

УДК 621.771.06:233.2

**І. О. ЖУРОВ, О. І. ТОЛОЧКО** (д-р техн. наук, проф.)  
 Державний вищий навчальний заклад  
 «Донецький національний технічний університет»  
master\_1@ukr.net

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОМАСОВОЇ ПРУЖНО-В'ЯЗКОЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ З УРАХУВАННЯМ ЗАЗОРУ В КІНЕМАТИЧНІЙ ПЕРЕДАЧІ

*Представлено математичний опис і складені моделі двомасової електромеханічної системи з урахуванням зазору кінематичної передачі. Проведено аналіз роботи складених моделей. Для аналізу використовувалися модель, заснована на класичному математичному описі двомасової системи, а також уточнена модель, що дозволяє враховувати процес вільної реформації системи, а також переміщення вільного кінця передачі при відкритті зазору.*

**Ключові слова:** двомасова електромеханічна система, зазор в кінематичній передачі, уточнена модель, вільна реформація, зона нечутливості.

**Вступ.** Для дослідження динамічних процесів в електроприводах з пружними зв'язками двигуна та механізму зазвичай використовують кінематичні схеми із зосередженими параметрами. В таких випадках ротор (якір) двигуна та окремі елементи механізму (виконавчий орган, маховики, зубчаті колеса тощо) групуються певним чином та представляються у вигляді обмеженого числа ідеально жорстких об'єктів – приведених зосереджених мас, а безінерційні зв'язки між ними масою не володіють та характеризуються лише пружними та дисипативними властивостями [1,2].

**Метою** роботи є аналіз роботи двомасової електромеханічної системи з урахуванням зазору кінематичної передачі за допомогою її математичних моделей.

Двомасова система може бути описана такою системою диференціальних рівнянь (ДР):

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M - M_{ПВ}, \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{ПВ} - M_C, \\ \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1, \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2, \\ \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2, \\ \Delta\theta = \theta_1 - \theta_2, \\ M_{П} = c_{12} \Delta\theta, \\ M_{В} = b_{12} \frac{d\Delta\theta}{dt}, \\ M_{ПВ} = M_{П} + M_{В}, \end{array} \right. \quad (1)$$

де  $J_1, J_2$  – моменти інерції першої та другої мас відповідно;  $M, M_{П}, M_{В}, M_{ПВ}$  – електромагнітний момент двигуна, пружний, в'язкий та пружно-в'язкий моменти відповідно;  $\omega_1, \omega_2, \theta_1, \theta_2$  – кутові швидкості обертання та кутові переміщення першої та другої мас відповідно;  $b_{12}, c_{12}$  – коефіцієнти внутрішнього в'язкого тертя та пружності кінематичної передачі відповідно.

За приведеною системою ДР можна скласти структурну схему двомасової електромеханічної системи (ДЕМС) без урахування моментів сухого тертя, що впливають на зосереджені маси, яка представлена на рис. 1.

Як видно з приведенного рисунку, ця структура містить ланку чистого диференціювання. Операція диференціювання здійснюється чисельними методами, які характеризуються низькою точністю. Цього недоліку можна легко позбутися, якщо виконати еквівалентний перенос вхідного сигналу ланки диференціювання через попередній інтегратор, в результаті чого схема рис. 1а набуде вигляду рис. 1б.

Робота такої моделі двомасової системи характеризується графіками перехідних процесів рис. 2.

На рис. 2а подані графіки електромагнітного моменту, що виступає вхідним сигналом, пружно-в'язкого моменту в долях від номінального моменту двигуна, а також швидкостей першої та другої мас системи в долях

від швидкості холостого ходу двигуна. Рис. 2б доповнений графіками пружного та в'язкого моментів двомасової системи і демонструє початкову ділянку перехідних процесів.

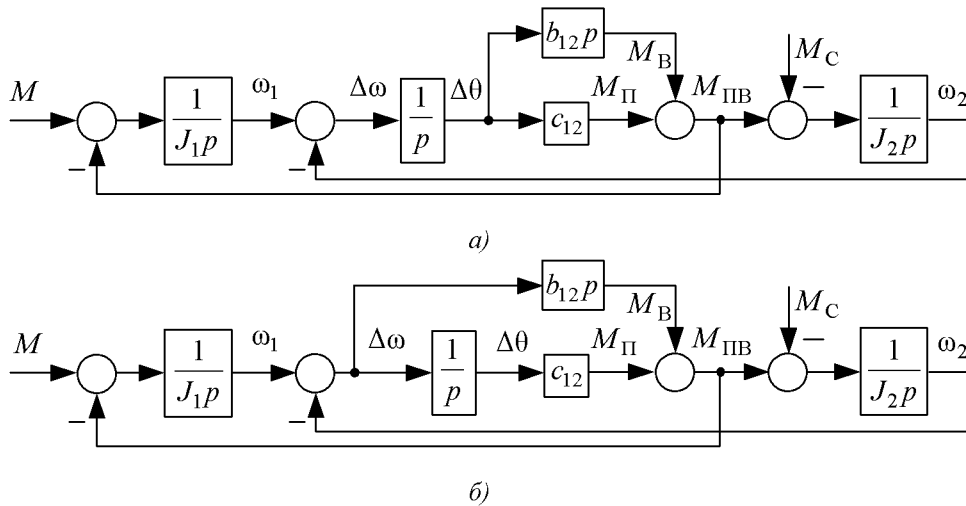


Рисунок 1 – Структурні схеми ДЕМС

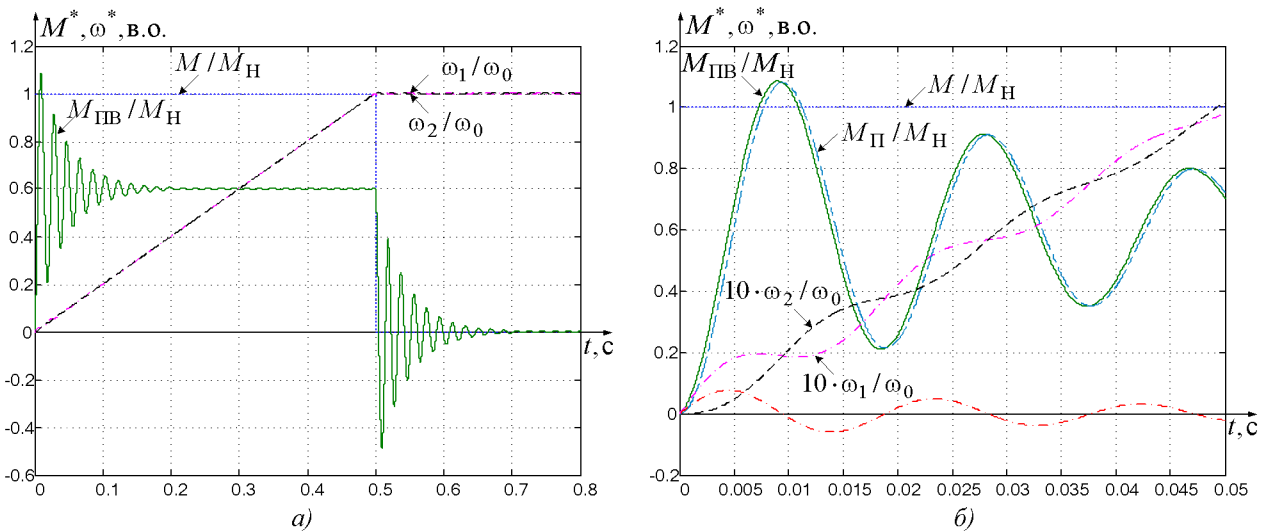


Рисунок 2 – Графіки перехідних процесів у ДЕМС

При більш уточненому аналізі динамічних процесів у ДЕМС слід також враховувати зазор (люфт) в кінематичній передачі між першою та другою масами, обумовлений неточністю виготовлення або зношенням вузлів передачі:

$$\Delta\theta_{\text{Л}} = \begin{cases} |\Delta\theta - \delta_{12}|, & |\Delta\theta| > \delta_{12}/2, \\ 0, & -\delta_{12}/2 \leq \Delta\theta \leq \delta_{12}/2, \end{cases} \quad (2)$$

$$M_{\text{В}} = b_{12} \frac{d\Delta\theta_{\text{Л}}}{dt}. \quad (3)$$

Типова нелінійність “зона нечутливості” (ЗН) моделює зазор у передачі, забезпечуючи наявність пружного та в'язкого моментів тільки після вибору зазору:  $|\Delta\theta_0 + \Delta\theta| \geq \delta_{12}/2$ , де  $|\Delta\theta_0| \leq \delta_{12}/2$  – початкове значення координати  $\Delta\theta$ .

Як можна побачити зі структури рис. 3а, в цьому випадку позбутися ланки чистого диференціювання неможливо звичайним переносом паралельного зв'язку на вхід інтегратора, як це було зроблено на попередніх схемах. Вирішити проблему в цьому випадку можна за допомогою структурної схеми, приведеної на рис. 3б. В такій схемі, як і в реальних системах, в'язкий момент не виникне, поки не буде вибраний зазор. Це забезпечується множенням сигналу розузгодження швидкостей першої та другої мас на вихідний сигнал блоку «зона нечутливості», пропущений через послідовне з'єднання блоків «виділення модуля» (ВМ) та «знакова функція» (ЗФ). Таким чином, в'язкий момент буде визначатися таким співвідношенням:

$$M_{\text{В}} = b_{12} \Delta\omega \cdot \text{sign}(\Delta\theta_{\text{Л}}). \quad (4)$$

На рис. 4 зображені графіки перехідних процесів у ДЕМС з урахуванням люфта.

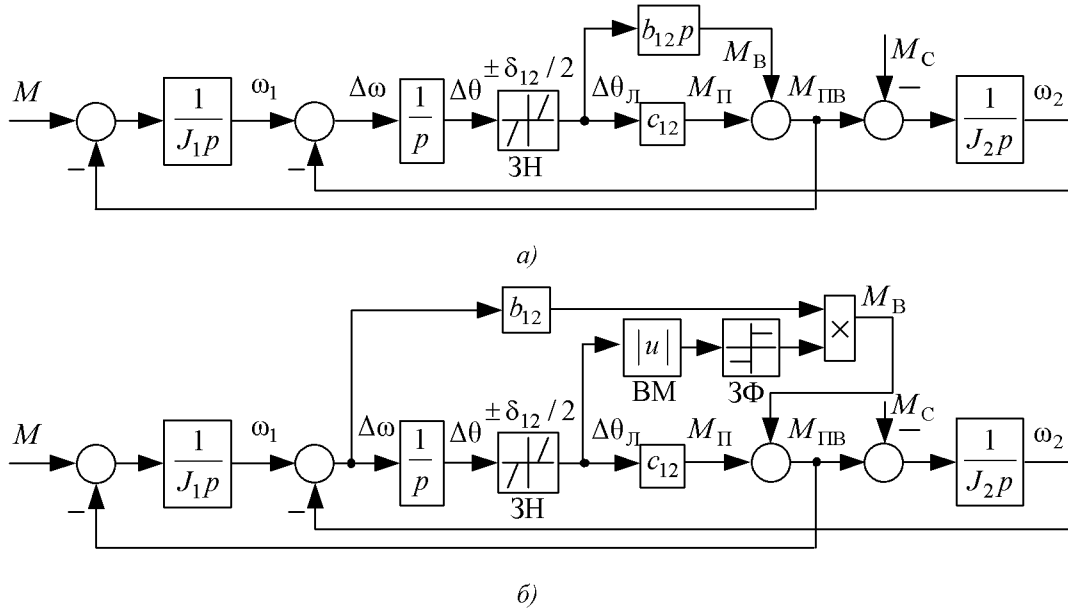


Рисунок 3 – Структурні схеми ДЕМС з урахуванням зазору в кінематичній передачі

Слід зазначити, що приведена модель відображує основні властивості двомасових пружно-в'язких електромеханічних систем, але при цьому є досить спрощеною, оскільки не враховує відносного переміщення вторинного елемента кінематичної передачі в зоні зазору.

Більш точну модель можна побудувати на основі математичного опису ДЕМС, запропонованого у [2], в якому система рівнянь (1) доповнена рівняннями, що описують процес вільної реформації пружно-в'язкої ланки:

$$\begin{cases} \frac{d(\theta_{ПВ})}{dt} = \omega_{ПВ}, \\ \omega_{ПВ} = \Delta\omega_{Л} + \omega_{ВР}. \end{cases} \quad (5)$$

Реформація називається вільною, оскільки при відкритті зазору кінематичної передачі зв'язаний з ним кінець не має опори.

В системі рівнянь прийняті такі позначення:  $\omega_{ВР} = -\frac{c_{12}}{b_{12}} \theta_{ПВ}$  – швидкість вільної реформації пружно-в'язкої ланки, тобто швидкість відновлення її форми,  $\Delta\omega_{Л}$  – вихідний сигнал ланки люфта:

$$\Delta\omega_{Л} = g_1(\theta_{Л}) f_1(\Delta\omega_0) + g_2(\theta_{Л}) f_2(\Delta\omega_0). \quad (6)$$

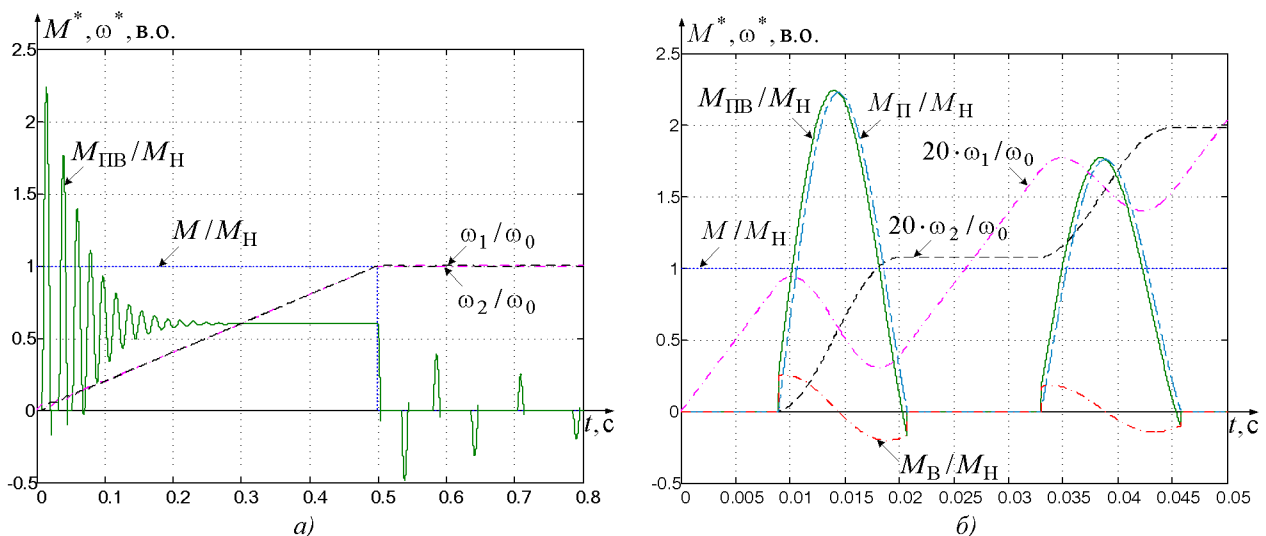


Рисунок 4 – Графіки перехідних процесів у ДЕМС з урахуванням зазору в кінематичній передачі

В наведеному виразі ідентифікація відкриття та закриття зазору здійснюється за допомогою таких дискретних порогових функцій спостережуваних змінних:

$$g_1(\theta_{\text{Л}}) = \begin{cases} 1 & \text{при } \theta_{\text{Л}} \geq \delta_{12} / 2 \\ 0 & \text{при } \theta_{\text{Л}} < \delta_{12} / 2 \end{cases} \quad (7)$$

$$g_2(\theta_{\text{Л}}) = \begin{cases} 1 & \text{при } \theta_{\text{Л}} \leq -\delta_{12} / 2 \\ 0 & \text{при } \theta_{\text{Л}} > -\delta_{12} / 2 \end{cases} \quad (8)$$

$$f_1(\Delta\omega_0) = \begin{cases} \Delta\omega_0 & \text{при } \Delta\omega_0 > 0 \\ 0 & \text{при } \Delta\omega_0 \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$f_2(\Delta\omega_0) = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta\omega_0 \geq 0 \\ \Delta\omega_0 & \text{при } \Delta\omega_0 < 0 \end{cases} \quad (10)$$

де  $\theta_{\text{Л}} = \theta_1 - \theta_2 - \theta_{\text{ПВ}}$  – кутове розузгодження між первинним та вторинним елементами ланки зазору;  $\Delta\omega_0 = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{ВР}}$ .

Використовуючи наведені вирази, а також рівняння руху першої та другої мас системи, можна скласти уточнену структурну схему ДЕМС, що наведена на рис. 5. Перехідні процеси у двомасовій системі з наведеною структурою характеризуються графіками рис 6.

Як можна побачити, в цьому випадку, на відміну від попереднього, пружний та в'язкий моменти при відкритті зазору передачі зменшуються до нуля за аперіодичним законом, а не стрибкоподібно, тобто в системі протікає процес вільної реформації пружно-в'язкої ланки. Знак пружно-в'язкого моменту при цьому не стає від'ємним.

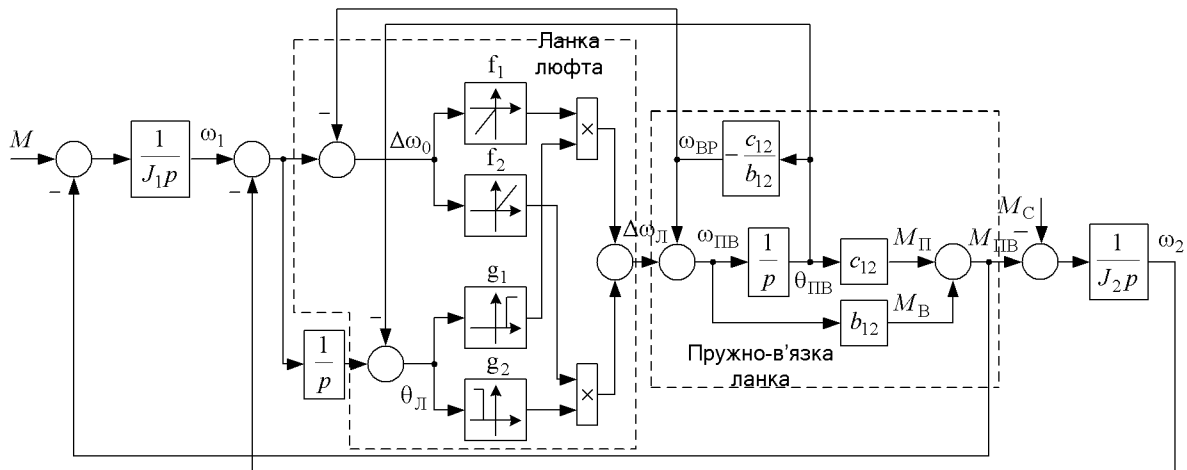


Рисунок 5 – Уточнена структурна схема ДЕМС з урахуванням зазору в кінематичній передачі

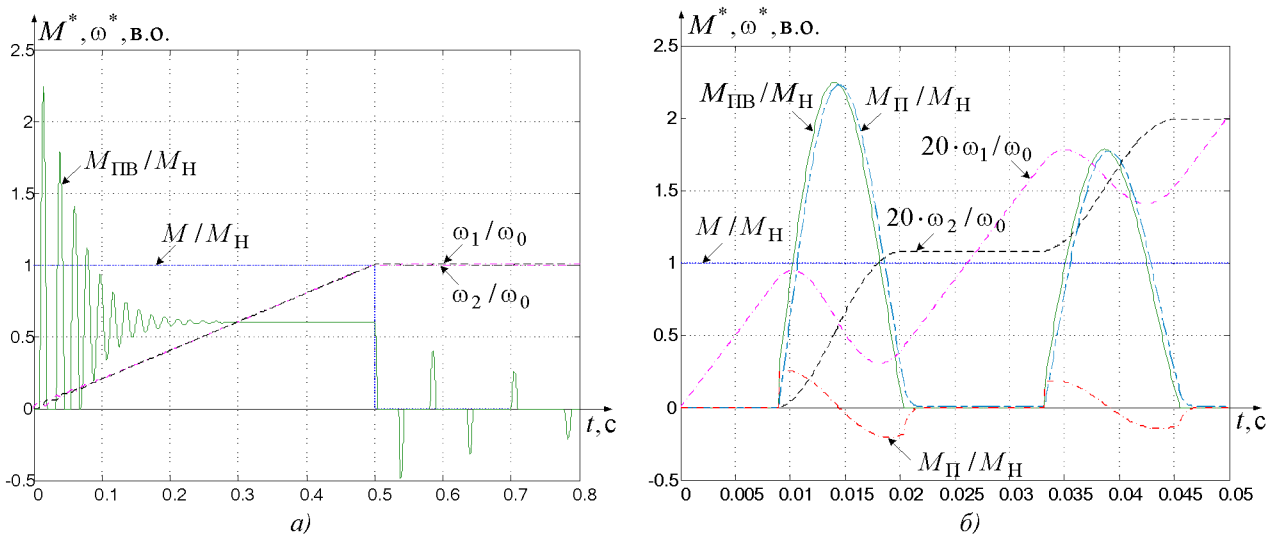


Рисунок 6 – Графіки перехідних процесів у ДЕМС з урахуванням зазору в кінематичній передачі

**Висновки:** Аналіз перехідних процесів, отриманих за допомогою представлених моделей, показав, що використання обох структур двомасової електромеханічної системи дає майже однаковий результат при їх моделюванні.

Перелічені вище відмінності в роботі класичної та уточненої моделей ДЕМС не є принциповими, до того ж результати моделювання дають лише приблизну оцінку реальним перехідним процесам, що протікають у двомасових системах.

Очевидно, що з двох приведених структур простішою є класична модель ДЕМС, тому є більш придатною для аналізу. Уточнена модель може бути використана в тих випадках, коли потрібно мати інформацію про переміщення вільного кінця кінематичної передачі при відкритті зазору.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Башарин А.В. Управление электроприводами: учебное пособие для вузов / А.В. Башарин, В.А. Навиков, Г.Г. Соколовский. – Л. : Энергоиздат., Ленингр. отд-ние, 1982. – 392 с.
2. Шрейнер Р.Т. Системы подчиненного регулирования электроприводов. Ч. 1. Электроприводы постоянного тока с подчиненным регулированием координат: учеб. пособие для вузов / Р.Т. Шрейнер. – Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та, 1997. – 279 с.

Надійшла до редколегії 27.05.2012

Рецензент: Федоров М.М.

О.И. ТОЛОЧКО, И.О. ЖУРОВ  
Государственное высшее учебное заведение  
«Донецкий национальный технический университет»

O. TOLOCHKO, I. ZHUROV  
State Institution of Higher Education  
«Donetsk National Technical University»

**Исследование двухмассовой упруго-вязкой электромеханической системы с учетом зазора в кинематической передаче** Представлено математическое описание и составлены модели двухмассовой электромеханической системы с учетом зазора кинематической передачи. Проведен анализ работы составленных моделей. Для анализа использовались модель, основанная на классическом математическом описании двухмассовой системы, а так же уточненная модель, позволяющая учитывать процесс свободной реформации системы, а также перемещение свободного конца передачи при открытии зазора. Полученные результаты моделирования позволяют сделать вывод о незначительном отличии в работе классической и уточненной моделях двухмассовой системы.

**Ключевые слова:** двухмассовая система, зазор, уточненная модель, свободная реформация, кинематическая передача.

**Analysis of Two-Mass Stiff-Viscous Electromechanical System in Consideration of Kinematical Transmission's Gap.** The mathematical description is represented and models of two-mass electromechanical system in consideration of kinematical transmission gap are made. The analysis of models was done. For the analysis we used the model which is based on classical mathematical description of two-mass system and improved model, which allow to take into account the free reformation process in the system and also a loose end movement when opening a gap. Derived results of the modeling permit to conclude that the works of classical and improved models differs a little.

**Keywords:** two-mass system, gap, improved model, free reformation, kinematic transmission.



**Толочко Ольга Ивановна**, 1948 г.р., Украина, закінчила Донецький Політехнічний Інститут, д.т.н., професор, зав. кафедрой електропривода и автоматизации промышленных установок ДонНТУ. Основное направление научной деятельности – Аналіз і синтез електромеханічних систем зі спостережачими стану.



**Журов Игорь Олегович**, 1989 г.р., Украина, закончил Донецкий Национальный Технический Университет, ассистент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок ДонНТУ. Основное направление научной деятельности – параметрическая и сигнальная идентификация в электроприводах постоянного и переменного тока.