

# ГРАВЮРНАЯ ВЕКТОРИЗАЦИЯ БИНАРНЫХ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Л.М. Местецкий

Тверской государственной университет, факультет прикладной математики и кибернетики  
Россия, Тверь, ул.Желябова, 33.

## ABSTRACT

This paper presents a new method for vectorisation of binary bitmap images by so-called engraving. Engraving is a union of a finite number of fat curves ("curve having a width" - it is the trace left by a moving circle of a variable radius). The paper describes a Bézier representation for fat curves and discusses the approach for the approximation of arbitrary bitmap binary images by engraving through their continuous skeletons.

## ВВЕДЕНИЕ

Плоские бинарные изображения (черная фигура на белом фоне) обычно представляются как в дискретной, так и в непрерывной формах. Дискретная форма – это растровое изображение фигуры в виде точек одного цвета на фоне точек другого цвета. Непрерывное представление может быть явным или неявным. Явное или граничное представление фигуры состоит в описании ее границы в виде конечного числа замкнутых простых непересекающихся линий в параметрической форме. Неявное представление описывается функцией принадлежности, принимающей значение 1 внутри фигуры и 0 вне ее. Непрерывное представление часто называется векторным.

Построение векторного изображения, аппроксимирующего в определенном смысле заданное растровое изображение называется *векторизацией*. Применение векторизации в компьютерной графике, анимации, дизайне, проектировании дает возможность осуществить различные преобразования образов. Использование векторизации в распознавании образов и машинном зрении позволяет получить и проанализировать интегральную структуру образа более простыми средствами, чем при непосредственной работе с растровым изображением. Традиционно используемые непрерывные формы представления фигур позволяют выполнять над ними различные аффинные преобразования: сжатие, растяжение, вращение и т.д. Однако в настоящее время во многих приложениях возникает необходимость осуществления более широкого класса топологических преобразований фигур, например, уменьшение или увеличение ширины отдельных фрагментов или фигуры в целом, вытягивание или изгиб фрагментов и т.п. Граничное представление фигур не позволяет выполнять такие преобразования, поскольку из него весьма сложно получить информацию об интегральной структуре фигуры, в частности, определить, какие части граничных контуров являются краями одного и того же штриха – фрагмента фигуры.

В докладе предлагается другой способ непрерывного представления плоских фигур в виде так называемой гравюры, являющейся объединением жирных линий – однопараметрических семейств кругов. Жирная линия представляет из себя «кривую с шириной», образующуюся как след от перемещения окружности переменного радиуса. Предлагаемый подход, сохраняя все возможности для аффинных преобразований фигур, дополнительно обеспечивает выполнение различных топологических преобразований: изменение ширины, перемещение и изменение формы отдельных фрагментов фигуры без нарушения ее целостности. В докладе рассматривается задача получения гравюрного представления фи-

гур, заданных в дискретной форме. Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (грант 99-01-00829).

## ЖИРНЫЕ ЛИНИИ

Рассмотрим непрерывное дважды дифференцируемое отображение  $C : [a, b] \rightarrow R^2 \times [0, \infty)$  отрезка  $[a, b]$  числовой прямой в множество кругов евклидовой плоскости  $R^2$ . Каждому значению параметра  $t \in [a, b]$  соответствует круг

$$C_t = \{(x, y) : (x - u(t))^2 + (y - v(t))^2 \leq (r(t))^2, (x, y) \in R^2\} \quad (1)$$

с центром в точке  $P(t)$  с координатами  $(u(t), v(t))$  в некоторой прямоугольной декартовой системе координат и радиусом  $r(t) \in [0, \infty)$ . Предположим также, что кривая  $P(t)$  не имеет особых точек, т.е.  $u'^2 + v'^2 > 0$  на  $[a, b]$ . Последнее предположение позволяет упростить изложение, однако результаты могут быть обобщены и на случай кривых с особыми точками.

Объединение  $C = \bigcup_{t \in [a, b]} C_t$  всех кругов этого семейства будем называть *жирной линией* с осью  $P(t)$  и шириной  $r(t)$ . Таким образом, жирную линию можно рассматривать как след от перемещения окружности  $C_t$ . Круги  $C_a$  и  $C_b$  называются *концевыми кругами* жирной линии или *начальным* и *конечным* ее кругами соответственно.

В качестве примера жирной линии рассмотрим обобщение плоской кривой Безье. Пусть  $H = \{H_0, H_1, \dots, H_m\}$  – множество кругов на плоскости. Круг  $H_i$  имеет центр с координатами  $(U_i, V_i)$  и радиус  $R_i$ ,  $i=0, \dots, m$ . Положим для  $t \in [0, 1]$ :

$$u(t) = \sum_{i=0}^m U_i \cdot B_m^i(t), \quad v(t) = \sum_{i=0}^m V_i \cdot B_m^i(t), \quad r(t) = \sum_{i=1}^m R_i \cdot B_m^i(t), \quad (2)$$

где  $B_m^i(t) = \binom{m}{i} \cdot t^i \cdot (1-t)^{m-i}$ ,  $i=0, \dots, m$  – полиномы Бернштейна. Семейство кругов (2) зада-

ет жирную линию с осью  $P(t)=(u(t), v(t))$  и шириной  $r(t)$ . Ось  $P(t)$  представляет собой обычную кривую Безье степени  $m$  с характеристическим многоугольником, образованным центрами кругов из  $H$ . По аналогии с обычными кривыми Безье будем называть жирную линию, заданную уравнениями (2), жирной кривой Безье степени  $m$ , круги из  $H$  – контрольными кругами, а само множество  $H$  – характеристическим многоугольником жирной

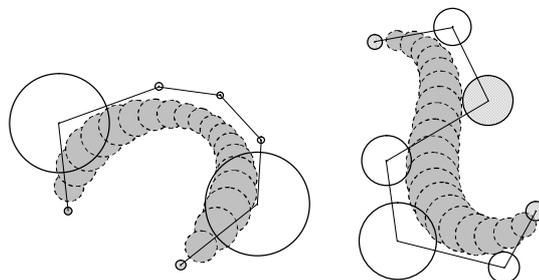


Рис. 1. Жирные кривые Безье шестой степени

кривой Безье. На рис.1 показаны жирные кривые Безье шестой степени. Контрольные круги  $H_0, H_1, \dots, H_6$  изображены сплошной линией, а 20 кругов семейства  $C_t$ ,  $t=0.05j$ ,  $j=0, \dots, 20$ , изображены пунктиром.

Каждая жирная линия может рассматриваться как отдельный штрих некоторой кисти, имеющей переменную ширину, например, в зависимости от «нажима». Продолжая эту аналогию, можно рассмотреть объединение нескольких жирных линий, как общее изображение. Такое множество точек, являющееся объединением конечного числа жирных линий, будем называть *гравюрой*, а сами жирные линии, образующие гравюру – *штрихами*. Несмотря на относительную простоту штрихов, гравюра может иметь весьма замысловатую форму, состоять из нескольких многосвязных компонент. Количество ее граничных контуров может быть большим и при этом контура могут находиться внутри друга (рис.2).

Вопросы отрисовки гравюр на растровых устройствах отображения, т.е. непосредственной растеризации гравюр рассмотрены в работе [3].

## ГРАВЮРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ БИНАРНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Рассмотрим задачу гравюрной векторизации растрового бинарного изображения, т.е. представления его в форме гравюры. Предлагаемый подход к решению этой задачи включает в себя два этапа. Сначала строится непрерывный скелет бинарного растрового

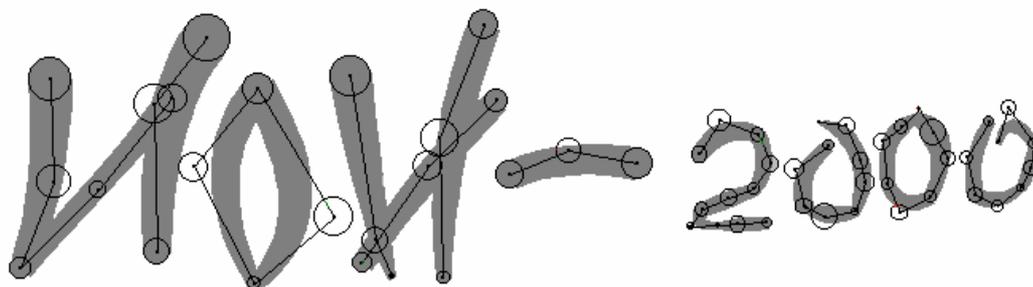


Рис.2. Пример гравюры, составленной из 26 жирных кривых Безье 3 степени.

изображения, а затем на его основе непосредственно конструируется искомая гравюра.

Метод получения непрерывного скелета растрового бинарного изображения описан в [1].

Он состоит из двух частей:

- аппроксимация растрового бинарного изображения многоугольной фигурой;
- построение скелета многоугольной фигуры.

Аппроксимирующая многоугольная фигура для бинарного растрового изображения строится как область, ограниченная конечным числом непересекающихся простых многоугольников [1]. Каждый из них является многоугольником минимального периметра, разделяющим черные и белые точки растрового изображения (рис.3).

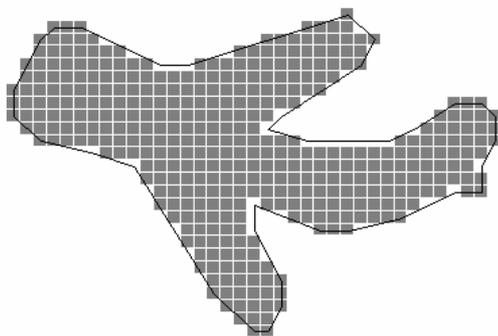


Рис.3. Многоугольная фигура, аппроксимирующая бинарное растровое изображение

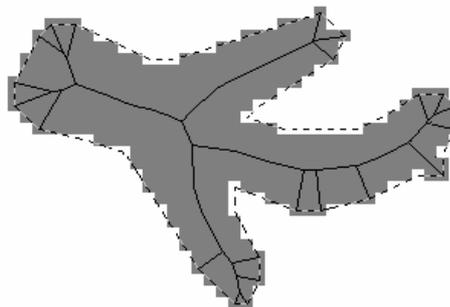


Рис.4. Скелет аппроксимирующей многоугольной фигуры.

Скелетом многоугольной фигуры (рис.4) является множество центров максимальных кругов, вписанных в эту фигуру. Речь идет о кругах, целиком лежащих внутри фигуры и не содержащихся ни в одном другом круге, обладающим этим свойством. Метод построения скелета многоугольной фигуры описан в [2].

В принципе скелет представляет из себя почти готовую гравюру. Его линейные фрагмен-



Рис.5. Исходное растровое бинарное изображение

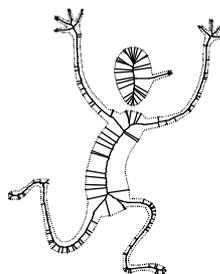


Рис.6. Многоугольная фигура и ее скелет

ты могут быть представлены жирными кривыми Безье первого порядка, а параболические фрагменты – жирными кривыми Безье второго порядка [3]. Таким образом, каждому ребру скелета многоугольной фигуры может быть поставлена в соответствие жирная кривая, а гравюра, составленная из этих жирных кривых как точечное множество совпадает с многоугольной фигурой и может рассматриваться в качестве гравюрного представления исходного растрового бинарного изображения. Построенную таким способом гравюру на основе скелета будем называть *скелетной гравюрой*.

Скелетная гравюра с высокой точностью описывает бинарное растровое изображение, но содержит при этом слишком много жирных линий. Кроме того, эти жирные линии не имеют гладкого сопряжения. Это приводит к тому, что гравюра имеет «угловатую» границу даже в том случае, когда исходное растровое изображение выглядело как «гладкое». Поэтому представляется возможным провести сглаживание скелетной гравюры за счет замены цепочек из коротких линейных жирных кривых более длинными жирными кривыми высоких степеней без большого ущерба для точности представления фигуры. Построение такой гравюры можно рассматривать как задачу аппроксимации скелетной гравюры  $G$  новой гравюрой  $G'$  такой, что мера различия  $G$  и  $G'$  не превосходит заданной величины. Поскольку гравюра является точечным множеством, удобно в качестве такой меры различия взять хаусдорфово отклонение множеств

$$h(G, G') = \max \{ \max_{g \in G'} d(g, G), \max_{g \in G} d(g, G') \},$$

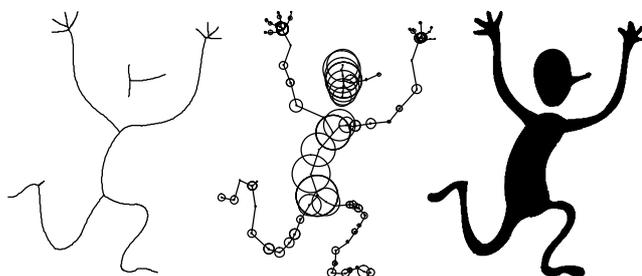


Рис.7. Гравюрная векторизация (оси, характеристические многоугольники и растеризация).

где  $d(g, G')$  и  $d(g, G)$  обозначает расстояние от точки  $g$  до множеств  $G'$  и  $G$  соответственно в евклидовой метрике. Нужно найти гравюру  $G'$ , такую что  $h(G, G') < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданная точность аппроксимации.

## ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ПРИМЕР

Ниже представлен пример, иллюстрирующий описанный подход к гравюрной векторизации растрового бинарного изображения. Для исходного изображения размером  $461 \times 450$  точек (рис.5) строится аппроксимирующая многоугольная фигура минимального периметра и ее скелетное представление (рис.6). Затем строится аппроксимация полученной скелетной гравюры жирными кривыми Безье третьего и первого порядка (рис.7). Точность аппроксимации  $\varepsilon=3$  (считается, что размер пиксела в исходном изображении равен 1). Оси гравюры, характеристические многоугольники и результат растеризации гравюры представлены на рис.7.

На рис.8-10 показаны результаты некоторых топологических преобразований фигуры на основе полученного гравюрного представления. Преобразование на рис.8 получено путем изменения ширины жирных линий, достигнутого за счет уменьшения вдвое радиусов контрольных кругов, а преобразование на рис.9 – за счет увеличения радиусов контрольных кругов на 20%. Перемещение контрольных кругов позволяет существенно деформировать исходный образ. На рис.10 показаны характеристические многоугольники гравюры, полу-



Рис.8. Гравюра, полученная уменьшением в 2 раза ширины штрихов.



Рис.9. Гравюра, полученная увеличением на 20% ширины штрихов.

ченной таким способом, и результат ее растеризации.

Предложенный метод показал достаточно высокую вычислительную эффективность. На-

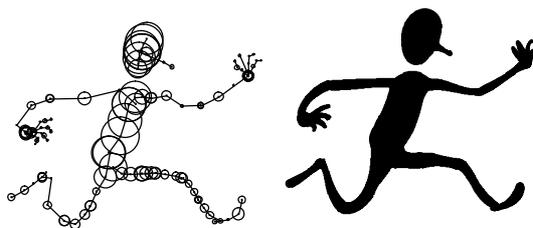


Рис.10. Гравюра, полученная преобразованием центров и радиусов контрольных кругов жирных кривых Безье (измененные круги и растеризация).

пример, преобразования, представленные в примере, выполняются со скоростью, достаточной для рендеринга анимационных сюжетов в режиме реального времени (5-10 кадров в секунду) на обычных персональных компьютерах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. L.M.Mestetskiy. The continuous skeleton of the digital binary image. Proceeding of the 8-th international conference on computer graphics and visualization Graphicon-98, Moscow, 1998.
2. Л.М.Местецкий. Скелетизация многоугольной фигуры на основе обобщенной триангуляции Делоне. Программирование, №3, 1999.

3. L.M.Mestetskiy. Fat Curves and Representation of Planar Figures, Computers & Graphics, Vol.24 (1-2), 2000.