

ISSN 0136—3360

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР  
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

---

**ИЗВЕСТИЯ**  
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

**ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА**

Отдельный оттиск

**3**  
**1989**

ИЗДАНИЕ НОВОЧЕРКАССКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО  
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

## УПРОЩЕННЫЙ СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПО МОДУЛЬНОМУ ОПТИМУМУ

П. Х. Коцегуб, Ю. В. Губарь

Разработаны рекомендации по выбору рациональных параметров дискретной САУ из условий модульного оптимума, позволяющие упростить процесс синтеза.

**РАССМАТРИВАЮТСЯ** дискретные системы автоматического управления (САУ), включающие цифровой регулятор, цифро-аналоговый преобразователь ЦАП (экстраполятор нулевого порядка с фиксацией на период  $T$ ) и объект с передаточной функцией  $W_o(p)$ . Структурная схема такой системы представлена на рис. 1.

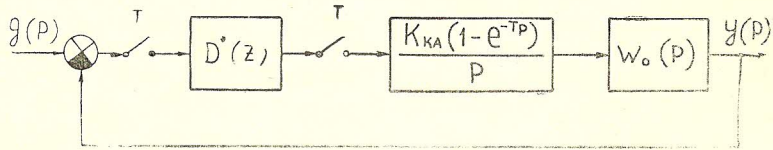


Рис. 1. Структурная схема дискретной САУ

■ ■ Параметры цифрового регулятора могут быть найдены в результате синтеза дискретной системы по „модульному оптимуму“ (МО) [1]. Сущность синтеза состоит в том, что требуется выполнение условий

$$\left. \frac{dA^2(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega \rightarrow 0} = 0, \quad \left. \frac{d^2A^2(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega \rightarrow 0} = 0, \quad \left. \frac{d^k A^2(\omega)}{d\omega^k} \right|_{\omega \rightarrow 0} = 0, \quad (1)$$

число которых равно количеству варьируемых параметров регулятора.

В (1) введено обозначение

$$A^2(\omega) = K^*(j\omega) \cdot K^*(-j\omega) -$$

квадрат модуля амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы с передаточной функцией  $K^*(z)$ . При этом частотная характеристика замкнутой системы

$$K^*(j\omega) = K^*(z) \Big|_{z=e^{j\omega T}}$$

В [2, 3] приведены соотношения, позволяющие выполнить оптимизацию дискретной системы по выражению для ее передаточной функции  $K^*(z)$ . Однако применение этих соотношений сопровождается громоздкими вычислениями, особенно при оптимизации по нескольким параметрам. В этой связи для практических расчетов целесообразно иметь более простые алгоритмы оптимизации дискретных систем. Существенного упрощения можно добиться, если найти непрерывный аналог, обеспечивающий адекватность частотных характеристик в области низких частот, где требуется выполнение условий оптимизации.

Учитывая, что

$$z = e^{Tp} = 1 + \frac{2Tp}{2 - Tp} + \frac{(Tp)^6}{6} + \dots \quad (2)$$

и ограничившись первыми двумя членами разложения, получаем, что частотная характеристика замкнутой дискретной системы  $K^*(j\omega)$  при малых частотах близка к частотной характеристике непрерывной системы с передаточной функцией

$$K(p) = K^*(z) \Big|_{z=(1+Tp/2)/(1-Tp/2)}$$

Условия оптимизации по модульному оптимуму, полученные применительно к передаточной функции непрерывной системы  $K(p)$ , значительно проще тех же условий оптимизации применительно к дискретной передаточной функции  $K^*(z)$  и поэтому быстрее приводят к конечному результату.

В случае многоконтурных дискретных систем, когда обычно проводится последовательная оптимизация контуров, более удобным может оказаться метод, основанный на преобразовании исходной структурной схемы дискретной системы в структурную схему непрерывной системы, частотная характеристика которой мало отличается от частотной характеристики дискретной системы в области низких частот.

Рассмотрим выражение для частотной характеристики разомкнутой системы

$$W^*(j\omega) = D^*(e^{j\omega T}) \cdot W_{\text{пр}}^*(e^{j\omega T}),$$

где  $D^*(e^{j\omega T}) = D^*(z) \Big|_{z=e^{j\omega T}}$  — частотная характеристика цифрового регулятора,

$$W_{\text{пр}}^*(e^{j\omega T}) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_0(p)}{p} \right\} \Big|_{z=e^{j\omega T}}$$

частотная характеристика приведенной непрерывной части системы вместе с цифроаналоговым преобразователем.

В соответствии с изложенным ранее цифровой регулятор можно заменить непрерывным с передаточной функцией

$$D(p) = D^*(z) \Big|_{z=(1+Tp/2)/(1-Tp/2)}. \quad (3)$$

В [4] показано, что в области низких частот частотная характеристика  $W_{\text{пр}}^*(e^{j\omega T})$  близка к частотной характеристике непрерывного элемента с передаточной функцией

$$W_{\text{п}}(p) = \frac{K_{\text{КА}}(1-e^{-Tp})}{Tp} W_0(p),$$

где  $K_{\text{КА}}$  — коэффициент передачи ЦАП.

Аналогично (2) разлагая  $e^{-Tp}$  в ряд и ограничившись двумя членами разложения можно записать, что

$$K_{\text{КА}}(1-e^{-Tp})/Tp \approx K_{\text{КА}}/(Tp/2 + 1). \quad (4)$$

В объекте может быть звено с чистым запаздыванием с передаточной функцией  $e^{-t_3 p}$ , либо такое звено введено для учета запаздывания, вносимого цифровым регулятором. Воспользовавшись соображениями по замене цифрового регулятора аналоговым, можно записать

$$e^{-t_3 p} \approx (1-t_3 p/2)/(1+t_3 p/2). \quad (5)$$

Возможна и другая (несколько менее точная, однако достаточная для практических расчетов) замена передаточной функции звена с чистым запаздыванием, основанная на том, что в области низких частот частотная характеристика [4]

$$e^{-j\omega t_3} \approx e^{-j\omega t_3} \sin(\omega t_3)/\omega t_3 = (1-e^{-2j\omega t_3})/2j\omega t_3. \quad (6)$$

Из (4) и (6) следует, что

$$e^{-t_3 p} \approx 1/(t_3 p + 1).$$

В том случае, когда в дискретной системе используется цифровой датчик среднего за период квантования  $T$  значения регулируемой координаты, то это учитывается включением последовательно с объектом звена с передаточной функцией, которая с точностью до постоянного множителя совпадает с выражением (4).

В соответствии с изложенным дискретная система для синтеза по модульному оптимуму может быть преобразована в непрерывную, если руководствоваться следующими положениями: цифровые регуляторы заменяются аналоговыми в соответствии с выражением (3), цифроаналоговые преобразователи и датчики среднего за период квантования значения регулируемой координаты — аperiodическими звеньями с постоянной времени  $T/2$ , а звенья с частым запаздыванием — элементами с передаточными функциями (5) (возможна также замена звена с чистым запаздыванием аperiodическим звеном с постоянной времени  $t_3$ ).

Для примера определим параметры дискретной части цифроаналоговой системы регулирования скорости с ПИ-регулятором скорости (рис. 2), выполненной по принципу подчиненного регулирования. Аналоговый контур регулирования тока настроен в соответствии с требованиями модульного оптимума и имеет передаточную функцию [5]

$$K_{\text{кт}}(p) = \frac{1}{k_T} \frac{2\alpha^2}{(p + \alpha)^2 + \alpha^2},$$

где  $\alpha = 1/2T_\mu$ ;  $T_\mu$  — малая некомпенсируемая постоянная времени контура регулирования тока;  $k_T$  — коэффициент обратной связи по току.

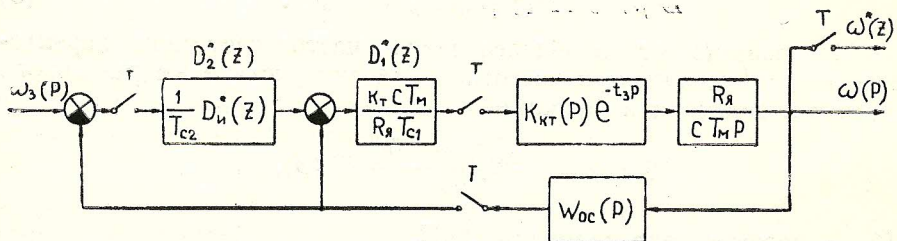


Рис. 2. Структурная схема цифроаналоговой системы регулирования скорости

Передаточная функция цепи обратной связи по скорости  $W_{\text{oc}}(p) = 1$ , если используется измеритель мгновенного значения скорости, и

$$W_{\text{oc}}(p) = (1 - e^{-Tp})/Tp,$$

если используется измеритель среднего за время  $T$  значения скорости.

Цифровой регулятор скорости условно представлен в виде двух регуляторов: пропорционального с передаточной функцией

$$D^*_1(z) = k_T c \cdot T_m / T_{c1} \cdot R_a \quad (7)$$

и интегрального с передаточной функцией

$$D^*_2(z) = 1/T_{c2} \cdot D^*_n(z). \quad (8)$$

В (7) и (8)  $T_{c1}$  — постоянная интегрирования условно выделяемого внутреннего контура регулирования;  $T_{c2}$  — постоянная интегрирова-

ния внешнего контура регулирования;  $R_{я}$  — сопротивление якорной цепи;  $T_{\text{э}}$  — электрохимическая постоянная привода;  $c$  — постоянная двигателя.

Передаточная функция  $D^*_{\text{н}}(z)$  определяет алгоритм интегрирования. Наиболее распространенными являются следующие передаточные функции [6]:

$$D^*_{\text{н}}(z) = \frac{T \cdot z}{z - 1}; \quad D^*_{\text{н}}(z) = \frac{Tz + 1}{2z - 1}; \quad D^*_{\text{н}}(z) = \frac{T}{z - 1}.$$

Подлежат определению постоянные интегрирования  $T_{\text{с1}}$  и  $T_{\text{с2}}$ .

Передаточные функции  $D_{\text{н}}(p)$  в зависимости от принятого алгоритма интегрирования, определяемого  $D^*_{\text{н}}(z)$ , соответственно имеют вид:

$$D_{\text{н}}(p) = \frac{Tp/2 + 1}{p}; \quad D_{\text{н}}(p) = \frac{1}{p}; \quad D_{\text{н}}(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{1 - Tp/2}{1 + Tp/2}.$$

Воспользовавшись приведенными выше рекомендациями для системы с датчиком среднего значения скорости, получим расчетную схему, представленную на рис. 3. При построении этой схемы звено с чистым запаздыванием заменено апериодическим звеном с постоянной времени  $t_3$ . В случае измерения мгновенного значения скорости в расчетной схеме следует принять  $W_{\text{ос}}(p) = 1$ .

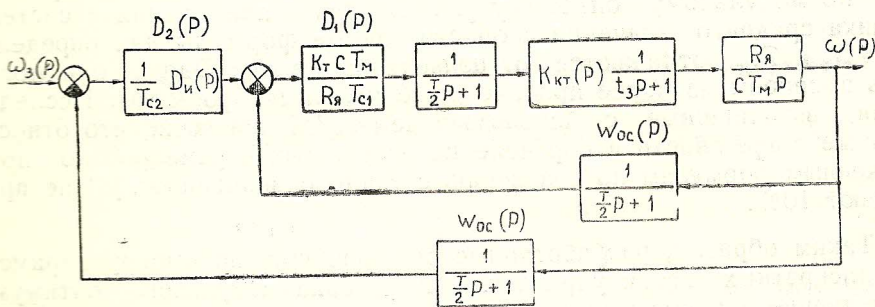


Рис. 3. Расчетная структурная схема цифроаналоговой системы регулирования скорости

При использовании датчика мгновенного значения скорости передаточная функция внутреннего контура регулирования скорости

$$K_1(p) = \frac{1}{1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4 + a_5 p^5},$$

где

$$a_1 = T_{\text{с1м}}; \quad a_2 = T_{\text{с1м}} \cdot (0,5T + t_3 + 1/2\alpha);$$

$$a_3 = T_{\text{с1м}} \cdot (0,5Tt_3 + 0,5T/\alpha + t_3/\alpha + 1/2\alpha^2);$$

$$a_4 = T_{\text{с1м}} \cdot (0,5Tt_3/\alpha + 0,25T/\alpha^2 + 0,5t_3/\alpha^3); \quad a_5 = 0,25T \cdot t_3 \cdot T_{\text{с1м}} \cdot 1/\alpha^2.$$

Уравнение оптимизации по МО имеет вид [7]  $a_1^2 - 2a_2 = 0$ , откуда  $T_{\text{с1м}} = 4T_{\text{р}} + T + 2t_3$ .

В последних уравнениях постоянная интегрирования  $T_{\text{с1}}$  обозначена  $T_{\text{с1м}}$  (датчик мгновенного значения скорости).

Нетрудно показать, что в случае применения датчика среднего значения скорости постоянная интегрирования  $T_{\text{с1с}}$  определяется из формулы

$$T_{\text{с1с}} = 2T_{\text{р}} + T + t_3 + \sqrt{(2T_{\text{р}} + T + t_3)^2 + T^2/4}.$$

Постоянная интегрирования  $T_{c2}$  внешнего контура регулирования скорости с цифровым интегратором  $D_n^*(z)$  определялась по передаточной функции системы от  $\omega_3(p)$  до  $\omega(p)$  с учетом найденного значения  $T_{c1}$ . Полученные при оптимизации по МО значения  $T_{c2}$  при использовании различных типов цифровых интеграторов и датчиков скорости приведены в таблице

Таблица

Передаточная функция интегратора	Передаточная функция датчика скорости	
	1	$(z-1)/zT_p$
$\frac{T \cdot z}{z-1}$	$T_{c2M} = 8T_\mu + T + 4t_3$	$T_{c2c} = 0,5 [ \sqrt{(T-2T_{c1c})^2 + 2T^2} - (T-2T_{c1c}) ]$ $T_{c2c} \approx 8T_\mu + 2T + 4t_3$
$\frac{T}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$	$T_{c2M} = 8T_\mu + 2T + 4t_3$	$T_{c2c} = T_{c1c} + 0,5 \sqrt{4T^2_{c1c} + T^2}$ $T_{c2c} \approx 8T_\mu + 3T + 4T_3$
$\frac{T}{z-1}$	$T_{c2M} = 8T_\mu + 3T + 4t_3$	$T_{c2c} = 0,5 [ \sqrt{(T+2T_{c1c})^2 + 2T^2} + (T+2T_{c1c}) ]$ $T_{c2c} \approx 8T_\mu + 4T + 4t_3$

Анализ полученных результатов показывает, что в системе с дискретным датчиком мгновенного значения скорости формулы для определения  $T_{c1M}$  и  $T_{c2M}$  полностью совпадают с формулами [8], имеющими место при использовании уравнений оптимизации дискретных САУ по модульному оптимуму [2]. В случае применения в системе датчика среднего значения скорости точные формулы для определения  $T_{c1c}$  и  $T_{c2c}$  отличаются от приведенных в [8]. Однако они могут быть заменены на более простые (приближенные) формулы. Исследования, выполненные с использованием ЦВМ, показали, что относительные погрешности в определении указанных параметров по приближенным формулам по сравнению с точными значениями [8] не превышают 10%.

Таким образом, разработанные рекомендации по выбору параметров дискретных систем управления из условий модульного оптимума существенно упрощают процесс оптимизации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием.—М.: Машиностроение. 1974. 328 с.
2. Коцегуб П. Х., Колчев Е. В., Губарь Ю. В., Светличный А. В. Синтез дискретных систем управления по модульному оптимуму.//Электромеханика, 1983. № 3. С. 9—13. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Поспелова О. Н., Лазарева Г. М., Решмин Б. И. Динамические процессы в цифроаналоговых системах подчиненного регулирования электроприводов постоянного тока.//Электротехническая промышленность. Сер.: Электропривод. 1982; Вып. 7 (105). С. 4—6.
4. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования./Под ред. В. В. Солодовникова. Кн. 2.—М.: Машиностроение. 1967. 680 с.
5. Лебедев Е. Д., Неймарк В. Е., Пистрак М. Я., Слежановский О. В. Управление вентилями электроприводами постоянного тока.—М.: Энергия, 1970. 199 с.
6. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления./Пер с англ.—М.: Машиностроение. 1986. 448 с.

7. Коцегуб П. Х., Толочко О. И. Оптимизация систем управления по модулю амплитудно-частотной характеристики. // Электромеханика, 1977. № 6. С. 679—684. (Изв. высш. учеб. заведений).
8. Коцегуб П. Х., Губарь Ю. В. Синтез комбинированной системы позиционного электропривода с цифровым ИП-регулятором скорости. // Электромеханика, 1985. № 3. С. 103—111. (Изв. высш. учеб. заведений).

Рукопись поступила

11. 01. 88

УДК 681.511.2

## АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЙ И ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ НАБЛЮДАЕМЫМИ СИСТЕМАМИ

Г. В. Воронцов, И. А. Спиридонова

Даны предложения по формированию линейных адаптивных моделей детерминированных систем объект регулирования—средства наблюдения (СН), обеспечивающих получение оценок переменных состояния объекта, оптимальных в смысле минимума квадратичного функционала, зависящего от рассогласований между расчетными и действительными значениями выходных сигналов СН.

### ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ОЦЕНИВАТЕЛИ ЛУЭНБЕРГЕРА

**Р**АССМАТРИВАЕМ линейную систему, описываемую уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + BF(t); \\ Z(t) &= CX(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $X \in R^n$  и  $F \in R^r$  — векторы координат и входных воздействий на объект регулирования;  $Z \in R^m$  — вектор выходных сигналов средств измерения;  $A, B, C$  — заданные постоянные матрицы. Систему полагаем управляемой и наблюдаемой в смысле Калмана [1].

Предполагаем, что математические модели (1), (2) являются приближенными, причем не все координаты  $X(t)$  доступны для непосредственного наблюдения, а также не могут быть определены в результате косвенных измерений некоторых других переменных состояния объекта. Реально существующими считаем лишь действительные сигналы  $\hat{Z}(t)$  на выходе средств измерения и входные воздействия  $F(t)$ , которые в общем случае заданы приближенно. Особо подчеркиваем, что

$$Z(t) = CX(t) \neq \hat{Z}(t), \quad (3)$$

где  $X(t)$  — решение уравнения (1).

Рассмотрим исходные предпосылки синтеза оценщиков (фильтров, *observers*) детерминированных систем, принятые в работах [1—3].

Сконструируем линейный оценщик [2]

$$\dot{y} = ay + bZ + cF, \quad (4)$$

где  $a, b, c$  — некоторые постоянные матрицы. Допуская, что существует линейное преобразование

$$y(t) = PX(t), \quad (5)$$