RUMIANTSEV NIKOLAJ doktor habilitowany nauk ekonomicznych, profesor zwyczajny
Narodowy Uniwersytet Techniczny w Doniecku (Ukraina)
ul. Artema, 58, 83001
rumnik49@mail.ru

USTALENIE OPTYMALNEJ ILOŚCI POJAZDÓW W ZAKRESIE ICH ZNISZCZENIA I ODNOWY

Resume: Artykuł jest poświęcony problemam systemu transportowo-logistycznego, obsługiwającego konsumentów. Głównym jest to, że do tej obsługi są przyznaczone wyłącznie dwa auta, które w trakcie przesuwania się w kierunku konsumenta mogą się zepsuć i będą naprawiane przez samych kierowców. Rozpatrujemy dwa typy systemów obsługi ogólnej, które dotyczą funkcjonowania systemu transportowo-logistycznego: system z odmową i oczekiwaniem. Wobec tego znaleziono charakterystyki główne tego systemu: pojemność, prawdopodobieństwo ryzyka niedokonania zamówienia.

RUMYANTSEV MYKOLA DETERMINATION OF THE OPTIMAL NUMBER OF VEHICLES WITH REGARD THEIR FAILURE AND RESTORATION

ABSTRACT. In work deals with transport and logistics system serving consumers, and to service them stand out even two cars, which in the process of going to the consumer may fail and recover of the forces of the drivers themselves. We consider two classes of queuing systems, describing the operation of the transport and logistics systems: a system with failures and anticipation. Found the main characteristics of this system: bandwidth, the probability of the risk of default order.

WSTĘP. Najprostsze zadania optymizacji przewozu ładunków wcześniej były stawione jako zadania programowania matematycznego bez ograniczeń, dotyczących ilości pojazdów. Chociaż praktyki szybkiego zarządzania dostawami świadczą o deficycie pojazdów. Wobec tego jednym z najgłówniejszych zadań logistycznych jest problem planowania, zorganizowania i zarządzania procesami przesunięcia pojazdów w systemie logistycznym, jak również związany z tym problem zarządzania dostawą towarów ku konsumentowi i kontrola dokonania operacji transportowych w łańcuszkasz logistycznych dostawy [3, 4].

Pierwsze zadanie jest ściśle związane z problemem ustalenia optymalnej ilości pojazdów. Rozwiązanie tego problem w warunkach niezawodnego działania pojazdów przedstawione w pracy [2]. Z kolei rozwiązanie drugiego problemu (zadanie routing'u) jest ściśle związane z monitoringiem procesu dostarczania towaru, analizą sytuacji, wynikających podczas ruchu pojazdu, zwłaszcza wtedy, gdy pojazd się psuje i jest potrzeba jego naprawy, ze stworzeniem zapasu urządzeń, wystarczającego dla naprawy.

USTALENIE ZADANIA BADANIA. Modele masowego obsługiwania mówią o systemach, w których procesy są wielorazowo powtarzalne. System masowej obsługi w zależności od ilości kanałów, jak również ich wydajności, ma pewną pojemność, która pozwala mniej lub więcej dokonywać zamówienia. Natomiast zadaniem każdego systemu obsługi masowej jest ustalenie zależności pomiędzy charakterem przepływu aplikacji, wydajnością kanałów realizacji, ich ilością i wydajnością obsługiwania. Bardzo korzystnym jest zastosowanie teorii obsługi masowej podczas zarządzania przepływami trasportowymi i zarządzaniu zapasami.

Otóż, założymy, że jest logistyczny system transportowy, który obsługuje konsumentów, na wejściu mamy przypadkowy przepływ zamówień, rozprowadzony według reguły Poisson'a, z intensywnością $\lambda > 0$. Uważamy, że do obsługiwania każdego zamówienia jest wyłącznie dwa pojazdy, z których każdy obługuje zamówienie przez czas przypadkowy, rozprowadzony według reguły pokazowej z intensywnością $\mu > 0$. Każdy pojazd w przypadkowy moment czasu może się zepsuć, uważamy, że czas działania pojazdu rozprowadzony według reguły pokazowej z parametrami $\theta > 0$. Przewidujemy naprawę pojazdu, dokonaną przez kierowców tego pojazdu, do tego czas naprawy wszystkich pojazdów przez wszystkich kierowców jest taki sam, rozprowadzony według reguły eksponencjalnej z parametrami $\eta > 0$.

Przewidujemy, że w systemie transportowo-logistycznym jest *2m* pojazdów i w razie, gdy klient, który nadszedł do systemu, ma sytuację, gdy wszystkie pojazdy są zajęte, może natychmiast opuścić system rezygnując z obsługi, t.z. mu odmawiają w obsługiwaniu.

Dla oceny stanu systemu i podjęcia perspektywnych i szybkich decyzji, trzeba mieć charakterystyki jej prawdopodobieństwa. W celu ustalenia charakterystyk opisywanego systemu przedstawimy go jako model systemu obsługi masowej.

Niech $\xi(t)$ – proces przypadkowy, który opisuje zachowanie naszego systemu, i jego można scharakteryzować następnymi stanami:

(*0*) – system wolny, t.z. w systemie transportowo-logistycznym nie ma zamówień na obsługiwanie klientów;

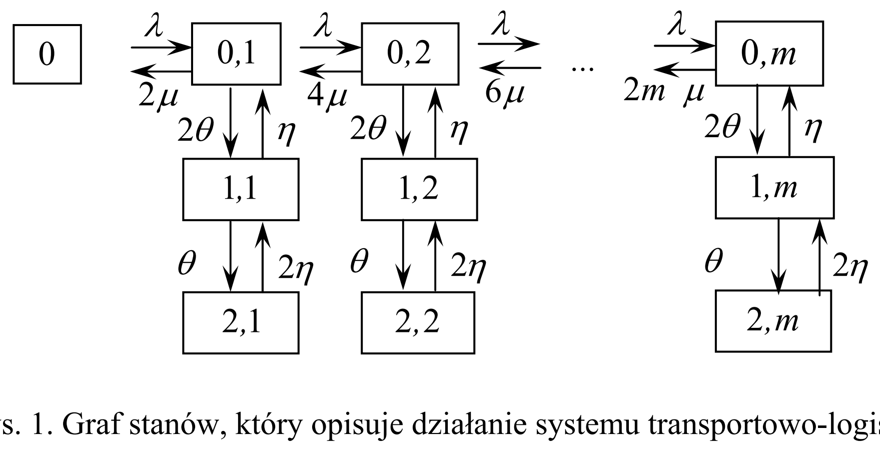
(*0, 1*) – system ma jedno zamówienie, przyjęte do obsługi dwoma pojazdami;

(*0, k*) – system ma *k* zamówień (*k = 2, 3, ..., m*), przyjętych do obsługi przez system transportowo-logistyczny;

(*1, k*) – jeden pojazd, ustalony do obsługi, zepsuł się, natomiast system ma *k* zamówień (*k = 1, 2, ..., m*);

(*2, k*) – dwaj pojazdy, dokonujące *k-ie* zamówienie, zepsuły się, *k = 1, 2, ..., m*.

Graf opisywanego systemu ma wygląd:



Rys. 1. Graf stanów, który opisuje działanie systemu transportowo-logistycznego

Mając oparcie na tym grafie (rys. 1), ułożymy system równań algebraicznych dla stacjonarnych prawdopodobieństw systemu

$$P_{00} = \mathbb{P}\{\xi(t) = 0\}. \; P_{ik} = \mathbb{P}\{\xi(t) = (i,k)\}, \quad i = 0, 1, 2; \; k = 1, 2, ..., m.$$

Mamy

$$-\lambda P_0 + 2\mu P_{01} = 0, \tag{1}$$

$$\begin{cases} -\left(\lambda + 2\mu + 2\theta\right) P_{01} + \lambda P_0 + \eta P_{11} + 2\mu P_{02} = 0 \\ -\left(\eta + \theta\right) P_{11} + 2\theta P_{01} + 2\eta P_{21} = 0 \\ -2\eta P_{21} + \theta P_{11} = 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$\vdots$$

$$\begin{cases} -\left(\lambda + 2\mu k + 2\theta\right) P_{0k} + \lambda P_{0,k-1} + \eta P_{1k} + 2\left(k+1\right)\mu P_{0,k+1} = 0 \\ -\left(\eta + \theta\right) P_{1k} + 2\theta P_{0k} + 2\eta P_{2k} = 0 \\ -2\eta P_{2k} + \theta P_{1k} = 0, \qquad\qquad k = 2,\ 3, ...,\ m-1. \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} -\left(2m\mu + 2\theta\right) P_{0m} + \lambda P_{0,m-1} + \eta P_{1m} = 0 \\ -\left(\eta + \theta\right) P_{1m} + 2\theta P_{0m} + 2\eta P_{2m} = 0 \\ -2\eta P_{2m} + \theta P_{1m} = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Dodając wszystkie równania systemów (2)-(4), otrzymamy, że

$$\begin{cases} -\left(\lambda + 2\mu\right) P_{01} + \lambda P_0 + 4\mu P_{02} = 0 \\ -\left(\lambda + 4\mu\right) P_{02} + \lambda P_{01} + 6\mu P_{03} = 0 \\ \vdots \\ -\left(\lambda + 2k\mu\right) P_{0k} + \lambda P_{0,k-1} + 2\mu\left(k+1\right) P_{0,k+1} = 0,\ k = 1,\ 2, ..., m-1 \\ -2m\mu P_{0m} + \lambda P_{0,m-1} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Desygnujemy przez $\rho = \dfrac{\lambda}{2\mu}$, wtedy system (5) ma wygląd

$$\begin{cases} -\left(\rho + 1\right) P_{01} + \rho P_0 + 2P_{02} = 0 \\ -\left(\rho + k\right) P_{0k} + \rho P_{0,k-1} + \left(k+1\right) P_{0,k+1} = 0,\ k = 2,\ 3, ..., m-1 \\ -mP_{0m} + \rho P_{0,m-1} = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Biorąc pod uwagę równanie (1)

$$-\rho P_0 + P_{01} = 0 \tag{7}$$

rozwiązanie systemu (6) da następne wyrażenia dla prawdopodobieństw P_{ok}:

$$\begin{aligned} &P_{01} = \rho P_0, \\ &P_{02} = \frac{\rho^2}{2} P_0, \\ &P_{0k} = \frac{\rho^k}{k!} P_0,\ k = 2,\ 3, ...,\ m, \end{aligned} \tag{8}$$

t.z. otrzymujemy zwykłe formuły Erlanga dla n-kanałowego systemu obsługi masowej typu $M/M/n/0$ z odmowami [1].

Obliczymy prawdopodobieństwa P_{1k} i P_{2k}, biorąc pod uwagę, że stan $(1, k)$ i $(2, k)$ tworzą proces zginięcia i reprodukowania. Oczywiście, że

$$\begin{cases} P_{11} = 2\beta\rho P_0, & P_{21} = \beta^2 \rho P_0, \\ P_{1k} = 2\beta \dfrac{\rho^k}{k!} P_0, & P_{1k} = \beta^2 \dfrac{\rho^k}{k!} P_0, \quad k = 2, 3, ..., m, \end{cases} \tag{9}$$

gdzie $\beta = \dfrac{\theta}{\eta}$.

Dla znalezienia prawdopodobieństwa P_0 skorzystamy z umow normowania

$$P_0 + \sum_{k=1}^{m} P_{1k} + \sum_{k=1}^{m} P_{2k} + \sum_{k=1}^{m} P_{0k} = 1. \tag{10}$$

Dostawiając w (10) wyrażenia (8) i (9) mamy, że

$$P_0 = \left(1 + (1+\beta)^2 \sum_{k=1}^{m} \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}. \tag{11}$$

Ustalimy pojemność systemu transportowo-logistycznego. Istnieją dwie wartości, które pozwalają na to:

- względna pojemność;
- absolutna (całkowita) pojemność.

Względna pojemność $A_{o\,t\,n}$ ustala prawdopodobieństwo tego, że klient zostanie obsłużony. W naszym przypadku ona dorównuje wartości

$$A_{o\,t\,n} = 1 - \frac{\rho^m}{m!} P_0.$$

Absolutna (całkowita) pojemność systemu transportowo-logistycznego jest równa

$$A_{abs} = \lambda A_{otn}.$$

Znalezione prawdopodobieństwa (8), (9), (11) pozwalają ustalić stopień ryzyka czyli prawdopodobieństwo P_{11} niedokonania zamówienia w ustalonym terminie, związanego z zepsuciem pojazdu podczas jego ruchu w kierunku klienta, która jest równa sumie prawdopodobieństw P_{1k} i P_{2k}, mianowicie

$$\mathbb{P}_{n\,j\,t} = \sum_{k=1}^{m} \left(P_{1k} + P_k \right) = \beta (2+\beta) \sum_{k=1}^{m} \frac{\rho^k}{k!} P_0. \tag{12}$$

Zwrócimy uwagę, że wartość

$$\sum_{k=1}^{m} P_{1k} = 2\beta \sum_{k=1}^{m} \frac{\rho^k}{k!} P_0 \tag{13}$$

ustala prawdopodobieństwo częściowej realizacji zamówienia, t.z. tylko przez jeden pojazd systemu transportowo-logistycznego.

Wiedza prawdopodobieństwa $\mathbb{P}_{n\,j\,t}$ z formuły (12) daje możliwość ustalić stopień ryzyka całego systemu transportowo-logistycznego, który obsługuje konsumentów.

Ale wiedza prawdopodobieństw P_{1k} i P_{2k} oprócz tego, pozwoli prowadzić monitoring systemu transportowo-logistycznego, ustalając przy każdej wartości k $(k=1,2,...m)$ - ilości konsumentów do obsługi, prawdopodobieństwo niedokonania zobowiązań dotyczących przewiezienia ładunku konsumentowi, i to tylko te, które są związane z zepsuciem jednego lub dwuch pojazdów podczas ich ruchu. Dla każdej stałej liczby *k* konsumentów, których obsluguje system, suma prawdopodobieństw $P_{1k}+P_{2k}$ właśnie ustala stopień ryzyka, t.z. wiarygodność niedokonania k - *go* zamówienia w ustalonym terminie..

Otrzymane w (8) formuły dla prawdopodobieństw P_{0k}, jak już wspominaliśmy wyżej, mają zbieg z formułami Erlanga, prawidłowymi dla systemu obsługi masowej z odmowami. Taki rezultat pozwala robić założenie, że w razie, gdy zrezygnować z założenia, że system transportowo-logistyczny działa jako czysty system z odmowami, to *formuły Erlanga* są prawidłowe i dla bardziej skomplikowanych modeli organizacji obsługi transportowo-logistycznej konsumentów. Udowodnimy prawidłowość tego wyniku.

Rozpatrzymy na początku sytuację, gdy klienci, którzy nadeszli do systemu transportowo-logistycznego, oczekują zakończenia swojej obsługi niezależnie od trwałości stania w kolejce. W takim razie system transportowo-logistyczny jest modelowany *m*-kanałowym systemem obsługi masowej z oczekiwaniem. Stany tego systemu mają prawie całkowity zbieg ze stanami systemu z odmowami, o którym mówiono wyżej, ale do tego są dodawane następujące stany:

$(0,\, m+1)$ - system ma $m+1$ zamówienia i m zamówień są dokonywane, a jeden jest w kolejce;

$(0,\, m+k)$ - system ma zleceń $m+k$, a m zamówień są dokonywane, a k zamówień są w kolejce (k = *1, 2,...*)

Biorąc pod uwagę, że zamówienia, które są w kolejce, nie mają wpływu na prawdopodobieństwa stanów systemu aż do momentu, gdy wszystkie pojazdy są zajęte, t.z. kiedy system jest w stanach (0), $(1,\, k)$, $(2,\, k)$, $k=1,2,...,m$, , to dla systemu z oczekiwaniem są prawidłowe korelację (1), (2-4), do których dodaje się następujący system równań algebraicznych:

$$\begin{cases} -(\lambda+2\mu m)P_{0,m+1}+\lambda P_{0,m}+2m\,\mu P_{0,m+2}=0, \\ -(\lambda+2\mu m)P_{0,m+k}+\lambda P_{0,m+k-1}+2m\,\mu P_{0,m+k+1}=0, \quad k\geq 2. \end{cases} \tag{14}$$

Rozwiązanie systemu (14) daje formuły Erlanga dla wskazanych prawdopodobieństw

$$P_{m+k}=\frac{\rho^{m+k}}{m!m^k}P_0, \ k\geq 1. \tag{15}$$

W tym przypadku prawdopodobieństwo P_0 ustalane z umow normowania, jest równe

$$P_0=\left(1+(1+\beta)^2\sum_{k=1}^{m}\frac{\rho^k}{k!}+\frac{\rho^{n+1}}{n!\,(n-\rho)}\right)^{-1}.$$

Zwrócimy uwagę na fakt, iż prawdopodobieństwa niedokonania zamówienia i prawdopodobieństwo realizacji częściowej zamówienia mają taki sam wygląd, co jest wyrażane w (12), (13), otrzymanych dla systemu transportowo-logistycznego z odmowami. Najbardziej praktyczną jest sytuacja, gdy system transportowo-logistyczny działa w warunkach, kiedy są niecierpliwi klienci, t.z. klienci, którzy mogą oczekiwać w ograniczonym okresie, a potem opuszczają dany system rezygnując z obsługi.

WNIOSKI. Otóż, w artykule zbadany został najprostszy system obsługi masowej z niepewnym urządzeniem i opisane funkcjonowanie systemu transportowo-logistycznego. Nadal można opisywać system, w którym obsługa jest prowadzona przez zmienną ilość albo przypadkową ilość systemu transportowo-logistycznego. Jak również można rozpatrywać przypadki, kiedy w jednym kursowaniu jest realizowana dostawa towaru dla kilku konsumentów.

LITERATURA

1. *Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука*, Наука, 1987. – 336 с.
2. *Мизевич Р.С. Модель определения основных характеристик распределительной логистической системы /Н.В.Румянцев, Р.С. Мизевич //Міжнародний науковий журнал "Економічна кібернетика".– Донецьк: ДонНУ. - 2009. - № 3-4 (57-58).- С. 77-82.*
3. *Николайчук В.Е. Логистика / В.Е. Николайчук. – СПб: Питер, 2001. – 160 с.*
4. *Николайчук В.Е. Теория и практика управления материальными потоками (логистическая концепция): монография / В.Е. Николайчук, В.Г. Кузнецов. – Донецк: ДонГУ, «КИТИС», 1999. – 413 с.*