МОДЕЛЬ ЦЕНОВОЙ ДИНАМИКИ МЕЛКИХ АКЦИЙ

Д.В. Бельков
к.т.н., доцент, Европейский университет
Е.Н. Едемская
ст. преподаватель,
Донецкий национальный технический университет

В статье исследуется ценовая динамика мелких акций. Для моделирования используется дискретное логистическое отображение. Показаны динамические ряды стоимости акций, построено бифуркационное дерево отображения. Результаты работы могут быть использованы на рынке акций.

Рыночная экономика является эволюционирующей структурой. Она находится в состоянии далеком от равновесия и представляет собой сложную нелинейную динамическую систему, где много кажущихся независимыми агентов действуют связанно. Частью теории сложности является теория хаоса. Ее можно применить для исследования рыночной экономики [1, 2].

Целью статьи является разработка модели ценовой динамики мелких акций на основе дискретного логистического отображения. Задача работы - разработка программ построения динамических рядов стоимости акций и бифуркационного дерева отображения.

Обозначим: X_n – стоимость мелкой ($X_n < 1$) акции в момент *n*. В момент *n+1* ее стоимость равна $X_{n+1} = k \cdot X_n$. Пусть коэффициент *k* линейно зависит от стоимости акции по формуле $k = \lambda(1 - X_n)$. В таком случае динамика стоимости акции описывается уравнением (1):

$$X_{n+1} = \lambda(1 - X_n) \cdot X_n = \lambda X_n \cdot (1 - X_n) \qquad (1)$$

Первое слагаемое в формуле (1) соответствует поведению покупателей. Они поднимают цену акции: $X_{n+1} = \lambda \cdot X_n$. Второе слагаемое формулы (1) соответствует поведению продавцов. Продавцы снижают цену акции: $X_{n+1} = -\lambda X_n^2$.

Разработанная программа строит графики динамических рядов, с помощью которых можно проанализировать динамику стоимости акций. Например, в случае λ=2 после начального всплеска система устанавливается на одной устойчивой величине (рис. 1). Увеличение λ до 2,4 снова демонстрирует сходимость ряда, но при более высоком уровне.

Увеличение λ не изменяет динамики до тех пор, пока не достигается значение λ=3. Система перестает устанавливаться на одной величине, а начинает осциллировать между двумя величинами.

Это расщепление, переход от одного к двум потенциальным решениям называется бифуркацией.

Если продолжить увеличение λ, то приблизительно около 3,5 система вновь теряет устойчивость и появляется четыре возможных решения. При дальнейшем увеличении λ система будет вновь и вновь терять устойчивость. Критические величины λ возникают все чаще и чаще и располагаются все ближе друг к другу. При λ=3,54 получается восемь решений, при λ=3,56 – шестнадцать, при λ=3,568 – тридцать два, при λ=3,57 – шестьдесят четыре решения. Это увеличение продолжается до λ=3,59.

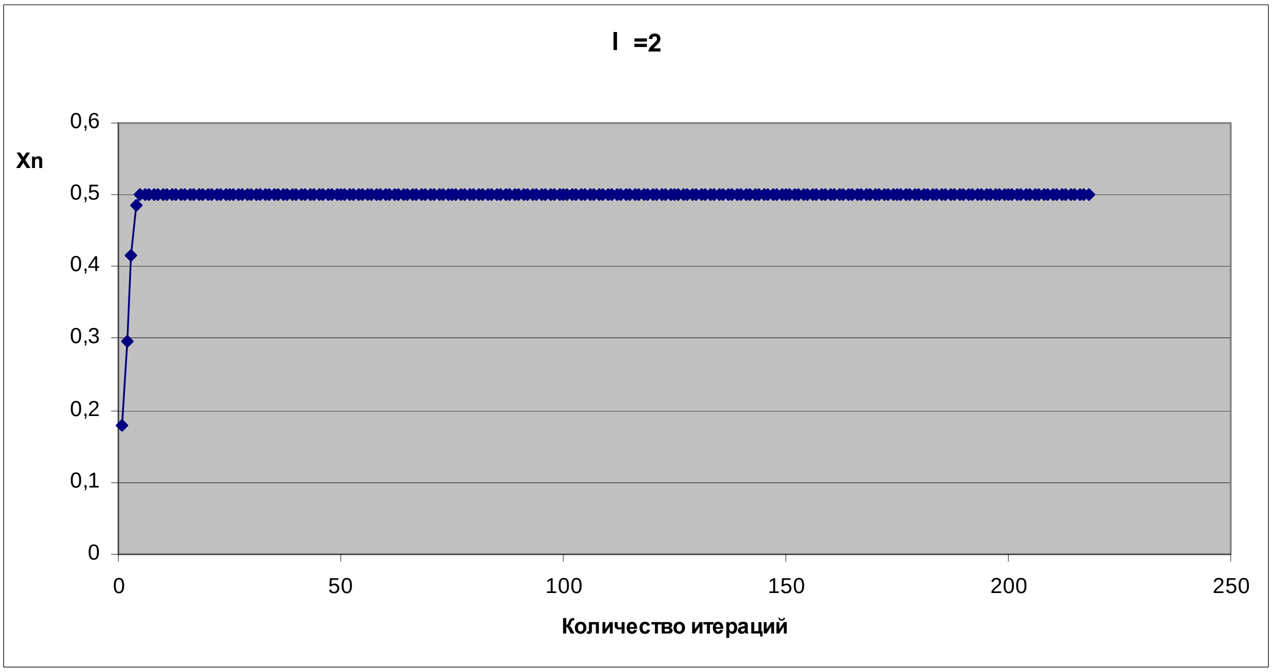

Рисунок 1 – Детерминированный процесс

При λ=3,6 система полностью теряет устойчивость. Число решений становится бесконечным. При взгляде на временной ряд на рисунке 2 виден хаос.

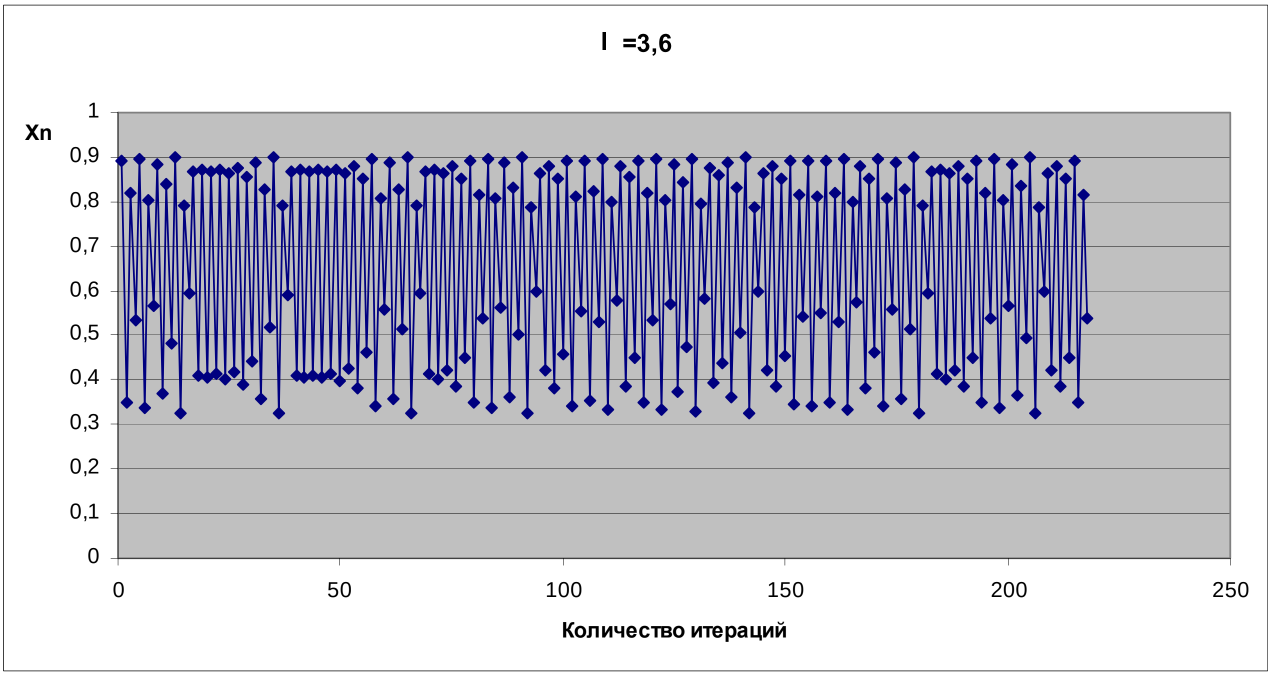

Рисунок 2 – Хаотический процесс

Таким образом предлагаемая модель демонстрирует сложное поведение (детерминированный хаос). Она является фрактальной.

На рисунке 3 представлена бифуркационная диаграмма модели, построенная с помощью разработанной программы. На график нанесены возможные величины x, соответствующие различным значениям λ. Несмотря на хаотичность системы, имеет место определенная упорядоченность в ее возможных решениях. На нижних уровнях λ существуют единичные равновесные решения. Видны также точки бифуркаций и область хаоса между значениями λ, равными 3,5 и 4. Но и в хаотической области наблюдается определенный порядок.

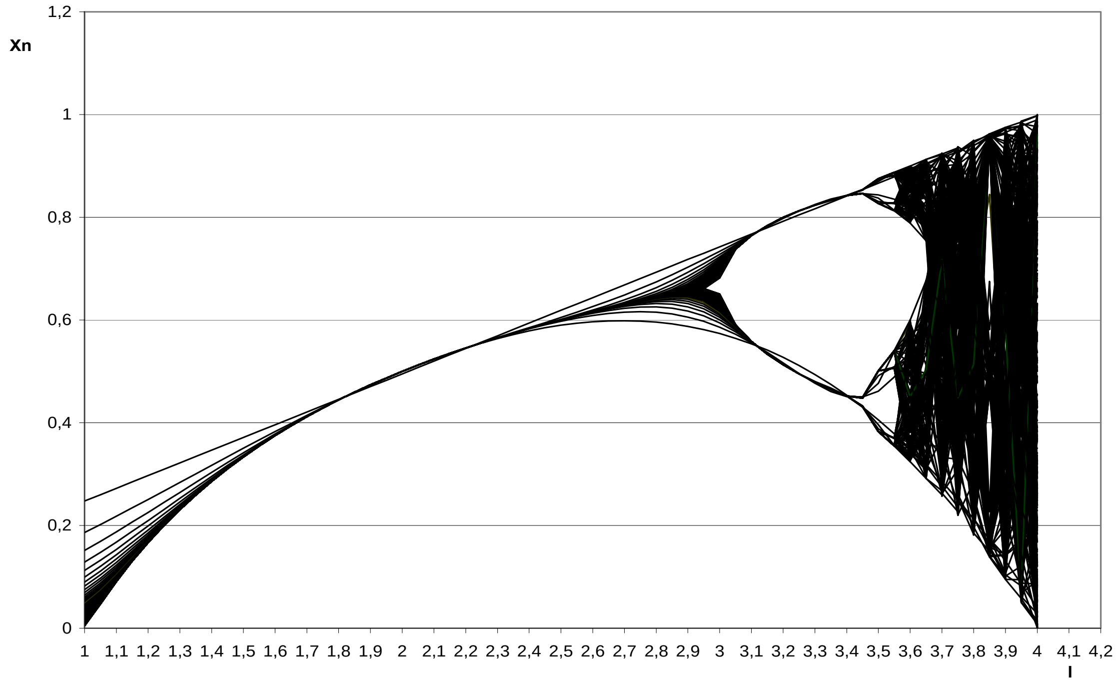

Рисунок 3 – Бифуркационная диаграмма

На графике существуют области, где точки сгущаются, в то же время их прорезают белые полосы, где порядок склонен вернуться в систему, и он действительно снова утверждает себя ($\lambda<3,6$).

Эти полосы иллюстрируют фрактальную природу системы. Если их увеличить, то в них обнаружатся еще меньшие участки, подобные целому, и так до бесконечности. Такого рода самоподобие и образует фрактал.

В работе построена модель ценовой динамики мелких акций на основе дискретного логистического отображения. Показаны динамические ряды стоимости акций, построено бифуркационное дерево отображения, построенные с помощью разработанной программы. Результаты работы могут быть использованы на рынке акций.

Литература

1. *Пэтерс Э.* Хаос и порядок на рынке капитала. М.: Мир, 2000. – 333 с.
2. *Чуличков А.И.* Математические модели нелинейной динамики. М.: Физматлит, 2003. – 296 с.