

УДК 621.4.025

**Н.А. БОНДАРЕНКО** (д-р техн. наук, проф.), **В.В. КОЛОМИЕЦ** (канд. техн. наук, доц.),  
**С.Н. ЛУТАЙ** (канд. техн. наук, доц.), **Б.Б. КОБЫЛЯНСКИЙ** (канд. техн. наук)  
**Учебно-научный профессионально-педагогический институт**  
**Украинской инженерно-педагогической академии**  
**b.kobiliansky@yandex.ru**

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИФРОВОЙ РОБАСТНОЙ СИСТЕМЫ ДВУХКАНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБМОТОЧНОЙ МАШИНОЙ

*Разработан метод синтеза цифрового робастного управления электроприводами механизмов обмоточных машин с учетом упругих элементов. Исследованы динамические характеристики цифровой робастной системы двухканального управления. Приведен пример динамических характеристик синтезированной системы.*

**Ключевые слова:** *обмоточная машина, робастный регулятор, оптимальный регулятор, синтез систем управления, приводной механизм, натяжение обмоточной ленты.*

**Введение.** Качество процесса нанесения обмоточных лент в значительной степени определяется точностью поддержания технологических параметров на заданном уровне. Для поддержания скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты современные обмоточные машины оборудуются электромеханическими системами автоматического поддержания этих технологических параметров на заданном уровне. Обмоточная машина как объект управления натяжением обмоточной ленты и скоростью вращения приводного механизма является нестационарным объектом, параметры которого изменяются в широких пределах в процессе работы. Наиболее существенное изменение параметров обмоточной машины происходит по мере выработки обмоточной ленты с кружка в процессе обмотки кабелей. При этом изменяется момент инерции кружка с обмоточной лентой и радиус схода обмоточной ленты с кружка [1,2].

**Постановка проблемы.** Методы синтеза систем управления, основанные на минимизации квадратичного критерия, называются задачами  $H^2$  - оптимизации. Однако, квадратичный критерий чувствителен к наличию неучтенных помех, возмущений, как со стороны внешних сигналов, так и параметрических возмущений самих объектов [3]. Поэтому в последнее десятилетие получили развитие методы минимизации  $H^\infty$  - нормы, которая, служит эффективным показателем реакции системы на различного типа воздействия при наличии неопределенностей в описании объекта управления [4]. Рассмотрим построение робастной системы управления для работы во всем диапазоне изменения радиусов размотки кружка с лентой.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В [1-3] выполнен синтез оптимальных регуляторов, наблюдателей и компенсаторов для трех радиусов размотки кружка с обмоточной лентой – начального, среднего и конечного. Естественно, что эти регуляторы, наблюдатели и компенсаторы имеют различные коэффициенты усиления для разных радиусов размотки. Попытка использования компенсаторов, рассчитанных для одного какого либо радиуса кружка ленты – например среднего, начального либо конечного для работы системы управления во всем диапазоне изменения радиусов размотки приводит на определенных радиусах размотки либо к излишнему затягиванию времени переходных процессов, либо к повышению колебательности вплоть до потери устойчивости [3].

**Цель и задачи работы.** Целью статьи является синтез и исследование динамических характеристик цифровой робастной системы двухканального управления обмоточной машиной по каналам регулирования скорости вращения приводного механизма и натяжения обмоточной ленты.

**Изложение материала исследования, полученных научных результатов.** Для синтеза системы робастного управления необходима математическая модель обмоточной машины, как объекта робастной системы управления по каналам регулирования натяжения обмоточной ленты и скорости вращения приводного механизма с учетом исполнительных двигателей приводного и тормозного механизмов [1]. Обмотчик состоит из приводного механизма, зарядной катушки с лентой и участка обмоточной ленты. Внешними силами являются: сила приводного механизма  $F_n(t)$  и сила тормозного механизма  $F_r(t)$  [2, 3].

Исполнительный двигатель приводного механизма расположен на значительном расстоянии от обмоточной машины и приводит во вращение обмотчики через общий редуктор. Для быстроходных обмоточных машин, особенно для бронеобмотчиков, на динамику движения обмоточной машины оказывает влияние наличие упругих элементов как между приводным двигателем и редуктором, так и между редуктором и приводным механизмом. При этом скорости вращения приводного двигателя  $V_n$ , редуктора  $V_p$  и приводного механизма



T-период дискретности работы ЭВМ.

Основное назначение системы управления обмоточной машиной заключается в поддержании скорости вращения приводного механизма  $\omega_n(k)$  и натяжения обмоточной ленты  $S(k)$  на заданных уровнях  $V_3$  и  $S_3$ .

Введем вектор выходных координат

$$\bar{y}(k) = C\bar{x}(k) + D\bar{u}(k),$$

компонентами которого являются

$$\bar{y}(k) = \{V(k), S(k)\}^T$$

и вектор задающих воздействий

$$\bar{y}_3(k) = \{V_3(k), S_3(k)\}^T.$$

Рассмотрим построение оптимального астатического дискретного регулятора для двухмассовой системы. Введем вектор вспомогательных переменных цифрового астатического регулятора с уравнением состояния

$$\bar{z}(k+1) = \bar{z}(k) + \bar{y}_3(k) - \bar{y}(k)$$

где  $\bar{y}_3(k)$  и  $\bar{y}(k)$  - вектора заданных и фактических скоростей двигателя  $V_d(k)$  и натяжения  $S(k)$ . Рассмотрим расширенную систему, включающую исходную систему и вектор вспомогательных переменных. В блочном виде уравнение примет следующий вид:

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\tilde{u}(k) + \tilde{B}_3\bar{y}_3(k)$$

компонентами вектора состояния  $\tilde{x}(k)$  расширенной системы являются вектор состояния исходной системы  $\bar{x}(k)$  и вспомогательный вектор  $\bar{z}(k)$  так, что  $\tilde{x}(k) = \{\bar{x}^T(k), \bar{z}^T(k)\}^T$ . Тогда матрица состояния  $\tilde{A}$ , управления  $\tilde{B}$  и управления  $\tilde{B}_3$  по вектору задания  $\bar{y}_3(k)$  расширенной системы примут следующий вид:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & I \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$

Решение задачи дискретной  $H^\infty$  оптимизации первоначально было получено в частотной области и связано с операциями факторизации соответствующих матриц передаточных функций.

Физический смысл критерия  $H^\infty$  есть энергия выхода системы при подаче на вход сигнала с единичной энергией. Для системы с одним входом и одним выходом -  $H^\infty$  норма представляет максимальное значение амплитудно - частотной характеристики системы по всему частотному диапазону.

Рассмотрим исходный дискретный объект управления, заданный матрицей передаточных функций  $P(z)$ , связывающей вектора внешних воздействий  $\bar{w}$  и управляющих воздействий  $\bar{u}$  с векторами контролируемых параметров  $\bar{z}$  и измеряемых переменных  $\bar{y}$  соотношением

$$\begin{bmatrix} \bar{z} \\ \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(z) & P_{12}(z) \\ P_{21}(z) & P_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{u} \end{bmatrix},$$

в котором  $P_{ij}(z)$  - блоки матрицы  $P(z)$ .

Тогда матрица передаточных функций  $G_{zw}(P(z), K(z))$ , связывающая вектор внешних воздействий  $\bar{w}(k)$  с вектором контролируемых параметров  $\bar{z}(k)$  в системе замкнутой робастным регулятором с матрицей передаточных функций  $K(z)$  может быть записана в следующем виде

$$G_{zw}(P(z), K(z)) = P_{11}(z) + P_{12}(z),$$

$$K(z) \times (I + P_{22}(z)K(z))^{-1} P_{21}(z).$$

Задача синтеза цифрового робастного регулятора формулируется как задача определения матрицы передаточной функции регулятора  $K(z)$ , обеспечивающая нижнюю грань максимального собственного значения матрицы замкнутой системы  $G_{zw}(P(z), K(z))$  так, что

$$\|G(z)\|_\infty = \sup_{\theta \in [0, 2\pi]} \sigma_{\max}(G(e^{j\theta})).$$

Эта задача решается итеративно заданием уровня толерантности робастного регулятора  $\gamma$  и решением задачи нахождения такого регулятора  $K(z)$ , который обеспечивает выполнение следующего неравенства

$$\|G_{zw}(P(z), K(z))\|_\infty < \gamma.$$

В настоящее время наиболее широкое распространение получило решение задачи цифрового робастного управления во временной области. Рассмотрим решение задачи во временной области при описании системы с помощью  $\Delta$  оператора

$$\delta(\Delta) = \begin{cases} \frac{d}{dt}(\cdot) \text{ при } \Delta = 0 \\ (q-1)/\Delta \text{ при } \Delta \neq 0 \end{cases},$$

В этом случае уравнение состояния дискретной системы примет следующий вид

$$\delta \bar{x}(k) = A_{\delta} \bar{x}(k) + B_{1\delta} \bar{w}_1(k) + B_{2\delta} \bar{u}(k)$$

$$\bar{z}(k) = C_1 \bar{x}(k) + D_{11} \bar{w}_1(k) + D_{12} \bar{u}(k)$$

$$\bar{y}(k) = C_2 \bar{x}(k) + D_{21} \bar{w}_1(k) + D_{22} \bar{u}(k)$$

где

$$A_{\delta} = (A_0 - I) / \Delta = \psi(A, \Delta) A,$$

$$B_{1\delta} = B_{10} / \Delta = \psi(A, \Delta) B_1,$$

$$B_{2\delta} = B_{20} / \Delta = \psi(A, \Delta) B_2$$

$$\psi(A, \Delta) = I + \frac{A\Delta}{2!} + \frac{A^2\Delta^2}{3!} + \dots$$

В этих выражениях  $A$  и  $A_0$  матрицы состояния исходной непрерывной и дискретной систем. Из этих выражений могут быть получены матрицы состояния  $A_{\delta}$  и управления  $B_{\delta}$  в уравнении состояния дискретной системы при использовании  $\Delta$  оператора по матрицам состояния  $A$  и управления  $B$  исходной непрерывной системы.

$$A_{\delta} = A + \frac{A^2\Delta}{2!} + \frac{A^3\Delta^2}{3!} + \dots + \frac{A^n\Delta^{n-1}}{n!}, \quad B_{\delta} = B + \frac{BA\Delta}{2!} + \frac{BA^2\Delta^2}{3!} + \dots + \frac{BA^{n-1}\Delta^{n-1}}{n!}.$$

Из этих выражений, в частности, следует, что при  $\Delta = 0$  матрицы состояния  $A_{\delta}$  и управления  $B_{\delta}$  дискретной системы при использовании  $\Delta$  оператора равны матрицам состояния  $A$  и управления  $B$  исходной непрерывной системы.

Для нахождения цифрового робастного регулятора необходимо решить уравнение Риккати по управлению

$$0 = \hat{Q} + A^T X + XA + \Delta A^T X A - [\hat{L} + B^T X (\Delta A + I)]^T,$$

$$[\hat{R} + \Delta B^T X B]^{-1} [\hat{L} + B^T X (\Delta A + I)]$$

где

$$\hat{R} + \Delta B^T X B = \hat{R}_q / \Delta, \quad \hat{L} + B^T X (\Delta A + I) = \hat{L}_q / \Delta, \quad \hat{Q} = \hat{C}^T \hat{J} \hat{C} / \Delta.$$

При этом замкнутая таким регулятором система

$$A - B(\hat{R} + \Delta B^T X B)^{-1} (\hat{L} + B^T X (\Delta A + I))$$

является устойчивой.

Для нахождения цифрового робастного наблюдателя необходимо решить уравнение Риккати по наблюдению

$$0 = \hat{Q} + AZ + ZA^T + \Delta \hat{A} Z \hat{A}^T - [\hat{L} + (\Delta \hat{A} + I) Z \hat{C}^T], \quad [\hat{R} + \Delta \hat{C} Z \hat{C}^T]^{-1} [\hat{L} + (\Delta \hat{A} + I) Z \hat{C}^T]^T,$$

где

$$\hat{R} + \Delta \hat{C} Z \hat{C}^T = \hat{\Delta} \hat{R}_q, \quad \hat{L} + (\Delta \hat{A} + I) Z \hat{C}^T = \hat{L}_q, \quad \hat{Q} = \hat{B} \hat{J} \hat{B}^T / \Delta.$$

При этом цифровой робастный наблюдатель может быть представлен в виде  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{D}$  реализации

$$\begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B_1 R_d^{-1} L_d & B_1 V_{21}^{-1} & 0 \\ V_{12} R_3^{-1} (\hat{L}_2 - \hat{R}_2 R_d^{-1} L_d) & V_{12} \hat{R}_3^{-1} V_{21}^{-1} & I \\ C_2 - D_{21} R_d^{-1} L_d & D_{21} V_{21}^{-1} & 0 \end{bmatrix},$$

где  $R_d = R_1 - R_2^T R_3^{-1} R_2$ ,  $L_d = L_1 - R_2^T R_3^{-1} L_2$ ,  $V_{12}^T V_{12} = R_3$ ,  $V_{21}^T V_{21} = -\gamma^{-2} (R_1 - R_2^T R_3^{-1} R_2)$ .

Естественно, что наблюдатель в замкнутом виде

$$\hat{A} - [\hat{L} + (\Delta \hat{A} + I) Z \hat{C}^T] (\hat{R} + \Delta \hat{C} Z \hat{C}^T)^{-1} \hat{C}$$

также является асимптотически устойчивой системой.

Тогда цифровой робастный регулятор и цифровой робастный наблюдатель представляют собой цифровой робастный компенсатор, входом которого является измеряемый вектор исходной системы  $\bar{y}(k)$ , а выходом

является вектор управления исходной системы  $\vec{u}(k)$ . Робастный компенсатор с матрицами  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$ ,  $D_p$  описывается следующим уравнением состояния

$$\delta \vec{x}_p(k) = A_p \vec{x}_p(k) + B_p \vec{y}(k), \vec{u}(k) = C_p \vec{x}_p(k) + D_p \vec{y}(k)$$

где

$$A_p = \hat{A} - B_2 V_{12}^{-1} \hat{C}_1 + B_2 V_{12}^{-1} \tilde{R}_2 \tilde{R}_3^{-1} \hat{C}_2 - \tilde{L}_2 \tilde{R}_3^{-1} \hat{C}_2, B_p = -B_2 V_{12}^{-1} \tilde{R}_2 \tilde{R}_3^{-1} + \tilde{L}_2 \tilde{R}_3^{-1}, C_p = -V_{12}^{-1} \hat{C}_1 + V_{12}^{-1} \tilde{R}_2 \tilde{R}_3^{-1} \hat{C}_2, D_p = -V_{12}^{-1} \tilde{R}_2 \tilde{R}_3^{-1}$$

**Результаты моделирования.** В качестве примера на рисунках 1-4 показаны переходные процессы скорости вращения приводного двигателя, силы упругости, скорости вращения редуктора и силы тормозного механизма по заданию на регулятор скорости вращения приводного механизма в робастной трехмассовой дискретной системе бронеобмотчика ВА2 – 2/700. Как видно из этих рисунков, в системе имеется астатизм по каналам регулирования скорости приводного механизма и натяжения обмоточной ленты, как по задающему, так и по возмущающему воздействию. Влияние перекрестных задающих воздействий проявляется только в переходных режимах, а в установившихся режимах выходные координаты равны задающим воздействиям. Переходные процессы сильно колебательные, что обусловлено наличием упругих элементов в трансмиссии приводного механизма.

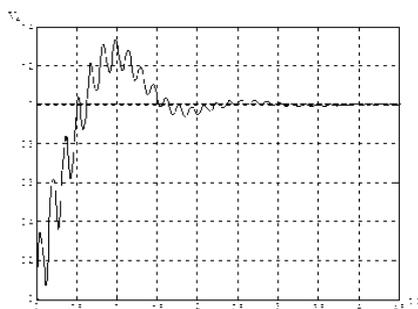


Рисунок 1 – Переходной процесс скорости приводного двигателя по заданию на регулятор скорости вращения приводного механизма

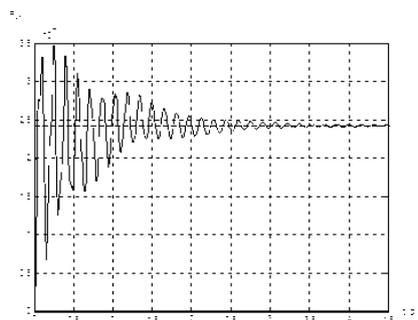


Рисунок 2 – Переходной процесс силы упругости по заданию на регулятор скорости вращения приводного механизма

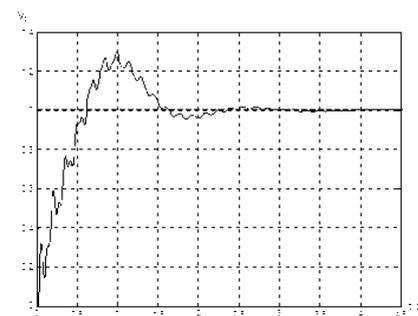


Рисунок 3 – Переходной процесс скорости редуктора по заданию на регулятор скорости вращения приводного механизма

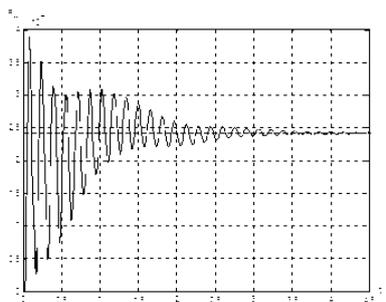


Рисунок 4 – Переходний процес сили тормозного моменту по заданню на регулятор швидкості обертання приводного механізму

**Висновки.** Синтезовані цифрові астатическі закони робастного управління швидкістю обертання приводного механізму та натяження обмоточної ленти. Приведен приклад синтезу цифрового робастного управління для трьохмасової моделі бронеобмотчика ВА2 – 2/700.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Кузнецов Б.И. Проектирование взаимосвязанных систем управления / Б.И. Кузнецов, Б.В. Новоселов, А.А. Чаусов. - К.: Техника, 1994. – 232 с.
2. Кузнецов Б.И. Проектирование систем со сложными кинематическими цепями / Б.И. Кузнецов, Б.В. Новоселов, И.Н. Богаенко. - К.: Техника, 1996. – 282 с.
3. Кузнецов Б.И. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями / Б.И. Кузнецов, Т.Б. Никитина, В.В. Коломиец. - Х.: УИПА, 2005. – 511 с.
4. Khargonekar P., Petersen I., Rotea M., "  $H^\infty$  optimal control with state feedback ", IEEE Trans. Automat. Contr., AC – 33, pp.783 – 786, 1988.
5. J.Doyle, K. Glover, P.Khargonekar, and B. Francis, "State – space solutions to standard  $H^2$  and  $H^\infty$  control problems". IEEE Trans. Automat. Contr., AC – 34, no 8. pp.831 – 847, Aug. 1989.
6. J.C. Doyie, "Synthesis of Robust Controllers and Filters, "Proc. IEEE Conf. On Decision and Control, San Antonio, TX, December 14 – 16, 1983.
7. M.G. Safonov, R.Y. Chiang and H. Flashner, " $H^\infty$  Control Synthesis for a Large Space Structure," AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics, 14, 3, pp. 513 – 520, May/June 1991.
8. G. Stein, Lecture Notes, Tutorial Workshop on  $H^\infty$  Control Theory, Los Angeles, CA, Dec. 7 – 8, 1987.

#### REFERENCES

- 1 Kuznetsov B.I., Novoselov B.V., Chausov A.A. *Design of interconnected control systems*. Kiev: Technique., 1994.-232 p.
2. Kuznetsov B.I., Novoselov B.V., Bohaenko I.N. *Design of systems with complex kinematic chains*. Kiev: Technique, 1996.-282p.
3. Kuznetsov B.I., Nikitina T.B., Kolomiets V.V. *Synthesis of electromechanical systems with complex kinematic chains*. Harkov : UIPA, 2005. – 511p.
4. Khargonekar P., Petersen I., Rotea M., "Optimal control with state feedback", IEEE Trans. Automat. Contr., AC - 33, pp.783 - 786, 1988.
5. J.Doyle, K. Glover, P.Khargonekar, and B. Francis, "State - space solutions to standard  $H^2$  and  $H^\infty$  control problems". IEEE Trans. Automat. Contr., AC - 34, no 8. pp.831 - 847, Aug. 1989.
6. J.C. Doyie, "Synthesis of Robust Controllers and Filters," Proc. IEEE Conf. On Decision and Control, San Antonio, TX, December 14 - 16, 1983.
7. M.G. Safonov, R.Y. Chiang and H. Flashner, "Control Synthesis for a Large Space Structure," AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics, 14, 3, pp. 513 - 520, May / June 1991.
8. G. Stein, Lecture Notes, *Tutorial Workshop on Control Theory*, Los Angeles, CA, Dec. 7 - 8, 1987.

Надійшла до редакції 11.02.2013

Рецензент: О.І. Толочко

М.А. БОНДАРЕНКО, В.В. КОЛОМІСЦЬ, С.М. ЛУТАЙ, Б.Б. КОБИЛЯНСЬКИЙ

Навчально-науковий професійно-педагогічний інститут Української інженерно-педагогічної академії

**Дослідження динамічних характеристик цифрової робастної системи двоканального управління обмотувальної машини.** Розроблено метод синтезу цифрового робастного керування електроприводами механізмів обмотувальних машин з урахуванням пружних елементів. Досліджено динамічні характеристики цифрової робастної системи двоканального управління. Наведено приклад динамічних характеристик синтезованої системи.

**Ключові слова:** обмотувальна машина, робастний регулятор, оптимальний регулятор, синтез системи керування, приводний механізм, натяг обмотувальної стрічки.

N. BONDARENKO, V. KOLOMIYETS, S. LUTAY, B. KOBILYANSKIY

Educational and Scientific Professional Pedagogical Institute of Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy

**Investigation of Dynamic Characteristics of Two-Channel Digital Robust Control Winding Machine.** Creation of a robust control system for work in all range of change of radiuses of unwinding of a circle with a tape is considered. In the previous works synthesis of optimum regulators, observers and jacks for three radiuses of unwinding of a circle with a tape – initial, average and final is carried out. It is natural that these regulators, observers and jacks have various factors of strengthening for different radiuses of unwinding. The purpose of article is synthesis and research of response characteristics of digital robust control system of dual-channel control by winding machine on channels of regulation of rotational speed of the drive mechanism and a tension of a winding tape. Mathematical model of the winding machine as object of robust control system on channels of regulation of a tension of a winding tape and rotational speed of the drive mechanism taking into account the executive engines of drive and brake mechanisms it was constructed in the previous operations. The spinner consists of the drive mechanism, the charge coil with a tape and a section of a winding tape. External forces are: force of the drive mechanism and force of the brake mechanism. The executive engine of the drive mechanism is located at the considerable distance from the winding machine and brings into rotation spinners through the general reducer. For high-speed winding machines, especially for dynamics of movement of the winding machine is influenced by existence of elastic elements both between the drive engine and a reducer, and between a reducer and the drive mechanism. Thus rotational speeds of the drive  $V_d$  engine, a reducer of  $V_p$  and the drive  $V_{\Pi}$  mechanism, especially in transient phenomena, do not match. Machine transmission as three-mass system with three concentrated masses is considered: in mass - the  $m_d$  engine, mass of a reducer of  $m_p$  and an inertia moment of the drive in mechanism, connected by elastic shaft with stiffness coefficients  $C_1$  and  $C_2$  and coefficients of internal viscous friction of  $\beta_1$  and  $\beta_2$ . Then we will receive the following system of equations. The state vector  $\vec{X}(t)$ . The matrix of a status of the winding machine as three-mass system is entered. Now the widest circulation received the solution of the task of digital robust control in a time domain. The solution of the task in a time domain is considered in case of the system description by means of the  $\Delta$  operator. As an example in figures transient phenomena of rotational speed of the drive engine, force of elasticity, rotational speed of a reducer and force of the brake mechanism according to the job for a regulator of rotational speed of the drive mechanism in robust control three-mass discrete system are shown. Apparently from these figures, in system there is an astatizm on channels of regulation of speed of the drive mechanism and a tension of a winding tape, both on setting, and on perturbing influence. Influence of cross setting influences is shown only in transient regimes, and output coordinates are equal in the set modes to setting influences. Transient phenomena are strongly oscillatory that is caused by existence of elastic elements in transmission of the drive mechanism.

**Key words:** winding machine, robust control, optimal control, the synthesis of the control system, drive mechanism, tension winding tape.