, а лише змінюючи її напрям, сила Лоренца не виконує роботи і кінетична енергія зарядженої частинки за умов руху в магнітному полі не змінюється.

Розглянемо окремі випадки.

1. Заряджена частинка влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям індукції. Під дією сили Лоренца заряджена частинка буде рухатися по колу сталого радіусу R (рис. 55.2).

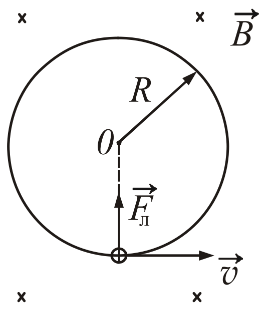


Рисунок 55.2

$$F_л = qBv, \tag{55.4}$$

($\sin\alpha = 1$, оскільки $\vec{v} \perp \vec{B}$).

За другим законом Ньютона:

$$F = ma_n, \tag{55.5}$$

де m – маса частинки.

Нормальне (доцентрове) прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Прирівняємо вирази (55.4) і (55.5), замінивши a_n:

$$qBv = m\frac{v^2}{R}.$$

Знайдемо радіус кола:

$$R = \frac{mv}{qB}. \tag{55.6}$$

Період обертання (час одного повного оберту):

$$T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{qB},$$

де $l = 2\pi R$ – довжина кола.

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \tag{55.7}$$

2. Заряджена частинка влітає в однорідне магнітне поле під кутом α до ліній магнітної індукції.

Розкладемо швидкість $\vec{v}$ частинки на дві складові (рис. 55.3): $\vec{v}_{\parallel}$ – паралельну вектору $\vec{B}$, і $\vec{v}_{\perp}$ – перпендикулярну вектору $\vec{B}$. Швидкість $\vec{v}_{\parallel}$ в магнітному полі не змінюється і забезпечує переміщення зарядженої частинки уздовж силової лінії. Швидкість $\vec{v}_{\perp}$ в результаті дії сили Лоренца змінюватиметься тільки за напрямом. Рух частинки можна розглядати як складання двох рухів:

рівномірного обертання по колу з швидкістю $\vec{v}_\perp$ і рівномірного переміщення уздовж поля з швидкістю $\vec{v}_{||}$. У результаті частинка буде рухатися по гвинтовій лінії.

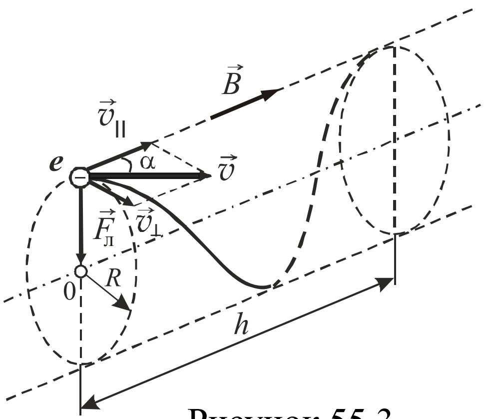


Рисунок 55.3

На підставі формули (55.6)

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv\sin\alpha}{qB}. \tag{55.8}$$

Крок h гвинтової лінії (відстань між сусідніми витками)

$$h = v_{||}T.$$

Замінивши T за формулою (55.7), отримаємо

$$h = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qB}. \tag{55.9}$$

Якщо на електричний заряд, що рухається, окрім магнітного поля індукцією $\vec{B}$ діє і електричне поле напруженістю $\vec{E}$, то результуюча сила $\vec{F}$, прикладена до заряду, дорівнюватиме векторній сумі сили $\vec{F}_э = q\vec{E}$ і сили Лоренца (55.1):

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}. \tag{55.10}$$

Вираз (55.10) також називають силою Лоренца, іноді – узагальненою силою Лоренца.

§56 Ефект Холла

Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, вмістити в перпендикулярне до неї магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямам струму і поля, виникає різниця потенціалів. Це явище було виявлене Е. Холлом* в 1879 році і називається ***ефектом Холла.***

Величина різниці потенціалів U залежить від струму I, індукції магнітного поля B і товщини пластинки b:

$$U_\text{H} = R_\text{H}\frac{IB}{b}, \tag{56.1}$$

де R_H – стала Холла. Її значення і знак визначаються природою провідника.

Напрями магнітної індукції $\vec{B}$, струму I вказані на рис. 56.1. Однією з основних причин ефекту Холла є відхилення носіїв заряду, що рухаються в магнітному полі, під дією сили Лоренца. Спостерігається ефект Холла у всіх провідниках і напівпровідниках, незалежно від матеріалу.

Для металів і домішкових напівпровідників з одним типом провідності стала Холла дорівнює:

*Холл Едвін Герберт (1855–1938), американський фізик.

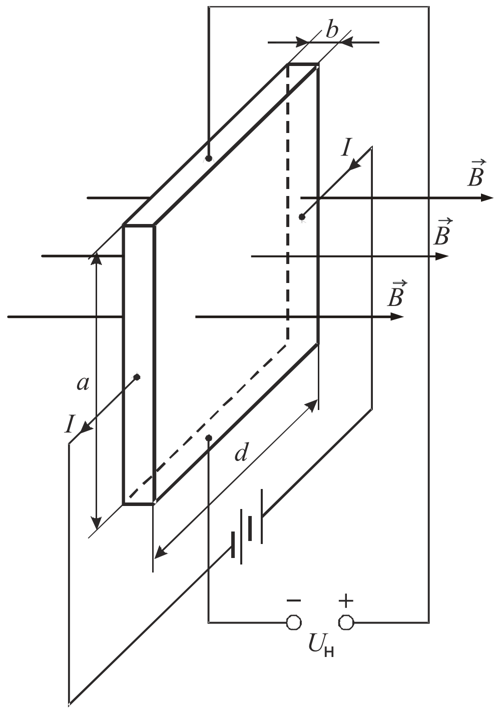


Рисунок 56.1

$$R_H = \frac{1}{nq}, \qquad (56.2)$$

де q – заряд;

n – концентрація носіїв заряду.

Вимірювання сталої Холла були виконані у дуже широкому інтервалі температур. Виявилося, що ***в металах*** стала Холла не залежить від температури, отже, і ***концентрація вільних електронів не залежить від температури.*** Це означає, що тепловий рух не грає ніякої ролі в утворенні вільних електронів в металах.

Значно складніші явища спостерігаються під час проведення досліду Холла з напівпровідниками: селеном, силіцієм, германієм, оксидами ряду металів і т.п. Стала Холла для них приблизно в 10^5 разів більше; електропровідність в 10^5 разів менше, приблизно в стільки ж разів менше і концентрація вільних електронів. Стала Холла напівпровідників із зростанням температури різко падає, отже, ***концентрація вільних електронів зростає під час збільшення температури напівпровідника.*** Другою характерною особливістю напівпровідників є те, що у деяких з них ефект Холла має протилежний знак – при таких же напрямах струму і індукції магнітного поля, як на рис. 56.1, нижня грань пластини заряджає позитивно. Це означає, що провідність здійснюється за рахунок руху позитивних зарядів.

Таким чином, ефект Холла є одним з ефективних методів дослідження носіїв заряду, особливо в напівпровідниках. Він дозволяє оцінювати концентрацію носіїв і визначати їх знак, судити про кількість домішок в напівпровідниках і характер хімічних зв’язків. Окрім цього ефект Холла застосовується для вимірювання величини магнітної індукції (датчики Холла), визначення величини сильних розрядних струмів.

Розділ 14. Магнітне поле в речовині

§57 Магнітне поле в речовині

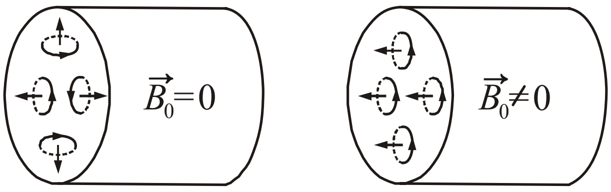
57.1 *Намагнічування магнетика*

Магнетик – термін, який використовується до всіх речовин при розгляді їх магнітних властивостей. Різноманітність типів магнетиків обумовлена відмінністю магнітних властивостей мікрочастинок, які створюють речовину, а також характером взаємодії між ними.

Експерименти показують, що всі речовини є магнетиками, тобто здатні під дією магнітного поля намагнічуватися. Для пояснення намагнічування тіл

А. Ампер висунув гіпотезу, згідно з якою в молекулах речовини циркулюють кругові (молекулярні) струми. Кожний такий струм має магнітний момент $\vec{p}_m$ і створює в навколишньому просторі магнітне поле. Магнітне поле намагніченого тіла складається з магнітних полів цих кругових струмів.

У ненамагнічуваному тілі всі елементарні струми розташовані хаотично (рис. 57.1 а), тому в зовнішньому просторі не спостерігається ніякого магнітного поля. Процес намагнічування тіла полягає в тому, що під впливом зовнішнього магнітного поля його елементарні струми в більшому або меншому ступені встановлюються паралельно один до одного (рис. 57.1 б). Сумарний магнітний момент магнетика стає відмінним від нуля.



а) б)

Рисунок 57.1

У речовині розрізняють два види струмів, що створюють магнітне поле – макроструми і мікроструми. Макрострумами називаються струми провідності. Мікрострумами (молекулярними) називаються струми, які обумовлені рухом електронів в атомах, молекулах і іонах. Магнітне поле в речовині є векторною сумою двох полів: зовнішнього магнітного поля, яке створюване макрострумами, і внутрішнього або власного магнітного поля, яке створюється мікрострумами.

Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ магнітного поля в речовині характеризує результуюче магнітне поле і дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій зовнішнього $\vec{B}_0$ і внутрішнього $\vec{B}'$ магнітних полів:

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0 . \qquad (57.1)$$

Первинним джерелом магнітного поля в магнетиках є макроструми. Їх магнітні поля є причиною намагнічування речовини, яка вміщена в зовнішнє магнітне поле.

Кількісно намагнічування характеризується вектором намагніченості.

Намагніченість ($\vec{J}$) – *векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює сумарному магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:*

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_{m_i} , \qquad (57.2)$$

де ΔV – фізично нескінченно малий об'єм, узятий поблизу даної точки;

$\vec{p}_{m_i}$ – магнітний момент однієї молекули.

$$[J] = \frac{\text{А}\cdot\text{м}^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{А}}{\text{м}} .$$

Одиниця вимірювання намагніченості співпадає з одиницею вимірювання напруженості магнітного поля.

57.2 *Класифікація магнетиків*

За характером залежності намагніченості $\vec{J}$ від напруженості магнітного поля $\vec{H}$ магнетики поділяються на три групи:

- діамагнетики;
- парамагнетики;
- феромагнетики.

Намагніченість ізотропних парамагнетиків і діамагнетиків, що знаходяться в слабих магнітних полях, прямо пропорційна напруженості магнітного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \tag{57.3}$$

де χ – ***магнітна сприйнятливість***. Магнітна сприйнятливість залежить від фізико-хімічних властивостей середовища. Для вакууму χ=0.

Безрозмірна величина

$$\mu = 1 + \chi \tag{57.4}$$

називається ***магнітною проникністю*** речовини. Вона є характеристикою магнітних властивостей речовини. Для вакууму μ=1.

57.3 *Діамагнетики. Парамагнетики*

1. ***Діамагнетики*** – речовини, у яких магнітна сприйнятливість χ від'ємна: χ<0. Чисельне значення χ знаходиться в межах $10^{-4} \div 10^{-5}$. Вектор намагніченості $\vec{J}$ діамагнетиків спрямований протилежно напряму напруженості $\vec{H}$ поля, що намагнічує. Якщо діамагнетик помістити в неоднорідне магнітне поле, то він виштовхується з поля.

Магнітна проникність діамагнетиків μ<1, але відмінність від одиниці невелика. До діамагнетиків відносяться інертні гази, водень, силіцій, вісмут, олово, мідь, цинк, вода, кварц і багато органічних сполук.

2. ***Парамагнетики*** – речовини, у яких магнітна сприйнятливість позитивна: χ>0. Чисельне значення χ знаходиться в межах $10^{-3} \div 10^{-4}$. Напрям намагніченості $\vec{J}$ парамагнетиків співпадає з напрямом напруженості $\vec{H}$ поля, що намагнічує. Парамагнетики втягуються в неоднорідне магнітне поле.

Магнітна сприйнятливість парамагнетиків залежить від температури і підпорядковується закону Кюрі:

$$\chi = \frac{C}{T}, \tag{57.5}$$

де C – стала Кюрі;
T – абсолютна температура.

Магнітна проникність парамагнетиків μ>1, але відмінність від одиниці дуже невелика. До парамагнетиків відносяться алюміній, манган, паладій, платина, розчини залізних і нікелевих солей, кисень, повітря та ін.

Потрібно особливо підкреслити, що для парамагнітних і діамагнітних речовин ***магнітна проникність*** μ ***не залежить*** від напруженості зовнішнього поля, що намагнічує, тобто є сталою величиною, що характеризує дану речовину.

57.4 *Феромагнетики*

Феромагнетики – речовини, які здатні мати намагніченість у відсутність зовнішнього магнітного поля. Свою назву вони отримали за найпоширенішим представником – залізом.

До феромагнетиків окрім заліза, належать нікель, кобальт, гадоліній, їх сплави і сполуки, деякі сплави і сполуки мангану і хрому з неферомагнітними елементами (наприклад, сплав, що містить 61% Cu, 24% Mn, 15% Al), а також сплави системи неодим-залізо-бор. Феромагнетики є сильномагнітними речовинами. Їх намагніченість у величезне число разів (до 10^{10}) перевершує намагніченість діа- і парамагнетиків, що належать до категорії слабомагнітних речовин.

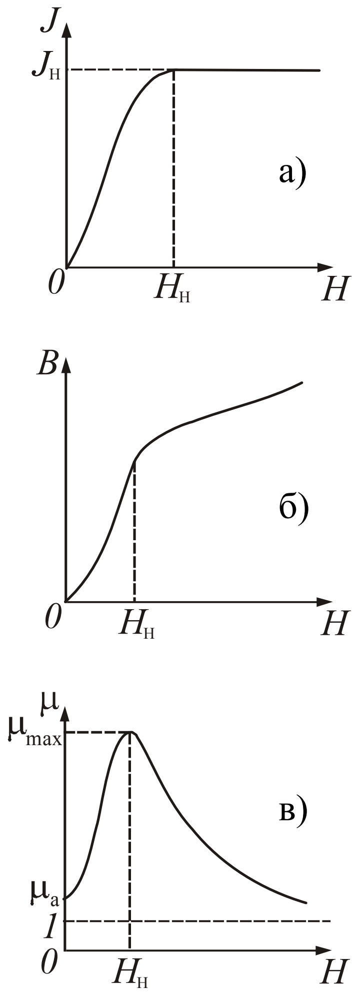


Рисунок 57.2

Феромагнетики мають наступні характерні властивості.

1. Мають дуже великі значення μ і χ (μ досягає значень $10^4 \div 10^5$). Це означає, що феромагнетики створюють сильне додаткове магнітне поле.

2. Величини μ і χ не залишаються сталими, а є функціями напруженості зовнішнього поля. Тому намагніченість J і магнітна індукція B також не пропорційні напруженості H магнітного поля, а залежать від неї складним чином (рис. 57.2).

Залежність намагніченості J від напруженості H зовнішнього магнітного поля характеризується наявністю магнітного насичення $J_н$, яке наступає за умов $H > H_н$ (рис. 57.2 а). $H_н$ – напруженість насичення.

Магнітна індукція B збільшується із зростанням поля H і при $H = H_н$ крива переходить у пряму (рис. 57.2 б).

Залежність магнітної проникності μ від H має складний характер. μ_a – початкова магнітна проникність. При прагненні напруженості H до нескінченності магнітна проникність μ асимптотичне прагне одиниці (рис. 57.2 в).

3. Феромагнетикам властиве явище магнітного гістерезису. ***Гістерезис*** – явище відставання зміни B індукції магнітного поля від зміни напруженості H змінного за величиною і напрямом зовнішнього магнітного поля.

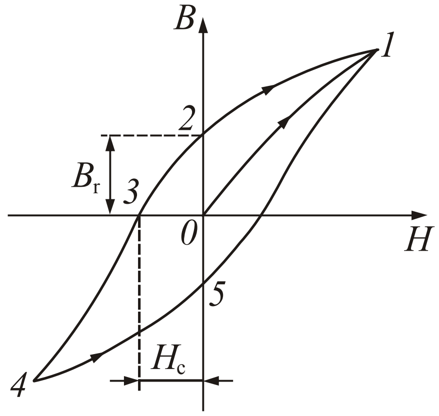


Рисунок 57.3

На рис. 57.3 крива 0–1 відповідає основній кривій намагнічування. Якщо довести намагнічування до насичення (точка 1), а потім зменшувати напруженість поля, що намагнічує, то індукція B змінюється не за первинною кривою 0–1, а за кривою 1–2. При $H = 0$ зберігається залишкова намагніченість, яка характеризується ***залишковою індукцією*** – B_r.

Індукція перетворюється в нуль лише під дією поля H_c, що має напрям, протилежний полю, що викликав намагнічування. Напруженість H_c називається ***коерцитивною силою.*** Збільшуючи зворотне поле, потім зменшуючи його і накладаючи знов позитивне поле, отримуємо, що індукція змінюється відповідно до кривої 1–2–3–4–5–1, яка називається петлею гістерезису. Перемагнічування феромагнетика пов’язано із зміною орієнтації областей спонтанної намагніченості (див. п. 6) і вимагає здійснення роботи за рахунок енергії зовнішнього магнітного поля. Кількість теплоти, що виділилася під час перемагнічуванні, пропорційно площі петлі гістерезису. Залежно від форми і площі петлі феромагнетики поділяють на:

– магнітном’яки (вузька петля гістерезису H_c ~ 1÷100 А/м);

– магнітножорсткі (широка петля гістерезису $H_c \sim 10^3 \div 10^5$ А/м).

Для виготовлення постійних магнітів використовують магнітножорсткі феромагнетики, для осердя трансформаторів – магнітном’яки.

4. При намагнічуванні феромагнетиків відбувається зміна їх лінійних розмірів і об’єму. Це явище називається ***магнітострикцією.*** Відносне подовження феромагнетиків досягає величини ~ 10^{-5}–10^{-2}. Магнітострикція використовується в гідроакустиці, в ультразвукових технологіях, акустоелектроніці і інших галузях техніки.

5. Перераховані вище властивості феромагнітних речовин виявляються при температурах менших точки Кюрі. Точка Кюрі (T_c) – температура, при якій феромагнетик втрачає свої феромагнітні властивості і стає парамагнетиком. Магнітна сприйнятливість при температурах $T > T_c$ підпорядковується закону Кюрі – Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}, \qquad (57.6)$$

де C – стала Кюрі.

Точка Кюрі для заліза 1063 С, для нікелю 623 С, для кобальту 1423 С, для сплаву пермалою – 823 С. За умов зниження температури нижче за точку Кюрі феромагнітні властивості відновлюються.

6. Відповідальними за магнітні властивості феромагнетиків є власні магнітні моменти електронів (їх також називають спінами). За певних умов в кристалах виникають сили, які примушують магнітні моменти електронів шикуватися паралельно один одному. Ці сили називаються обмінними. У результаті виникають області спонтанного (мимовільного) намагнічування, які називають також ***доменами***. Домени мають розміри порядку $1 \div 10$ мкм. В межах кожного домену феромагнетик спонтанно намагнічений до насичення і має певний магнітний момент. Напрями цих моментів для різних доменів різні, тому за відсутності зовнішнього поля сумарний момент зразка дорівнює нулю і зразок в цілому представляється макроскопічно ненамагніченим.

При включенні зовнішнього магнітного поля домени, орієнтовані за полем, зростають за рахунок доменів, що орієнтовані проти поля. Таке зростання в слабких полях має оборотний характер. У більш сильних полях відбувається одночасна переорієнтація магнітних моментів в межах всього домену. Цей процес є необоротним і служить причиною гістерезису і залишкового намагнічування.

Розділ 15. Електромагнітна індукція

§58 Електромагнітна індукція

58.1 *Явище електромагнітної індукції*

Досліди Ерстеда і Ампера показали, що навкруги провідників із струмом виникає магнітне поле. М. Фарадей висунув зворотну ідею: під дією магнітного поля, що змінюється, в замкнутому провіднику повинен виникати електричний струм. Для доказу цієї ідеї Фарадей виконав ряд дослідів. Один з них полягає в наступному.

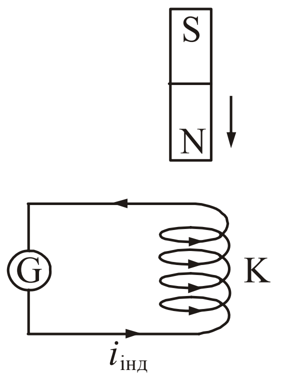


Рисунок 58.1

Якщо смуговий магніт переміщати уздовж осі котушки К (рис. 58.1), то в ній з'являється струм, який реєструє гальванометр G.

Напрям струму залежить від того, яким полюсом був спрямований магніт до котушки і від напряму його руху. Той же результат виходив, якщо магніт залишався нерухомим, а котушку надягали на магніт або знімали з нього. Відкрите Фарадеєм явище було назване явищем електромагнітної індукції.

Електромагнітної індукцією називається явище виникнення електрорушійної сили в провідному контурі при будь-якій зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур.

Ерс, що виникає, називається електрорушійною силою електромагнітної індукції ε_i. Якщо провідник замкнений, то виникає струм, який називають ***індукційним.***

Подальші експерименти показали, що ерс електромагнітної індукції пропорційна швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує контур:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (58.1)$$

При цьому неістотно, чим викликана зміна магнітного потоку. Це може бути деформація або переміщення контуру в зовнішньому полі, або зміна магнітного поля в часі.

Вираз (58.1) називається законом Фарадея* для електромагнітної індукції. Знак « – » введений у формулу відповідно до правила Ленца. Правило Ленца:

Індукційний струм має такий напрям, що його магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку, що викликав цей індукційний струм.

Приклад: При наближенні смугового магніту до замкненого контуру (рис. 58.2) в ньому наводиться індукційний струм, який своєю магнітною дією перешкоджає наближенню магніту і зростанню магнітного потоку, що пронизує контур. При видаленні магніту (рис. 58.3) від контуру в ньому наводиться індукційний струм протилежного напряму, який перешкоджає видаленню магніту і зменшенню магнітного потоку, що пронизує контур.

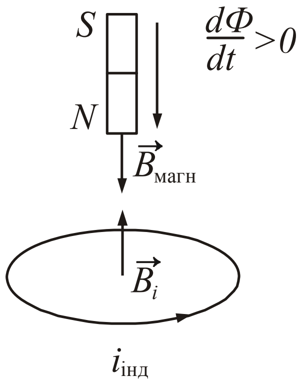


Рисунок 58.2

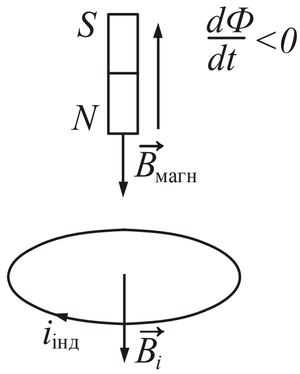


Рисунок 58.3

Якщо замкнений контур складається з N послідовно сполучених витків (наприклад, соленоїд), то закон електромагнітної індукції записується таким чином:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt}.$$

Величину $\Psi = N\Phi$ називають повним магнітним потоком або ***потокозчепленням.*** З урахуванням цього:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (58.2)$$

58.2 *Принцип дії генератора змінного струму*

Одним з найважливіших застосувань явища електромагнітної індукції є перетворення механічної енергії в електричну.

Розглянемо рамку, що складається з N витків, яка обертається в магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$) зі сталою кутовою швидкістю ω (рис. 58.4).

*Фарадей Майкл (1791–1867), англійський фізик.

Повний магнітний потік, що пронизує рамку, у будь-який момент часу визначається співвідношенням:

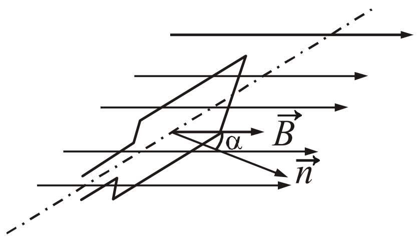


Рисунок 58.4

$$\Psi = NBS\cos\alpha,$$

де S – площа рамки;

α – кут між векторами нормалі $\vec{n}$ і вектору магнітної індукції $\vec{B}$.

При рівномірному обертанні $\alpha = \omega t$.

Знайдемо ерс індукції, що виникає в рамці при її обертанні, використовуючи закон Фарадея (див. формулу 58.2):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(NBS\cos\omega t)}{dt} = NBS\omega\sin\omega t$$

але

$$\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t = \varepsilon_{max}\sin\omega t, \qquad (58.3)$$

де величину $\varepsilon_{max} = NBS\omega$ можна розглядати як амплітудне значення змінної ерс.

Виникнення ерс індукції в рамці що обертається в магнітному полі з'явилося основою для створення генераторів змінного струму. Якщо кінці витка приєднати до двох мідних кілець, що обертаються разом з ним і дотичні до двох нерухомих вугільних щіток, а до щіток приєднати електричне коло, то по колу потече змінний струм *i,* що змінюється так само, як змінюється ерс ε.

За законом Ома:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NBS\omega}{R}\sin\omega t,$$

$$i = i_{max}\sin\omega t, \qquad (58.4)$$

де $i_{max} = \dfrac{NBS\omega}{R}$ – максимальне (амплітудне) значення сили струму;

i – миттєве значення струму.

Більшість приладів, що виміряють змінну напругу і змінний струм, показує не миттєві значення напруги і струму, а діючі (ефективні) значення. Діючі значення сили струму $I_д$ і напруги $U_д$ визначаються потужністю, що виділяється в колі змінного струму. Вони пов'язані з амплітудними значеннями сили струму і напруги наступними співвідношеннями:

$$I_д = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}, \qquad U_д = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}. \qquad (58.5)$$

Діючі значення напруги і струму є найважливішими електротехнічними параметрами приладів. Саме ці величини указуються в паспортах будь-яких електроустановок і приладів.

58.3 *Струми Фуко*

Індукційні струми, що виникають в суцільних масивних провідниках, які знаходяться у змінних магнітних полях, називають ***вихровими струмами або струмами Фуко****.

Відповідно до правила Ленца струми Фуко обирають усередині провідника такі напрями, щоб своєю дією можливо сильніше опиратися причині, яка їх викликає. Тому хороші провідники, що рухаються в сильному магнітному полі, зазнають сильне гальмування, обумовлене взаємодією струмів Фуко з магнітним полем. Це використовують для демпфування (заспокоєння) рухомих частин гальванометрів, сейсмографів і інших приладів.

Теплова дія струмів Фуко використовується в індукційних печах. Така піч є котушкою, що живиться високочастотним струмом великої сили. Якщо помістити всередину котушки провідне тіло, в ньому виникають інтенсивні вихрові струми. Ці струми можуть розігріти тіло до плавлення. У такий спосіб здійснюють плавлення металів у вакуумі, це дає можливість одержувати матеріали виключно високої чистоти.

Струми Фуко бувають і небажаними. В електричних машинах і трансформаторах вони приводять до значних втрат енергії. Тому осердя трансформаторів набирають з тонких пластин, розділених ізолюючими прошарками. Пластини розташовують так, щоб можливі напрями струмів Фуко були до них перпендикулярними.

В дротах, по яких течуть змінні струми, також виникають струми Фуко. Вони спрямовані так, що ослабляють струм усередині дроту і посилюють поблизу поверхні. В результаті швидкозмінний струм як би виштовхується на поверхню провідника. Це явище називається скін-ефектом (*skin* – шкіра). Через скін-ефект внутрішня частина провідників у високочастотних колах виявляється непотрібною. Тому у високочастотних колах застосовують провідники у вигляді трубок.

§59 Самоіндукція

Самоіндукція – це явище виникнення електрорушійної сили в провідному контурі при зміні електричного струму, що йде по цьому контуру. Самоіндукція є окремим випадком електромагнітної індукції. При зміні струму в контурі міняється потік магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром. В результаті цього в ньому збуджується ерс самоіндукції. При збільшенні в колі сили струму ерс самоіндукції перешкоджає його зростанню, а при зменшенні струму – його убуванню. Можна сказати, що самоіндукція подібна явищу інерції в механіці. З експерименту виходить, що величина ерс самоіндукції пропорційна швидкості зміни сили струму і величині, званою індуктивністю.

*Фуко Жан Бернар Леон (1819–1868), французький фізик-експериментатор.

59.1 *Індуктивність контуру*

Електричний струм, якій тече в провідному контурі, створює в навколишньому просторі магнітне поле. Повний магнітний потік Ψ, що пронизує контур (зчеплений з ним), буде прямо пропорційний струму:

$$\Psi = LI\,. \tag{59.1}$$

Коефіцієнт пропорційності L між повним магнітним потоком (потокозчеплення) і силою струму називається індуктивністю контуру або коефіцієнтом самоіндукції контуру.

Індуктивність (L) – це скалярна фізична величина, що характеризує магнітні властивості електричного кола і дорівнює відношенню повного магнітного потоку, зчепленого з контуром, до сили струму, якій тече по контуру і створює цей потік:

$$L = \frac{\Psi}{I}\,. \tag{59.2}$$

Лінійна залежність Ψ від I спостерігається тільки в тому випадку, якщо магнітна проникність м середовища, яким оточений контур, не залежить від напруженості поля H. Це означає, що середовище повинне бути неферомагнітне. У противному разі μ складним чином залежить від струму і, отже, залежність повного магнітного потоку від струму також буде досить складна. Проте, співвідношення (59.1) поширюють і на цей випадок, вважаючи індуктивність L функцією струму I.

Із сказаного випливає, що індуктивність залежить від геометричної форми і розмірів контуру, а також магнітних властивостей середовища, в якому він знаходиться. Якщо контур жорсткий і поблизу нього немає феромагнетиків, то індуктивність є величиною сталою.

За одиницю індуктивності в СІ приймається індуктивність такого провідника (контуру), у якому при силі струму в ньому 1 А виникає зчеплений з ним повний потік Ψ, що дорівнює 1 Вб. Цю одиницю називають генрі (Гн).

$$[L] = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн (генрі*)}.$$

Індуктивність можна розраховувати на основі геометрії провідника.

Приклад. Розрахунок індуктивності соленоїда.

Візьмемо соленоїд такої довжини, щоб його можна було вважати нескінченним. На практиці це означає, що $d << l$ (рис. 59.1). При протіканні по обмотці струму I усередині соленоїда збуджується однорідне магнітне поле, індукція якого

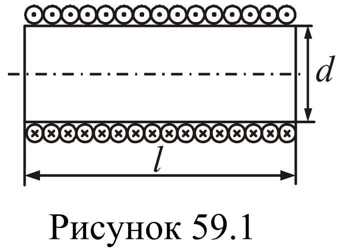


Рисунок 59.1

$$B = \mu_0 \mu I n\,,$$

*Генрі Джозеф (1799–1878), американський фізик.

де $\quad n = \dfrac{N}{l}$ – густина намотування;

I – сила струму.

Повний магнітний потік, зчеплений з соленоїдом

$$\Psi = \Phi N,$$

де Φ – магнітний потік, що пронизує один виток;

N – число витків соленоїда.

$$\Phi = BS,$$

де $\quad B$ – індукція магнітного поля;

S – площа поперечного перетину соленоїда.

Записані співвідношення підставимо у формулу (59.2), отримаємо:

$$L = \frac{\mu_0 \mu I n S N}{I} = \mu_0 \mu n^2 l S, \tag{59.3}$$

але
$$L = \mu_0 \mu n^2 S l = \mu_0 \mu n^2 V, \tag{59.4}$$

але
$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}, \tag{59.5}$$

де $lS = V$ – об’єм соленоїда.

З формули (59.4) випливає, що індуктивність соленоїда, що не має феромагнітного осердя, пропорційна квадрату густини намотування витків.

59.2. *ЕРС самоіндукції*

Самоіндукція є окремим випадком явища електромагнітної індукції. Скористаємося законом Фарадея для електромагнітної індукції (див. формулу (58.2)):

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Згідно (59.1) повний магнітний потік:

$$\Psi = LI.$$

Зробимо заміну, отримаємо:

$$\varepsilon_s = -\frac{d(LI)}{dt}. \tag{59.6}$$

Якщо сила струму в контурі змінюється, то ерс самоіндукції буде дорівнювати:

$$\varepsilon_s = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dI}\cdot\frac{dI}{dt}\right) = -\left(L + I\frac{dL}{dI}\right)\cdot\frac{dI}{dt}. \quad (59.7)$$

Величину $\left(L + I\frac{dL}{dI}\right)$ позначимо через $L_{\text{дин}}$ і назвемо динамічною індуктивністю. У разі, коли сила струму змінюється

$$\varepsilon_s = -L_{\text{дин}}\frac{dI}{dt}. \quad (59.8)$$

Якщо контур жорсткий і поблизу нього немає феромагнетиків, індуктивність L є величиною сталою і її називають статичною. В цьому випадку:

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}, \quad (59.9)$$

оскільки у виразі (59.7) похідна індуктивності за струмом за цих умов обертається в нуль: $\frac{dL}{dI} = 0$.

З формул (59.8) і (59.9) випливає, що ***ерс самоіндукції пропорційна швидкості зміни сили струму.*** Знак « – » обумовлений правилом Ленца, згідно якому індукційний струм завжди спрямований так, щоб протидіяти причині, яка його викликає.

Співвідношення (59.9) дає можливість визначити індуктивність як коефіцієнт пропорційності між швидкістю зміни сили струму в контурі і ерс самоіндукції, що виникає внаслідок цього. Проте, таке визначення правомірно лише у разі, коли $L = \text{const}$.

59.3 *Струми при замиканні і розмиканні кола*

При замиканні кола, що містить сталу ерс, сила струму за рахунок ерс самоіндукції встановлюється не миттєво, а через деякий проміжок часу. При виключенні джерела (розмиканні кола) струм не припиняється миттєво. Це пояснюється тим, що в контурі з'являється індукційний струм, який за правилом Ленца протидіє зміні струму у колі, що викликав явище самоіндукції. Індукційний струм, накладаючись на основний струм, уповільнює його зростання або перешкоджає його убуванню.

Встановимо характер зміни струму в колі, що містить індуктивність. Вважатимемо, що індуктивність не залежить від струму, тобто $L = \text{const}$.

а). ***Замикання кола***

До паралельно сполученим опору R і індуктивності L за допомогою перемикача $П$ може бути підключено джерело, ерс якого ε (рис. 59.2).

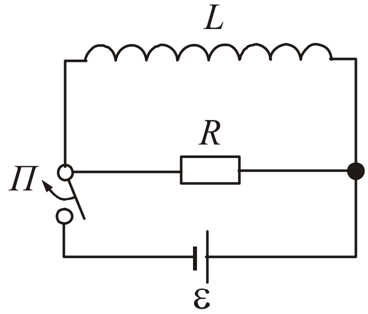


Рисунок 59.2

Після підключення джерела ерс до тих пір, поки сила струму не досягне сталого значення I_0, в колі окрім ерс ε діятиме ерс самоіндукції ε_s. За законом Ома:

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L\frac{dI}{dt}$$

Розділивши це рівняння на L, приведемо його до наступного вигляду:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\varepsilon}{L}.$$

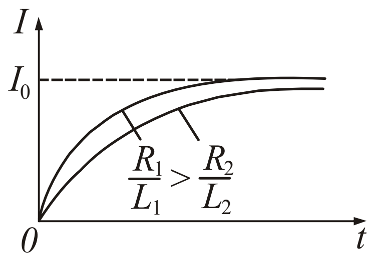


Рисунок 59.3

Розв'язуючи дане лінійне неоднорідне диференціальне рівняння (спробуйте виконати це самостійно) і враховуючи, що у момент часу t=0 сила струму дорівнює нулю, отримаємо:

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \tag{59.10}$$

Графік зростання сили струму наведений на рис. 59.3. З графіка випливає, що чим менше індуктивність кола і більше її опір, тим швидше зростає струм.

б). ***Розмикання кола***

У момент часу t=0 відключимо джерело перемикачем $П$ (рис. 59.2). Сила струму почне убувати, у колі виникає ерс самоіндукції. За законом Ома:

$$IR = \varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}.$$

Розділимо рівняння на L, отримаємо:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0.$$

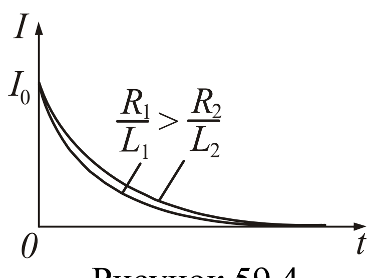


Рисунок 59.4

Розв'язуючи дане лінійне однорідне диференціальне рівняння (спробуйте виконати це самостійно) і врахувавши, що при t=0 сила струму мала значення I_0, отримаємо:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \tag{59.11}$$

Після відключення джерела сила струму в ланцюзі убуває за експоненціальним законом. Графік залежності $I = f(t)$ наведений на рис. 59.4. З графіка випливає, що чим більше індуктивність і чим менше опір, тим повільніше спадає струм в колі.

§60 Взаємна індукція

Взаємною індукцією називається явище виникнення електрорушійної сили в одному з контурів при зміні струму в іншому.

Розглянемо два близько розташованих контури 1 і 2 (рис. 60.1). В контурі 1 тече струм I_1, який створює магнітний потік Φ_{21}, що пронизує контур 2:

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1. \tag{60.1}$$

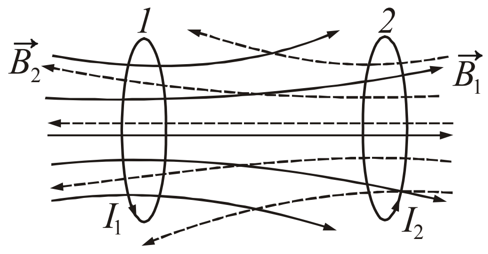


Рисунок 60.1

Коефіцієнт пропорційності L_{21} називається взаємною індуктивністю або коефіцієнтом взаємної індукції контурів 1 і 2.

Аналогічно, при протіканні в контурі 2 струму сили I_2 виникає магнітний потік Φ_{12}, зчеплений з контуром 1:

$$\Phi_{12} = L_{12} I_2, \tag{60.2}$$

де L_{12} – коефіцієнт взаємної індукції контурів 2 і 1.

Взаємна індуктивність – це скалярна фізична величина, що характеризує магнітний зв’язок двох або більше контурів. Взаємна індуктивність залежить від розмірів і форми контурів 1 і 2, відстані між ними, від їх взаємного розташування, а також від магнітної проникності оточуючого їх середовища. Вимірюється взаємна індуктивність в генрі.

Згідно закону електромагнітної індукції при зміні струму I_1 в контурі 2 індукується ерс:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}. \tag{60.3}$$

При зміні струму I_2 в контурі 1 індукується ерс:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}. \tag{60.4}$$

Якщо контури знаходяться в неферомагнітному середовищі, то $L_{12} = L_{21}$. Тому можна не робити відмінності між L_{12} і L_{21} і просто говорити про взаємну індуктивність двох контурів.

Знайдемо взаємну індуктивність двох котушок, намотаних на загальне тороїдальне залізне осердя (рис. 60.2). Якщо в першій котушці N_1 витків і по ній тече струм I_1, то за законом повного струму (див. формулу (51.7)):

$$Hl = N_1 I_1, \tag{60.5}$$

де l – довжина осердя;

H – напруженість поля усередині осердя. Повний магнітний потік через другу котушку (потокозчеплення):

$$\Psi_{21} = BSN_2 = \mu\mu_0 HSN_2, \tag{60.6}$$

де S – площа поперечного перетину осердя.

З (60.5) випливає

$$H = \frac{N_1 I_1}{l}. \quad (60.7)$$

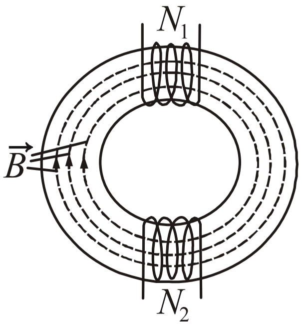


Рисунок 60.2

Підставимо (60.7) в (60.6) і отримаємо:

$$\Psi_{21} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l} I_1. \quad (60.8)$$

Порівняння виразу (60.8) з формулою (60.1) дозволяє зробити висновок, що

$$L_{21} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \quad (60.9)$$

Аналогічне значення можна отримати для L_{12}:

$$L_{12} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \quad (60.10)$$

В даному випадку не можна стверджувати, що L_{12} дорівнює L_{21}, оскільки величина μ, що входить у формули, залежить від напруженості H поля в осерді.

На явищі взаємної індукції заснована робота трансформатора, який служить для підвищення або пониження напруги змінного струму.

§61 Енергія магнітного поля

Розглянемо коло, що зображене на рис. 61.1. Якщо замкнути перемикач $П$, то по колу потече струм, який створює в котушці (соленоїді) магнітне поле. Якщо розімкнути перемикач, то через опір R тектиме спадний струм, що підтримується виникаючою в соленоїді ерс самоіндукції. Робота, що виконана цим струмом за час dt:

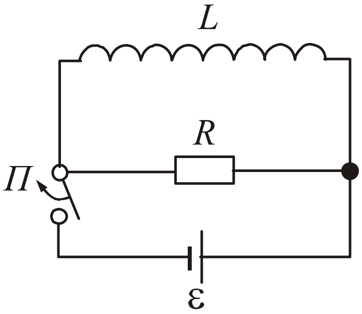


Рисунок 61.1

$$\delta A = \varepsilon_s I dt = -L\frac{dI}{dt} I dt = -LI dI, \quad (61.1)$$

(ерс самоіндукції ε_s замінили за формулою (59.9)).

Робота, що виконана у колі за весь час, протягом якого зникає магнітне поле:

$$A = -\int_I^0 LI dI = \frac{LI^2}{2}, \quad (61.2)$$

оскільки струм при цьому зменшується від первинного значення I до нуля.

Робота, обчислена за формулою (61.2), йде на нагрівання опору R, соленоїда і сполучних дротів. Виконання роботи супроводжується зникненням магнітного поля, яке існувало в соленоїді. Оскільки ніяких інших змін не відбулося, можна зробити висновок, що магнітне поле є носієм енергії, за рахунок якої виконується робота. За законом збереження ***енергія магнітного поля*:**

$$W = \frac{LI^2}{2}. \tag{61.3}$$

Виразимо енергію магнітного поля через величини, що характеризують саме поле. Якщо соленоїд довгий, то його індуктивність дорівнює

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

Напруженість поля усередині соленоїда

$$H = nI,$$

звідси

$$I = \frac{H}{n}.$$

(див. формули (59.4) і (50.17)).

Підставимо значення L і I у вираз (61.3) і, провівши перетворення, отримаємо:

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V. \tag{61.4}$$

Оскільки магнітне поле нескінченного соленоїда однорідне, то енергія розподілена за його об’ємом зі сталою густиною w.

Об’ємна густина енергії магнітного поля дорівнює відношенню енергії до об’єму:

$$w_{\text{м}} = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \tag{61.5}$$

Використовуючи співвідношення (49.3), можна формулі (61.5) надати вигляд:

$$w_{\text{м}} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \tag{61.6}$$

З формули (61.6) випливає, що носієм енергії є магнітне поле, яке локалізоване в просторі з об’ємною густиною w. Об’ємна густина енергії пропорційна квадрату напруженості магнітного поля.

§62 Магнітні вимірювання

Магнітні вимірювання – це вимірювання характеристик магнітного поля або магнітних властивостей речовин (матеріалів). До характеристик магнітного поля, що вимірюються, відносяться: вектор магнітної індукції $\vec{B}$, напруженість магнітного поля $\vec{H}$, потік вектора магнітної індукції (магнітний потік) Ф, градієнт магнітного поля і ін.

Для вимірювання магнітних характеристик застосовують наступні методи: балістичний, магнітометричний, електродинамічний, індукційний, мостовий, нейтронографічний, резонансний і ін.

Балістичний метод заснований на вимірюванні балістичним гальванометром кількості електрики q, що переноситься індукційним струмом через вимірювальну котушку з числом витків N, що надягнена на зразок, при швидкій зміні зчепленого з нею магнітного потоку Ф. Зміна магнітного потоку

$$\Delta\Phi = \frac{qR}{N},$$

де R – опір кола.

Балістичним методом визначають основну криву індукції $B = f(H)$, криву намагнічування $J = f(H)$, петлю гістерезису, різні види проникності.

Магнітометричний метод заснований на дії досліджуваного намагніченого зразка на розташований поблизу нього постійний магніт. Поширений діючий за цим принципом астатичний магнітометр. Він складається з двох однакових послідовно включених в коло котушок – той, що намагнічує і компенсаційної, між якими на підвісі укріплений магнітний датчик: система з двох лінійних магнітів однакових за розміром з рівними магнітними моментами (астатична система). Магніти розташовані паралельно один одному полюсами в різні боки. Дія магнітних полів котушок на астатичну систему взаємно компенсована. Зразок, що поміщається в котушку, яка намагнічує, порушує скомпенсованість полів і викликає поворот системи магнітів. За кутом повороту системи визначають магнітний момент зразка. Далі можна обчислити J, B і H. Метод дає можливість знайти залежність $B(H)$ і $J(H)$, петлю гістерезису і магнітну сприйнятливість. Завдяки високій чутливості методу магнітометра його застосовують для вимірювання геомагнітного поля і вирішення ряду метрологічних задач.

Іноді для вимірювання характеристик магнітного поля, зокрема в промислових умовах, застосовується електродинамічний метод, при якому вимірюється кут повороту рамки із струмом, що знаходиться в магнітному полі намагніченого зразка. Перевага методу – можливість градуювання шкали приладу безпосередньо в одиницях величини, що вимірюється – в Тл (для B) і А/м (для H).

Для дослідження феромагнітних речовин в широкому інтервалі значень H використовують індукційний метод, який дозволяє виміряти $B(H)$, $J(H)$, петлю гістерезису і різні види проникності. Він заснований на вимірюванні ерс індукції, яка збуджується у вторинній обмотці, що намотана на зразок, при пропусканні змінного струму, що намагнічує, через первинну обмотку. Цей метод може бути також використаний для вимірювання намагніченості в сильних імпульсних магнітних полях і магнітній сприйнятливості діа- і парамагнітних речовин в радіочастотному діапазоні. Цей метод використовується, зокрема, в індукційному магнітометрі, в якому досліджуваний зразок коливається в магнітному полі і при цьому порушує ерс у вимірювальних котушках.

Прилади для магнітних вимірювань класифікують за їх призначенням, умовам застосування, за принципом дії чутливого елемента (датчика, або перетворювача). Прилади для вимірювання напруженості магнітного поля $\vec{H}$ його індукції $\vec{B}$, магнітного моменту і ряду інших магнітних характеристик речовини звичайно називають магнітометрами, з них деякі мають своє найменування: для вимірювання магнітного потоку – флюксметри або веберметри; потенціалу поля – магнітні потенціалометри; градієнта – градієнтометри; коерцитивної сили – коерцитиметри і т.п.

Індуктивність елементів електричних кіл визначать за допомогою приладу, який називають вимірником індуктивності (генріметр). Сучасні генріметри забезпечують вимірювання індуктивності в діапазоні $10^{-8} \div 10^{5}$ Гн з похибкою до 0,1%.

- **Зверніть увагу!**

Векторну величину $\vec{B}$, яка є силовою характеристикою магнітного поля, логічно було б за аналогією з напруженістю $\vec{E}$ електричного поля назвати напруженістю магнітного поля. Проте за історичними причинами основну характеристику магнітного поля назвали ***магнітною індукцією.*** Назва «напруженість магнітного поля» виявилася наданою допоміжній величині $\vec{H}$, аналогічній допоміжній характеристиці $\vec{D}$ електричного поля. Нагадаємо, що $\vec{D}$ – електростатична індукція, яка має другу назву – вектор електричного зсуву.

Розрізняйте наступні, близькі за звучанням, терміни

Магнітна індукція – векторна величина $\vec{B}$, яка є силовою характеристикою магнітного поля. Чисельно дорівнює відношенню максимального обертального моменту, що діє на контур із струмом в однорідному магнітному полі, до добутку сили струму в контурі на його площу.

Електромагнітна індукція – явище виникнення електрорушійної сили в провідному контурі при будь-якій зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур.

Самоіндукція – явище виникнення електрорушійної сили в провідному контурі при зміні електричного струму, що йде по цьому контуру.

Взаємна індукція – явище виникнення електрорушійної сили в одному з контурів при зміні електричного струму в іншому контурі.

Термін, що застосовується до об'єктів,
до яких його застосовувати не можна

Коерцитивна сила – напруженість магнітного поля, в якому феромагнітний зразок, спочатку намагнічений до насичення, повністю розмагнічується. Термін не має нічого спільного з терміном «сила» з курсу механіки.

- **Після вивчення розділу «Електромагнетизм» студент повинен *ЗНАТИ*:**

***Суть понять*:**
Магнітне поле, лінії магнітної індукції, елемент струму. Магнетик, парамагнетик, діамагнетик, феромагнетик, коерцитивна сила, гістерезис, домен. Індукційний струм. Ерс індукції.

***Визначення фізичних величин, їх одиниці вимірювання і формули, за якими розраховуються величини*:**
Магнітна індукція, напруженість магнітного поля. Магнітна проникність, магнітна сприйнятливість, намагніченість. Магнітний потік, потокозчеплення, магнітний момент. Індуктивність.

***Гіпотези*:**
Гіпотеза Ампера.

***Закони*:**
Закон Біо-Савара-Лапласа. Закон повного струму. Принцип суперпозиції полів. Закон Ампера. Закон електромагнітної індукції. Закон Кюрі. Закон Кюрі-Вейса.

***Явища*:**

Ефект Холла. Явище електромагнітної індукції. Явище самоіндукції. Явище взаємної індукції.

***Формули*:**

Зв'язок магнітної індукції з напруженістю магнітного поля. Розрахунок магнітної індукції і напруженості магнітних полів прямого струму, кругового струму, соленоїда. Сила взаємодії нескінченно довгих паралельних струмів. Обертаючий момент, що діє на рамку із струмом в магнітному полі. Сила Лоренца. ЕРС Холла. Робота переміщення контуру із струмом і провідника із струмом в магнітному полі. Індуктивність соленоїда. Енергія магнітного поля, об'ємна щільність енергії магнітного поля. Струми замикання і розмикання.

***Графіки*:**

Графіки залежності намагніченості, магнітної індукції і магнітної проникності феромагнетиків від напруженості зовнішнього поля, що намагнічує. Петля гістерезису.

***Класичні досліди*:**

Дослід Ерстеда. Досліди Ампера. Досліди Фарадея.

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ»

Інструкція. Даний тест призначений для перевірки знань за темою "*Електромагнетизм*". Відповідайте на питання. Підрахуйте кількість правильних відповідей, використовуючи таблицю відповідей. Якщо Ви дали

1) 40-50 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми високий.
2) 30-40 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми середній.
3) 20-30 правильних відповідей – рівень засвоєння матеріалу теми низький.
4) менше 20 правильних відповідей – Ви не засвоїли учбовий матеріал. Прочитайте його ще раз.

1. Які з перерахованих процесів приводять до виникнення магнітного поля?
   1. Рух заряджених частинок.
   2. Електризація тіл.
   3. Зміна в часі електричного поля.
   4. Протікання струму по провіднику.

2. Магнітне поле у вакуумі може бути створене:
   1. Нерухомими електричними зарядами.
   2. Намагніченими тілами.
   3. Рухомими електричними зарядами.
   4. Електричними струмами.
   5. Змінними електричними полями.

3. Що доводить дослід Ерстеда?
   1. Магнітне поле діє на намагнічені тіла.
   2. Магнітне поле виявляє силову дію на рухомі заряджені частинки.
   3. Навколо провідників із струмом виникає магнітне поле.
   4. Магнітне поле виникає при русі заряджених частинок.

4. Вкажіть формулу, що виражає закон Біо-Савара-Лапласа.

1. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 2. $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$ 3. $d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

5. Вкажіть формулу, що виражає закон повного струму.

1. $\oiint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{k=1}^{n} q_k$ 2. $\oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \sum_{k=1}^{n} I_k$ 3. $d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

6. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного провідником кінцевої довжини.

1. $H = \frac{nI}{2}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$ 2. $H = nl$ 3. $H = \frac{I}{2\pi R}$ 4. $H = \frac{I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$

7. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного нескінченно довгим провідником із струмом.

1. $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \frac{I}{2\pi R}$ 4. $d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$

8. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного круговим струмом на його осі.

1. $H = \frac{I}{2R}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \frac{IR^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$ 4. $H = \frac{I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$

9. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного круговим струмом в центрі контуру.

1. $H = \frac{I}{2R}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \frac{I}{2\pi R}$ 4. $H = \frac{I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$

10. Як зміниться значення індукції магнітного поля в центрі кругового провідника, якщо радіус його збільшиться в 2 рази, а сила струму в провіднику зменшиться в 3 рази?
    1. Зменшиться в 6 разів.
    2. Збільшиться в 6 разів.
    3. Збільшиться в 1,5 разі.
    4. Зменшиться в 1,5 разі.
    5. Зменшиться в 5 разів.

11. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного соленоїдом кінцевої довжини.

1. $H = \frac{nI}{2}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right)$ 2. $H = nI$ 3. $H = \frac{I}{2\pi R}$ 4. $H = \frac{I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$

12. Вкажіть формулу, що виражає напруженість магнітного поля, створеного нескінченно довгим соленоїдом.

1. $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \frac{I}{2\pi R}$ 4. $d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$

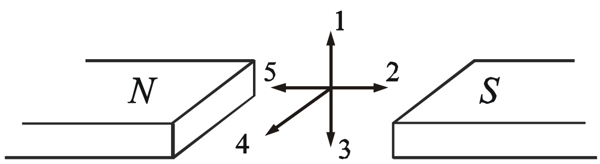
13. Які з формул визначають силу дії магнітного поля на провідник із струмом (силу Ампера)?

1. $F = IBl\sin\alpha$ 2. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 3. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 4. $F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}l$

14. Яка з формул визначає силу взаємодії провідників із струмом у вакуумі?

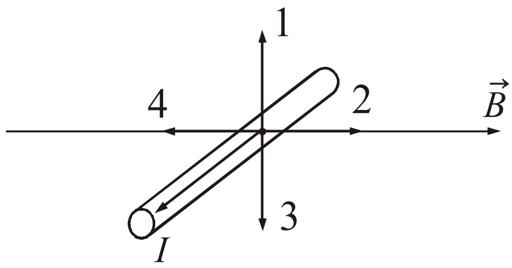
1. $F = IBl\sin\alpha$ 2. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 3. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 4. $F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}l$

15. Вкажіть напрям індукції магнітного поля в точці, розташованій між полюсами магніту.



16. Чим визначається значення магнітного моменту контуру із струмом?
    1. Добутком сили струму на довжину контуру $\vec{p}_m = \vec{I} \times \vec{l}$.
    2. Добутком сили струму на площу контуру $\vec{p}_m = IS\vec{n}$.
    3. Добутком магнітної індукції на площу контуру $\vec{p}_m = \vec{B} \times \vec{S}$.
    4. Добутком магнітної індукції на силу струму $\vec{p}_m = \vec{B} \cdot I$.

17. Який з вказаних на рисунку напрямів співпадає з напрямом сили Ампера, що діє на прямолінійний провідник із струмом, розташований у магнітному полі індукцією $\vec{B}$?



18. Контур із струмом знаходиться в однорідному магнітному полі. Чому дорівнює обертаючий момент, що діє на рамку із струмом з боку поля?

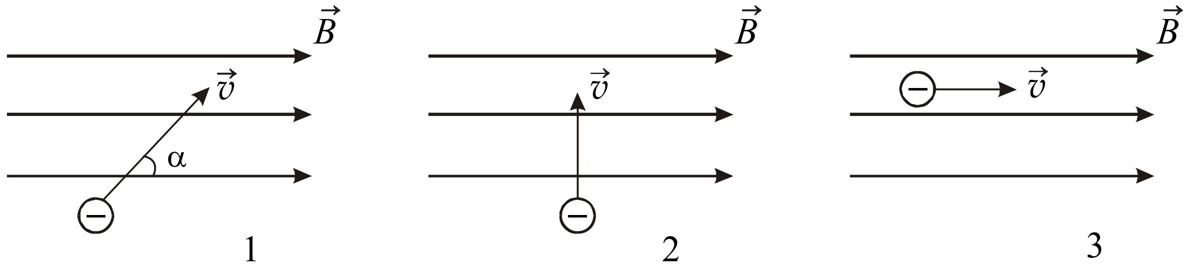
1. $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ 2. $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$ 3. $W_m = -\vec{p}_m\vec{B}$ 4. $\vec{p}_m = \vec{B} \times \vec{S}$

19. Що прийнято називати силою Лоренца?
    1. Силу взаємодії двох провідників із струмом.
    2. Силу, що діє на провідник із струмом з боку магнітного поля.
    3. Силу, що діє з боку магнітного поля на заряджену частинку.
    4. Силу, що діє з боку магнітного поля на рухому заряджену частинку.

20. Яка формула визначає силу Лоренца?

1. $F = IBl\sin\alpha$ 2. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 3. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 4. $\vec{F} = q\vec{E}$

21. У якому з наведених на рисунку випадків електрон, що влітає в однорідне магнітне поле, рухатиметься за гвинтовою лінією?



22. У якому з наведених на рисунку випадків електрон, що влітає в однорідне магнітне поле, рухатиметься прямолінійно?

23. У якому з наведених на рисунку випадків електрон, що влітає в однорідне магнітне поле, рухатиметься за колом?

24. Яке твердження відноситься до ефекту Холла?
    1. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече змінний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямам струму і поля, виникає різниця потенціалів.

2. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, помістити в паралельне їй магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямам струму і поля, виникає різниця потенціалів.
3. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямам струму і поля, виникає різниця потенціалів.
4. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями, перпендикулярними напрямам струму і поля, виникає різниця потенціалів.

25. Які з перерахованих формул визначають холловську різницю потенціалів?

1. $U_{\text{H}} = \dfrac{1}{ne}\dfrac{BI}{b}$ 2. $U_{\text{H}} = \dfrac{1}{ne}\dfrac{I}{Ba}$ 3. $U_{\text{H}} = R_{\text{H}} a\, j\, B$ 4. $U_{\text{H}} = \dfrac{1}{ne}\dfrac{a}{BI}$

26. У чому полягає явище електромагнітної індукції?
   1. У замкненому провідному контурі при зміні потоку вектора напруженості електричного поля через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.
   2. У замкненому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.
   3. У замкненому непровідному контурі при зміні потоку магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.
   4. Індукційний струм завжди має такий напрям, щоб протидіяти тій причині, що його викликає.

27. Від чого залежить електрорушійна сила індукції, що виникає в замкненому контурі?
   1. Від величини магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром.
   2. Від швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром.
   3. Від опору контуру.
   4. Від величини індукції зовнішнього магнітного поля.

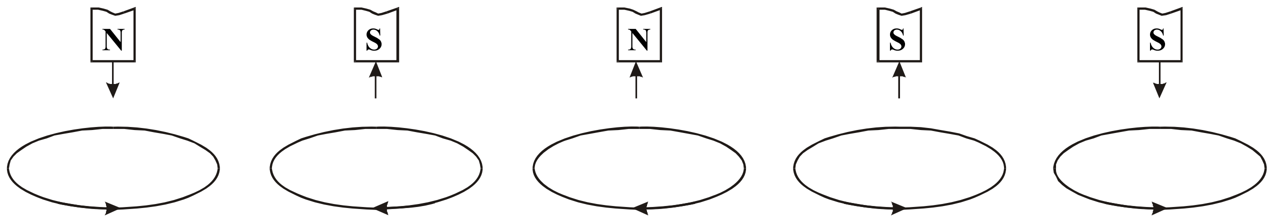
28. Яка з формул є виразом закону Фарадея для електромагнітної індукції?

1. $\varepsilon = I\left(R + r\right)$ 2. $\varepsilon = \dfrac{A^{\text{стор}}}{q}$ 3. $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ 4. $\varepsilon = \dfrac{1}{ne}\dfrac{BI}{b}$

29. Про що говорить правило Ленца?
   1. У замкненому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм.
   2. Індукційний струм завжди більше того струму, що його викликає.

3. Індукційний струм завжди направлений так, щоб протидіяти причині, що його викликає.

30. На яких рисунках правильно вказаний напрям індукційного струму у витку, щодо якого переміщається магніт (напрям переміщення магніту показаний стрілками)?



31. Від чого залежить величина електрорушійної сили самоіндукції, що виникає в контурі?
    1. Від індуктивності контуру.
    2. Від опору контуру.
    3. Від сили струму в контурі.
    4. Від швидкості зміни сили струму в контурі.
    5. Від орієнтації контуру по відношенню до зовнішнього магнітного поля.
32. Яка з формул виражає ерс самоіндукції, якщо контур не має феромагнітного осердя?

1. $\varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt}$ 2. $\varepsilon = \dfrac{A^{\text{стор}}}{q}$ 3. $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ 4. $\varepsilon = \dfrac{1}{ne}\dfrac{BI}{b}$

33. Від чого залежить індуктивність контуру (контур знаходиться у вакуумі)?
    1. Від сили струму в контурі.
    2. Від швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром.
    3. Від форми і розмірів контуру.
    4. Від матеріалу провідника.
    5. Від орієнтації контуру щодо зовнішнього магнітного поля.

34. Яка з формул виражає ерс самоіндукції, якщо контур має феромагнітне осердя?

1. $\varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt}$ 2. $\varepsilon = \dfrac{A^{\text{стор}}}{q}$ 3. $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ 4. $\varepsilon = -\dfrac{dI}{dt}\left(I\dfrac{dL}{dt} + L\right)$

35. Від чого залежить індуктивність соленоїда, що має феромагнітне осердя?
    1. Від кількості витків.
    2. Від геометричних розмірів соленоїда.
    3. Від опору провідника, з якого виготовлений соленоїд.
    4. Від сили струму в соленоїді.

5. Від площі поперечного перерізу провідника, з якого виготовлений соленоїд.

36. Що називають індукційними (вихровими) струмами Фуко?
   1. Індукційні струми, які завжди спрямовані так, щоб протидіяти причині, що їх викликає.
   2. Індукційні струми, які збуджуються в суцільних масивних провідниках в магнітних полях, що змінюються.
   3. Індукційні струми, які збуджуються в замкнених провідниках при зміні в них сили струму.
   4. Індукційні струми, які збуджуються в замкненому провіднику за наявності різниці потенціалів.

37. Яка формула виражає енергію магнітного поля, що створюється струмом?

1. $W_м = \dfrac{BH}{2}$ 2. $W_м = \dfrac{q^2}{2C}$ 3. $W_м = \dfrac{LI^2}{2}$ 4. $W_м = -L\dfrac{dI}{dt}$

38. Які формули дозволяють розрахувати щільність енергії магнітного поля?

1. $w_м = \dfrac{BH}{2}$ 2. $w_м = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ 3. $w_м = \dfrac{LI^2}{2}$ 4. $w_м = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$

39. Для кожної з перерахованих величин вкажіть її буквене позначення і одиницю вимірювання. *Приклад:* Сила струму – *I* – А (ампер).

Напруженість магнітного поля, магнітний потік, магнітна стала, об'ємна щільність енергії магнітного поля, магнітний момент.

40. Для кожної з перерахованих величин вкажіть її буквене позначення і одиницю вимірювання. *Приклад:* Сила струму – *I* – А (ампер).

Магнітна індукція, магнітна проникність, індуктивність, намагніченість, магнітна сприйнятливість.

41. Яке значення відносної магнітної проникності відповідає парамагнетикам?

1. 2000 2. 0,9998 3. 100 4. 1,000023 5. 10

42. Які значення магнітної сприйнятливості відповідають діамагнетикам?

1. – 0,0002 2. 0,0002 3. 1999 4. 0,000023 5. 0,0004

43. Які значення відносної магнітної проникності відповідають феромагнетикам (дані для μ приведені для однієї і тієї ж напруженості зовнішнього магнітного поля)?

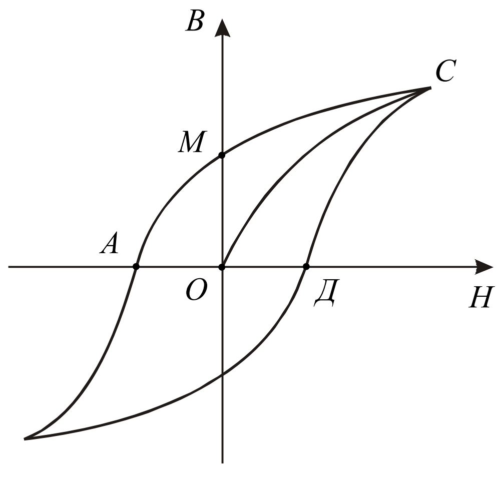
1. 5000 2. 0,99996 3. 1,00017 4. 0,9998 5. 10

44. Для якого типу магнетиків залежність магнітної сприйнятливості від температури описується формулою $\chi = \dfrac{C}{T}$?
   1. Парамагнетики
   2. Феромагнетики
   3. Діамагнетіки
   4. Антиферомагнетики

45. Для якого типу магнетиків залежність магнітної сприйнятливості від температури описується формулою $\chi = \dfrac{C}{T - T_c}$?
   1. Парамагнетики.
   2. Феромагнетики.
   3. Діамагнетіки.
   4. Антиферомагнетики.

46. Які з перерахованих нижче тверджень відносяться до характеристики феромагнетиків?
   1. Феромагнетики є сильномагнітними речовинами.
   2. Це речовини, що мають магнітну проникність менше одиниці.
   3. Залежність між індукцією і напруженістю магнітного поля нелінійна.
   4. Це речовини, які мають намагніченість у відсутності зовнішнього магнітного поля.
   5. Магнітна проникність нелінійно міняється з напруженістю магнітного поля.

47. Який з відрізків (або ділянок) на наведеній петлі гістерезису феромагнетику відповідає коерцитивній силі?
   1. *OC*
   2. *AM*
   3. *OA*
   4. *OM*
   5. *AC*

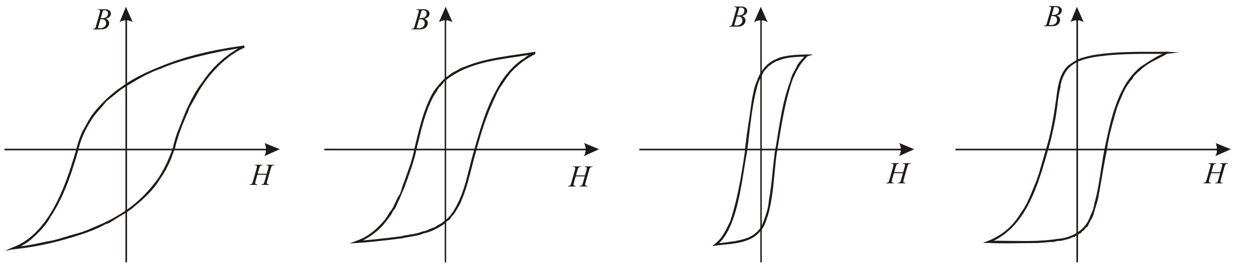


48. Який з відрізків (або ділянок) на наведеній петлі гістерезису феромагнетику відповідає залишковій індукції?
   1. *AM*
   2. *OM*
   3. *OC*
   4. *OA*
   5. *AC*

49. Для феромагнетиків характерно:

1. $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м $\quad\mu \geq 1\quad$ B = const
2. $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м $\quad\mu >> 1\quad$ B = const
3. $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м $\quad\mu >> 1\quad$ $B=f(H)$
4. $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м $\quad\mu < 1\quad$ $B = f(H)$

50. Який з феромагнетиків, петлі гістерезису яких наведені на рисунку, є найбільш магнітно-м'яким?



1 2 3 4

КОДИ ВІДПОВІДЕЙ ДО ТЕСТУ «Електромагнетизм»

№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді	№ питання	Код відповіді
1	1,3,4	11	1	21	1	31	4	41	4
2	2,3,4,5	12	2	22	3	32	1	42	1,5
3	3	13	1,2	23	2	33	3	43	1,5
4	2	14	4	24	3	34	4	44	1
5	2	15	2	25	1	35	1,2,4	45	2
6	4	16	2	26	2	36	2	46	1,3,4,5
7	3	17	1	27	2	37	3	47	3
8	3	18	2	28	3	38	1,2	48	2
9	1	19	4	29	3	39	3	49	3
10	1	20	3	30	1,3,4	40	3	50	3

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

1.1 Основні фізичні стали

Величина	Позначення	Значення
Гравітаційна стала	G, γ	$6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с^2
Швидкість світла у вакуумі	c	$3\cdot10^8$ м/с
Молярна газова стала	R	8,31 Дж/(моль·К)
Стала Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Число Авоґадро	$N_А$	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Стандартний об'єм 1 моля газу	V_m	$22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль
Атомна одиниця маси	1 а.о.м.	$1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Маса спокою електрона	m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг 0,00055 а.о.м.
Маса спокою нейтрона	m_n	$1{,}67\cdot10^{-27}$ кг 1,00867 а.о.м.
Маса спокою протона	m_p	$1{,}67\cdot10^{-27}$ кг 1,00728 а.о.м.
Елементарний заряд	e, q_e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Питомий заряд електрона	e/m_e	$1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Електрична стала	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Стала Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
Стала Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Стала зміщення Вина	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Стала Рідберга	R	$1{,}097\cdot10^7$ м$^{-1}$
Боровський радіус	a_0	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Комптонівська довжина хвилі для електрона	λ_C	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м$^{-1}$
Магнетон Бора	$\mu_Б$	$9{,}27\cdot10^{-24}$ А·м^2
Електрон-вольт	1 еВ	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Дж
Енергія іонізації атома водню	E_i	13,6 еВ
Енергетичний еквівалент 1 а.о.м.		931,5 МеВ
Маса Землі	$M_З$	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радіус Землі	$R_З$	$6{,}37\cdot10^6$ м

1.2 Деякі відомості про одиниці фізичних величин

1.2.1 Одиниці фізичних величин СІ, що мають власні найменування

Величина	Одиниця		
	найменування	позначення (українське)	позначення (міжнародне)
Довжина	метр	м	m
Маса	кілограм	кг	kg
Час	секунда	с	s
Плоский кут	радіан	рад	rad
Тілесний кут	стерадіан	ср	sr
Сила, вага	ньютон	Н	N
Робота, енергія	джоуль	Дж	J
Потужність	ват	Вт	W
Тиск	паскаль	Па	Pa
Напруга (механічне)	паскаль	Па	Pa
Модуль пружності	паскаль	Па	Pa
Частота коливань	герц	Гц	Hz
Термодинамічна температура	кельвін	К	K
Теплота (кількість теплоти)	джоуль	Дж	J
Кількість речовини	моль	моль	mol
Електричний заряд	кулон	Кл	C
Сила струму	ампер	А	A
Потенціал електричного поля	вольт	В	V
Напруга (електричне)	вольт	В	V
Електрична ємність	фарад	Ф	F
Електричний опір	ом	Ом	Ω
Електрична провідність	сименс	См	S
Магнітна індукція	тесла	Тл	T
Магнітний потік	вебер	Вб	Wb
Індуктивність	генрі	Гн	H
Сила світла	кандела	кд	cd
Світловий потік	люмен	лм	lm
Освітленість	люкс	лк	lx
Потік випромінювання	ват	Вт	W
Доза випромінювання (поглинена доза)	грей	Гр	Gy
Активність препарату	беккерель	Бк	Bq

1.2.2 Множники і приставки для утворення десяткових, кратних і долинних одиниць і їх найменувань

Множник	Приставка		Приклад	
	найменування	позначення		
10^{15}	пета	П	петагерц	ПГц
10^{12}	тера	Т	тераджоуль	ТДж
10^{9}	гіга	Г	гіганьютон	ГН
10^{6}	мега	М	мегаом	МОм
10^{3}	кило	к	километр	км
10^{2}	гекто	г	гектоватт	гВт
10^{1}	дека	да	декалітр	дал
10^{-1}	деци	д	дециметр	дм
10^{-2}	санті	с	сантіметр	см
10^{-3}	мілі	м	міліампер	мА
10^{-6}	мікро	мк	мікровольт	мкВ
10^{-9}	нано	н	наносекунда	нс
10^{-12}	піко	п	пікофарад	пф
10^{-15}	фемто	ф	фемтометр	фм

Приставки гекто…, дека…, деци… і санті… допускається застосовувати тільки в найменуваннях кратних і долинних одиниць, що вже набули широкого поширення (гектар, декалітр, дециметр, сантиметр і ін.).

Приставки рекомендується вибирати так, щоб числові значення величин знаходилися в межах від 0,1 до 1000. Наприклад, для виразу числа $7{,}5\cdot10^{-5}$ ·м слід вибрати приставку мікро, а не мілі або нано. З приставкою мікро отримаємо $7{,}5\cdot10^{-5}$=75 ·мкм, тобто число, що знаходиться в межах від 0,1 до 1000. З приставкою мілі отримаємо $7{,}5\cdot10^{-5}$=0,075 ·мм, тобто, число менше 0,1. З приставкою нано – $7{,}5\cdot10^{-5}$=75000 нм, тобто число, більше 1000.

Найменування і позначення десяткових кратних і долинних одиниць утворюються приєднанням приставок до найменувань початкових одиниць. Приєднання двох (і більш) приставок підряд не допускається. Наприклад, замість одиниці «мікромікрофарад» слід застосовувати одиницю «пікофарад».

Позначення приставки пишеться злито з позначенням одиниці, до якої вона приєднується. При складному найменуванні похідної одиниці СІ приставку приєднують до найменування першої одиниці, що входить в твір або чисельник дробу. Наприклад, кПас/м·, але не Пакс/м. ·Як виняток з цього правила у випадках, коли це знайшло широке застосування, допускається приєднання приставки до найменування одиниці, що входить в знаменник дробу. Наприклад: кВ/см, А/мм^2.

Окрім десяткових кратних і долинних одиниць допущені до використання кратні і долинні одиниці часу, плоского кута і відносних величин, що немає десятковими. Наприклад, одиниці часу (хвилина, година, доба); одиниці плоского кута (градус, хвилина, секунда).

1.2.3 Позасистемні одиниці, допущені до застосування нарівні з одиницями СІ (відповідно до стандарту 1052-78 «Метрологія. Одиниці фізичних величин»)

Величина	Найменування	Позначення	Співвідношення з одиницею СІ
Маса	тонна грам	т г	1000 кг 0,001 кг
Об'єм, місткість	літр	л	0,001 $м^3$
Відносна величина	одиниця (число 1) відсоток	– %	1 10^{-2}
Логарифмічна величина	бел децибел	Б дБ	– –
Температура	градус Цельсія	°С	1°С = 1К

1.2.4 Співвідношення між позасистемними одиницями і одиницями СІ

Одиниці механічних величин	
Довжина	1 ангстрем = 10^{-10} м
Время	1 година = 3600 с
	1 доба = 86400 с
	1 рік = 365,25 доби = $3{,}16\cdot10^{7}$ с
Плоский кут	1°= π/180 рад = $1{,}75\cdot10^{-2}$ рад
	1′= $(\pi/108)\cdot10^{-2}$ рад = $2{,}91\cdot10^{-4}$ рад
	1″= $(\pi/648)\cdot10^{-3}$ рад = $4{,}85\cdot10^{-6}$ рад
Об'єм, місткість	1 л = 1 $дм^3$ =10^{-3} $м^3$
Маса	1 т = 10^{3} кг
	1 г = 10^{-3} кг
	1 а.о.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Робота, енергія	1 еВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж
	1 кВт·г = $3{,}6\cdot10^{6}$ Дж
Потужність	1 к.с. =736 Вт
Тиск	1 $кгс/см^2$ =1 атм (техн) = $9{,}81\cdot10^{4}$ Па
	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
Теплота	1 кал = 4,19 Дж
Магнітна індукція	1 Гс (гаус) = 10^{-4} Тл
Напруженість магнітного поля	1 Е (ерстед) = 79,6 А/м ≅ 80 А/м

2.1 Латинський і грецький алфавіти

Для позначення фізичних величин у фізиці використовують грецькі і латинські букви, тому знання грецького і латинського алфавіту полегшить розуміння фізичного тексту.

2.1.1 Алфавіт латинський

Сучасний латинський алфавіт, що є основою писемності німецьких, романських і багатьох інших мов, складається з 26 букв. Букви в різних мовах називаються по-різному. У таблиці приведені українські та «українські математичні» назви, які слідують «французькій» традиції.

Латинська буква		Назва букви	Латинська буква		Назва букви
	Курсив			Курсив	
A, a	*A, a*	а	N, n	*N, n*	ен
B, b	*B, b*	бе	O, o	*O, o*	о
C, c	*C, c*	це	P, p	*P, p*	пе
D, d	*D, d*	де	Q, q	*Q, q*	ку, кю
E, e	*E, e*	є	R, r	*R, r*	ер
F, f	*F, f*	еф	S, s	*S, s*	ес
G, g	*G, g*	же, ге	T, t	*T, t*	те
H, h	*H, h*	аш, ха	U, u	*U, u*	у
I, i	*I, i*	і	V, v	*V, v, v*	ве
J, j	*J, j*	йот, жи	W, w	*W, w, w*	дубль-ве
K, k	*K, k*	ка	X, x	*X, x*	ікс
L, l	*L, l*	ел	Y, y	*Y, y*	ігрек
M, m	*M, m*	ем	Z, z	*Z, z*	зет, зета

Трохи історії

Перші приставки були введені в 1773–1795 роках при узаконенні у Франції метричної системи мерів. Було прийнято брати для кратних одиниць найменування приставок з грецької мови, для долинних – з латинського. В ті роки були прийняті наступні приставки: *кіло…* (від грец. chilioi – тисяча), *гекто…* (від грец. hekaton – сто), *дека…* (від грец. deka – десять), *деци…* (від латин. decem – десять), *санті…* (від латин. centum – сто), *мілі…* (від латин. mille – тисяча).

У подальші роки число кратних і долинних одиниць збільшилося. Найменування приставок запозичувалися іноді і з інших мов.

З’явилися наступні приставки: *мега...* (від грец. megas – великий), *гіга...* (від грец. gigas, gigantos – велетень), *тера...* (від грец. teras, teratos – величезний, чудовисько), *мікро...* (від грец. mikros – малий, маленький), *нано...* (від грец. nanos – карлик), *пико.* (від итал. piccolo – невеликий, дрібний), *фемто…* (від датск. femten – п’ятнадцять), *атто...* (від датск. atten – вісімнадцять). Останні приставки – *пета…* і *экса…* – були прийняті в 1975 році: *пета…* (від грец. peta – п’ять, що відповідає п’яти розрядам по 10^3), *экса.* (від грец. hex – шість, що відповідає шести розрядам по 10^3).

2.1.2 Алфафіт грецький

Грецька буква	Назва англійською	Назва українською
Α α	alpha	альфа
Β β	beta	бета
Γ γ	gamma	гамма
Δ δ	delta	дельта
Ε ε	epsilon	епсілон
Ζ ζ	zeta	дзета
Η η	eta	ета
Θ θ	theta	тета
Ι ι	iota	йота
Κ κ	kappa	каппа
Λ λ	lambda	ламбда
Μ μ	mu	мю
Ν ν	nu	ню
Ξ ξ	xi	ксі
Ο ο	omicron	омікрон
Π π	pi	пі
Ρ ρ	rho	ро
Σ σ	sigma	сігма
Τ τ	tau	тау
Υ υ	upsilon	іпсілон
Φ φ ϕ	phi	фі
Χ χ	chi	хі
Ψ ψ	psi	псі
Ω ω	omega	омега

ЛІТЕРАТУРА, ЩО РЕКОМЕНДУЄТЬСЯ

Основна література

1. Воловик П.М. Фізика. (Підручник для університетів). – К.; Ірпінь: Перун, 2005. – 864 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 2006. – 532 с.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 2. Електрика і магнетизм. – К.: Техніка, 2006. – 452 с.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 3. Оптика. Квантова фізика. – К.: Техніка, 2006. – 518 с.
5. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. К.: Техніка, 2004. – 560 с.
6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1985. – 384 с.
7. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебное пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 718 с.
8. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001. – 542 с.
9. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1981. – 496 с.

Додаткова література

10. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 447 с.
11. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 1. Механика. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1988. – 432 с.
12. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
13. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
14. Савельев И.В. Курс физики: Учебное пособие. В 3-х тт. – 2-е изд. – СПб: Изд-во «Лань», 2006.
15. Тригг Дж. Решающие эксперименты в современной физике. – Изд-во «Мир», 1974. – 159 с.
16. Чертов А.Г. Физические величины (терминология, определения, обозначения, размерности, единицы): Справочник. – М.: Аквариум, 1997. – 335 с.: ил.

Навчальне видання

Волков Олександр Федорович
Лумпієва Таїсія Петрівна

КУРС ФІЗИКИ

У двох томах

Том 1

(українською мовою)

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції: серія ДК №2982 від 21.09.2007.

ISBN 978-966-377-072-7 (загальний)
ISBN 978-966-377-073-4 (том 1)

Підп. до друку 10.06.2009. Формат 60x84/16.
Папір офсетний. Друк різографія.
Ум. друк. арк. 14. Обл.-вид. арк.
Тираж 300 прим.

Надруковано ТОВ фірма «Друк-Інфо»
83001, м. Донецьк, вул. Артема, 58, к. 1.113
тел. (062) 335-64-55