УДК 004.3

МОДЕЛЬ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ ТРАФИКА В КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТИ

Д.В. Бельков
Донецкий национальный технический университет

В статті запропонована модель кореляційної структури трафіка комп'ютерної мережі з урахуванням випадків короткочасної і довготривалої залежності. Модель дозволяє «фізично» пояснити спостережувані закономірності.

В современных компьютерных сетях можно выделить два типа трафика. Это потоковый трафик без значительной пульсации и пульсирующий пачечный трафик. Потоковый трафик описывается моделью Пуассоновского потока. Пачечный трафик является самоподобным (self–similar) и фрактальным. Он имеет структуру, которая сохраняется при многократном масштабировании. В реализации присутствует несколько выбросов при относительно небольшом среднем уровне трафика. Это явление ухудшает характеристики (увеличивает потери, задержки, джиттер пакетов) при прохождении трафика через узлы сети. Пакеты поступают на узел не по отдельности, а пачкой, что может приводить к их потерям из-за ограниченности буфера, рассчитанного по классическим методам теории очередей.

Эти особенности сетевого трафика вызывали рост публикаций и исследований методов анализа, моделирования и прогнозирования самоподобного трафика [1]. Однако проблема разработки моделей самоподобного трафика для прогнозирования его поведения и обеспечения качества обслуживания (QoS) не потеряла своей актуальности.

Исследования сетевого трафика проводят по его реализациям (временным рядам). Одной из их характеристик является автокорреляционная функция, описывающая связь между элементами временного ряда, т.е. его корреляционную структуру.

Целью работы является моделирование корреляционной структуры трафика с помощью метода аналогий. При построении моделей необходимо учесть основные особенности поведения сетевых процессов и «физически» объяснить наблюдаемые закономерности [2]. В статье решаются следующие задачи: 1) анализ корреляционной структуры трафика, 2) построение модели корреляционной структуры трафика.

Для анализа корреляционной структуры трафика в данной работе используется теория фракталов. Фрактальная размерность D показывает, как объект (временной ряд) заполняет пространство. Она является результатом действия всех факторов, действующих на систему и порождающих временной ряд.

Фрактальная размерность временного ряда связана с показателем степени его фрактальности (показателем Херста) H формулой $H = 2 - D$. Параметры самоподобия H и D представляют собой меры устойчивости статистического явления или меры длительности долгосрочной зависимости стохастического процесса. Значения H=0,5 или D=1,5 указывают на отсутствие долгосрочной зависимости. Корреляция между событиями отсутствует. Ряд является случайным, а не фрактальным. Чем ближе значение H к 1, тем выше степень устойчивости долгосрочной зависимости. При $0 \le H < 0{,}5$ у временного ряда нет устойчивого тренда. При $0{,}5 < H \le 1$ ряд имеет устойчивый тренд. Тенденция его изменения может быть прогнозирована.

Автокорреляционная функция (АКФ) вычисляется по формуле $r(k) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N-\tau}(X_i - \bar{X})(X_{i+k} - \bar{X})}{(N-\tau)\sigma^2(X)}$, где $\bar{X}$ - выборочное среднее ряда X, $\sigma^2(X)$ - выборочная дисперсия ряда X, k=0,1,... Временные ряды могут обладать медленно убывающей или быстро убывающей корреляционной зависимостью. Процесс X обладает медленно убывающей (долговременной) зависимостью (ДВЗ) [long-range dependence], если для его АКФ выполняется условие $r(k) \sim k^{-\beta}, k \to \infty$, где $0 < \beta < 1$, $\beta = 2(D-1)$. Процессы с ДВЗ характеризуются автокорреляционной функцией, которая убывает по степенному закону при увеличении временной задержки (лага). Таким свойством обладает пачечный трафик. В отличие от процессов с ДВЗ, процессы с быстро убывающей (кратковременной) зависимостью (КВЗ) [short-range dependence] имеют экспоненциально спадающую АКФ вида $r(k) \sim e^{-k}, k \to \infty$. Это свойственно потоковому трафику.

По своему виду КВЗ $r(k) = e^{-k}$ аналогична формуле, описывающей апериодический переходный процесс в электрической цепи R,L,C. В статье предлагается следующая «электротехническая модель» корреляционной структуры потокового трафика.

Анализ переходного процесса в линейной цепи с сосредоточенными параметрами R,L,C сводится к решению обыкновенных линейных дифференциальных уравнений, составленных по законам Киргофа. Если электродвижущая сила (э.д.с.) E включается в цепь, состоящую из последовательно соединенных элементов R,L,C, то интегро-дифференциальное уравнение имеет вид:

$$RI + L\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = E \qquad (1)$$

Это уравнение после дифференцирования приводится к неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{dE}{dt} \qquad (2)$$

Общее решение такого уравнения состоит из суммы частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного уравнения. Частное решение соответствует принужденному режиму, который задается источником э.д.с. Если зависимость E(t) постоянна или периодична, то принужденный ток будет одновременно и установившимся. Общее решение определяет поведение цепи в отсутствие внешнего источника э.д.с. при заданных начальных условиях. Ток $i_c(t)$, соответствующий общему решению, является свободной составляющей тока.

Пусть корни характеристического уравнения равны p_1, p_2 и A_1, A_2 - постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий. В таком случае общее решение можно представить в виде:

$$i_c(t) = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t} \qquad (3)$$

Полный переходный ток в цепи равен сумме принужденного и свободного токов:

$$i(t) = i_n(t) + i_c(t) \qquad (4)$$

В рассматриваемом случае однородное уравнение имеет вид:

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \qquad (5)$$

Соответствующее ему характеристическое уравнение:

$$Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} = 0 \qquad (6)$$

Корни уравнения (6) вычисляются по формуле (7), где $\delta = \frac{R}{2L}$ и $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Ток в цепи определяется по формулам (3), (4).

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (7)$$

Рассмотрим процессы, возникающие в цепи при подключении источника постоянной э.д.с. Е, начальном напряжении $U_c = U$, начальном токе *i(0)=0* и $\frac{di}{dt}(0) = \frac{E-U}{L}$. Для установившегося режима ток будет равен нулю: $i_n = 0$. Дифференцируя (2) с учетом (3), получим

$$\frac{di}{dt} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad (8)$$

Подставив значение *t=0* в формулы (4) и (3), используя $\frac{di}{dt}(0) = \frac{E-U}{L}$, составим уравнение $\frac{E-U}{L} = A_1 p_1 + A_2 p_2$. Из него с учетом (7), следуют выражения (9) и (10).

$$A_1 = -A_2 = \frac{E-U}{L(p_1 - p_2)} = \frac{E-U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} \quad (9)$$

$$i = \frac{E-U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) = \frac{(E-U)}{L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} e^{-\delta t} sh(\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} t) \quad (10)$$

Пусть значение индуктивности настолько мало, что им можно пренебречь: $L \to 0$. В цепь включается источник постоянной э.д.с. Е, начальное напряжение $U_c = U$, начальный ток $i(0) = \frac{E-U}{R}$. В таком случае вместо уравнения (5) требуется решить уравнение (11).

$$R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{dE}{dt} = 0 \quad (11)$$

Соответствующее ему характеристическое уравнение:

$$Rp + \frac{1}{C} = 0 \quad (12)$$

Корень уравнения (12) $p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau_1}$, где $\tau_1 = RC$ - постоянная времени контура. Ток в цепи определяется по формуле $i = Ae^{pt} = \frac{(E-U)}{R} e^{-t/\tau_1}$. По своему виду она аналогична формуле КВЗ $r(k) = e^{-k}$.

При условии $\delta < \omega_0$ ($R < 2\sqrt{L/C}$) процесс в цепи возникает колебательный процесс. Корни характеристического уравнения являются комплексными сопряженными числами: $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_c$, где $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ - угловая частота собственных колебаний с периодом $T_c = \frac{2\pi}{\omega_c}$. Корни располагаются симметрично относительно действительной оси в левой полуплоскости, на полуокружности, центр которой совпадает с началом координат и радиус равен $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Угловая частота ω_c определяется абсолютной величиной ординаты корня характеристического уравнения. При $\delta \neq 0$ она меньше резонансной частоты ω_0. Чем меньше δ по сравнению с ω_0, тем медленнее затухают колебания, и тем больше частота собственных колебаний контура приближается к резонансной частоте ω_0. В пределе при $\delta = \omega_0$ колебания не затухают и корни характеристического уравнения являются мнимыми числами. Колебательный процесс возникает вследствие периодического преобразования энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно. Они сопровождаются потерей энергии в сопротивлении. Огибающими для кривой тока служат кривые $\pm \frac{(E-U)}{\omega_c L} e^{-\delta t}$. При $t = 1/\delta$ ордината огибающей в е раз меньше ее первоначального значения. Ток в цепи согласно формуле (10) равен

$$i = \frac{(E-U)}{j\omega_c L} e^{-\delta t} sh(j\omega_c t) = \frac{(E-U)}{\omega_c L} e^{-\delta t} \sin(\omega_c t) \qquad (13)$$

Формула (13) справедлива для линейной системы, когда показатель затухания $\delta = const$. В случае нелинейной системы, когда δ меняется в процессе колебаний, текущее значение амплитуды будет изменяться по формуле (14):

$$i = \frac{(E-U)}{\omega_c L} e^{-\int_0^t \delta dt} \qquad (14)$$

Если $\int_0^t \delta dt = \beta \cdot \ln(t)$, то $i = \frac{(E-U)}{\omega_c L} e^{-\int_0^t \delta dt} = \frac{(E-U)}{\omega_c L} \cdot t^{-\beta}$. Полученный результат с точностью до обозначений совпадает с ДВЗ $r(k) \sim k^{-\beta}$.

Выводы

В статье построена модель корреляционной структуры сетевого трафика с учетом случаев кратковременной и долговременной зависимости. Она позволяет «физически» объяснить наблюдаемые в сети закономерности.

Библиографический список

1. Park K. Self-Similar Network Traffic: An Overview. [Электронный ресурс], 2003. – Режим доступа: http://pi.314159.ru/park1.pdf
2. Городецкий А.Я., Заборовский В.С. Информатика. Фрактальные процессы в компьютерных сетях. – СПб.: Издательство СПбГТУ, 2000. – 102 с.