

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦЕНОВОЙ ДИНАМИКИ МЕЛКИХ АКЦИЙ

А.О. Звоникова, студентка факультета экономики

Е.Н. Едемская, ст. преподаватель каф. ВМиП

Донецкий национальный технический университет

[nastja-zvonirova@rambler.ru](mailto:nastja-zvonirova@rambler.ru)

*В статье исследуется ценовая динамика мелких акций. Для моделирования используется дискретное логистическое отображение. Показаны динамические ряды стоимости акций и бифуркационное дерево отображения, построенные с помощью разработанной в статье программы. Результаты работы могут быть использованы на рынке акций.*

*In the article the price dynamics of the penny stocks is investigated. The discrete logistic reflection is used for the design. The dynamic rows of the cost of the actions are rotined, the bifurcation tree of the reflection is built. The article performances can be used at the market of the actions.*

Рыночная экономика является эволюционирующей структурой. Она находится в состоянии далеко от равновесия и представляет собой сложную нелинейную динамическую систему, которая обладает следующими характеристиками [1]:

1. Долговременные корреляции и тренды (эффекты обратной связи).
2. Изменчивость, с критическими уровнями рынков – при определенных условиях и в определенное время.
3. Временные ряды прибылей при уменьшаемых временных промежутках будут выглядеть одинаково и иметь подобные статистические характеристики (фрактальная структура).
4. Уменьшение надежности предсказаний по мере увеличения шага (чувствительная зависимость от начальных условий).

Экономика – сложная система, где много кажущихся независимыми агентов действуют связано. Частью теории сложности является теория хаоса [2].

Ее можно применить для исследования рыночной экономики. Целью статьи является разработка модели ценовой динамики мелких акций на основе дискретного логистического отображения. Задача работы - разработка программ построения динамических рядов стоимости акций и бифуркационного дерева отображения.

Обозначим:  $X_n$  – стоимость мелкой ( $X_n < 1$ ) акции в момент  $n$ . В момент  $n+1$  ее стоимость равна  $X_{n+1} = k \cdot X_n$ . Пусть коэффициент  $k$  линейно зависит от стоимости акции по формуле  $k = \lambda(1 - X_n)$ . В таком случае динамика стоимости акции описывается уравнением (1):

$$X_{n+1} = \lambda (1 - X_n) \cdot X_n = \lambda X_n \cdot (1 - X_n) \quad (1)$$

Первое слагаемое в формуле (1) соответствует поведению покупателей. Они поднимают цену акции:  $X_{n+1} = \lambda \cdot X_n$ . Второе слагаемое формулы (1) соответствует поведению продавцов. Продавцы снижают цену акции:  $X_{n+1} = -\lambda \cdot X_n^2$ .

Разработанная программа строит графики динамических рядов, с помощью которых можно проанализировать динамику стоимости акций. Например, в случае  $\lambda=2$  после начального всплеска система устанавливается на одной устойчивой величине (рис. 1). Увеличение  $\lambda$  до 2,4 снова демонстрирует сходимость ряда, но при более высоком уровне.

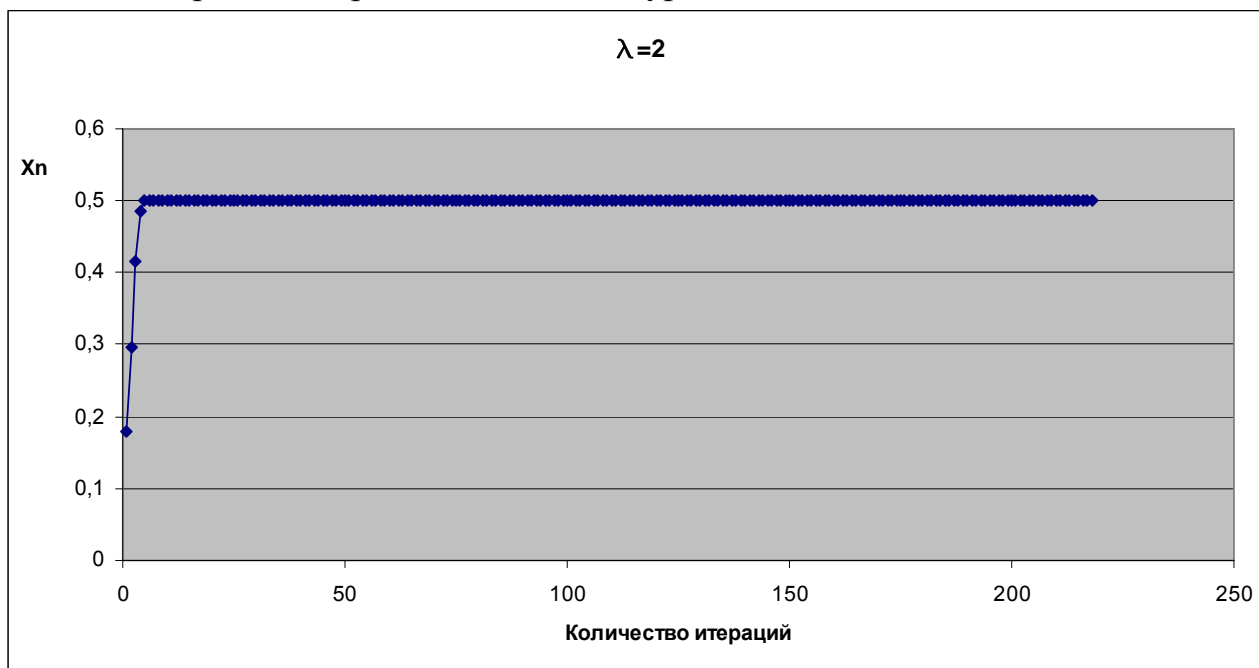


Рисунок 1

Увеличение  $\lambda$  не изменяет динамики до тех пор, пока не достигается значение  $\lambda=3$ . Система перестает устанавливаться на одной величине, а начинает осциллировать между двумя величинами (рис. 2).

Это расщепление, переход от одного к двум потенциальным решениям называется бифуркацией.

Если продолжить увеличение  $\lambda$ , то приблизительно около 3,5 система вновь теряет устойчивость и появляется четыре возможных решения, как это показано на рисунке 3. При дальнейшем увеличении  $\lambda$  система будет вновь и вновь терять устойчивость. Критические величины  $\lambda$  возникают все чаще и чаще и располагаются все ближе друг к другу. При  $\lambda=3,54$  получается восемь решений, при  $\lambda=3,56$  – шестнадцать, при  $\lambda=3,568$  – тридцать два, при  $\lambda=3,57$  – шестьдесят четыре решения. Это увеличение продолжается до  $\lambda=3,59$ .

При  $\lambda=3,6$  система полностью теряет устойчивость. Число решений становится бесконечным. При взгляде на временной ряд на рисунке 4 виден хаос.

Таким образом предлагаемая модель демонстрирует сложное поведение (детерминированный хаос). Она является фрактальной.

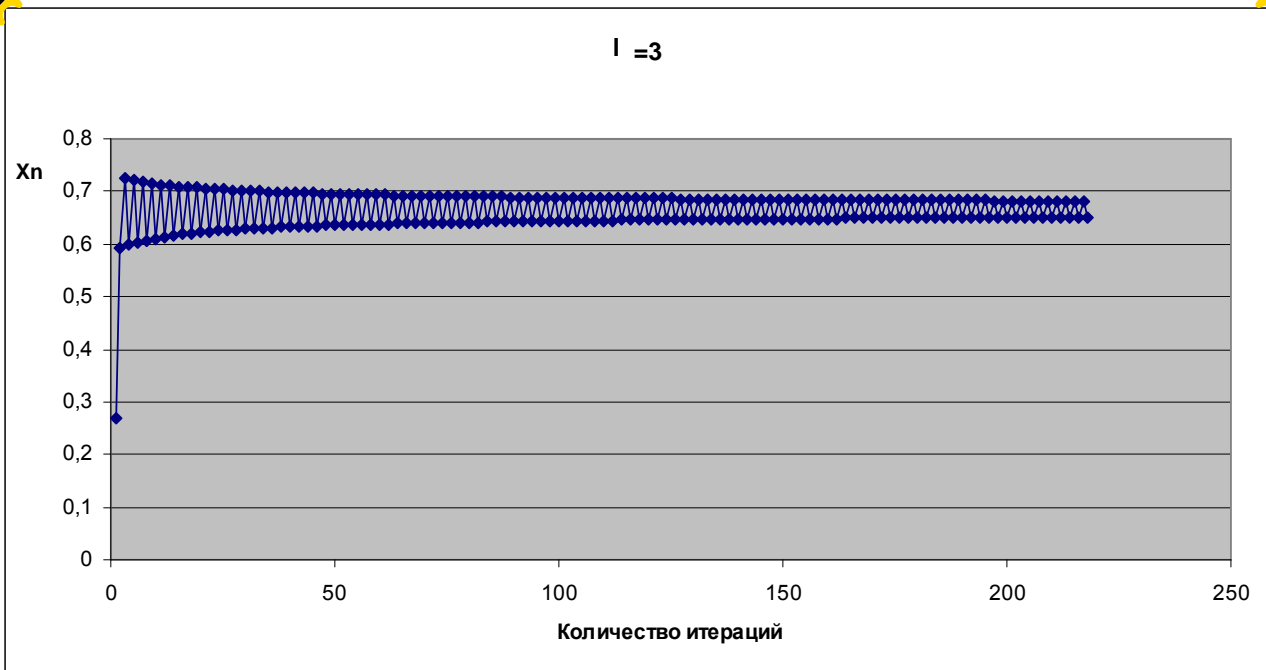
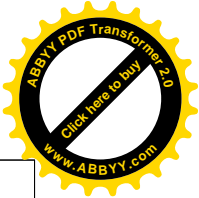
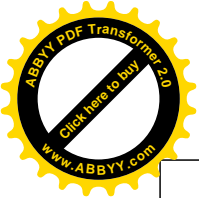


Рисунок 2

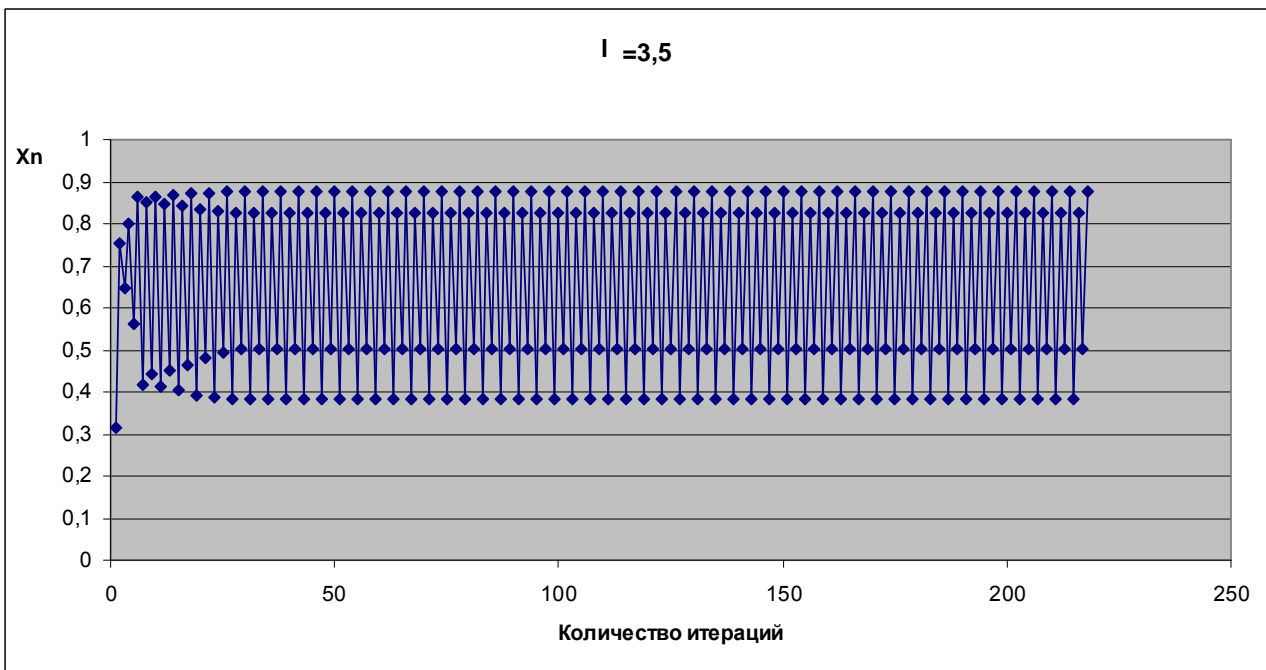
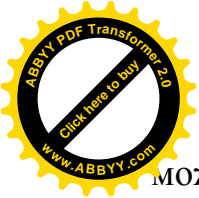


Рисунок 3

На рисунках 5 и 6 представлена бифуркационная диаграмма модели, построенная с помощью разработанной программы. На график нанесены возможные величины  $x$ , соответствующие различным значениям  $\lambda$ . Несмотря на хаотичность системы, имеет место определенная упорядоченность в ее возможных решениях. На нижних уровнях  $\lambda$  существуют единичные равновесные решения. Видны также точки бифуркаций и область хаоса между значениями  $\lambda$ , равными 3,5 и 4. Но и в хаотической области наблюдается определенный порядок.

На рисунке 7 показана бифуркационная диаграмма в диапазоне  $\lambda$  от 3,5 до 4 на графике с более высоким разрешением. На этом уровне детализации



можно видеть, что хаотическая область не сплошь покрыта точками.

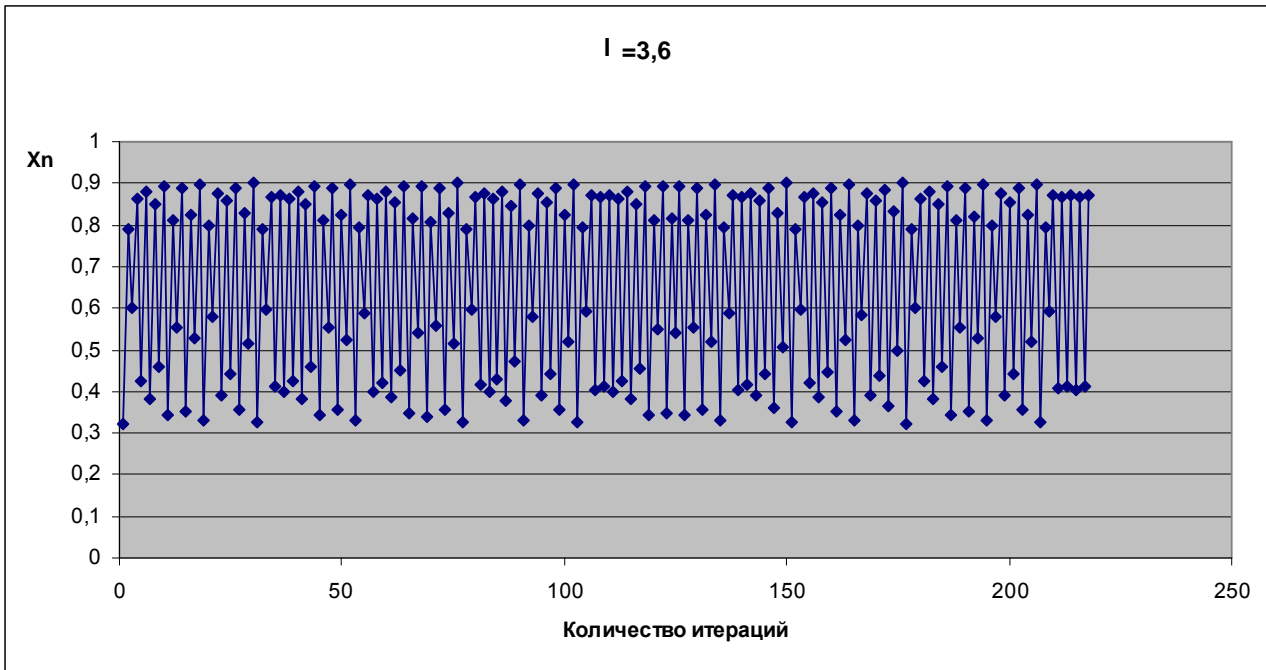


Рисунок 4

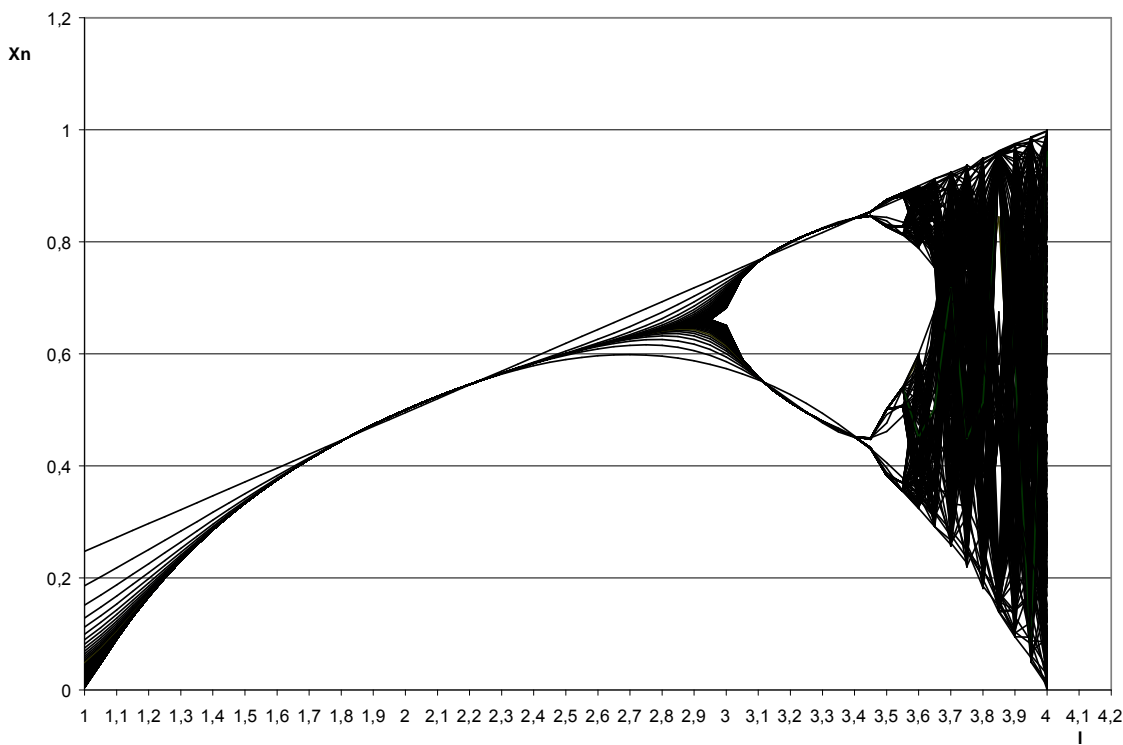


Рисунок 5

На графике существуют области, где точки сгущаются, в то же время их прорезают белые полосы, где порядок склонен вернуться в систему, и он действительно снова утверждает себя ( $\lambda < 3,6$ ).

Эти полосы иллюстрируют фрактальную природу системы. На рисунке 8 показана такая полоса в диапазоне  $\lambda$  от 3,8 до 3,9. Если их увеличить, то в них обнаружатся еще меньшие участки, подобные целому, и так до бесконечности.

Такого рода самоподобие и образует фрактал.

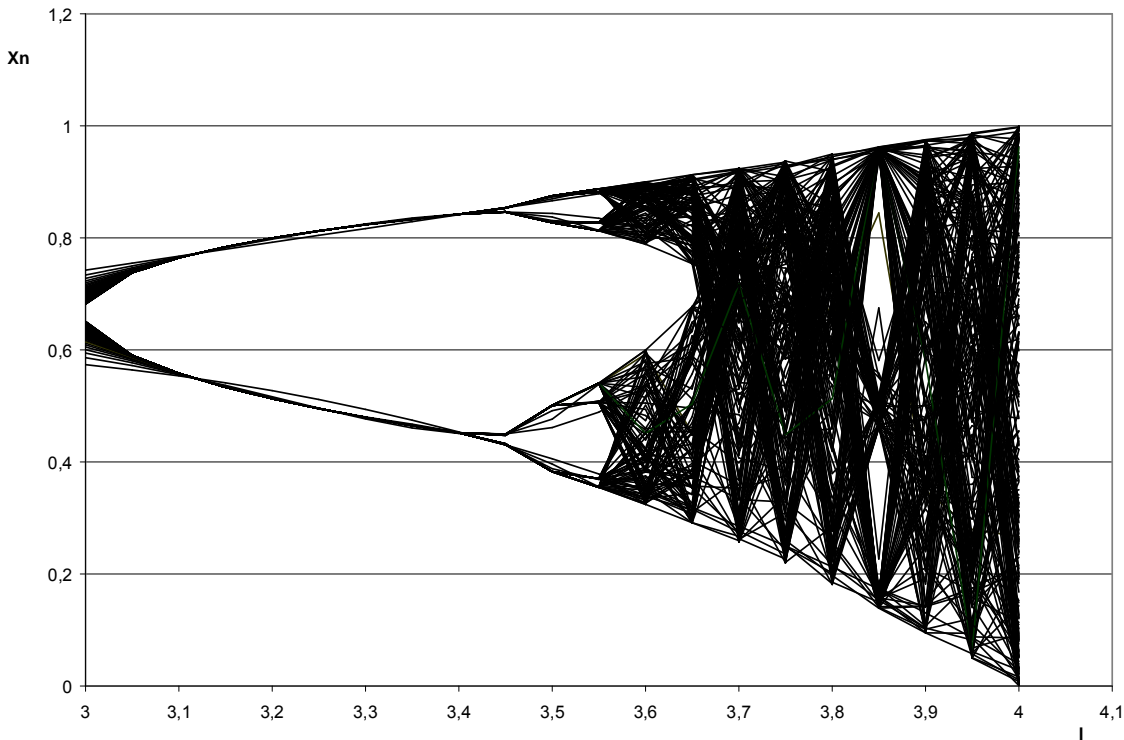


Рисунок 6

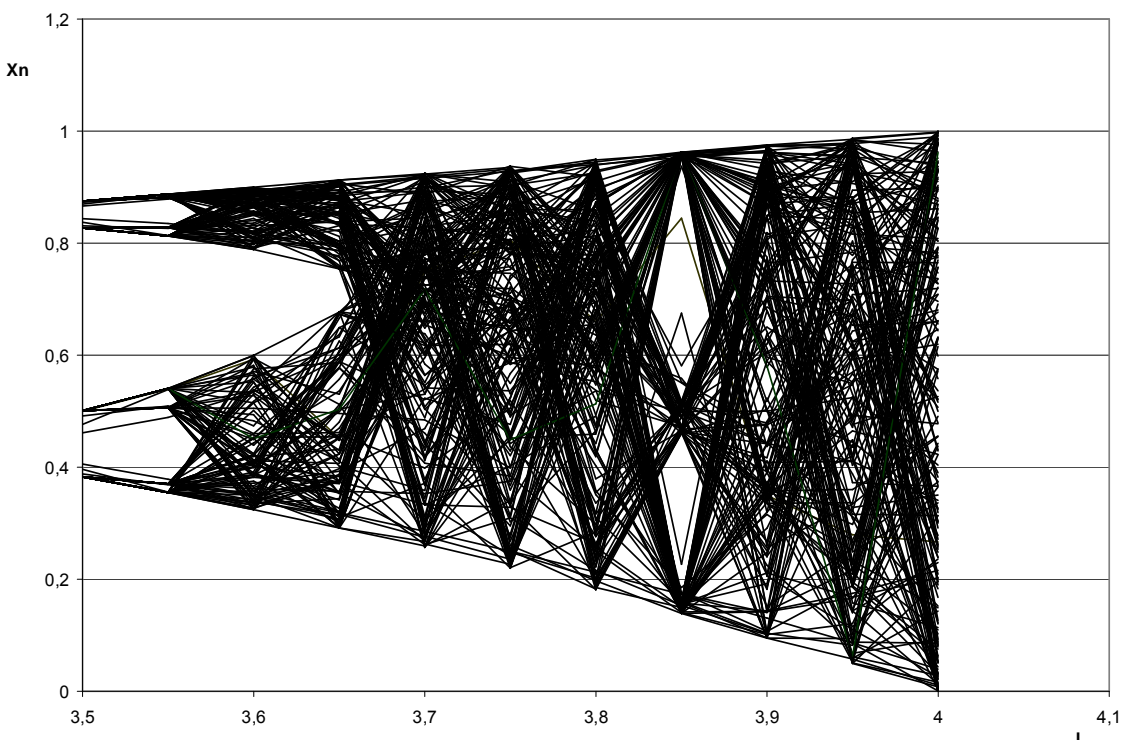


Рисунок 7

Бифуркационная диаграмма представляет множество возможных решений уравнения. Все точки в хаотической области статистически не равновероятны. Темные полосы и устойчивые в широком диапазоне решения указывают на изменчивость вероятностей при возрастании  $\lambda$ . При каждом  $\lambda$  в хаотической

Области имеется бесконечное количество решений, заключенных в конечном пространстве, как в игре хаоса.

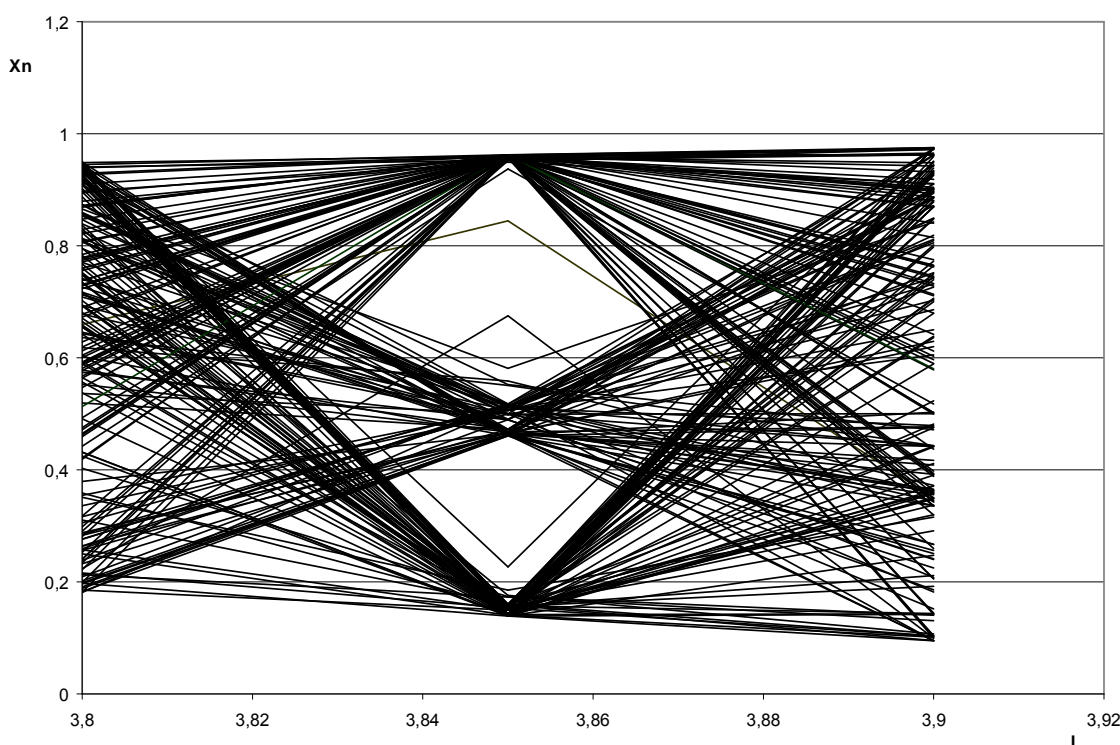


Рисунок 8

На графике существуют области, где точки сгущаются, в то же время их пререзают белые полосы, где порядок склонен вернуться в систему, и он действительно снова утверждает себя ( $\lambda < 3,6$ ).

Эти полосы иллюстрируют фрактальную природу системы. На рисунке 8 показана такая полоса в диапазоне  $\lambda$  от 3,8 до 3,9. Если их увеличить, то в них обнаружатся еще меньшие участки, подобные целому, и так до бесконечности. Такого рода самоподобие и образует фрактал.

Бифуркационная диаграмма представляет множество возможных решений уравнения. Все точки в хаотической области статистически не равновероятны. Темные полосы и устойчивые в широком диапазоне решения указывают на изменчивость вероятностей при возрастании  $\lambda$ . При каждом  $\lambda$  в хаотической области имеется бесконечное количество решений, заключенных в конечном пространстве, как в игре хаоса.

В работе построена модель ценовой динамики мелких акций на основе дискретного логистического отображения. Показаны динамические ряды стоимости акций и бифуркационное дерево отображения, построенные с помощью разработанной программы. Результаты работы могут быть использованы на рынке акций.

### Литература

1. Пэтерс Э. Хаос и порядок на рынке капитала. М.: Мир, 2000. – 333 с.
2. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики. М.: Физматлит, 2003. – 296 с.