

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАГРУЗОК НА ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНАХ В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ОЧИСТНЫМ КОМБАЙНОМ

**Величко В.И., студент**

(ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, Украина)

Очистной комбайн как объект управления является нелинейной автономной автоколебательной системой со многими степенями свободы. Поэтому, при недоступности натуральных испытаний представительные исследование качества и устойчивости систем автоматического управления нагрузкой очистных комбайнов возможны лишь при использовании математической модели, воспроизводящей реальные процессы взаимодействия исполнительных органов с разрушаемым массивом. Наиболее важным при формировании нагрузок на исполнительных органах является процесс стружкообразования, определяющий силы реакции забоя и спектр нагрузок привода исполнительных органов.

Момент сил сопротивления на исполнительном органе  $M$  и силы реакции забоя  $R_a, R_b, R_c$  в любой момент времени определяются суммой моментов и сил, действующих на каждый  $i$ -тый резец, находящийся в зоне резания:

$$M = R \sum_{i=1}^N z_i; \quad R_a = \sum_{i=1}^N a_i; \quad R_b = \sum_{i=1}^N b_i; \quad R_c = \sum_{i=1}^N c_i;$$

$$\alpha_i = -y_i \cos \gamma_i + z_i \sin \gamma_i; \quad b_i = -y_i \sin \gamma_i - z_i \cos \gamma_i; \quad c_i = x_i;$$

здесь  $z_i, y_i, x_i$  соответственно сила резания, сила подачи и боковая сила, действующая на  $i$ -тый резец,  $\gamma_i$  - угловое положение  $i$ -того резца;  $\gamma_i = \gamma_{0i} + \gamma$ , где  $\gamma$  - координата исполнительного органа, получаемая из решения уравнений динамики привода исполнительных органов,  $\gamma_{0i}$  - начальный угол установки  $i$ -того резца на исполнительном органе. Значения  $z_i, y_i, x_i$  определяются в зависимости от толщины стружки на каждом  $i$ -том резце.

Определим толщину стружки  $i$ -того резца  $h_i$  при его заданном угловом перемещении  $\gamma_i$  (рис. 1), предполагая, что  $i$ -тая линия резания находится в фиксированной вертикальной плоскости и осевые перемещения исполнительного органа отсутствуют. Такое предположение оправданно и подтверждено сравнением результатов моделирования и натуральных испытаний нагруженности исполнительных органов комбайна К103.

Толщина стружки – это расстояние между режущими кромками резца в рассматриваемом положении с осью шнека в точке С (точка К) и в некотором прошлом положении с осью в точке А, когда резец пересекал луч СК, направленный от оси шнека к резцу (точка В). Обозначим радиус шнека СК через  $R$ , а горизонтальное (в направлении подачи) и вертикальное смещение (приращения координат) оси шнека через  $\Delta x, \Delta y$ . Отметим, что во введенной системе координат значения приращения  $\Delta x$  неотрицательные, а значения приращения  $\Delta y$  могут иметь любой знак. Дальнейшие рассуждения не зависят от знака  $\Delta y$ , поэтому рассмотрим случай, приведенный на рис. 1, как общий.

Из треугольников АСD и АВС находим:

$$\angle ACD = \arctg \frac{\Delta x}{\Delta y}, \quad \angle ACB = \pi + \gamma_i - \arctg \frac{\Delta x}{\Delta y}, \quad |AC| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Используя теорему косинусов и функцию  $sign(\Delta y)$ , окончательно получим:

$$|BK| = h_i = R - \sqrt{R^2 - ((\Delta x)^2 + (\Delta y)^2) \sin^2 \alpha_i} + (\text{sign}(\Delta y)) \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \cos \alpha_i, \quad (1)$$

где  $\alpha_i = \gamma_i - \arctg \frac{\Delta x}{\Delta y}$ .

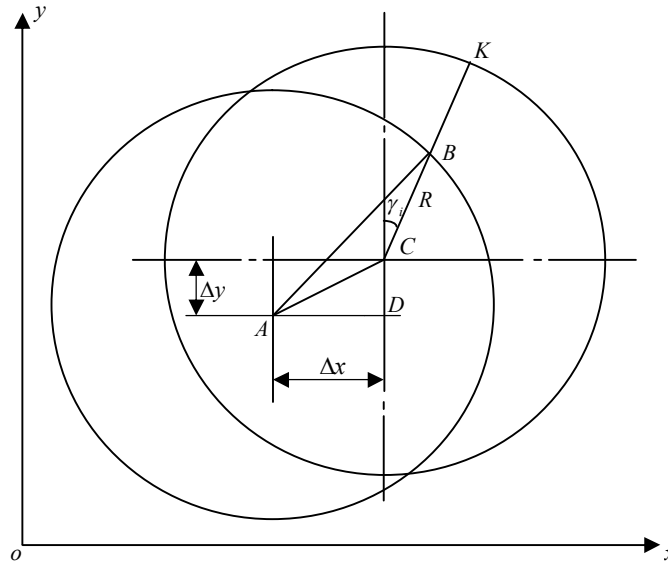


Рисунок 1 - К выводу формулы толщины стружки

В формуле (1) значения приращений  $\Delta x, \Delta y, \gamma_i$  являются функциями пространственных координат исполнительного органа  $x, y, \gamma$ , определяемых из решения уравнений движения комбайна в пространстве лавы и уравнений динамики привода исполнительных органов:

$$\Delta x = x_j - x_{j-n}, \quad (2)$$

$$\Delta y = y_j - y_{j-n}, \quad (3)$$

$$\gamma_i = \gamma_i + \gamma_{oi}, \quad (4)$$

где  $x_j, y_j$  и  $x_{j-n}, y_{j-n}$  - соответственно абсцисса и ордината исполнительного органа в настоящий момент времени  $t_j$  и в момент времени  $t_{j-n}$ , когда впереди идущий резец, находящийся в одной линии резания с рассматриваемым  $i$ -тым резцом, пересекал радиус, имеющий угол наклона  $\gamma_i$ ;  $\gamma_i$  -угловая координата исполнительного органа в момент времени  $t_j$ .

Для одного резца в линии резания впереди идущим будет сам же рассматриваемый резец, и для нахождения приращений  $\Delta x, \Delta y$  необходимо знать его же координаты  $x_{j-n}$  и  $y_{j-n}$  на предыдущем обороте исполнительного органа. Следовательно, при программной реализации формул (2) – (4) на каждом шаге вычисления  $h_i$  (в очередном фиксированном положении исполнительного органа) в общем случае необходимо иметь предысторию  $x_{j-n}, y_{j-n}$  не менее чем за один оборот исполнительного органа.

В предлагаемом алгоритме формирование предыстории и вычисление  $h_i$  выполняется через угол  $\Delta \varphi$ , определяемый как  $\Delta \varphi = 2\pi / p$ , где  $p$  - число положений за один оборот

исполнительного органа, в которых вычисляются значения  $h_i$ . Такой подход позволяет находить индекс строки с предысторией при любой вариации угловой скорости исполнительного органа. Выбор значения  $p$  обусловлен сохранением частотных свойств и формы моделируемого спектра нагрузок на исполнительном органе.

Укрупненный алгоритм расчета нагрузок представлен на рис. 2.

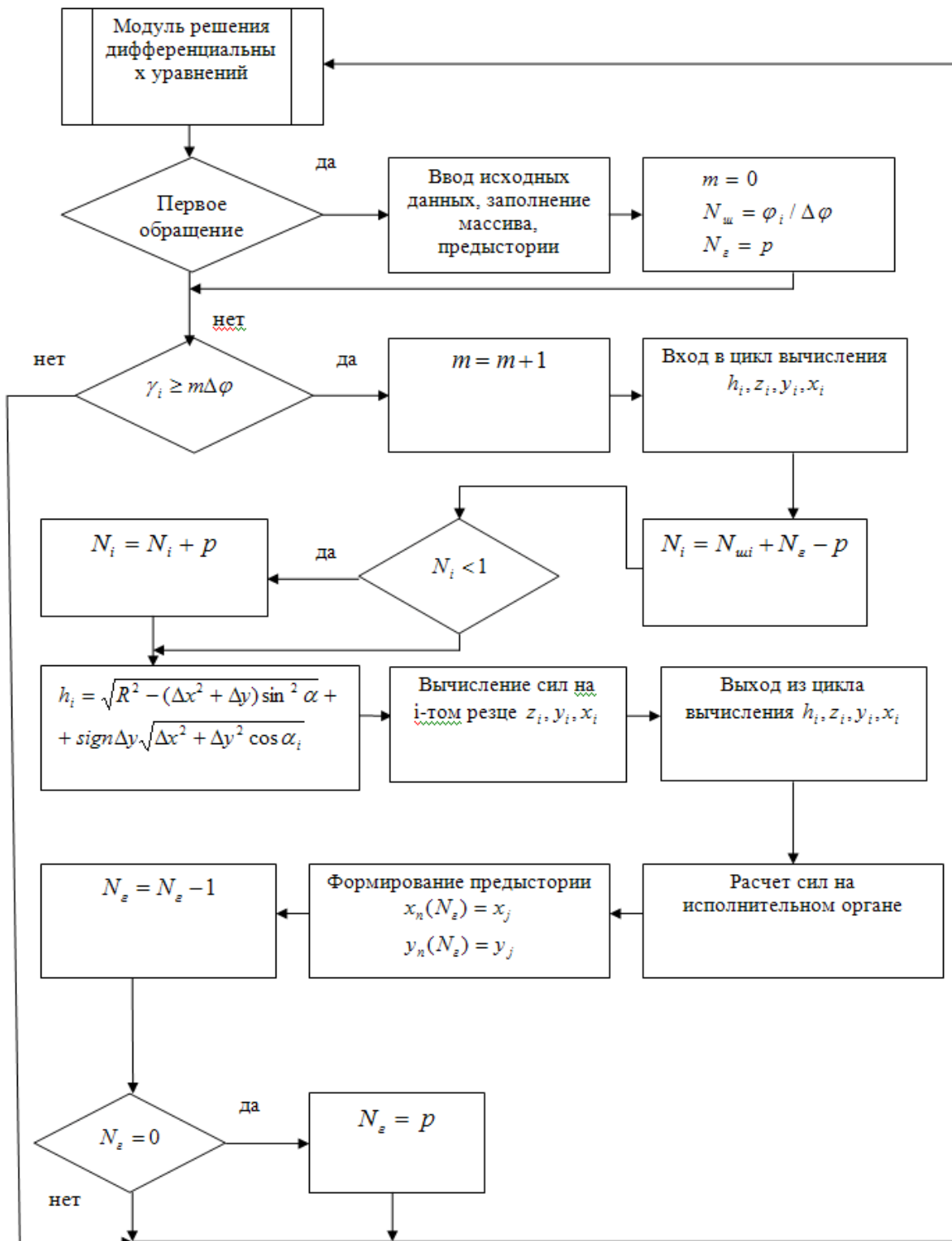


Рисунок 2 - Блок-схема универсального алгоритма расчета нагрузок комбайна

Первому вычислению  $h_i$  по формуле (1) предшествует заполнение массива предыстории размерностью  $p \cdot 2$  координатами исполнительного органа за прошлый оборот, соответствующее равномерному перемещению и вращению исполнительного органа. Задается индекс  $N_z$  границы последней строки массива с предысторией прошлого оборота равным  $p$ . Задается нулевое состояние счетчика шагов  $m$ . Вычисляется число шагов  $N_{ши}$  между  $i$ -тым резцом и впереди идущим. Для первого и каждого последующего шага вычисления  $h_i$  определяется индекс строки с предысторией  $N_i$ , вычисляются  $h_i$ , по значениям которых находятся значения усилий на резцах и далее на исполнительном органе. Шаг заканчивается занесением текущих координат  $x_j, y_j$  в строку массива предыстории с индексом  $N_z$  и вычислением  $N_z$  для следующего шага.

Оценим погрешность вычисления  $h_i$ , получаемую при применении рассматриваемого алгоритмического метода.

Формула (1) точная, но значения  $\Delta x$  и  $\Delta y$  определяются с погрешностью, обусловленной двумя факторами: во-первых, дискретные значения  $\Delta x, \Delta y$  последующего оборота шнека не соответствуют в общем случае угловому положению резца  $\gamma_i$ , во-вторых, алгоритмически поиск соответствующих углу  $\gamma_i$  значений  $\Delta x, \Delta y$  производится с ошибкой. Поэтому оценим устойчивость формулы (1) к погрешностям в определении положения оси шнека в предыдущей траектории резца. Качественный анализ показывает, что квадратный корень уменьшает ошибку, а монотонный рост  $\arctg \Delta x / \Delta y$  от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$  при  $\Delta x / \Delta y$  в промежутке  $[-\infty; \infty]$  не приводит к существенной ошибке в определении  $\alpha_i$ . Следовательно, с учетом четности функций  $\sin^2 \alpha$  и  $\cos \alpha$ , формула (1) устойчива к погрешностям в определении  $\Delta x, \Delta y$ . Для количественной оценки погрешности определения  $h_i$  нужно задать границы изменения, т.е. погрешности  $\Delta x, \Delta y$ . В связи с этим воспользуемся примером оценки максимальных значений ошибки определения положения оси исполнительного органа в предыдущем обороте шнека. Естественно, что с увеличением шага интегрирования дифференциальных уравнений динамики очистного комбайна ошибка в определении индекса  $x_{j-n}, y_{j-n}$  может увеличить погрешность в определении истинных значений указанных переменных. Поэтому выберем максимальный шаг интегрирования 0,01 с, тогда максимальная угловая ошибка составит  $11,4^\circ$ , а ошибка в определении индекса  $x_{j-n}, y_{j-n}$  будет не больше 3. Примем скорость подачи 10 см/с, а  $R=50$  см и отметим, что с ростом  $R$  погрешность в определении  $h_i$  уменьшается.

Если истинное значение  $\Delta x$  было 10 см, то, предположив пятикратное увеличение скорости оси шнека по сравнению со скоростью подачи в течение 0,03 с, получим ошибочное значение  $\Delta x$ , равное 11,5 см. Ошибка в определении  $\Delta y$  при истинном значении 10 см с учетом амплитуды и частоты вертикальных колебаний оси шнека не превышает 0,4 см.

Расчеты по формуле (1) при различных угловых положениях резца  $\gamma_i$  показывают, что погрешность в определении толщины стружки  $h_i$  не превышает 4,9% при допущении погрешности только для  $\Delta x$  15%. Описанный пример оценки максимальной погрешности в определении  $h_i$  полностью согласуется с качественным обоснованием устойчивости формулы (1), а численные значения ошибки в определении  $h_i$  при практических расчетах значительно меньше приведенного максимального значения.