

УДК 528.7

МОГИЛЬНЫЙ С.Г. (ДонНТУ)

УРАВНИВАНИЕ СЕТЕЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ

В статье описывается обобщенная теория уравнивания сетей фототриангуляции с целью полного использования информации, содержащейся в выполненных фотограмметрических, навигационных и геодезических измерениях. Полученные уравнения реализованы в программном комплексе «BLOKMSG», приведен пример результатов уравнивания реальной фотограмметрической сети.

В работе [1] отмечалось, что задача определения координат точек методом аналитической фототриангуляции состоит из двух этапов. Сначала строится единая фотограмметрическая модель по совокупности всех фотоснимков и вычисляются приближенные значения геометрических элементов сети, а затем выполняется уравнивание сети. Темой данной работы является изложение обобщенной теории уравнивания с целью полного использования информации содержащейся в выполненных фотограмметрических, навигационных и геодезических измерениях.

Эффективность уравнивания определяется соответствием принятой модели неизбежных погрешностей свойствам фактических погрешностей измерений. Опыт построения фототриангуляции и многочисленные исследования показали, что в фотограмметрических сетях Δ истинную ошибку измерения следует рассматривать как сумму двух слагаемых:

$$\Delta = \delta + \varphi(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r), \quad (1)$$

где δ — случайная составляющая, которая имеет математическое ожидание равно нулю; $\varphi(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$ — систематическая составляющая, представляющая собой известную функцию от $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$, называемых параметрами систематических ошибок.

Вид функции φ определяется характером и методикой непосредственных измерений и устанавливается на основе опыта и специальных исследований. Параметры λ_i в некоторых случаях имеют геометрический или физический смысл, или же являются параметрами аппроксимации неизвестной зависимости.

В настоящее время при построении сетей аналитической фототриангуляции наиболее обоснованной можно считать следующую модель погрешностей непосредственных измерений.

В соответствии с формулой (1) измеренные координаты x_{ij}, y_{ij} изображения точки i на снимке j содержат неизбежные истинные погрешности $\Delta_{ij}^x, \Delta_{ij}^y$, выражаемые соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{ij}^x &= \delta_{ij}^x + \varphi_x(x_{ij}, y_{ij}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r) \\ \Delta_{ij}^y &= \delta_{ij}^y + \varphi_y(x_{ij}, y_{ij}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где функции φ_x, φ_y имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \lambda_1 + \lambda_2 x + \lambda_3 y + \lambda_4 x^2 + \lambda_5 y^2 + \lambda_6 xy + \lambda_7 x^2 y + \lambda_8 xy^2 + \lambda_9 x^3 + \lambda_{10} y^3 \\ \varphi_y &= \lambda_{11} + \lambda_{12} x + \lambda_{13} y + \lambda_{14} x^2 + \lambda_{15} y^2 + \lambda_{16} xy + \lambda_{17} x^2 y + \lambda_{18} xy^2 + \lambda_{19} x^3 + \lambda_{20} y^3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

здесь x, y — измеренные координаты точки на снимке.

Бортовые навигационные измерения при фотосъемке, учитывая возможности и практику спутниковых систем навигации, можно рассматривать как непосредственные измерения координаты центров фотографирования. Современное состояние изученности погрешностей определения координат точек спутниковыми приемниками позволяют считать, что погрешности измерений содержат только случайную составляющую, а систематические искажения учитываются вычисляемыми параметрами ориентирования той системы координат, в которой приемник фиксирует свое местоположение.

Непосредственные измерения на объекте съемки, называемые *геодезическими измерениями*, принимают чаще всего за безошибочные, либо считают, что они содержат только неизбежные случайные погрешности.

Параметрический метод уравнивания является наиболее удобным при программировании, поэтому выберем неизвестные параметры для параметрических уравнений, которые в соответствии со статьей [1] можно разделить на следующие группы:

- координаты точек объекта съемки;
- элементы внешнего ориентирования снимков (линейные и угловые);
- параметры систематических ошибок координат снимков;
- элементы взаимного ориентирования фотокамеры, приемника спутниковых данных и датчиков углов вращения носителя;
- элементы ориентирования системы координат спутниковых измерений.

Параметрические уравнения коллинеарности измеренных координат x_{ij}, y_{ij} изображения точки i на снимке j с учетом формул (1)–(3) будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} v_{ij}^x &= f \frac{a_1^j (X_i - X_{s_j}) + a_2^j (Y_i - Y_{s_j}) + a_3^j (Z_i - Z_{s_j})}{c_1^j (X_i - X_{s_j}) + c_2^j (Y_i - Y_{s_j}) + c_3^j (Z_i - Z_{s_j})} + \varphi_x(x_{ij}, y_{ij}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r) - x_{ij} \\ v_{ij}^y &= f \frac{b_1^j (X_i - X_{s_j}) + b_2^j (Y_i - Y_{s_j}) + b_3^j (Z_i - Z_{s_j})}{c_1^j (X_i - X_{s_j}) + c_2^j (Y_i - Y_{s_j}) + c_3^j (Z_i - Z_{s_j})} + \varphi_y(x_{ij}, y_{ij}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r) - y_{ij} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где v_{ij}^x, v_{ij}^y — поправки в измеренные на снимке координаты точки; $a_1^j, a_2^j, \dots, a_3^j$ — направляющие косинусы снимка j ; X_i, Y_i, Z_i и $X_{s_j}, Y_{s_j}, Z_{s_j}$ — соответственно координаты точки i и центра фотографирования снимка j ; f — фокусное расстояние снимка j .

Поскольку при уравнивании из построения сети известны достаточно точно все входящие в уравнение (4) величины, то разложением в ряд его можно привести к линейному виду. Объединив однородные члены в матрицы, получим следующую формулу:

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{c}_{ij} \delta \mathbf{x}_i + \mathbf{b}_{ij} \delta \mathbf{x}_{s_j} + \mathbf{d}_{ij} \delta \boldsymbol{\omega}_j + \mathbf{e}_{ij} \delta \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{l}_{ij}, \quad (5)$$

где $\delta \mathbf{x}_i, \delta \mathbf{x}_{s_j}, \delta \boldsymbol{\omega}_j, \delta \boldsymbol{\lambda}$ — векторы поправок, соответственно, в координаты точки i объекта съемки, линейные и угловые элементы внешнего ориентирования снимка j и параметры систематических ошибок координат на снимке точки i ; $\mathbf{c}_{ij}, \mathbf{b}_{ij}, \mathbf{d}_{ij}, \mathbf{e}_{ij}$ — матрицы из частных производных по соответствующим параметрам; \mathbf{l}_{ij} — вектор свободных членов уравнений коллинеарности.

Исследования показывают, что нет необходимости выводить и использовать для вычислений громоздкие формулы частных производных, более эффективно определять их значения непосредственно численным дифференцированием уравнений (4).

Уравнение (5) является общим, пригодным для любого случая сочетания свойств входящих в него переменных. Например, если оно составлено для опорной точки на объекте съемки, координаты которой принимаются безошибочными, то соответствующие им матрица c_{ij} и вектор δx_i приравниваются нулю, но алгоритм дальнейших вычислений не изменится. Аналогично могут быть учтены свойства других параметров.

Совокупность уравнений (5) образует общую систему параметрических уравнений коллинеарности в линейном виде:

$$V = C\delta X + B\delta X_s + D\delta\Omega + E\delta\Lambda + L, \quad (6)$$

где обозначения матриц аналогичны формуле (5).

Уравнения (6) содержат и учитывают все геометрические связи фотограмметрических измерений снимков, теоретически неверно добавлять к ним уравнения компланарности, как это описано в работе [4].

При выводе параметрических уравнений для спутниковых измерений координат центров фотографирования воспользуемся уравнением (2) из [1], однако преобразуем его таким образом, чтобы оно соответствовало понятию параметрического уравнения, в котором непосредственно измеренная величина выражается через параметры. В этом случае оно будет иметь вид:

$$v'_\varepsilon = \bar{R}_N + N(\bar{R}_{s_j} + A_j\bar{r}) - \bar{R}_j, \quad (7)$$

где v'_ε — вектор поправок в вектор \bar{R}_j координат центра фотографирования снимка j , полученных из спутниковых измерений; \bar{r} — вектор, определяющий взаимное положение спутникового приемника и фотокамеры (рис.1. [1]); A_j — матрица направляющих косинусов снимка j ; \bar{R}_{s_j} — вектор линейных элементов внешнего ориентирования снимка j ; \bar{R}_N — вектор параметров, определяющий начало координат геодезической системы в системе координат спутниковых измерений; N — оператор преобразования геодезических координат в систему координат спутниковых измерений.

Следует учитывать, что спутниковые измерения координат при уравнивании фототриангуляции будут использоваться предварительно обработанные и приведенные в систему очень близкую к геодезической. Поэтому оператор N в зависимости от условий технологии может быть различным. В простейшем случае его можно принять равным единичной матрице, но тогда не будут учтены некоторые систематические искажения спутниковых измерений, такие как не синхронность экспонирования и фиксации координат центра фотографирования, различие масштабов и взаимное положение геодезической системы и системы координат спутниковой навигации.

Разложив уравнение (7) в ряд, получим:

$$v'_\varepsilon = b_j^\varepsilon \delta x_{s_j} + d_j^\varepsilon \delta \varpi_j + g_j^\varepsilon \delta r + h_j^\varepsilon \delta N + l_j^\varepsilon, \quad (7)$$

где δr — матрица поправок в проекции вектора \bar{r} ; δN — вектор поправок в параметры оператора N и вектор \bar{R}_N ; $b_j^\varepsilon, d_j^\varepsilon, g_j^\varepsilon, h_j^\varepsilon$ — матрицы из частных производных по соответствующим параметрам; l_j^ε — вектор свободных членов.

Совокупность уравнений (7), составленных для всех снимков, для которых выполнялись спутниковые измерения, образуют общую систему параметрических уравнений линейных элементов внешнего ориентирования снимков

$$V_{\varepsilon} = B^{\varepsilon} \delta X_{\varepsilon} + D^{\varepsilon} \delta \Omega + G^{\varepsilon} \delta r + H^{\varepsilon} \delta N + L^{\varepsilon}, \quad (8)$$

где обозначения матриц аналогичны формуле (7) и (5).

При фотосъемке в момент экспонирования снимков могут выполняться измерения углов наклона носителя, что техники осуществимо с высокой точностью при современном уровне сенсорной. Параметрические уравнения можно вывести на основе соотношения между уравненными направляющими косинусами систем координат фотокамеры и системы координат сенсоров углов наклона и вращения носителя:

$$\tilde{A}_0 \tilde{A}_j - \tilde{B}_j = 0, \quad (9)$$

где \tilde{B}_j — матрица направляющих косинусов, вычисленная по уравненным значениям измеренных углов наклона и вращения носителя для снимка j ; \tilde{A}_j — матрица направляющих косинусов снимка j , определенная по уравненным угловым элементам внешнего ориентирования; \tilde{A}_0 — уравненная ортогональная матрица, определяющая углы взаимного поворота систем осей координат фотокамеры и системы измерения угловых элементов ориентирования носителя.

Если уравненные значения матриц выразить через A_0, A_j, B_j найденные при построении сети их приближенные значения и поправки к ним (формулы (8), (9) [1]), то получим:

$$(A_0 + S_{A_0} A_0)(A_j + S_{A_j} A_j) - B_j = S_{B_j} B_j, \quad (10)$$

где $S_{A_0}, S_{A_j}, S_{B_j}$ — кососимметричные матрицы из поправок в параметры вращения соответствующих матриц.

Раскрыв скобки и отбросив величины второго порядка малости, будем иметь:

$$S_{A_0} A_0 A_j B_j^T + A_0 S_{A_j} A_j B_j^T + (A_0 A_j - B_j) B_j^T = S_{B_j} B_j^T, \quad (11)$$

С достаточной для вычислений точностью из уравнения (9) следует:

$$\left. \begin{aligned} A_0 A_j B_j^T &= E; \\ A_j B_j^T &= A_0^T; \\ (A_0 A_j - B_j) B_j^T &= W_j \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где E — единичная матрица; W_j — матрица свободных членов.

С учетом соотношений (12) уравнение (11) будет иметь вид:

$$S_{A_0} + A_0 S_{A_j} A_0^T + W_j = S_{B_j}. \quad (13)$$

Записав кососимметричные матрицы в развернутом виде через поправки в соответствующие угловые элементы ориентирования, получим:

$$\begin{vmatrix} 0 & \delta\kappa_0 - \delta\omega_0 \\ -\delta\kappa_0 & 0 & \delta\alpha_0 \\ \delta\omega_0 - \delta\alpha_0 & 0 \end{vmatrix} + A_0 \begin{vmatrix} 0 & \delta\kappa_j - \delta\omega_j \\ -\delta\kappa_j & 0 & \delta\alpha_j \\ \delta\omega_j - \delta\alpha_j & 0 \end{vmatrix} A_0^T + \begin{vmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & v_\kappa^j - v_\omega^j \\ -v_\kappa^j & 0 & v_\alpha^j \\ v_\omega^j - v_\alpha^j & 0 \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Суммируя матрицы в формуле (13), получим 9 линейных уравнений. Однако только 3 из них являются линейно независимыми, а именно те, которые соответствуют элементам над главной диагональю. Выполнив умножение матриц, получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \delta\alpha_0 + \delta\alpha_j (b_2^0 c_3^0 - b_3^0 c_2^0) + \delta\omega_j (b_3^0 c_1^0 - b_1^0 c_3^0) + \delta\kappa_j (b_1^0 c_2^0 - b_2^0 c_1^0) + w_{23} &= v_\alpha^j \\ \delta\omega_0 + \delta\alpha_j (a_3^0 c_2^0 - a_2^0 c_3^0) + \delta\omega_j (a_1^0 c_3^0 - a_3^0 c_1^0) + \delta\kappa_j (a_2^0 c_1^0 - a_1^0 c_2^0) - w_{13} &= v_\omega^j \\ \delta\kappa_0 + \delta\alpha_j (a_2^0 b_3^0 - a_3^0 b_2^0) + \delta\omega_j (a_3^0 b_1^0 - a_1^0 b_3^0) + \delta\kappa_j (a_1^0 b_2^0 - a_2^0 b_1^0) + w_{12} &= v_\kappa^j \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

где $a_1^0, a_2^0, \dots, c_3^0$ — элементы матрицы A_0 . Выражения в скобках в формулах (15) являются алгебраическими дополнениями элементов матрицы A_0 , но поскольку она ортогональная, то они равны соответствующим ее элементам. Поэтому уравнения (15) можно записать в более простой форме:

$$\begin{vmatrix} \delta\alpha_0 \\ \delta\omega_0 \\ \delta\kappa_0 \end{vmatrix} + A_0 \begin{vmatrix} \delta\alpha_j \\ \delta\omega_j \\ \delta\kappa_j \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} w_{23} \\ -w_{13} \\ w_{12} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_\alpha^j \\ v_\omega^j \\ v_\kappa^j \end{vmatrix}. \quad (16)$$

или

$$v_0^j = \delta\omega_0 + A_0 \delta\omega_j + I_j^0, \quad (17)$$

где v_0^j — вектор поправок в измеренные для снимка j величины углов наклона носителя; $\delta\omega_0$ — вектор поправок в параметры вращения матрицы A_0 ; I_j^0 — вектор свободных членов, вычисляемый из формулы (12).

Совокупность уравнений (17), составленных для всех снимков, образует систему параметрических уравнений для измерений угловых элементов внешнего ориентирования снимков:

$$V_0 = D^0 \delta\Omega + Q \delta\omega_0 + L^0, \quad (18)$$

здесь матрица Q представляет собой столбец из единичных подматриц третьего порядка. Уравнения (18) могут иметь место не только при аэрофотосъемке, но и при наземной съемке, когда фотокамера ориентируется и угловые элементы ориентирования используются в уравнивании, поскольку поверка ориентирного устройства фотокамеры не может быть выполнена безошибочно.

В том случае, когда в уравнивание сети фототриангуляции включаются измерения, выполненные на объекте съемки, имеют место параметрические уравнения геодезических данных, а именно: координат, углов, расстояний, превышений и т. п. В общем случае уравнение имеет вид:

$$v_r^k = \varphi_k (\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_n) - S_k, \quad (19)$$

где v_k^c — поправка в геодезическое измерение S_k ; φ_k — известная функция, которая выражает S_k через векторы $\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_n$ координат определяемых точек объекта. Приведя уравнения (19) к линейному виду, получим параметрические уравнения геодезических измерений:

$$V_r = C_r \delta X + L_r, \quad (20)$$

где V_r — вектор поправок в геодезические измерения; C_r — матрица частных производных от функций φ_k по координатам определяемых на объекте точек; L_r — вектор свободных членов.

Уравнения (6), (8), (18) и (20) совместно образуют систему параметрических уравнений поправок в линейном виде, которая описывает практически большинство схем построения сетей аналитической фототриангуляции как для топографических, так и для инженерных целей. В совместной записи эти уравнения следует расположить в следующей последовательности:

$$\left. \begin{aligned} V_o &= Q \delta \omega_o && + D^o \delta \Omega && + L^o \\ V_\varepsilon &= G^\varepsilon \delta r + H^\varepsilon \delta N && + B^\varepsilon \delta X_s + D^\varepsilon \delta \Omega && + L^\varepsilon \\ V_c &= && C_c \delta X && + L_c \\ V &= && C \delta X + B \delta X_s + D \delta \Omega + E \delta \Lambda + L && \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Группы измеренных величин между собой независимы, поэтому решение системы (20) может быть выполнено методом наименьших квадратов при условии

$$V_o^T P_o V_o + V_\varepsilon^T P_\varepsilon V_\varepsilon + V_\Gamma^T P_\Gamma V_\Gamma + V^T P V = \min, \quad (22)$$

где $P_o, P_\varepsilon, P_\Gamma, P$ — матрицы весов измеренных величин в соответствующих группах измерений.

Структура матрицы коэффициентов системы (21) позволяет эффективно применить методы группового уравнивания. Действительно, первые три уравнения независимы и связаны только с четвертым, которое соответствует классическому случаю уравнивания фототриангуляции методом связок, поэтому при составлении нормальных уравнений неизвестные $\delta \omega_o, \delta r, \delta N$ легко редуцируются.

Теория и принципы решения оставшихся нормальных уравнений детально рассмотрены в работе [3], где обоснованы критерии выбора числа и вида тех параметров систематических погрешностей в формуле (3), которые могут быть вычислены в конкретной сети фототриангуляции.

Теория уравнивания сетей фототриангуляции, изложенная в данной статье, реализована автором в программном комплексе «BLOKMSG». На рис.1 изображена схема сети в аффинной проекции, где стереопары показаны в виде прямоугольников, ограничивающих точки модели на местности. Данные для сети получены из реальных производственных измерений снимков. Сеть состоит из 32 снимков с фокусным расстоянием 100мм, масштаба 1:5000, всего в трех маршрутах 29 стереопар. На местности 21 опорная точка (черные квадратики), для демонстрации возможностей программы как опорные точки использованы четыре крайние центры фотографирования. Определяемых точек местности 197, они изображены кружочками. Всего в

сети измерено 966 изображений точек на снимках, из 1932 уравнений коллинеарности 1149 являются избыточными. Высота столбика над каждой определяемой точкой показывает в относительной мере среднюю квадратическую ошибку координаты Z , найденную из уравнивания.

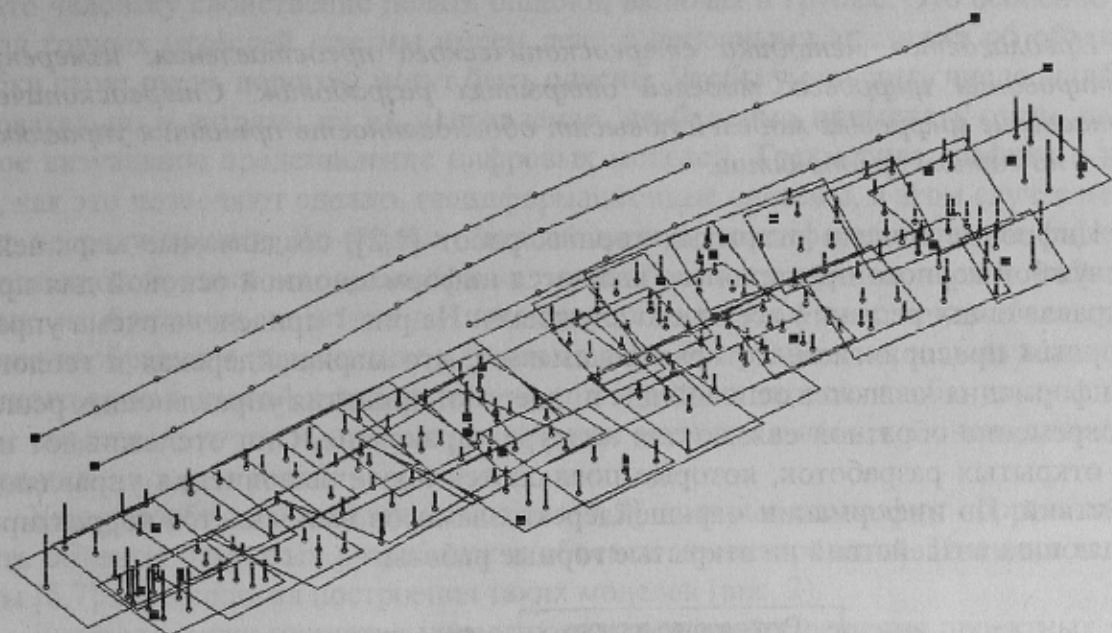


Рис. 1. Схема сети фототриангуляции

Если данную сеть уравнивать с учетом систематических ошибок фотограмметрических измерений, то программа автоматически определит, что имеющиеся геометрические связи в сети позволяют определить в уравнениях (3) только следующие параметры систематических ошибок:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \lambda_5 y^2 + \lambda_7 x^2 y + \lambda_8 x y^2 \\ \varphi_y &= \lambda_{14} x^2 + \lambda_{15} y^2 + \lambda_{17} x^2 y \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Включение в уравнивание всех 20 параметров приведет к значительному увеличению влияния случайных погрешностей и существенно исказит конечные результаты.

Таким образом программный комплекс «BLOKMSG» обеспечивает строгое оптимальное уравнивание фотограмметрических измерений, в котором может быть выполнено уравнивание не только в соответствии с принципом наименьших квадратов Гаусса, но при значительном отклонении распределения случайных ошибок от нормального закона методом наименьших модулей Лапласа.

Библиографический список

1. Могильный С.Г. Универсальный алгоритм построения сетей аналитической фототриангуляции. // Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: гірничо геологічна. 1999. — Випуск 11. — С. 70–77.
2. Могильный С.Г. Метод Лапласа при обработке коррелированных измерений. // Инженерная геодезия. — Київ, 1998. — №40. — С. 103–112.
3. Mogilny S. Programmauswahl der zusätzlichen Parameter bei der Bündelblocks ausgleichung. «Bilmesung und Luftbildwesen», 1981. — №49 — P. 181–190.
4. Колб І.З. Моделювання блочної фототриангуляції при відомих лінійних елементах орієнтування. // Вісник геодезії та картографії. — 1998. — №4 (11). — С.41–44.