Ю.П. МАТУСОВ,
Національний технічний університет України (НТУУ "КПІ")

ПРО СТОХАСТИЧНУ КВАЗІГРАДІЄНТНУ ОПТИМІЗАЦІЮ І ЕКСТРАПОЛЯЦІЮ КРОКІВ ДЕЯКИХ ВИПАДКОВИХ ФУНКЦІЙ В ІНСТИТУЦІОНАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ

Вступ

Багато економічних задач оптимізації зводяться до пошуку екстремуму математичного сподівання вигляду $\mathbf{F^i(x)}$ деяких статистичних рядів типу $\mathbf{f^i(x,\omega)}$, як показано на рисунку. Проблема розв'язку подібних задач пов'язана з невизначеністю функціоналів $\mathbf{F^i(x)}$ при спостереженнях за функціями $\mathbf{f^i(x,\ \omega)}$. Існують стохастичні квазіградієнтні методи без обчислення точних значень функцій цілі [1, 2], але невизначеність в них зберігається і проявляється в похибках розв'язку. Є підходи, коли доводиться існування в задачі сідлової точки [3] і шукається розв'язок в ході антагоністичної гри [4, 5], але така стратегія практично обмежується кількістю змінних.

$$\mathbf{F^i(x_j),\ f^i(x_j,\omega),\ i=0,1,\dots,m,\ j=1,\dots,n;\ x=(x_1,x_2,\dots x_n)\in\Re^n,\ \omega\in\Omega,\ \text{в}\ (\Omega,\sigma,P).}$$

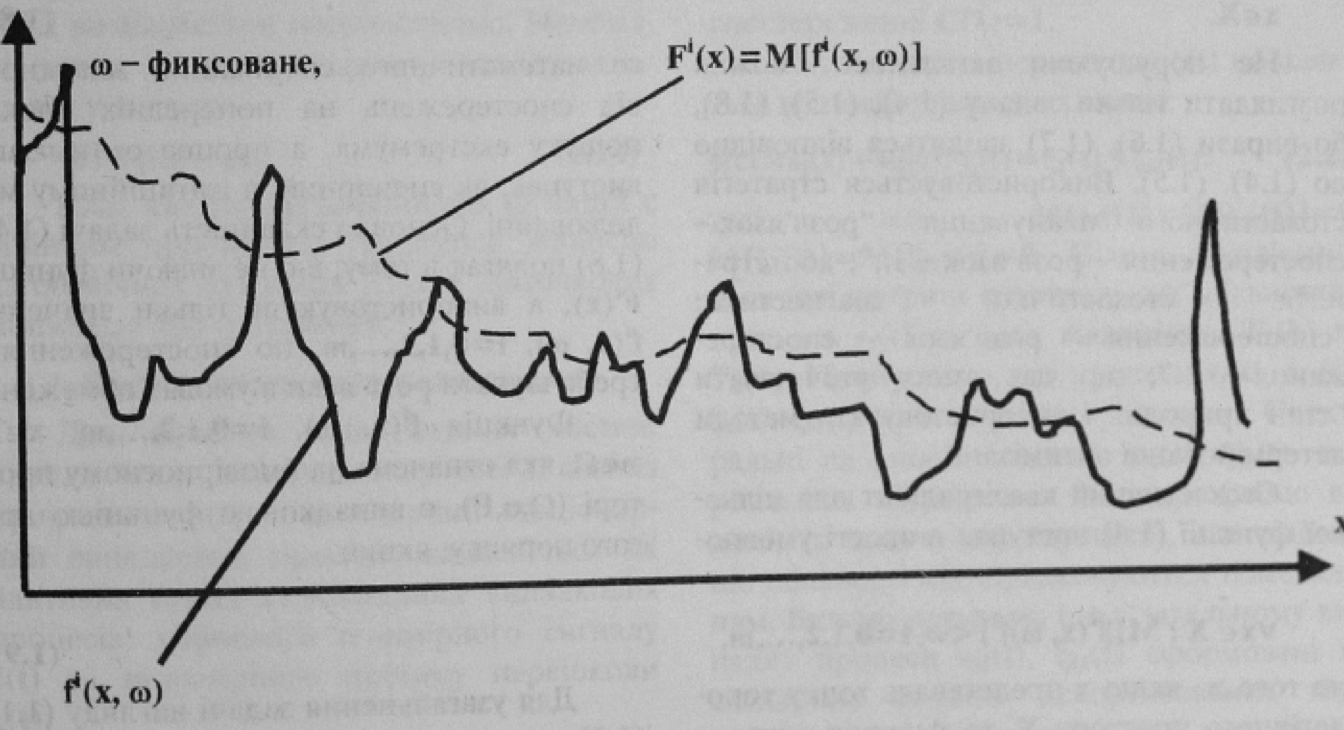

Рисунок. Складова інституціонального статистичного інформаційного потоку

В даній статті розглядається квазідиференціальний підхід [6, 7, 8] до пошуку напрямку на екстремум з використанням множини стохастичних квазіградієнтів, а невизначеність в задачі вирішується екстраполяцією кроків руху на екстремум уздовж знайденого напрямку за раніше проведеними спостереженнями випадкових складових функцій в околі визначення.

1. Постановка задачі оптимізації

Не порушуючи загальності, задача мінімізації цільової функції в умовах обмежень в околі допустимих значень має вигляд [2]:

$$F^0(x)\to\min,\ x=(x_1,x_2,\ldots x_n)\in\Re^n, \quad (1.1)$$

$$F^i(x)\le 0,\ i=1,2,\ldots,m \quad (1.2)$$

$$x\in X \quad (1.3)$$

В стохастичній задачі оптимізації усі або декілька складових принципово не можна однозначно визначити і це не залежить від складності виразів, які застосовуються. Задачі стохастичного програмування будуються в розумінні, що усі (або частина) з входящих складових – залежать від розв'язку і від "стану природи" ω з ймовірносного простору (Ω,σ,P), тому й неоднозначні в області, що розглядається. Нема можливості визначати точні значення цих функцій, їхніх похідних, хоча б до другого порядку (їх може просто не існувати). З'ясувати причетність отриманого розв'язку до заданої множини теж може бути проблематичним [1, 2].

У цьому випадку вирази задачі (1.1), (1.2) мають вигляд математичних сподівань $M[\ldots]$ або ймовірностей відхилень $P\{\ldots\}$:

$$F^0(x)=M[f^0(x,\omega)]\to\min,\ x=(x_1,x_2,\ldots x_n)\in\Re^n,\ \omega\in\Omega, \quad (1.4)$$

$$F^i(x)=M[f^i(x,\omega)]\le 0,\ i=1,2,\ldots,m, \quad (1.5)$$

$$Q^0(x)=P\{f^0(x,\omega)\ge f_0\}\to\min,\ x=(x_1,x_2,\ldots x_n)\in\Re^n,\ \omega\in\Omega, \quad (1.6)$$

$$Q^i(x)=P\{f^i(x,\omega)\ge f_i\}-P_i\le 0,\ i=1,2,\ldots,m, \quad (1.7)$$

$$x\in X. \quad (1.8)$$

Не порушуючи загальності, можна розглядати тільки задачу (1.4), (1.5), (1.8), бо вирази (1.6), (1.7) зводяться відповідно до (1.4), (1.5). Використовується стратегія стохастичного планування: "розв'язок – спостереження – розв'язок – ...", або стратегія стохастичної діагностики: "спостереження – розв'язок – спостереження – ...", що дає змогу уточнювати "стан природи" і використовувати методи детермінованої оптимізації.

Стохастичний квазіградієнт для цільової функції (1.4) виступає в якості умовного математичного сподівання, залежного від спостережень на попередніх кроках пошуку екстремума, а процес оптимізації виступає, як сценарний, в імітаційному моделюванні. Основна складність задачі (1.4)-(1.8) полягає в тому, що не знаючи функцій $F^i(x)$, а використовуючи тільки значення $f^i(x,\omega)$, $i=0,1,2,\ldots,m$, по спостереженням, треба шукати розв'язки в умовах обмежень.

Функція $f^i(x,\omega)$, $i=0,1,2,\ldots,m$, $x\in X$, $\omega\in\Omega$, яка означена на ймовірносному просторі (Ω,σ,P), є випадковою функцією другого порядку, якщо:

$$\forall x\in X: M[|f^i(x,\omega)|^2]<\infty,\ i=0,1,2,\ldots,m, \quad (1.9)$$

до того ж, якщо x представляє точку топологічного простору X, то функція вигляду $f^i(x,\omega)$ є випадкове поле. Якщо x – це час $t\in T$, то зазначена функція – випадковий процес.

Для узагальнення задачі вигляду (1.1)-(1.3) вводяться поняття субградієнту v (узагальненого градієнту) та субдиференціалу $\partial F(x_0)$ опуклої скінченної функції $F(x)$ "$\cup$" [6, 7] в точці x_0:

$$F(\alpha x_1+(1-\alpha)x_2)\le\alpha F(x_1)+(1-\alpha)F(x_2),\ \forall\{(x_1,x_2)\in\Re^n,\ \alpha\in[0,1]\},$$

$$\partial F(x_0)=\{v\in\Re^n \mid F(x)-F(x_0)\ge(v,x-x_0),\ \forall x\in\Re^n\},$$

$$\partial F(x_0)/\partial g=\max(v,g),\ v\in\partial F(x_0). \quad (1.10)$$

Аналогічно, для увігнутої скінченної функції $\mathbf{F(x)}$ "$\cap$" вводяться поняття супер-градієнту $\mathbf{w}$ та супердиференціалу $\partial\mathbf{F(x_0)}$ в точці $\mathbf{x_0}$:

$$\mathbf{F(\alpha x_1+(1-\alpha)x_2) \geq \alpha F(x_1)+(1-\alpha)F(x_2),\ \forall\{(x_1,x_2)\in\Re^n,\ \alpha\in[0,1]\}},$$

$$\partial\mathbf{F(x_0)=\{w\in\Re^n \mid F(x)-F(x_0)\leq(w,\ x-x_0),\ \forall x\in\Re^n\}},$$

$$\partial\mathbf{F(x_0)}/\partial\mathbf{g=mix(w,g),\ w\in}\partial\mathbf{F(x_0)}. \tag{1.11}$$

Для $\partial\mathbf{F(x_0)}$ з (1.10), (1.11) необхідна умова мінімуму має вигляд:

$$\{\mathbf{0}\}\in\partial\mathbf{F(x_0)}. \tag{1.12}$$

Коли $\mathbf{F(x)}$ опукло-увігнута, вводиться квазідиференціал (КВД) – інтервал множин $\mathbf{D(F(x_0))}=[\underline{\partial F(x_0)},\ \overline{\partial F(x_0)}]$ функції $\mathbf{F(x)}$ в точці $\mathbf{x_0\in S}$ [6], як узагальнення субдиференціалу $\underline{\partial F(x_0)}\in\Re^n$ для опуклої функції та супердиференціалу $\overline{\partial F(x_0)}\in\Re^n$ для увігнутої функції. На відкритій множині $\mathbf{S\in\Re^n}$ задана скінченна функція $\mathbf{F(x)}$ є в точці $\mathbf{x_0\in S}$ квазідиференційовною, якщо вона диференційовна в точці $\mathbf{x_0}$ за любим напрямком $\mathbf{g\in\Re^n}$ та існує $\mathbf{D(F(x_0))}$ такий, що має місце співвідношення:

$$(\partial\mathbf{F(x_0)}/\partial\mathbf{g})\equiv\lim_{\alpha\to+0}\alpha^{-1}[\mathbf{F(x_0+\alpha g)-F(x_0)}]=\max_{\mathbf{v}\in\underline{\partial F(x_0)}}(\mathbf{v,g})+\min_{\mathbf{w}\in\overline{\partial F(x_0)}}(\mathbf{w,g}), \tag{1.13}$$

де $\mathbf{g\in D(F(x_0))}$ – квазіградієнт, тому що КВД визначається неоднозначно. Необхідна умова мінімуму в цьому випадку запишеться у вигляді:

$$\{\mathbf{0}\}\in\mathbf{D(F(x_0))}. \tag{1.14}$$

Клас квазідиференційовних функцій є лінійним простором, замкнутим відносно алгебраїчних операцій взяття поточкових мінімаксів або максимінів.

2. Постановка задачі прогнозування

Для лінійних стаціонарних систем, працюючих у неперервному часі $\mathbf{t}$, сигнал вимірювача $\mathbf{y(t)}$ – $\mathbf{m}$-вимірний стаціонарний випадковий процес – складається як адитивна суміш стаціонарних випадкових процесів: корисного $\mathbf{n}$-вимірного сигналу $\mathbf{s(t)}$ та $\mathbf{m}$-вимірного процесу перешкоди $\xi\mathbf{(t)}$:

$$\mathbf{y(t)=c[s(t)]+\xi(t)}, \tag{2.1}$$

де $\mathbf{c["]}$ – лінійне перетворення корисної складової з матрицею частотних характеристик $\mathbf{C(\lambda)}$ розміру $\mathbf{m\times n}$. При скалярному спостереженні $\mathbf{C(\lambda)=1}$.

Сигнал $\mathbf{s(t)}$ та перешкода $\xi\mathbf{(t)}$ поділяються відповідно на дві складові:

$$\mathbf{s(t)=s_I(t)+s_{II}(t);\ \xi(t)=\xi_I(t)+\xi_{II}(t)}, \tag{2.2}$$

такі, що $\mathbf{M[s_I(t)]=M[s_{II}(t)]=0}$, $\mathbf{M[\xi_I(t)]=M[\xi_{II}(t)]=0}$. Відомі невід'ємно-означені матриці спектральних щільностей процесів $\mathbf{s_I(t)}$ та $\mathbf{\xi_I(t)}$, відповідно, $\mathbf{T_1(\lambda)}$ та $\mathbf{T_2(\lambda)}$. Припустимо, що процеси $\mathbf{s_I(t)}$, $\mathbf{s_{II}(t)}$; $\mathbf{\xi_I(t)}$, $\mathbf{\xi_{II}(t)}$ – взаємно некорельовані. Спектральні щільності процесів $\mathbf{s_{II}(t)}$, $\mathbf{\xi_{II}(t)}$, породжених збуреннями, невідомі (якщо відомі, то задача спрощується), але відомо, що щільності підпорядковуються обмеженням. Будемо рахувати, що в загальному випадку процеси $\mathbf{s_{II}(t)}$, $\mathbf{\xi_{II}(t)}$ сформовані із скалярних взаємно некорельованих збурень $\mathbf{u_k(t)}$ та $\mathbf{v_k(t)}$, відповідно, з нульовими математичними сподіваннями:

$$\mathbf{s_{II}(t)}=\sum_{k=1}^{N}\mathrm{P}_{\mathbf{k}}[\mathbf{u_k(t)}];\ \mathbf{\xi_{II}(t)}=\sum_{k=1}^{M}\mathrm{Q}_{\mathbf{k}}[\mathbf{v_k(t)}], \tag{2.3}$$

при цьому лінійні перетворювання $\mathbf{P_{ki}}$, $\mathbf{Q_{kj}}$ мають відповідні частотні характеристики $\mathbf{p_{ki}(\lambda)}$ та $\mathbf{q_{kj}(\lambda)}$, $\mathbf{i=1,\ldots,n}$; $\mathbf{j=1,\ldots,m}$. Найбільш типовими обмеженнями на збурення у практичних застосуваннях виступають обмеження на їхні моменти (дисперсії, дисперсії похідних) та на діапазон концентрації спектра. Якщо спектральні міри збурень $\mathbf{u_k(t)}$ та $\mathbf{v_k(t)}$, відповідно, $\mathbf{dH_{1k}(\lambda)}$ та $\mathbf{dH_{2k}(\lambda)}$, то моментні обмеження можна записати у вигляді нерівностей:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_{ik}(\lambda)\mathbf{dH_{1k}(\lambda)\le a_{ik},\ k=1,\ldots,N;\ i=1,\ldots,n;\ dH_{1k}(\lambda)=0},\ \text{якщо}\ \lambda\notin\Lambda_{1k} \tag{2.4}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi_{jk}(\lambda)\mathbf{dH_{2k}(\lambda)\le b_{jk},\ k=1,\ldots,M;\ j=1,\ldots,m;\ dH_{2k}(\lambda)=0},\ \text{якщо}\ \lambda\notin\Lambda_{2k}, \tag{2.5}$$

де $\varphi_{ik}(\lambda)\in\mathbf{R}^{N}_{+0}$, $\psi_{jk}(\lambda)\in\mathbf{R}^{M}_{+0}$ – невід'ємні, парні по λ задані функції частоти; $\mathbf{a_{ik}}\in\mathbf{R}^{N}_{+}$, $\mathbf{b_{jk}(\lambda)}\in\mathbf{R}^{M}_{+}$ – задані додатні вектори; Λ_{1k}, Λ_{2k} – задані підмножини вісі частот додатньої міри. Задача коректно поставлена, якщо на кожне із збурень накладано принаймні хоча б одне моментне обмеження. Обмеження на діапазон концентрації спектра означає, що відома множина Λ, де $\mathbf{dH(\lambda)\neq 0}$, коли $\lambda\in\Lambda$ і $\mathbf{dH(\lambda)=0}$, коли $\lambda\notin\Lambda$. Якщо існують щільності $\mathbf{h_{1k}(\lambda)}$ та $\mathbf{h_{2k}(\lambda)}$, відповідно, збурень $\mathbf{u_k(t)}$ та $\mathbf{v_k(t)}$, то спектральні міри запишуться у вигляді: $\mathbf{dH_{1k}(\lambda)=h_{1k}(\lambda)d\lambda}$, $\mathbf{dH_{2k}(\lambda)=h_{2k}(\lambda)d\lambda}$.

Тобто треба знайти (або оцінити, якщо не можна знайти) таке лінійне перетворення отриманого в ході вимірювань сигналу $\mathbf{y(t)}$, яке б давало змогу отримати, в певному сенсі, найкращу оцінку деякого заданого лінійного перетворення корисного сигналу $\mathbf{s(t)}$. Відрізняють випадки: коли для знаходження оцінки в деякий момент часу $\mathbf{t}$ (при спостереженні у свій час воно було пропущене) використовують спостереження на усьому інтервалі часу (від $-\infty$ до $+\infty$) – *задача інтерполяції*; коли для знаходження оцінки в деякий момент часу $\mathbf{t\geq 0}$ використовують спостереження на інтервалі часу (від $-\infty$ до $\mathbf{0}$) – *задача екстраполяції*; коли для знаходження оцінки в деякий момент часу $\mathbf{t}$ використовують спостереження, які отримані в моменти часу $\tau\leq\mathbf{t}$ – *задача фільтрації*; та коли знайдена оцінка в деякий момент часу $\mathbf{t}$ (в ході екстраполяції, інтерполяції чи фільтрації) сама використовується в цільових критеріях – *задача оптимізації*.

Зауважімо, що в задачі фільтрації на зображення $\mathbf{G(\lambda)}$ накладається умова аналітичності на нижній півплощині, де $\mathbf{Im\lambda<0}$ [9, с.178]. Ця умова значно ускладнює розв'язок задачі фільтрації по відношенню до задачі інтерполяції та екстраполяції. Таким чином, необхідно в задачі фільтрації додатково накласти умову аналітичності на вирази: $\mathbf{G(\lambda)q_{kj}(\lambda)}$, $\mathbf{(G(\lambda)C(\lambda)\text{-}Q_{-}(\lambda))P_{ki}(\lambda)}$ – на нижній півплощині для $\mathbf{Im\lambda<0}$ у тих випадках, коли $\mathbf{G(\lambda)}$, $\mathbf{q_{kj}(\lambda)}$, $\mathbf{P_{ki}(\lambda)}$, $\mathbf{C(\lambda)}$ – мають особливості (полюси) на нижній півплощині [9, с.14, 46]. Якщо вказані умови виконані, то дисперсія похибки фільтрації або інтерполяції чи екстраполяції функціонала при оцінюванні векторного процесу буде такою:

$$\mathbf{D(G,h)}=\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{Sp\Phi(\lambda)\{G(\lambda)B_1(\lambda)G^*(\lambda)+G_1(\lambda)B_2(\lambda)G_1{}^*(\lambda)\}d\lambda}, \tag{2.6}$$

де $\mathbf{G_1(\lambda)=G(\lambda)C(\lambda)-Q(\lambda)}$ – модифіковане зображення, а $\mathbf{\Phi(\lambda)}$ – деяка невід'ємно-означена матриця – функція від частоти λ; (для скалярного процесу слід дорівнює: $\mathbf{Sp\Phi(\lambda)=1}$);

$$\mathbf{B_1(\lambda)=T_1(\lambda)}+\sum_{k=1}^{N}\mathbf{p_k(\lambda)h_{1k}(\lambda)p^*{}_k(\lambda)};\ \mathbf{B_2(\lambda)=T_2(\lambda)}+\sum_{k=1}^{M}\mathbf{q_k(\lambda)h_{2k}(\lambda)q^*{}_k(\lambda)}; \tag{2.7}$$

У загальному випадку дисперсія похибки:

$$D(G,h)=\|A\eta-\hat{A}\eta\|^2=M[A\eta-\hat{A}\eta]^2, \qquad (2.8)$$

і вона виступає як середньоквадратична похибка оцінки $\hat{A}\eta$ деякого перетворення $A\eta$ стаціонарного випадкового процесу η. В практичних задачах [10] корисна складова $s(t)$ представляє собою задану детерміновану функцію часу, і на похибку оцінювання $z(t)$ цієї складової $s(t)$ накладається умова:

$$\|z(t)\|^2=\int_0^\infty Z^2(t)dt\le 2\pi\tau_k \qquad (2.9)$$

Але тоді на норму перехідного процесу похибки оцінювання $z(t)$ встановлюється обмеження, яке відносно функції $G(\lambda)$ по відомим матрицям частотних характеристик $C(\lambda)$ та $Q(\lambda)$, розміру $m\times n$, має вигляд:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |G(\lambda)C(\lambda)-Q(\lambda)|^2 A_k(\lambda)d\lambda\le\tau_k \qquad (2.10)$$

де $A_k(\lambda)$ – деяка функція якості переходу в стаціонарний режим і залежить від вигляду заданої корисної складової $s(t)$, а τ_k – деяка константа. Оскільки дисперсія похибки $D(G,h)$ (2.8) є функціоналом від частотної характеристики $G(\lambda)$ та від складових спектральних щільностей $h_{1k}(\lambda)$, $k=1,\ldots,N$; та $h_{2k}(\lambda)$, $k=1,\ldots,M$; збурень $u_k(t)$ та $v_k(t)$, відповідно, то маємо в загальному вигляді задачу в умовах неозначеності спектральних щільностей $h_1(\lambda)$, $h_2(\lambda)$. Доцільно гарантовано оцінювати $D(G,h)$ по $\sup_h D(G,h)$, $h\in H$ по усім найхудшим значенням $h_1(\lambda)$, $h_2(\lambda)$ з множини допустимих спектральних щільностей $H=H_1\times H_2$, компоненти якої відповідають обмеженням (2.4), (2.5). Тоді в умовах, коли невідомо, які саме реалізувались спектральні щільності $h(\lambda)$, шукають найкращу характеристику $G(\lambda)$ по співвідношенню:

$$\min_G \sup_h D(G,h),\ G(\lambda)\in\hat{G},\ h(\lambda)\in H \qquad (2.11)$$

серед множини $\hat{G}$ допустимих значень частотних характеристик.

Задачу в формі (2.11) можна показати як антагоністичну гру $\Gamma(D, H, \hat{G})$, в якій функціоналом вигравання (ціною гри) є $D(G,h)$. Простором стратегій першого гравця, який намагається максимізувати $D(G,h)$, шукаючи супремум, виступає множина значень допустимих спектральних щільностей H (стратегія перетворення $A\eta$), а в якості простору стратегій другого гравця, який хоче мінімізувати $D(G,h)$, шукаючи мінімум (в середньоквадратичному сенсі), виступає множина значень допустимих частотних характеристик $\hat{G}$ (стратегія оцінки $\hat{A}\eta$). Доведено [11, 12], що в багатьох випадках мінімаксних задач оцінювання така гра має сідлову точку і розв'язок в чистих стратегіях.

2.1. Задача екстраполяції для гаусівських випадкових процесів

Постановка задачі екстраполяції стаціонарного випадкового процесу та оцінка його лінійного перетворення [12] може розглядатись у варіантах класичного та мінімаксного розв'язків, до того ж мінімаксна лінійна екстраполяція та отримання процеса авторегресії-ковзного середнього може виконуватись методом антогоністичної гри.

Для стаціонарного випадкового процесу $\xi(j)$, $j\in Z$ по спостереженням $\xi(j)$, $j<0$, з $M[\xi(j)]=0$ і одиничною дисперсією $M[|\xi(j)|^2]=1$ лінійне перетворення заданого процесу має вигляд:

$$A\xi=\sum_{j=0}^{\infty} a(j)\xi(j), \qquad (2.12)$$

де $a(j)$ – послідовність дійсних чисел, яка задовольняє умову:

$$\sum_{j=0}^{\infty} a(j)<\infty. \qquad (2.13)$$

Якщо $\hat{g}_\xi(j)$ – лінійна екстраполяція $\xi(j)$ по спостереженням даного значення процесу $\xi(j)$ при $j<0$, то оцінка його лінійного перетворення буде у вигляді:

$$\hat{A}\xi=\sum_{j=0}^{\infty} a(j)\hat{g}_\xi(j), \qquad (2.14)$$

і треба мінімізувати середньоквадратичну похибку оцінки

$\Delta(\hat{g}_\xi,\xi)=\| A\xi-\hat{A}\xi \|^2=M[A\xi-\hat{A}\xi]^2$, (2.15)

знайшовши при цьому величину мінімальної похибки цієї оцінки $\Delta(\hat{g}_\xi{}^*,\xi^*)= = \min\Delta(\hat{g}_\xi,\xi)$, найменш сприятливий процес $\xi^*(j)$ і оптимальну для нього лінійну екстраполяцію $\hat{g}_\xi{}^*(j)$, що виявляє оптимальну оцінку $\hat{A}\xi^*$ в умовах заданого перетворення **A**.

3. Стохастична квазіградієнтна оптимізація

Оскількиісходна задача (рисунок) необумовлена, то процес руху на мінімум (1.4) значно ускладнюється. В задачах стохастичної квазіградієнтної оптимізації особливість полягає у тому, що детермінована функція якості (або функціонал якості) під дією випадкового фактору змінюється, і тоді розглядається мінімізація умовного математичного сподівання функції (або функціоналу) якості, але при цьому алгоритми оптимізації ускладнюються: при дії випадкового фактору значно виростає кількість випробувань і кількість обчислень. В процесі пошуку кращих станів функції якості в умовах стохастичної квазіградієнтної оптимізації найбільш критичним є вибір наступного кроку виконання відповідного градієнтного алгоритму по раніше отриманої інформації [13]. Найбільш привабливими виступають градієнтні методи, у яких кроки формуються на основі прогнозування величин в даному напрямку пошуку на екстремум, тобто крок виконується з використанням, наприклад, екстраполяції випадкового процесу, а екстраполяція знаходиться на основі класичного розв'язку [14], або на основі мінімаксного [12, 15], якщо спектральна щільність $f(\lambda)$ процесу $\xi(j)$ невідома, але можна вказати деяку множину **D**, до якої належить щільність $f(\lambda)\in D$. Конструкція квазідиференціалів (1.13) при цьому забезпечує пошук напрямків на екстремуми. На прикладі цільового функціоналу, в складових якого присутній стаціонарний випадковий процес (рисунок), якщо $\{0\}\in D(f(x_0))$, то скінченний ітераційний процес алгоритму пошуку мінімуму $f(x)$ має вигляд на $s+1$-ітерації для i-ой компоненти функції: $f_i^{(s+1)}=f_i^{(s)} - \alpha_s D(f_i^{(s)})$, для деякого кроку α_s, що відповідає побудованій оптимальній екстраполяції функції в визначенному напрямку, а критерієм закінчення ітераційного процесу виступають умови, які можуть бути накладені на КВД: $D(f_i^{(k+1)})\geq D(f_i^{(k)})$, або на ісходну функцію: $\Delta(f(x,\omega))_i^{(k+1)}\leq\varepsilon\Delta(f(x,\omega))_i^{(1)}$, $\varepsilon>0$- точність. Використання КВД і конструкції кроків по стохастичному квазіградієнту з прогнозуванням значень кроку вздовш знайденого по КВД екстремального напрямку – дозволяють будувати ефективні методи виконання оптимізації цільових функціоналів мінімаксного вигляду та функцій якості, в склад яких неявно входить випадковий характер змінних.

Список літератури

1. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. – М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит, 1976. – 240 с.

2. Ермольев Ю.М, Ястремский А.И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании. – М, Наука, Гл. ред. физ-мат. лит, 1979. – 253 с.

3. Гренандер У. Об одной проблеме предсказания в связи с теорией игр / Бесконечные антагонистические игры / Под ред. Воробьева Н.Н. – М.: Физматгиз, 1963. – С.403-413.

4. Моклячук М.П. О линейном прогнозе случайных процессов в условиях неопределенности / Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Либидь, КГУ. – 1991. – Вып.45. – С.89-97.

5. Моклячук М.П. Об одной антагонистической игре и прогнозировании стационарных случайных последовательностей в гильбертовом пространстве / Теория вероятностей и математическая статистика. – Вып. 25. – К.: Вища школа, КГУ. – 1981. – С.99-106.

6. Демьянов В.Ф, Васильев Л.В. Недифференцируемая оптимизация. – М.: Наука, 1981. – 384 с.

7. Шор Н.З, Стеценко С.И. Квадратичные экстремальные задачи и недифференцируемая оптимизация. – К.: Наукова думка, 1989. – 208 с.

8. Матусов Ю.П. Стохастична градієнтна оптимізація на деяких випадкових функціях з обмеженнями // Вісник Київського університету. – Серія математика і механіка. – №8. – 2002.

9. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Физматгиз, 1962.

10. Куржанский А.Б. Динамические задачи принятия решений в условиях неопределенности / Современное состояние теории исследования операций. – М.: Наука, 1979. – С.197-235.

11. Куркин О.М, Коробочкин Ю.Б, Шаталов .А. Минимаксная обработка информации. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 216 с.

12. Моклячук М.П. Минимаксная экстраполяция и процессы авторегрессии–скользящего среднего // Теория вероятностей и математическая статистика. – Вып. 41. – К.: Вища школа, КГУ, 1989. – С.66-74.

13. Растригин Л.А. Статистические методы поиска. – М.: Наука, Гл. ред. физмат. лит, 1968. – 376 с.

14. Гихман И.И, Скороход А.В. Теория случайных процессов. – Т. 1. – М.: Наука, 1971. – 664 с.

15. Розанов Ю.А. Стационарные случайные процессы / 2-е изд. доп. – М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит, 1990. – 272 с.

О.В. ДЕКАЛЮК,
Технологічний університет Поділля, м. Хмельницький

ДІАГНОСТИКА ПРОБЛЕМ ОРГАНІЗАЦІЙНО-ЕКОНОМІЧНОГО МЕХАНІЗМУ ОПЕРАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ВИРОБНИЧОГО ПІДПРИЄМСТВА

Перехід до ринкової економіки вимагає перебудови всього господарського механізму від верху до низу, і, насамперед, системи управління підприємством в умовах нестабільного, досить динамічного зовнішнього середовища. У підприємств з'являються нові партнери, ускладнюються виробничі зв'язки, змінюються ціни на ресурси, вводяться нові законодавчі акти, що визначають правила взаємин підприємств із державними інститутами. Ці й інші об'єктивні умови розвитку економіки визначають необхідність розробки концепції управління підприємством на основі використання елементів операційної системи як ключових засобів реформування господарської діяльності виробничого підприємства.

Однак ряд питань досліджений недостатньо: відсутній єдиний підхід до питань формування елементів структури операційної системи підприємства; недостатньо розроблені методичні і практичні рекомендації з управління операційною системою, по удосконаленню даної системи на машинобудівних підприємствах. Не існує єдиної методики оцінки ефективності функціонування операційної системи виробничого підприємства. Даний механізм недостатньо забезпечений інформаційною базою, широке застосування знаходять