

УДК 519.152

Румянцев Н.В., д.э.н., профессор, кафедра МММЭ,
ДонНУ, mmme@dongu.donetsk.ua

Медведева М.И., канд. физ.-мат. наук, доцент,
кафедра МММЭ, ДонНУ . mmmek@dongu.donetsk.ua

СИСТЕМА С ПЕРЕНАЛАДКОЙ, НЕНАДЕЖНЫМ ПРИБОРОМ И ДООБСЛУЖИВАНИЕМ ТРЕБОВАНИЙ

Аннотация. В работе найдены основные характеристики системы массового обслуживания с переналадкой в конце периода занятости и ненадежным прибором, выходящим из строя только, когда прибор находится в рабочем состоянии. Результаты могут быть использованы при проектировании производственно-экономических систем.

Введение. В условиях переходной экономики одним из ключевых моментов функционирования предприятия является повышение стабильности и адаптивности к быстроменяющимся внешним условиям. Состояния внешней среды в будущих периодах носят не всегда закономерный, определенный характер, так как часто они имеют стохастическую природу. Поэтому в общем случае они не могут быть предсказаны точно, вследствие чего наблюдается некоторая неопределенность их значений [1]. Учитывая, что факторы внешней среды трудно поддаются прогнозированию и с их помощью сложно управлять поведением предприятия, большой интерес представляют его внутренние свойства, которые включают в себя возможности выбора правильного пути развития. Некоторые из этих характеристик закладываются в предприятие еще на стадии формирования его функциональной структуры, другие могут в определенной степени изменяться и совершенствоваться в соответствии с ожиданиями будущих периодов [2]. Эти характеристики, отражающие определенные аспекты функционирования предприятия, как сложной динамической системы, часто называют общесистемными характеристиками.

К таким общесистемным характеристикам относятся устойчивость, гибкость, маневренность, чувствительность, живучесть, *надежность* и эффективность. Именно они определяют потенциал предприятия к активному противостоянию возмущающим факторам. Показатели чувствительности и живучести системы тесно связаны с показателем надежности, так как надежность означает способность предприятия сохранять в процессе функционирования бесперебойность своей работы [1]. Чаще всего в качестве показателя надежности рассматривается вероятность выполнения плана по каждому показателю в определенный момент времени или к определенному моменту времени. Эти вероятности существенно зависят от надежности работы самого оборудования, от вероятности выхода его из строя, отказа во время выполнения работ, от схемы организации ремонтных и профилактических работ.

Кроме того, одним из эффективных методов обеспечения устойчивости работы предприятия является их гибкость, как качественная, так и количественная. Одним из видов качественной гибкости оборудования является ассортиментная гибкость [3,4], позволяющая оценить способность производственно-экономической системы к обновлению ассортимента выпускаемой продукции. Основными характеристиками ассортиментной гибкости являются сроки и стоимость подготовки оборудования к выпуску нового вида продукции. Поэтому при анализе живучести, надежности и эффективности производственных систем необходимо иметь количественные характеристики их функционирования. Решение этой проблемы и рассматривается в данной работе. Для ее решения предполагается, что производственно-экономическая система описывается одноканальной системой массового обслуживания разомкнутого типа.

Вопросам анализа производственных систем с ненадежным оборудованием посвящено большое число работ. Например, в работах [5, 6] исследуются классические системы массового обслуживания с ненадежным прибором. В [7] рассматривается система с переналадкой, в которой

оборудование может выходить из строя только в свободном состоянии. В работе [8] рассмотрены системы с переналадкой в начале периода занятости, ненадежным оборудованием, выходящим из строя в любой момент времени и потерей требований, находящихся на приборе, вышедшем из строя. В работе [9] рассмотрена система с переналадкой в начале периода занятости, ненадежным оборудованием, выходящим из строя в любой момент времени и дообслуживанием требований, находящихся на приборе, вышедшем из строя.

В работе [10] рассматривалась система массового обслуживания разомкнутого типа с простейшим входным потоком интенсивности $\lambda > 0$. Длительность производственного цикла на изготовление каждой единицы изделий (в дальнейшем будем называть его временем обработки изделия или временем обслуживания η) имело показательное распределение с параметром $\mu > 0$. Обслуживающее устройство обладало особенностью, состоящей в том, что после окончания обслуживания последнего требования, находящегося в системе, оно немедленно приступает к переналадке или подготовке к обработке следующей партии изделий. После окончания переналадки, прибор немедленно приступает к обслуживанию требований, поступивших в систему, в противном случае он переходит в свободное разогретое состояние и ожидает поступления требований. Длительность переналадки имеет показательный закон распределения с параметром $\nu > 0$.

Предположим также, что оборудование может выходить из строя и восстанавливаться, причем выход из строя возможен как во время обработки деталей, так и в свободном разогретом состоянии. Предполагалось, что поток отказов обслуживающего устройства – пуассоновский, с параметром $\chi > 0$, а время ремонта или время восстановления имеет показательный закон распределения с параметром $\psi > 0$. Имеется одна ремонтная бригада, хотя можно также рассматривать ситуацию, когда длительность восстановления зависит от числа бригад, т.е. $\psi = \psi(n)$, где n - число рабочих бригад. Рассмотрен случай, когда система после выхода оборудования из строя и восстановления функционирует следующим образом:

- если оборудование выходит из строя во время работы, то изделие, находящееся на обработке, теряется;
- если оборудование выходит из строя в свободном разогретом состоянии, то после восстановления он вновь переходит в это же состояние.

Постановка проблемы. В данной работе исследуется модель системы массового обслуживания с переналадкой в конце периода занятости и ненадежным прибором, выходящим из строя только когда прибор находится в рабочем состоянии. Требования, находящиеся на обслуживании, после выхода прибора из строя не теряются, а дообслуживаются оставшееся время. Все остальные предположения идентичны предположениям работы [10]. Ставится задача определения характеристик заданной системы, знание которых позволит эффективно им управлять.

Предположим, что обслуживание или обработка деталей (требований) происходит в порядке их поступления. Аналогичная схема переналадки, но с надежным оборудованием рассмотрена в [7] и обозначалась такая система как $M/M_1 \cdot M_2 (end)/1$.

Для нахождения совместных вероятностей того, что оборудование находится в определенном состоянии (переналадка, восстановление или работа) и в системе имеется определенное количество требований, рассмотрим стационарный случайный процесс $\xi(t)$, который описывает состояние системы в момент времени t . При этом его фазовое пространство имеет вид:

$$E = \{(i, k) : i = 0^*, 0, 1; k \geq 0\}, \text{ где}$$

- $(0^*, k)$ -означает, что прибор производит переналадку (перенастраивается) и в системе находится $k \geq 0$ требований;
- $(0, k)$ - прибор вышел из строя, восстанавливается и в системе находится k требований ($k \geq 0$);
- $(1, k)$ - прибор надежен, работает и в системе находится k требований ($k \geq 1$);

- (1, 0)- прибор находится в свободном разогретом состоянии.

Для описанной выше системы граф состояний имеет вид (см. рис. 1).

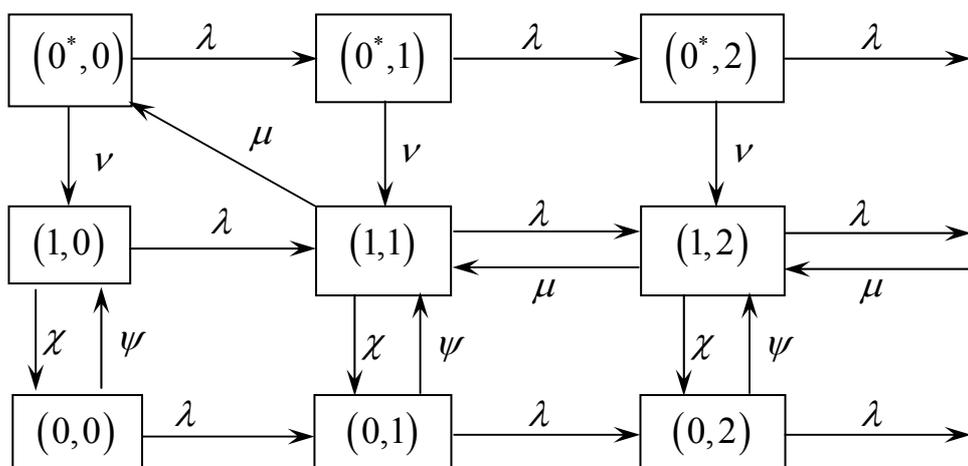


Рис. 1 Граф состояний системы $M/M_1 \cdot M_2 (end)/1$ с ненадежным прибором и дообслуживанием требований

На основании построенного графа состояний, используя известную схему составления уравнений, получаем следующие системы алгебраических уравнений для вычисления стационарных вероятностей P_{ik} состояний процесса

$\xi(t)$, т.е. $P_{ik} = \{ \xi(t) = (i, k) : i = 0^*, 0, 1; k \geq 0 \}$:

$$\begin{cases} -(\lambda + \nu)P_{0^*0} + \mu P_{11} = 0, \\ -(\lambda + \nu)P_{0^*1} + \lambda P_{0^*0} = 0, \\ -(\lambda + \nu)P_{0^*k} + \lambda P_{0^*,k-1} = 0, \quad k \geq 2. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -(\lambda + \chi)P_{10} + \nu P_{0^*0} + \psi P_{00} = 0, \\ -(\lambda + \mu + \chi)P_{11} + \lambda P_{10} + \nu P_{0^*1} + \psi P_{01} + \mu P_{12} = 0, \\ -(\lambda + \mu + \chi)P_{1k} + \lambda P_{1,k-1} + \nu P_{0^*,k-1} + \psi P_{0k} + \mu P_{1,k+1} = 0, \quad k \geq 2. \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -(\lambda + \psi)P_{00} + \chi P_{10} = 0, \\ -(\lambda + \psi)P_{01} + \lambda P_{00} + \chi P_{11} = 0, \\ -(\lambda + \psi)P_{0k} + \lambda P_{0,k-1} + \chi P_{1k} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Для решения систем (1) – (3) введем следующие производящие функции:

$$a_0^*(z) = \sum_{k \geq 0} P_{0^*k} z^k, \quad a_0(z) = \sum_{k \geq 0} P_{0k} z^k, \quad a_1(z) = \sum_{k \geq 0} P_{1k} z^k.$$

После умножения уравнений системы (1) на z в соответствующих степенях, суммирования и элементарных преобразований получаем, что

$$a_0^*(z) = \frac{P_{11}}{\rho + \delta - \rho z}, \quad (4)$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, $\delta = \frac{\nu}{\mu}$.

Аналогично из системы (2) получаем следующее уравнения для производящей функции $a_0(z)$:

$$(\rho z^2 - (1 + \rho + \gamma)z + 1)a_1(z) + \beta z a_0(z) = (1 - z)P_{10} + zP_{11} - \delta z a_0^*(z), \quad (5)$$

а из системы (3) – уравнение для $a_1(z)$:

$$(\rho + \beta - \rho z)a_0(z) - \gamma a_1(z) = 0, \quad (6)$$

где $\beta = \frac{\Psi}{\mu}$, $\gamma = \frac{\chi}{\mu}$.

Таким образом, для вычисления производящих функций $a_0(z)$ и $a_1(z)$ вероятностей состояний системы, определяемых соотношениями (5) и (6) получаем систему уравнений

$$\begin{cases} (\rho + \beta - \rho z)a_0(z) - \gamma a_1(z) = 0, \\ (\rho z^2 - (1 + \rho + \gamma)z + 1)a_1(z) + \beta z a_0(z) = (1 - z)P_{10} + zP_{11} - \delta z a_0^*(z). \end{cases} \quad (7)$$

Для упрощения записи решения полученной системы введем следующие обозначения:

$$d_1(z) = \rho + \beta - \rho z, \quad d_2(z) = \rho z^2 - (1 + \gamma + \rho)z + 1,$$

$d_3(z) = (1 - z)P_{10} + zP_{11} - \delta z a_0^*(z)$. Тогда система (7) принимает вид

$$\begin{cases} d_1(z) \cdot a_0(z) - \gamma a_1(z) = 0, \\ \beta z a_0(z) + d_2(z) a_1(z) = d_3(z). \end{cases} \quad (8)$$

Решая полученную систему (8), находим, что

$$a_0(z) = \frac{\gamma d_3(z)}{d_1(z) d_2(z) + \gamma \beta z}, \quad (9)$$

$$a_1(z) = \frac{d_1(z) d_3(z)}{d_1(z) d_2(z) + \gamma \beta z}. \quad (10)$$

Выражения (9) и (10) содержат неизвестные вероятности P_{11} и P_{10} . Для нахождения зависимости P_{11} от вероятности P_{10} рассмотрим систему из первых уравнений систем (1) – (3)

$$\begin{cases} -(\lambda + \nu) P_{0^*0} + \mu P_{11} = 0, \\ -(\lambda + \chi) P_{10} + \nu P_{0^*0} + \psi P_{00} = 0, \\ -(\lambda + \psi) P_{00} + \chi P_{10} = 0, \end{cases}$$

решая которую, находим, что

$$P_{11} = \frac{\rho(\rho + \delta)(\rho + \beta + \gamma)}{\delta(\rho + \beta)} P_{10} = c P_{10}, \quad (11)$$

где

$$c = \frac{\rho(\rho + \delta)(\rho + \beta + \gamma)}{\delta(\rho + \beta)}. \quad (12)$$

Тогда, с учетом (11), выражение для (4) для $a_0^*(z)$ примет вид

$$a_0^*(z) = \frac{c P_{10}}{\rho + \delta - \rho z}, \quad (13)$$

а

$$d_3(z) = (1 - z + zc)P_{10} - \delta z a_0^*(z). \quad (14)$$

Остается теперь определить только лишь вероятность P_{10} , для чего воспользуемся условием нормировки $a_0^*(1) + a_0(1) + a_1(1) = 1$. Используя соотношения (9) – (14), легко показать, что

$$a_0^*(1) = \frac{cP_{10}}{\delta}, \quad (15)$$

которую можно интерпретировать как вероятность того, что прибор находится в определенный момент времени (в стационарном режиме) в состоянии переналадки.

Аналогично, величину

$$a_0(1) = \frac{\gamma(\delta + c\rho)P_{10}}{\delta(\beta - \rho\gamma - \rho\beta)} \quad (16)$$

можно считать вероятностью того, что прибор, работая в стационарном режиме, находится в состоянии восстановления.

Величина

$$a_1(1) = \frac{\beta(\delta + c\rho)P_{10}}{\delta(\beta - \rho\gamma - \rho\beta)} \quad (17)$$

равна вероятности того, что прибор занят обслуживанием требований, или другими словами, это вероятность того, что прибор занят.

Подставляя найденные выражения (15) – (17) в условие нормировки $a_0^*(1) + a_0(1) + a_1(1) = 1$ определяем вероятность P_{10} :

$$P_{10} = \frac{\delta(\beta - \rho\gamma - \rho\beta)}{c\beta + \gamma\delta + \beta\delta}.$$

Таким образом, найдены основные характеристики системы с переналадкой и ненадежным прибором. Такие системы более адекватны реальным практическим процессам и позволяют моделировать процессы с большей степенью адекватности и достоверности полученных результатов. Кроме того, полученные характеристики позволят оптимальным образом определить параметры функционирования реальной системы, опираясь, на пример, на экономические показатели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Комплексные оценки в системе рейтингового управления предприятием /Белый А.П., Лысенко Ю.Г., Мадых А.А., Макаров К.Г.; под общ. ред. Ю.Г. Лысенко. – Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2003. – 120 с.
2. Мелентьев Л.А. Оптимизация развития и управления больших систем энергетики. Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1976. – 336 с.
3. Николайчук В.Е., Кузнецов В.Г. Теория и практика управления материальными потоками (логистическая концепция). Монография. – Донецк: ДонГУ, «КИТИС», 1999. – 413 с.
4. Омельченко В.Я., Омельченко А.П., Кузнецов В.Г. Управление материальными потоками в микроэкономике. – Севастополь: Вебер, 2003. – 263с.
5. Демьянчук В.С., Броди С.М. Надежность обслуживаемых радиоэлектронных систем. – К.: Вища школа, 1976. – 160 с.
6. Новиков О.А., Петухов С.И. Прикладные вопросы теории массового обслуживания. – М.: Советское радио, 1969. – 400 с.
7. Румянцев Н.В. Исследование системы массового обслуживания с ненадежным прибором и идентичным "разогревом". – К., 1982. – С.32-40. – (Препр./ Вероятностные системы обслуживания, АН Украины. Ин-т кибернетики. – С. 82-57).
8. Румянцев Н.В., Медведева М.И. Об одном подходе к определению оптимальной партии товара с учетом ненадежности оборудования // Вісн.

Донец. національного ун-ту. Сер. В. – Економіка і право. Спецвыпуск. – Т. 2.
– Донецьк, 2006. – С. 24-31.

9. Румянцев Н.В., Медведева М.И. Об одном подходе к определению оптимальной партии товара с учетом ненадежности оборудования // Вісн. Хмельницького національного ун-ту. – № 3. – Том 1(92). – Економічні науки. – Хмельницький, 2007. – С. 27-32.
10. Медведева М.И. Анализ одной модели системы с ненадежным прибором и переналадкой в конце периода занятости // Міжнародний науковий журнал "Економічна кібернетика". – Донецьк: ДонНУ. - 2009. - № 1-2 (55-56).- С. 73-78.