Малашенко В.В.

доктор физико-математических наук,

старший научный сотрудник Донецкого физико-технического института НАНУ,

профессор кафедры высшей математики Донецкого национального технического университета

СПЕЦИФИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

Исследование стационарного движения сложной системы под действием внешних сил, приводящих к возбуждению колебательных степеней свободы, представляет как академический, так и практический интерес. Исследуемые здесь процессы имеют место, например, при движении доменной стенки в ферромагнетике с магнитными дефектами, при пластической деформации кристалла, содержащего структурные несовершенства, при движении самолета (так называемый «флаттер-эффект»). В настоящей работе основные особенности таких процессов показаны на примере движения дислокаций [1-5].

Как известно, пластические свойства кристаллов в значительной степени определяются особенностями движения дислокаций – линейных дефектов кристаллической структуры – и их взаимодействием с другими структурными дефектами.

Реальные кристаллы обычно содержат два или несколько типов дефектов, влияние которых на скольжение дислокаций определяется их концентрацией и мощностью. Для начала проанализируем случай, исследованный в работе [2] – скольжение дислокаций в упругом поле дефектов, имеющих не только разную размерность, но и разный характерный размер. Речь пойдет о дислокационных петлях и точечных дефектах. Для точечных дефектов характерным масштабом является их радиус, по порядку величины сравнимый с постоянной решетки. Для петель это радиус петли, который может превышать радиус точечного дефекта на порядок и более. Пусть бесконечная краевая дислокация совершает скольжение под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в положительном направлении оси *OX* с постоянной скоростью v. Линия дислокации параллельна оси *OZ*, вектор Бюргерса дислокации параллелен оси *OX*. Плоскость скольжения дислокации совпадает с плоскостью *XOZ*, а ее положение определяется функцией

$$X(y=0,z,t) = vt + w(y=0,z,t) \quad (1)$$

Плоскости дислокационных петель параллельны плоскости скольжения дислокации, а их центры распределены в кристалле случайным образом. Рассмотрим случай, когда все дислокационные петли являются призматическими. Для простоты все петли будем считать одинаковыми, то есть имеющими одинаковые радиусы равные a и одинаковые векторы Бюргерса $\mathbf{b_0} = (0,\ -b_0,\ 0)$ параллельные оси *ОY*. Уравнение движения дислокации может быть представлено в следующем виде

$$m\left\{\frac{\partial X^2}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2 X}{\partial z^2}\right\} = b\left[\sigma_0 + \sigma_{xy}^d + \sigma_{xy}^L\right] - B\frac{\partial X}{\partial t} \qquad (2)$$

где σ_{xy}^d – компонента тензора напряжений, создаваемых точечными дефектами на линии дислокации, σ_{xy}^L – компонента тензора напряжений, создаваемых на этой линии призматическими петлями, *B* – константа демпфирования, обусловленная фононными, магнонными или электронными механизмами диссипации, *m* – масса единицы длины дислокации, *c* – скорость распространения в кристалле поперечных звуковых волн.

Сила динамического торможения движущейся краевой дислокации призматическими дислокационными петлями может быть вычислена по формуле

$$F_L = \frac{n_L b^2}{8\pi^2 m}\int d^3q\left|q_x\right|\cdot\left|\sigma_{xy}^L(\mathbf{q})\right|^2\delta(q_x^2 v^2 - \omega^2(q_z)) \qquad (3)$$

где $\omega(q_z)$ – спектр дислокационных колебаний, n_L – объемная концентрация петель.

В рассматриваемом нами случае спектр дислокационных колебаний имеет вид

$$\omega^2(q_z) = c^2 q_z^2 + \Delta^2 \qquad (4)$$

В работе [2] щель Δ в колебательном спектре возникает благодаря коллективному взаимодействию дефектов с дислокацией и описывается формулой

$$\Delta = \Delta_{def} = \frac{c}{b}\left(n_{0d}\varepsilon^2\right)^{1/3} \approx \frac{c}{l_d}\ , \qquad (5)$$

где l_d – среднее расстояние между точечными дефектами, случайным образом распределенными в объеме кристалла, n_{0d} – безразмерная концентрация этих дефектов. Наличие щели существенно изменяет характер торможения дислокации петлями, в частности, скоростная зависимость этой силы становится немонотонной. После несложных преобразований выражение для искомой силы торможения может быть представлено в виде

$$F_L = \frac{n_L b^2}{4\pi^2 mcv} \int_{-\infty}^{\infty} dq_y \cdot \int_{\frac{\Delta}{v}}^{\infty} dq_x q_x \frac{\left|\sigma_{xy}^L(q_x, q_y, 0)\right|^2}{\sqrt{q_x^2 - \frac{\Delta^2}{v^2}}} \qquad (6)$$

Далее мы будем анализировать интервал скоростей $v < v_L$, где величина характерной скорости v_L определяется выражением $v_L = a\Delta$. Для случая, когда щель создается коллективным воздействием точечных дефектов, выражение для этой скорости примет вид

$$v_L = a\Delta_d = c\frac{a}{b}(n_{0d}\varepsilon^2)^{1/3} \approx c\frac{a}{l_d} \qquad (7)$$

Сила торможения в этом интервале скоростей приближенно может быть описана следующим выражением

$$F_L \approx \frac{n_L \mu b_0^2 ac}{(1-\gamma)^2 \Delta}\ , \qquad (8)$$

Здесь μ – модуль сдвига, γ – коэффициент Пуассона. Это и есть сила сухого трения, т.е. сила торможения, не зависящая от величины скорости. Возникновение эффекта сухого трения при торможении движущихся дислокаций дислокационными петлями определяется двумя главными факторами: видом упругого поля дислокационных петель и наличием щели в спектре колебаний движущейся дислокации. Величина щели должна быть такой, чтобы выполнялось условие $v < v_L$, но при этом скорость дислокационного скольжения должна попадать в область динамического торможения, т.е. должны быть справедливыми неравенства

$$10^{-2}c < v < v_L = a\Delta \qquad (9)$$

Таким образом, для возникновения эффекта сухого трения существенным является наличие и величина спектральной щели, происхождение же этой щели принципиального значения не имеет. В работе [2] щель возникала в результате коллективного взаимодействия точечных дефектов с движущейся краевой дислокацией и имела вид, определяемый формулой (5). Сама же сила динамического торможения в этом случае после несложных преобразований может быть описана выражением

$$F_L = \frac{n_L \mu b b_0^2 a}{(1-\gamma)^2 (n_{0d}\varepsilon^2)^{1/3}} \approx \frac{n_L \mu b_0^2 a l_d}{(1-\gamma)^2} \tag{10}$$

Как следует из полученного выражения, сила динамического торможения краевой дислокации призматическими петлями в исследуемой области скоростей зависит не только от концентрации петель, но и от концентрации точечных дефектов: увеличение концентрации этих дефектов приводит к увеличению размеров спектральной щели, а, следовательно, к уменьшению силы торможения дислокации петлями.

Выполним численные оценки, чтобы убедиться, что исследуемые нами скорости не выходят за границы динамической области. Для типичных значений $\varepsilon \approx 10^{-1}$, $a \approx 10b$, $b \approx 3\cdot 10^{-10}$ m, $c \approx 3\cdot 10^{3}$ m/s и $n_{0d} \approx 10^{-4}$ получим $v_L \approx 10^{-1} c \approx 300$ m/s, т.е. скорости $v < v_L$, при которых возникает эффект сухого трения, находятся в динамическом скоростном интервале. Если же размер петель $a \approx 100b$, то при той же концентрации точечных дефектов получим $v_L \approx c$, т.е. возникновение данного эффекта становится возможным практически при любых скоростях динамической области.

Итак, как было отмечено выше, для реализации эффекта сухого трения необходимо наличие щели в спектре дислокационных колебаний. Эта щель может возникнуть, в частности, благодаря взаимодействию дислокаций, составляющих подвижную дислокационную пару. Зарождение и движение таких пар весьма характерно для стадии легкого скольжения, особенно при больших деформациях или при локальном действии изгибающих моментов. Возникающая в дислокационном спектре щель в этом случае имеет вид

$$\Delta = \Delta_{dis} = \frac{b}{d}\sqrt{\frac{M}{m}} = \frac{c}{d}\sqrt{\frac{2}{\ln(D/l_{dis})}} \approx \frac{c}{d}; \qquad M = \frac{\mu}{2\pi(1-\gamma)} \tag{11}$$

где l_{dis} – длина дислокации, D – величина порядка размеров кристалла, d – расстояние между плоскостями скольжения, в которых движутся краевые дислокации, образующие дислокационную пару. При динамическом скольжении такой пары в поле неподвижных дислокационных петель сухое трение может быть реализовано при скоростях $v < v_L = a\Delta_{dis} \approx c(a/d)$. Выражение для силы динамического торможения дислокаций призматическими петлями в рассматриваемом случае имеет вид

$$F_L = \frac{n_L \mu b_0^2 a d}{(1-\gamma)^2}\sqrt{\frac{\ln(D/l_{dis})}{2}} \approx \frac{n_L \mu b_0^2 a d}{(1-\gamma)^2} \tag{12}$$

Щель в спектре дислокационных колебаний может возникать также благодаря действию сил изображения при скольжении дислокации параллельно свободной поверхности. Возникающая в этом случае спектральная щель определяется выражением

$$\Delta = \Delta_S = \frac{b}{l_S}\sqrt{\frac{M}{2m}} \approx \frac{c}{l_S} \tag{13}$$

Здесь l_S – расстояние от свободной поверхности кристалла до плоскости скольжения дислокации. Тогда для силы динамического торможения краевых дислокаций в этом случае получим следующую формулу

$$F_L = \frac{n_L \mu b_0^2 a l_S}{(1-\gamma)^2}\sqrt{\frac{\ln(D/l_{dis})}{4}} \approx \frac{n_L \mu b_0^2 a l_S}{(1-\gamma)^2} \tag{14}$$

Обобщая все рассмотренные выше случаи, приходим к выводу, что возникающую в них силу торможения типа сухого трения можно приближенно представить в виде

$$F_L = F_0 \frac{L}{a}; \qquad F_0 \approx \frac{n_L \mu b_0^2 a^2}{(1-\gamma)^2} \tag{15}$$

Здесь L – характерный масштаб взаимодействия, порождающего спектральную щель.

Таким образом, проведенный анализ позволяет сделать вывод, что появление щели в спектре дислокационных колебаний приводит к тому, что динамическое торможение краевых дислокаций призматическими дислокационными петлями приобретает характер сухого трения, величина которого определяется концентрацией и размерами дислокационных петель и характерным масштабом взаимодействия, порождающего спектральную щель.

Литература

1. Malashenko V.V. Peculiar Features of the Dynamics of Dislocations in Radiated Metals and Alloys with Giant Magnetostriction. Technical Physics Letters, 2012, Vol. 38, No. 10, pp. 898–899.
2. Malashenko V. V. Dynamic drag of edge dislocation by circular prismatic loops and point defects / Physica B: Phys. Cond. Mat. – 2009. – Vol. 404, № 21. – P. 3890–3893.
3. Malashenko V. V. Dynamic drag of dislocation by point defects in near-surface crystal layer / Modern Phys. Lett. B. – 2009. – Vol. 23, № 16. – P. 2041–2047.
4. Malashenko V.V. Effect of a High Hydrostatic Pressure on the Dynamic Instability of Dislocation Motion / Technical Physics, 2011, Vol. 56, No. 9, P. 1287–1290.
5. Malashenko V.V. Drag Force such as Dry Friction during Dynamic Glide of Edge Dislocations in Crystal Containing PrismaticDislocation Loops / Physics of the Solid State, 2011, Vol. 53, No. 11, P. 2321–2326.