

ПОЛУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОСТЕЙШЕГО ТЕПЛООБМЕННОГО АППАРАТА

Прядко А.А., группа СУА-10м

Руководитель к.т.н., доцент Турупалов В.В.

Введение. Теплообменные аппараты являются наиболее распространенными и необходимыми элементами технологических и энергетических установок разного типа на различных предприятиях. Поэтому часто возникает необходимость исследования режимов работы теплообменных аппаратов. В частности, очень важно проанализировать [1]:

- установившийся (стационарный) режим работы;
- переходный процесс, возникающий в результате возмущений на входе и определить время выхода аппарата на стационарный режим.

Постановка задачи. Перечисленные задачи исследования работы теплообменных аппаратов можно успешно решить при использовании метода математического моделирования на основе статической или динамической моделей.

Получение математической модели. Математическое описание процесса в теплообменных аппаратах удобно записать в виде выражения, которое характеризует изменение температуры в потоке теплоносителя во времени, обусловленное, во-первых, движением потока и, во-вторых, теплопередачей [2].

Если структура потока теплоносителя соответствует модели идеального перемешивания, то для математического описания этого потока можно использовать уравнение:

$$Vc_T \frac{dT}{dt} = \nu c_T (T_{\text{ex}} - T), \quad (1)$$

с учетом источника тепла, возникающего в потоке за счет теплопередачи:

$$Vc_T \frac{dT}{dt} = \nu c_T (T_{\text{ex}} - T) + Vq_T, \quad (2)$$

где $Vq_T = FK_T \Delta T$ – интенсивность теплообмена в реакционном объеме V ; $q_T = \frac{FK_T \Delta T}{V}$ – удельная объемная интенсивность источника тепла; F – поверхность теплообмена; K_T – коэффициент теплопередачи; $\Delta T = (T_1 - T_2)$ – разность температур первичного и вторичного теплоносителей.

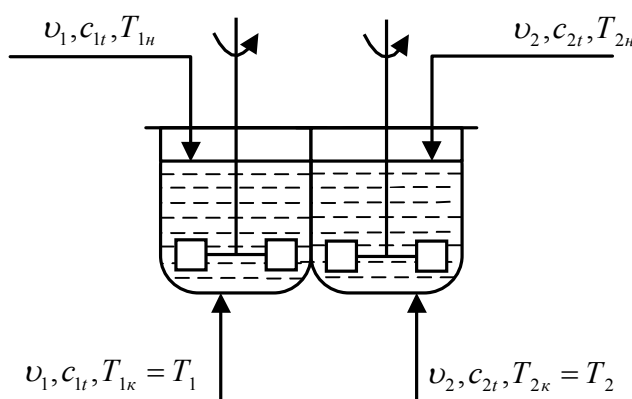


Рисунок 1 – Схематическое изображение теплообменника типа “перемешивание-перемешивание”

Для теплообменного аппарата, в котором структура потоков соответствует моделям идеального перемешивания, математическая модель представляет собой систему двух уравнений типа (3), записанных для первичного и вторичного теплоносителей:

$$\begin{cases} V_1 c_{1T} \frac{dT_1}{dt} = \nu_1 c_{1T} (T_{1H} - T_1) - FK_T (T_1 - T_2); \\ V_2 c_{2T} \frac{dT_2}{dt} = \nu_2 c_{2T} (T_{2H} - T_2) - FK_T (T_1 - T_2), \end{cases} \quad (3)$$

где $T_1 - T_2 = \Delta T$, при этом T_1 и T_2 имеют постоянные значения в каждой точке объемов идеального перемешивания соответственно V_1 и V_2 ; T_{1H} , T_{2H} –

начальные температуры первичного и вторичного теплоносителей; $T_{1k} = T_1$ и $T_{2k} = T_2$ – конечные температуры первичного и вторичного теплоносителей.

Величина $FK_T(T_1 - T_2)$ имеет знак «минус» в уравнении описания потока теплоносителя, который отдает тепло, и знак «плюс», если тепло воспринимается теплоносителем.

При выполнении условия (1) можно с достаточной для практических расчетов точностью производить линеаризацию кривых изменения температур рабочих сред. При этом изменение температуры по длине аппарата представляется линейным законом, а средняя температура первичного и вторичного теплоносителей определяется как средняя арифметическая величина[3]:

$$T_{1cp} = 0,5(T_{1H} + T_{1k}), T_{2cp} = 0,5(T_{2H} + T_{2k}). \quad (4)$$

Средняя разность температур (движущая сила теплообмена) выражается равенством:

$$\Delta T = T_{1cp} - T_{2cp}. \quad (5)$$

В данном случае вследствие линеаризации кривой изменения температур по длине аппарата параметры T_1 , T_2 , T_{CT} , ΔT будут изменяться только во времени (координата длины исключается), и математическая модель может быть записана в виде обыкновенных дифференциальных уравнений.

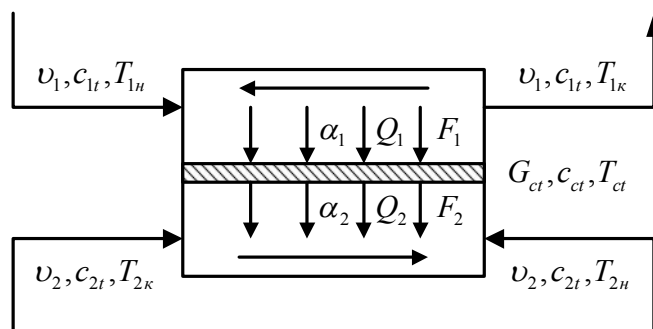


Рисунок 2 – Схема потоков в противоточном теплообменнике

На схеме введены следующие обозначения: Q_1 и Q_2 – количества тепла, передаваемые через поверхность теплообмена F_1 и F_2 ; α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи соответственно со стороны первичного и вторичного теплоносителей; G_{CT} , c_{CT} , T_{CT} – вес, теплоемкость и температура стенки (принимая, что T_{1CT} и T_{2CT} близки вследствие малой толщины стенки, и при составлении уравнений используем T_{CT} вместо T_{1CT} и T_{2CT}).

Математическая модель исследуемого теплообменника должна включать:

- уравнения теплового баланса:

$$dQ_1 = \nu_1 c_{1T} (T_{1H} - T_{1k}) dt, \quad dQ_2 = \nu_2 c_{2T} (T_{2H} - T_{2k}) dt, \quad (6)$$

- уравнения теплоотдачи:

$$dQ_1 = \alpha_1 F_1 (T_{1cp} - T_{CT}) dt, \quad dQ_2 = \alpha_2 F_2 (T_{1CT} - T_{2cp}) dt, \quad (7)$$

- уравнение переходного режима (динамическая характеристика):

$$dQ_1 - dQ_2 = G_{CT} c_{CT} dT_{CT}. \quad (8)$$

Уравнение (8) показывает, что при теплообмене в неустановившемся потоке, когда $dQ_1 \neq dQ_2$, часть тепла аккумулируется стенкой в любой момент времени переходного режима.

Если использовать равенства (2), (3), то уравнения (4) – (8) образуют следующую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_1}{dt} = \alpha_1 F_1 \left[\frac{T_{1H} + T_{1k}}{2} - T_{CT} \right], \\ \frac{dQ_2}{dt} = \alpha_2 F_2 \left[T_{CT} - \frac{T_{2H} + T_{2k}}{2} \right], \\ \frac{dQ_1}{dt} = \nu_1 c_{1T} (T_{1H} - T_{1k}), \\ \frac{dQ_2}{dt} = \nu_2 c_{2T} (T_{2k} - T_{2H}), \\ \frac{dQ_1}{dt} - \frac{dQ_2}{dt} = G_{CT} c_{CT} \frac{dT_{CT}}{dt}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Система уравнений (9) является математическим описанием процесса теплообмена через стенку в противоточных теплообменных аппаратах, для

которых можно принять допущение о линейном изменении температуры рабочих сред по длине аппарата.

Решение системы (9) нетрудно найти на ЭВМ, если привести ее к виду, удобному для моделирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{1k} = \frac{2}{\alpha_1 F_1} \cdot \frac{dQ_1}{dt} + 2T_{CT} - T_{1H}, \\ T_{2k} = -\frac{2}{\alpha_1 F_2} \cdot \frac{dQ_2}{dt} + 2T_{CT} - T_{2H}, \\ \int_{T_{CT0}}^{T_{CT}} dT_{CT} = T_{CT} - T_{CT0} = \frac{1}{G_{CT} c_{CT}} \int_0^t \left(\frac{dQ_1}{dt} - \frac{dQ_2}{dt} \right) dt, \\ \frac{dQ_1}{dt} = \nu_1 c_{1T} (T_{1H} - T_{1k}), \\ \frac{dQ_2}{dt} = \nu_2 c_{2T} (T_{2k} - T_{2H}). \end{array} \right. \quad (10)$$

Выводы. Таким образом, в данной статье была получена система уравнений, которая является математическим описанием процесса теплообмена через стенку в противоточных теплообменных аппаратах с учетом линеаризации кривой изменения температур рабочих сред по длине теплообменников. Полученная система приведена к виду, удобному для моделирования, что позволит в будущем осуществить следующий этап – исследование режимов работы данного типа теплообменных аппаратов на ЭВМ.

Перечень ссылок

1. Лесохин Е.И., Рашковский П.В. Теплообменники конденсаторы в процессах химической технологии: Моделирование, расчет, управление. – Л.: Химия, 1900. – 288 с.
2. Липатов Л.Н. Типовые процессы химической технологии как объекты управления. – М.: Химия, 1973. – 320 с.
3. Шински Ф. Системы автоматического регулирования хим.-техн. процессов. под ред. И.И. Гельперина. – М.: Химия, 1974. – 336 с.