

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор АДИ ГОУВПО «ДонНТУ»

М.Н. Чальцев

24.11.2016 г.

Кафедра «Общенаучные дисциплины»

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА» (РАЗДЕЛ «МЕХАНИКА»)  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ: 23.03.03  
«ЭКСПЛУАТАЦИЯ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН И  
КОМПЛЕКСОВ», 23.05.01 «НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНО-  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА», 08.03.01 «СТРОИТЕЛЬСТВО»,  
20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ», 08.05.03  
«СТРОИТЕЛЬСТВО, ЭКСПЛУАТАЦИЯ, ВОСТАНОВЛЕНИЕ И  
ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИКРЫТИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ, МОСТОВ  
И ТОННЕЛЕЙ», 27.03.04 «УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ  
СИСТЕМАХ».**

**15/31 – 2016 – 01**

«РЕКОМЕНДОВАНО»

Учебно-методическая  
комиссия факультета  
«Автомобильные дороги»  
Протокол №3 от 16.11.16

«РЕКОМЕНДОВАНО»

Кафедра  
«Общенаучные дисциплины»

Протокол № 2 от 03.10.16

«РЕКОМЕНДОВАНО»

Учебно-методическая  
комиссия факультета  
«Автомобильный транспорт»  
Протокол № 3 от 16.11.2016

Горловка – 2016

УДК 538 (07)

Учебно-методическое пособие к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика» (раздел «Механика») для студентов направлений подготовки: 08.03.01 «Строительство», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства» 08.05.03 «Строительство, эксплуатация, восстановление и техническое прикрытие автомобильных дорог, мостов и тоннелей», 27.03.04 «Управление в технических системах», [Электронный ресурс] / составители: А.М. Галиахметов, М.П. Ефремова, В.В. Ставцев, У.В. Косенко. – Электрон. данные. – Горловка: ГОУВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 60 с.

Содержат 8 лабораторных работ, методику их выполнения, вопрос и задачи для их защиты. Приведены рекомендации для обработки экспериментальных данных с помощью ЭВМ и таблица коэффициентов Стьюдента.

Составители: Галиахметов А.М., д-р физ.-мат.наук., доц.  
Ефремова М.П., ст. преп.  
Ставцев В.В., ведущий специалист  
Косенко У.В., ст. лаборант

Ответственный за выпуск: Галиахметов А.М., д-р физ.-мат.наук, доц.

Рецензент: Сокирко В.Н., к.т.н., доц.

© Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Донецкий национальный технический университет»  
Автомобильно-дорожный институт, 2017

## СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания.....	4
Лабораторная работа № 1 Отработка методики проведения измерений и расчетов их ошибок с помощью установки для определения удельного сопротивления резистивного провода .....	5
Лабораторная работа № 2 Проверка второго закона ньютона при поступательном движении .....	13
Лабораторная работа № 3 Исследование удара двух шаров. ....	21
Лабораторная работа № 4 Изучение вращательного движения твердого тела.....	28
Лабораторная работа № 5 Определение моментов инерции твердых тел с помощью крутильного маятника.....	34
Лабораторная работа № 6 Изучение законов динамики вращательного движения и определение моментов инерции твердых тел с помощью маятника максвелла .....	39
Лабораторная работа № 7 Определение момента инерции маховика.....	47
Лабораторная работа № 8 Определение скорости пули с помощью баллистического крутильного маятника. ....	51
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	56
Приложение А Обработка экспериментальных данных с помощью ЭВМ	57
Приложение Б Коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,n}$ .....	58

## Общие указания

В физике информация берется в основном из опыта. Все задачи физического практикума связаны с экспериментальными исследованиями физических законов и явлений. В процессе выполнения лабораторных работ студенты учатся технике эксперимента, приобщаются к современному уровню исследовательской работы.

Цель любого научного исследования – определение конкретного объекта, достоверное изучение его структуры, характеристик, связей на основе разработанных в науке принципов, методов познания, а также получение полезных для деятельности человека результатов.

Научное исследование должно рассматриваться в непрерывном развитии, базироваться на увязке теории с практикой. В зависимости от цели, задачи и объекта исследования применяют разные принципы и методы.

Цель этого практикума – прививать студентам навыки самостоятельной работы с приборами и установками, ознакомить с правилами техники безопасности для работы в физической лаборатории и с методами измерения физических величин, которые изучаются в разделе курса физики «Механика».

В описании каждой работы приведены: ее цель, теоретическое и практическое значения экспериментов, которые выполняются, методические указания к выполнению практикума, рекомендации по статистической обработке результатов измерений, оформлению работы и ее защите.

Во время подготовки к лабораторной работе студент должен ознакомиться с теоретическими сведениями, приведенными в описании работы, проработать рекомендованную литературу, уметь ответить на контрольные вопросы. Качество подготовки контролирует преподаватель.

В рабочей тетради для лабораторных работ указывают дату работы.

После выполнения экспериментальной части необходимо упорядочить свое рабочее место, оформить тетрадь для лабораторных работ (заполнить таблицы, ниже таблиц записать погрешности измерительных приборов, коэффициент Стьюдента, и т.д.) и данные подписать у преподавателя. Следует провести компьютерную обработку экспериментальных данных и распечатки подклеить в тетрадь для лабораторных работ. Оставшееся время лабораторного занятия используется студентом для защиты работы.

Работа считается защищенной после представления преподавателю отчета по экспериментальной части и по теории.

Статистическую обработку результатов эксперимента, студент выполняет согласно существующим правилам.

## Лабораторная работа № 1

**Тема.** Отработка методики проведения измерений и расчетов их ошибок с помощью установки для определения удельного сопротивления резистивного провода.

**Цель.** Ознакомление с методами проведения измерений и расчетов ошибок с помощью установки для измерения удельного сопротивления резистивного провода.

**Приборы и материалы.** Установка для определения удельного сопротивления резистивного провода, штангенциркуль, микрометр, мост постоянного тока.

### Теоретические сведения

Удельное сопротивление  $\rho$  резистивного провода определяется по формуле

$$\rho = R \cdot S / \ell, \quad (1.1)$$

где  $R$  – активное сопротивление резистивного провода;

$\ell$  – длина резистивного провода;

$S$  – площадь поперечного перереза.

В зависимости от абсолютного значения и необходимой точности применяют разные методы измерения сопротивлений: косвенные (амперметра и вольтметра-амперметра), непосредственного отсчета (с помощью омметра) и мостовой. В предложенной лабораторной работе студенты ознакомятся с некоторыми из этих методов.

### *Метод вольтметра-амперметра*

Метод вольтметра-амперметра (рисунок 1.1) используют для измерения больших сопротивлений резисторов. При положении переключателя  $\Pi$  в точке  $A$  вольтметр измеряет напряжение  $U$ , которая равняется падению напряжения на миллиамперметре  $mA$  и на резисторе  $R_X$ . Измеренное сопротивление резистора определяется формулой

$$R_X = (U_V / I_A) - R_A, \quad (1.2)$$

где  $U_V$  – показание вольтметра,

$I_A$  – показание миллиамперметра,

$R_A$  – внутреннее сопротивление миллиамперметра.

Когда переключатель находится в положении  $B$ , ток через миллиамперметр равняется сумме токов

$$I_A = I_X + I_V, \quad (1.3)$$

где  $I_X$  – ток, который протекает через резистор  $R_X$ ,  
 $I_V$  – ток, который протекает через вольтметр  $V$ .

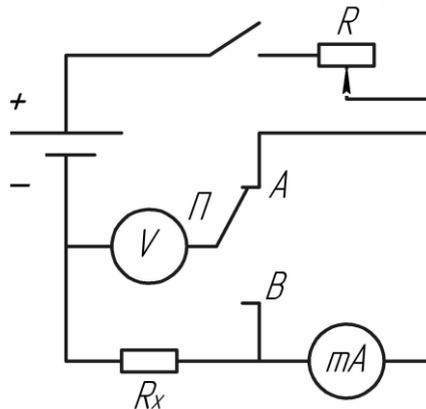


Рисунок 1.1 – Электрическая схема для метода вольтметра-амперметра

Принимая во внимание, что

$$I_X = U_V / R_X, \quad I_V = U_V / R_V, \quad (1.4)$$

где  $R_V$  – внутреннее сопротивление вольтметра, из формул (1.3) и (1.4) находим  $R_X$ :

$$R_X = \frac{U_V}{I_A - (U_V / R_V)} \quad (1.5)$$

Эта формула может быть использована только во время измерения малых сопротивлений резисторов, которые много меньше внутреннего сопротивления вольтметра.

Преимуществом данного метода является возможность измерять сопротивления резисторов, в условиях, которые отвечают реальным режимам их работы, которая существенно повышает точность измерений, потому что в большинстве материалов резисторов удельное сопротивление значительно зависит от температуры, то есть от силы тока, который протекает через них. Однако этот метод является довольно грубым, потому что на результат измерений влияют входные сопротивления амперметра и вольтметра.

### ***Мостовой метод***

Мостовой метод (рисунок 1.2) при котором неизвестное измеренное сопротивление сравнивают с тремя известными, является наиболее точным методом измерения сопротивлений средней величины (от 1 Ом до 100 кОм). Четыре сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_X$  соединены в замкнутый четырехугольник, стороны которого образуют плечи моста. В одну из

диагоналей моста включают источник напряжения, а в другую – магнитоэлектрический индикатор высокой чувствительности.

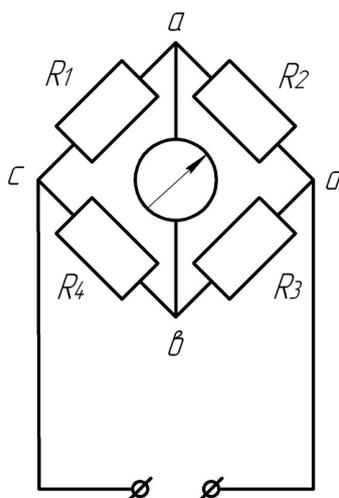


Рисунок 1.2 – Электрическая схема мостового метода

Если в цепи прибора ток отсутствует, мост считается уравновешенным. Это может быть только при равенстве потенциалов в точках а и b. Подбирая сопротивление плеч, уравнивают мост. Для уравновешенного моста произведения сопротивлений противоположных плеч одинаковы:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_x, \quad (1.6)$$

откуда

$$R_x = R_1 \cdot R_3 / R_2. \quad (1.7)$$

В качестве нулевых индикаторов могут быть использованы стрелочные гальванометры. Учитывая, что  $S = \pi d^2 / 4$  (d – диаметр резистивного провода), удельное сопротивление резистивного провода определяется по формуле:

$$\rho = \pi d^2 R_x / 4 \ell, \quad (1.8)$$

где  $R_x$  определяется по формуле (1.2) для метода с точным измерением тока, по формуле (1.5) для метода с точным измерением напряжения, по формуле (1.7) для мостового метода.

### ***Методика проведения измерений и оценка их ошибок***

Методика проведения измерений и оценка их ошибок есть в литературе по физике. Ниже мы рассмотрим ее приложение для нашего конкретного случая. Согласно этой методике истинные значения измеренных величин  $I_A$ ,  $U_V$ ,  $R_A$ ,  $R_V$ , d,  $\ell$  представляют в виде:

$$I_A = \bar{I}_A \pm \Delta I_A, \quad U_V = \bar{U}_V \pm \Delta U_V, \quad R_A = \bar{R}_A \pm \Delta R_A, \\ R_V = \bar{R}_V \pm \Delta R_V, \quad d = \bar{d} \pm \Delta d, \quad \ell = \bar{\ell} \pm \Delta \ell, \quad (1.9)$$

где  $\bar{I}_A$ ,  $\bar{U}_V$ ,  $\bar{R}_A$ ,  $\bar{R}_V$ ,  $\bar{d}$ ,  $\bar{\ell}$  – соответственно средние измеренные значения  $I_A$ ,  $U_V$ ,  $R_A$ ,  $R_V$ ,  $d$ ,  $\ell$ ;  $\Delta I_A$ ,  $\Delta U_V$ ,  $\Delta R_A$ ,  $\Delta R_V$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta \ell$  – ошибки измеренных величин.

Ошибки электроизмерительных приборов определяются их классом точности. Например, максимальное значение силы тока, измеренного миллиамперметром класса точности 1,5, равняется 250 мА. Систематическая ошибка миллиамперметра составляет 1,5% от 250 мА, то есть  $\Delta I_A = 3,75 \text{ мА}$ .

Диаметр  $d$  резистивного провода можно измерить штангенциркулем или микрометром. Во время измерения диаметра провода штангенциркулем, очевидно, результат в разных местах провода будет одинаковым. Ошибка измерения диаметра будет определяться точностью измерения штангенциркуля, то есть  $\Delta d = 0,1 \text{ мм}$  (или  $0,05 \text{ мм}$  обусловленную нониусом). Во время измерения диаметра резистивного провода микрометром возможна серия результатов:  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n, \dots$ . В этом случае для определения ошибки измерения диаметра необходимо учитывать как случайную, так и систематическую ( $\Delta d = 0,01 \text{ мм}$ ) ошибки.

Точность измерения длины резистивного провода не меньше 2 мм (по паспорту установки).

С учетом соотношений (1.9) формулу (1.8) можно записать в виде

$$\rho = (\pi/4) \cdot (\bar{R}_x \pm \Delta R_x) \cdot (\bar{d} \pm \Delta d)^2 \cdot (\bar{\ell} \pm \Delta \ell)^{-1}. \quad (1.10)$$

Формулу (1.10) можно привести к виду

$$\rho = \left( \pi \bar{R}_x \bar{d}^2 / 4 \bar{\ell} \right) \cdot (1 \pm \Delta R_x / \bar{R}_x) \cdot (1 \pm \Delta d / \bar{d})^2 \cdot (1 \pm \Delta \ell / \bar{\ell})^{-1}, \quad (1.11)$$

где  $\pi \bar{R}_x \bar{d}^2 / 4 \bar{\ell}$  – среднее значение удельного сопротивления  $\bar{\rho}$ ;  $\Delta R_x / \bar{R}_x$ ,  $\Delta d / \bar{d}$ ,

$\Delta \ell / \bar{\ell}$  – относительные ошибки измерения соответствующих величин.

Во время измерений, которые исключают промахи, относительные ошибки малы. Используя разложение функций в ряд Маклорена и, ограничиваясь линейными членами:

$$(1 \pm \Delta d / \bar{d})^2 = 1 \pm 2 \Delta d / \bar{d}; \quad (1 \pm \Delta \ell / \bar{\ell})^{-1} = 1 \mp \Delta \ell / \bar{\ell}$$

выражение (1.11) приведем к виду

$$\rho/\bar{\rho} = (1 + \Delta R_x/\bar{R}_x) \cdot (1 + 2\Delta d/\bar{d}) \cdot (1 + \Delta \ell/\bar{\ell}). \quad (1.12)$$

Здесь для простоты записи положим, что  $\Delta R_x$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta \ell$  принимают и положительные и отрицательные значения.

Из (1.12), ограничиваясь линейными членами, получим

$$\rho/\bar{\rho} = 1 + \Delta R_x/\bar{R}_x + 2\Delta d/\bar{d} + \Delta \ell/\bar{\ell}.$$

Отсюда находим относительную ошибку  $\varepsilon$  измерения  $\rho$ :

$$\varepsilon = \Delta\rho/\bar{\rho} = \Delta R_x/\bar{R}_x + 2\Delta d/\bar{d} + \Delta \ell/\bar{\ell}, \quad (1.13)$$

где  $\Delta\rho = \rho - \bar{\rho}$  – абсолютная ошибка измерения  $\rho$ . Результат измерений записывается в виде

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho, \quad \Delta\rho = \varepsilon\bar{\rho}. \quad (1.14)$$

Для метода вольтметра-амперметра ошибка измерения  $R_x$  будет определяться, в частности, через ошибки измерения  $\Delta U_v$  и  $\Delta I_A$  (см. формулы (1.2) и (1.5)). Из-за того, что ошибки  $\Delta U_v$ ,  $\Delta I_A$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta \ell$  определяются в основном точностью самых измерительных приборов, для уменьшения ошибки  $\Delta\rho/\bar{\rho}$  нужно проводить измерения при самых больших значениях  $\bar{U}_v$ ,  $\bar{I}_A$  и  $\bar{\ell}$ .

### Описание установки и метода измерения

Общий вид установки для измерения удельного сопротивления резистивного провода (ФРМ-1) представлен на рисунок 1.3. Основа (1) оснащена регулируемыми ножками, которые позволяют выровнять прибор. К основе прикреплена колонна (2) с нанесенной метрической шкалой (3). На колонне смонтированы два неподвижных кронштейна (4) и один подвижный кронштейн (5), который может перемещаться вдоль колоны и фиксироваться в любом положении. Между верхним и нижним кронштейном натянут резистивный провод (6), прикрепленный к кубикам (7) с помощью винтов. Через контактный зажим на подвижном кронштейне обеспечивается надежное гальваническое соединение с резистивным проводом. На подвижном кронштейне нанесена черточка, которая облегчает определение на шкале длины отрезка измеренного резистивного провода. Нижние, верхние и центральный подвижные контакты резистивного провода подведены с помощью проводов низкого сопротивления к измерительной части прибора (8), помещенного в центральном корпусе и с помощью винтов прикрепленного к основе.

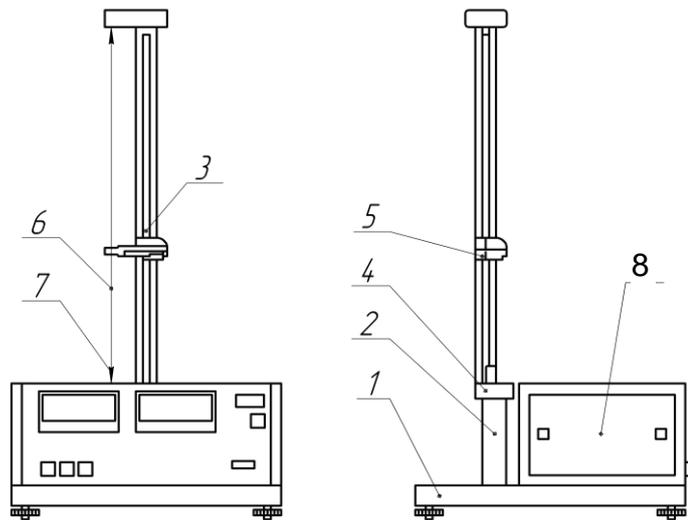


Рисунок 1.3 – Общий вид установки для измерения удельного сопротивления резистивного провода (FPM-1)

Вид передней панели измерительного прибора FPM-1 представлен на рисунок 1.4.

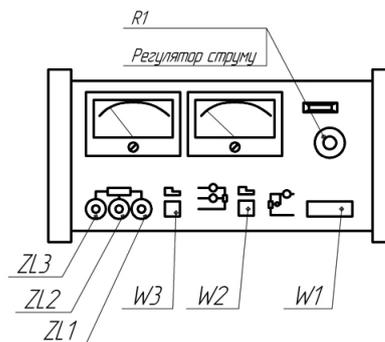


Рисунок 1.4 – Вид передней панели измерительного прибора FPM-1

### Порядок выполнения работы

1. Определите с помощью штангенциркуля диаметр  $d$  резистивного провода по всей его длине в 10 местах. В протоколе измерений запишите точность измерения штангенциркуля.

2. Повторите измерения диаметра провода с помощью микрометра. Запишите точность микрометра.

3. Измерьте сопротивление резистивного провода методом вольтметра-амперметра (нажмите клавишу W3):

3.1 Отожмите клавишу W2 (точное измерение тока).

3.2 Передвиньте подвижный кронштейн приблизительно на 0,7 длины резистивного провода относительно основы.

3.3 Включите тумблер W1 «Сеть», при этом должна загореться индикаторная лампочка.

3.4 С помощью ручки регулятора тока P1 установите такое значение тока, чтобы вольтметр показывал  $2/3$  измерительного диапазона.

3.5 Запишите показание вольтметра и амперметра.

3.6 Определите длину измеренного провода с помощью шкалы на колонне. Результаты измерений занести в таблицу 1.1.

3.7 Нажмите клавишу W2 (точное измерение напряжения) и повторите пункт 3.5.

3.8 При постоянном напряжении увеличьте длину резистивного провода. Запишите показание миллиамперметра.

4. Измерьте сопротивление резистивного провода мостом постоянного тока (отожмите клавишу W3):

4.1 Подключите мост постоянного тока к зажимам Zl1 и Zl2, описанных как Rx.

4.2 Передвиньте подвижный кронштейн приблизительно на 0,7 длины резистивного провода относительно основы.

4.3 Запишите показание моста RM.

4.4 Установите подвижный кронштейн для гальванического соединения с нижним кронштейном.

4.5 Прочитайте показание моста Rd<sub>0</sub>

Таблица 1.1 – Результаты измерений

$\ell$ (м)	$d$ (м)	Точное измерение U		Точное измерение I	
		U(B)	I(A)	U(B)	I(A)

5. Запишите ниже таблицы систематические ошибки измерений:

Сопротивление вольтметра (Ом) – и миллиамперметра (Ом)–

$U_{V\max} = (B)$   $I_{A\max} = (A)$

Класс точности вольтметра (%) – миллиамперметра (%) –

Количество измерений длины провода – диаметра провода –

Коэффициент Стьюдента –

Систематическая ошибка длины (м) –  $(\Delta\ell)_{\text{сист}} = 0,002\text{м}$

Систематическая ошибка диаметра определяется точностью измерения микрометра, или штангенциркуля (м) –

### Обработка результатов эксперимента

1. Рассчитайте среднее значение диаметра  $\bar{d}$ , систематическую ошибку и относительную ошибку  $\Delta d/\bar{d}$  для измерений с помощью штангенциркуля и микрометра и сравните полученные результаты.

2. Проведите расчеты для точного измерения тока ( $R_A = 0,15 \text{ Ом}$ ).

2.1 Используя формулу (1.2), вычислите сопротивление резистивного провода.

2.2 Вычислите относительную ошибку  $\Delta R_X/\bar{R}_X$  по формуле

$$\frac{(\Delta R_x)_{\text{сист}}}{R_x} = \frac{U_v}{U_v - I_A R_A} \left( \frac{(\Delta U_v)_{\text{сист}}}{U_v} + \frac{(\Delta I_A)_{\text{сист}}}{I_A} \right). \quad (1.15)$$

2.3 Вычислите относительную ошибку  $\varepsilon$  измерения  $\rho$  по формуле (1.13).

2.4 Результат измерений запишите в виде (1.14).

3. Расчеты проведите для случая точного измерения напряжения ( $R_v = 2500 \text{ Ом}$ ).

3.1 Вычислите по формуле (1.5) сопротивление резистивного провода.

3.2 Вычислите по формуле (1.8) удельное сопротивление резистивного провода.

3.3 Вычислите относительную ошибку  $\Delta R_x / \bar{R}_x$  по формуле

$$\frac{(\Delta R_x)_{\text{сист}}}{R_x} = \frac{I_A R_v}{I_A R_v - U_v} \left( \frac{(\Delta U_v)_{\text{сист}}}{U_v} + \frac{(\Delta I_A)_{\text{сист}}}{I_A} \right). \quad (1.16)$$

3.4 Вычислите относительную ошибку  $\varepsilon$  измерения  $\rho$  по формуле (1.13).

3.5 Результат измерений запишите в виде (1.14).

4. Используя формулу (1.8) и учитывая, что  $R_x = R_M - R_{d0}$ , вычислите сопротивление с помощью моста постоянного тока.

4.1 Вычислите относительную ошибку  $\varepsilon$  и результат представьте в виде:  $\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho$ .

5. Проанализируйте результаты измерения удельного сопротивления резистивного провода с помощью разных методов и сделайте выводы.

### Контрольные вопросы и задачи

1. Объясните чем отличаются прямые методы измерения от косвенных?

2. Объясните какие типы ошибок существуют?

3. Какие ошибки называются систематическими. Какие правила их расчетов во время пользования линейкой, микрометром, амперметром или вольтметром, во время определения веса тела.

4. Какие ошибки называются случайными. Какие правила их расчетов для прямых и косвенных измерений.

5. В чем состоит суть метода амперметра-вольтметра измерения сопротивлений?

6. В чем состоит суть мостового метода измерения сопротивлений?

7. Которые из используемых в работе методов измерения

сопротивлений дают наименьшую ошибку?

8. Получите выражение для определения систематической ошибки плотности  $\rho = m/\pi d^2 h$  цилиндра массой  $m$ , диаметром  $d$  и высотой  $h$ .

## **Лабораторная работа № 2**

**Тема.** Проверка второго закона Ньютона при поступательном движении.

**Цель.** Проверить второй закон Ньютона двумя способами.

**Приборы и материалы:** установка для проведения экспериментов – машина Атвуда FPM-02; набор перегрузков.

### **Описание установки**

Общий вид машины Атвуда и пульт управления показаны на рисунке 2.1.

На вертикальной колонне 1, закрепленной в подставке 2, установлены три кронштейна: неподвижный нижний кронштейн 3, и два подвижных – средний 4 и верхний 5, а также узел крепления 6.

Подставка 2 оснащена регулируемыми ножками 7, что позволяет выравнивать положение машины.

В верхнем узле крепления с помощью втулки 8 и подшипников 9 закреплены легкий шкив 10 и электромагнит 11. Через шкив 10 перекинута нить 12 с привязанными к ее концам грузами 13 и 14. Электромагнит, после включения прибора в электрическую сеть, с помощью фрикционной муфты может удерживать шкив 10 и грузы 13,14 в недвижимом состоянии. Верхний 5 и средний 4 кронштейны можно перемещать вдоль колоны и фиксировать в любом положении, устанавливая таким образом длину пути, на котором происходит равномерное и неравномерное движение. Для определения величины пути на колонне есть миллиметровая шкала 15.

Все кронштейны имеют указатели положений, а верхний кронштейн 5 имеет дополнительную черточку, которая облегчает точное согласование положения нижней подставки груза 14 с определенным начальным положением на шкале.

На среднем кронштейне 4 есть съемный столик 16 для снятия перегрузка 14а и фотоэлектрический датчик № 1-17, который включает секундомер в момент снятия перегрузка.

Оптическая ось фотоэлектрического датчика № 1-17 (черточка на корпусе) находится на уровне указателя положения среднего кронштейна 4. Нижний кронштейн 3 оснащен двумя площадками 18 с амортизаторами, в которые ударяются грузы 13 и 14, и фотоэлектрическим датчиком № 2-19.

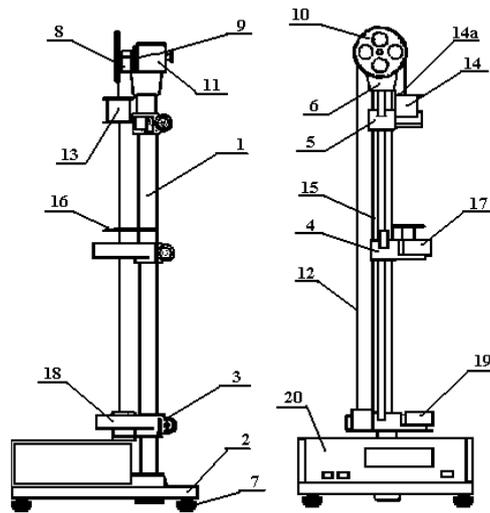


Рисунок 2.1 – Общий вид машины Атвуда

Фотоэлектрический датчик № 2-19, с оптической осью на уровне указателя положения кронштейна 3, после пересечения которой, нижней подставкой груза 14, включает секундомер.

Время движения груза 14 между кронштейнами 4 и 3 высвечивается на шкале секундомера.

### *Описание пульта управления*

Общий вид пульта управления (передняя панель) показан на рисунке 2.2.

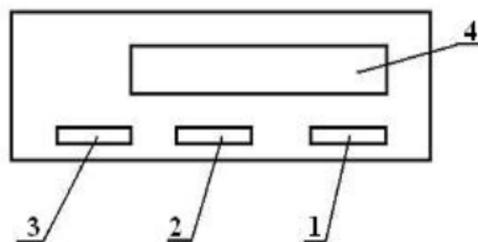


Рисунок 2.2 – Общий вид пульта управления

На передней панели размещены клавиши управления:

№ 1 (STEP, сеть) – клавиши включения / выключение напряжения от сети. Во время включения напряжения происходит автоматическое сбрасывание информации (на цифровых индикаторах 4 высвечиваются нули и загораются лампочки датчиков).

№ 2 (ZER, сбрасывание) – нажатие этой клавиши вызывает сбрасывание цифровой информации из индикаторов 4 (на цифровых индикаторах высвечиваются нули).

№ 3 (START, пуск) – кнопка управления электромагнита и подготовки секундомера к измерению времени. Нажатие этой клавиши включает электромагнит. Повторное нажатие клавиши № 3 возвращает установку в исходное состояние.

№ 4 – шкала цифровых индикаторов (шкала секундомера) на которой освещается время движения груза 14 без перегрузка.

### Теоретические сведения

На рисунке 2.3 схематично показана машина Атвуда,

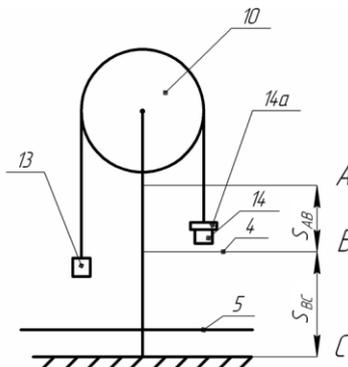


Рисунок 2.3 – Движение системы тел на участках АВ и ВС

где  $S_{AB}$  – длина участка АВ, на которой груз 14 движется с перегрузкой 14а, а  $S_{BC}$  – длина участка ВС, на которой груз 14 движется без перегрузки 14а;

$t_{ab}$  – время движения груза 14 с перегрузкой 14а по участку АВ;

$t_{bc}$  – время движения груза 14 без перегрузки 14а по участку ВС;

$M$  – масса грузов 13 и 14;

$m$  – масса перегрузки 14а;

$g$  – ускорение свободного падения;

#### *Опишем движение системы тел на участках АВ и ВС отдельно*

Принимаем, что шкив 10 радиусом  $r$  невесомый. В системе отсутствуют силы трения и сопротивления. Нить, которая соединяет грузы 13 и 14 нерастяжима.

Движение системы тел на участке АВ (рисунок 2.4).

На основании третьего закона Ньютона:

$$T_1 = R_1 \quad \text{и} \quad T_2 = R_2. \quad (2.1)$$

Так как тела 13,14 и 14а движутся поступательно и массы тел постоянны, для составления уравнения движения каждого тела отдельно применим второй закон Ньютона в виде:

$$m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}, \quad (2.2)$$

где  $m$  – масса движущегося тела;

$\vec{a}$  – ускорение движущегося тела;

$\sum \vec{F}$  – векторная сумма сил, действующих на движущееся тело.

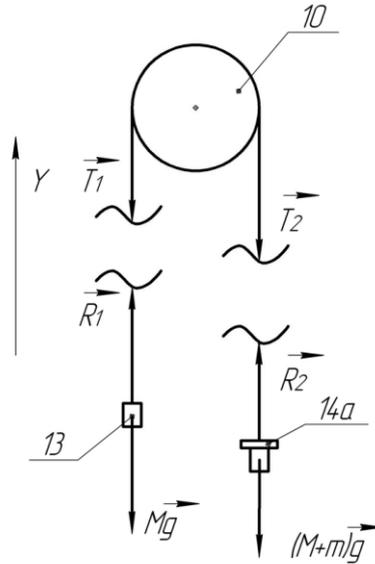


Рисунок 2.4 – Силы, которые действуют на тела на участке АВ

Для тела 13 имеем:

$$M \cdot \vec{a}_1 = M \cdot \vec{g} + \vec{R}_1 \quad (2.3)$$

Спроектировав векторное уравнение (2.3) на ось Y, получим:

$$M \cdot a_1 = R_1 - M \cdot g. \quad (2.4)$$

Для груза 14 с перегрузком 14а имеем:

$$(M + m) \cdot \vec{a}_2 = (M + m) \cdot \vec{g} + \vec{R}_2. \quad (2.5)$$

Спроектировав векторное уравнение (2.5) на ось Y, получим:

$$F = R_2 - (M + m) \cdot g, \quad (2.6)$$

где  $F = -(M + m) \cdot a_2$ ;  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$  ускорение тел 13, 14 и 14а соответственно.

Так как нить, которая соединяет грузы невесома и нерастяжима, то ускорение:

$$a = a_1 = a_2, \quad R = R_1 = R_2. \quad (2.7)$$

Подставив в уравнения (2.4) и (2.6), значение ускорений и сил (2.7), получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} Ma &= R - Mg, \\ (M + m)a &= (M + m)g - R, \end{aligned} \quad (2.8)$$

из которых получаем:

$$(2M + m)a = mg,$$

$$a = mg / (2M + m) = \text{const}, \quad (2.9)$$

откуда следует, что движение на участке АВ равноускоренное ( $a = \text{const}$ ).

**Систему уравнений, которые описывают движение тел без перегрузка, на участке ВС** можно получить из системы (2.8), если принять  $m=0$ :

$$Ma = R - Mg,$$

$$Ma = Mg - R, \quad (2.10)$$

с которых вытекает:

$$2Ma = 0,$$

$$a = 0. \quad (2.11)$$

Значит, движение на участке ВС равномерное ( $a=0$ ).

Тела 13, 14 и 14а движутся поступательно.

**Рассмотрим движение на участке АВ для каждого тела отдельно**

В системе действуют силы:

$\vec{T}_1, \vec{T}_2$  – силы натяжения нити;

$\vec{R}_1, \vec{R}_2$  – силы, действующие на груз со стороны нити;

$m \cdot \vec{g}$  – сила веса перегрузка;

$M \cdot \vec{g}$  – силы веса грузов 13 и 14;

Зная законы пути и скорости равноускоренного движения,

$$S = v_0 + at^2/2,$$

$$v = v_0 + at,$$

и законы пути и скорости равномерного движения

$$S = v \cdot t,$$

$$v = \text{const},$$

запишем законы движения на каждом участке (с учетом того, что при  $t = 0$   $(v_0)_{AB} = 0$  и  $(v_0)_{BC} = v_B$ ).

На участке АВ

$$v_{AB} = a_{AB} t_{AB}, \quad (2.12)$$

$$S_{AB} = a_{AB} t_{AB}^2 / 2. \quad (2.13)$$

На участке BC

$$v_{BC} = v_B = \text{const}, \quad (2.14)$$

$$S_{BC} = v_B t_{BC}, \quad (2.15)$$

где  $v_B$  – скорость движения тел 13, 14 после снятия перегрузка 14а;

$S_{AB}$  – длина участка AB;

$S_{BC}$  – длина участка BC;  $t_{BC}$  – время движения тела 14 на участке BC.

На основании формул (2.12), (2.13) и (2.15) получим формулу для определения ускорения

$$v_B = v_{AB} = S_{BC} / t_{BC}; \quad t_{AB} = v_B / a_{AB} = \frac{S_{BC}}{t_{BC} a_{AB}};$$

$$S_{AB} = \frac{a_{AB} S_{BC}^2}{2 t_{BC}^2 a_{AB}^2}; \quad a_{AB} = \frac{S_{BC}^2}{2 t_{BC}^2 S_{AB}}. \quad (2.16)$$

На основании формул (2.9) и (2.16) получаем, что

$$a_{AB} = \frac{mg}{2M + m} = \frac{S_{BC}^2}{2 t_{BC}^2 S_{AB}}. \quad (2.17)$$

Второй закон Ньютона (2.2) проверим двумя способами.

**И способ.** Отрезки путей  $S_{AB}$  и  $S_{BC}$  постоянны, а массы перегрузков меняются.

Согласно (2.17), получим

$$\frac{m_1 g}{2M + m_1} = \frac{S_{BC}^2}{2 t_{(1)BC}^2 \cdot S_{AB}}, \quad (2.18)$$

$$\frac{m_2 g}{2M + m_2} = \frac{S_{BC}^2}{2 t_{(2)BC}^2 \cdot S_{AB}}. \quad (2.19)$$

Разделив (2.19) на (2.18), получим

$$\frac{m_2 (2M + m_1)}{m_1 (2M + m_2)} = \frac{t_{(1)BC}^2}{t_{(2)BC}^2}. \quad (2.20)$$

Убедившись в справедливости равенства (2.20), мы тем самым

убеждаемся в справедливости второго закона Ньютона (2.2).

**2 способ.** Если не меняется масса перегрузков, но меняются отрезки путей  $S_{AB}$  и  $S_{BC}$ , то используя формулу (2.17), получим

$$a = \frac{S_{(1)BC}^2}{2t_{(1)BC}^2 S_{(1)AB}} = \frac{S_{(2)BC}^2}{2t_{(2)BC}^2 S_{(2)AB}},$$

или

$$\left( \frac{t_{(2)BC}}{t_{(1)BC}} \right)^2 = \left( \frac{S_{(1)AB}}{S_{(2)AB}} \right) \cdot \left( \frac{S_{(2)BC}}{S_{(1)BC}} \right)^2. \quad (2.21)$$

Убедившись в справедливости равенства (2.21), мы тем самым убеждаемся в справедливости второго закона Ньютона (2.2).

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с лабораторной установкой – принципом действия и пультом управления.
2. Получить от преподавателя допуск к выполнению лабораторной работы.
3. Выполнить задания.

### Задание № 1

Проверить второй закон Ньютона *первым способом* (см. формулу 2.20)

Исходная информация – числовые значения  $S_{AB}$ ;  $S_{BC}$ ;  $M$ ;  $m_1$ ;  $m_2$  и  $n$  (количество опытов).

1. Подключите шнур машины к электрической сети.
2. Установите подвижные кронштейны 4 и 5 согласно  $S_{AB}$  и  $S_{BC}$ .
3. Взвесить грузы 13 и 14.
4. Нажать клавишу «Сеть».
5. Положить на груз 14 перегрузок  $m_1$ .
6. Нажать клавишу «Сброс».
7. Нажать клавишу «Пуск».
8. Записать время.
9. Повторить эксперимент  $n$  раз.
10. Провести эксперименты с перегрузком  $m_2$  (см. пункты 3-9).

Результаты измерений записать в таблицу 2.1. Провести расчеты по формуле (2.20). Сделать выводы, оценить ошибки.

Таблица 2.1 – Результаты измерений для первого способа

№ п/п	$t_{1(BC)}$ (с)	$t_{2(BC)}$ (с)	$m_1$ (кг)	$m_2$ (кг)	Ошибки измерений	Исходная информация
					$\Delta S_{AB(м)} =$ $\Delta S_{BC(м)} =$ $\Delta M(кг) =$ $\Delta m(кг) =$ $\Delta t(с) =$	$S_{AB} =$ $S_{BC} =$ $M =$ $n =$

### Задание № 2

Проверить второй закон Ньютона вторым способом (см. формулу 2.21).

Исходная информация – числовые значения  $S_{AB}$ ;  $S_{BC}$ ;  $M$ ;  $m$  и  $n$  (количество опытов). Пункты 1-9 выполняются аналогично заданию 1 со значениями  $S_{(1)AB}$  и  $S_{(1)BC}$ .

11. Эксперименты повторяются со значениями  $S_{(2)AB}$  и  $S_{(2)BC}$ .

Результаты измерений записать в таблицу 2.2. Провести расчеты по формуле 2.21. Сделать вывод и оценить ошибки.

Таблица 2.2 – Результаты измерений для второго способа

№ п/п	$t_{1(BC)}$ (с)	$t_{2(BC)}$ (с)	$S_{1(BC)}$ (м)	$S_{2(BC)}$ (м)	Исходная информация
					$m_1 =$ $m_2 =$ $n =$

### Контрольные вопросы и задачи

1. Законы Ньютона.
2. Проведите анализ второго закона Ньютона.
3. Дать определения поступательному движению. Привести примеры.
4. Записать законы пути и скорости для равномерного движения.
5. Записать законы пути и скорости для равноускоренного движения.
6. Какое физическое содержание массы?
7. Когда тело можно рассматривать как материальную точку? Привести примеры.
8. Указать границы применения законов Ньютона.

### Лабораторная работа № 3

**Тема.** Исследование удара двух шаров.

**Цель.** Исследовать механический удар и его физические характеристики.

**Приборы и материалы:** экспериментальная установка для исследования столкновения двух шаров; набор шаров; измерительная лента.

#### Теоретические сведения

Удар – изменение состояния тел вследствие их кратковременного взаимодействия во время столкновения. Один из простейших видов удара – центральный удар двух шаров, при котором линия удара проходит через центры двух шаров.

**Линия удара** – это прямая, которая проходит нормально к элементам поверхности в местах столкновения шаров друг с другом при их столкновении.

Процессы, которые происходят во время удара, довольно сложные, а сила, являющаяся результатом взаимодействия тел во время столкновения, меняется в общем случае по неизвестному закону. Определить его на основании эксперимента очень сложно, а часто вообще не представляется возможным вследствие кратковременности удара (10<sup>-3</sup>...10<sup>-4</sup> с). Поэтому изучать явление механического удара более целесообразно не на основе законов динамики, а с помощью законов сохранения энергии и импульса. Такой подход к изучению удара позволяет избежать от рассмотрения сложных процессов, которые протекают непосредственно в момент удара.

С физической точки зрения двумя крайними случаями удара могут быть абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

**Неупругий удар** наблюдается вследствие столкновения двух тел из пластических материалов или пластического и упругого тел.

Неупругим называется удар, после которого тела движутся с одинаковыми скоростями. Эти скорости можно определить из закона сохранения импульса, скалярная запись которого для центрального удара такая:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = U(m_1 + m_2), \quad (3.1)$$

где индексами 1 и 2 обозначены величины масс и скоростей соответствующих первому и второму телу,  $U$  – скорость тел после удара.

Из (3.1) вытекает:

$$U = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2). \quad (3.2)$$

При неупругом ударе закон сохранения энергии может быть представлен в виде  $W_k - W'_k = A$ , где  $W_k$  и  $W'_k$  – кинетическая энергия тел до и после удара;  $A$  – работа неконсервативных сил вследствие деформации тел.

Это уравнение может быть записано и в более конкретном виде:

$$m_1 v_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2 - (m_1 + m_2) U^2 / 2 = A. \quad (3.3)$$

**Упругий удар** наблюдается в результате взаимодействия двух тел, изготовленных из упругих материалов (например, двух шариков, изготовленных из твердых сортов стали, шариков, изготовленных из некоторых видов пластмасс).

Упругий удар может быть рассмотрен поэтапно. Первый этап – после начала столкновения. Силы, которые действуют на шар, увеличиваются по мере увеличения деформации. Увеличение деформации сопровождается изменением скорости шаров. Тело, которое имело большую скорость, будет замедлять свое движение, а тело с меньшей скоростью – ускоряться. По достижению максимального значения деформации скорости обоих шаров станут одинаковыми. С этого момента, характеризующего начало второго этапа упругого удара, величины деформации начинают уменьшаться вследствие того, что силы упругости расталкивают шар. После того, как деформации исчезнут, шары разойдутся, целиком восстановив свою первоначальную форму, и будут двигаться с разными скоростями. Таким образом, в конце второго этапа весь запас потенциальной энергии упруго деформированных тел снова превратится в их кинетическую энергию. Сила упругой деформации за время удара  $\tau$  меняется по линейному закону (рисунок 3.1) и на первом, и на втором этапах.

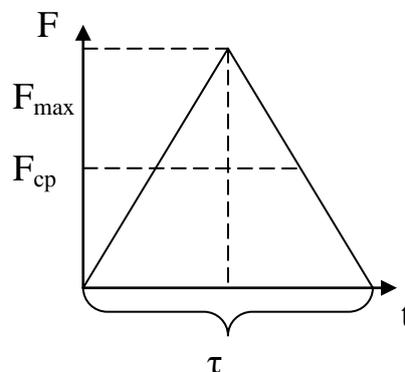


Рисунок 3.1 – График зависимости  $F(t)$  силы упругости деформации во время удара

Законы сохранения импульса (в скалярной форме) и энергии в этом случае записываются в таком виде:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2, \quad (3.4)$$

$$m_1 v_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2 = m_1 U_1^2 / 2 + m_2 U_2^2 / 2. \quad (3.5)$$

Из уравнений (3.4) и (3.5) вытекает, что скорости  $U_1$  первого и  $U_2$  второго тела после удара определяются соотношениями:

$$U_1 = (2m_2 v_2 - (m_2 - m_1) v_1) / (m_1 + m_2), \quad (3.6)$$

$$U_2 = (2m_1 v_1 - (m_1 - m_2) v_2) / (m_1 + m_2). \quad (3.7)$$

Процессы, которые происходят во время реальных ударов, всегда занимают промежуточное положение между абсолютно упругим и абсолютно неупругим ударами. Во время изучения реальных ударов нужно ответить на вопрос, в какой мере реальный удар можно отнести к одному из рассмотренных выше.

В реальном случае после удара тела движутся с разными скоростями ( $U_1$  и  $U_2$ ) и, кроме того, часть энергии рассеивается в виде работы  $A$  неконсервативных сил:

$$m_1 v_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2 = m_1 U_1^2 / 2 + m_2 U_2^2 / 2 + A. \quad (3.8)$$

Закон сохранения импульса в этом случае будет таким же, как и в (3.4).

Если один из шаров до удара находится в состоянии покоя ( $v_2 = 0$ ), то

$$m_1 v_1 = m_1 U_1 + m_2 U_2, \\ m_1 v_1^2 / 2 = (m_1 U_1^2 + m_2 U_2^2) / 2 + A. \quad (3.9)$$

Отношение рассеянной энергии  $A$  к кинетической энергии системы  $W_k$  до удара показывает, какая часть кинетической энергии не восстанавливается после удара, то есть рассеивается:

$$\eta = A / W_{k1} = 1 - (m_1 U_1^2 + m_2 U_2^2) / m_1 v_1^2 \quad (3.10)$$

где  $\eta$  – степень упругости удара. Если

$$\eta \ll 1, \quad (3.11)$$

то удар с известной степенью точности можно считать упругим.

Если выполняется условие (3.11), то можно оценить силу удара  $F$ , воспользовавшись тем, что результат действия силы упругой деформации, которая менялась на протяжении удара по закону, графически изображенном на рисунке 3.1, адекватен результату действия постоянной силы  $F$ , равной половине максимального значения  $F_{\max}$  (рисунок 3.1). Импульс силы приводит к изменению импульса шара:

$$F \cdot \tau = m_1 (v_1 - U_1),$$

где  $\tau$  – время столкновения.

С последнего соотношения вытекает

$$F = m_1 (v_1 - U_1) / \tau. \quad (3.12)$$

Зная, чему равняется  $F$ , можно также оценить среднее ускорение, которые приобретает шар вследствие столкновения:

$$a = F / m_1 = (v_1 - U_1) / \tau,$$

где  $(v_1 - U_1)$  изменение скорости одного из шаров за время столкновения  $\tau$ .

Если выполняется условие (3.11), то с достаточной степенью точности можно считать, что

$$a = v_1 / \tau. \quad (3.13)$$

при условии  $m_1 \approx m_2$ .

### **Описание экспериментальной установки и подготовка прибора к измерениям**

Общий вид экспериментальной установки показан на рисунке 3.2. На основе 1 закреплена колонна 2, оснащенная верхним 4 и нижним 3 кронштейнами. На верхнем кронштейне 4 смонтировано устройство для бифилярного подвешивания шаров 9 на токопроводящих нитях 5. Расстояние между шарами регулируется винтом 6. Длины токопроводящих нитей могут быть отрегулированы с помощью винтов на навесах 8. На нижнем кронштейне укреплен угловая шкала 10 и 11, а также электромагнит 12 для фиксации одного из шаров во время подготовки опыта. Электромагнит можно передвигать вдоль правой шкалы и фиксировать высоту установки винтами 13 и 14.

В основе прибора укреплен миллисекундомер 7, измеряющий время столкновения шаров, а также блок питания электромагнита.

На передней панели миллисекундомера расположена клавиша «Сеть», включающая прибор. При этом должна засветиться шкала секундомера. В результате нажатия клавиши «Пуск» выключается питание электромагнита и электронная схема секундомера приводится к готовности для подсчета времени столкновения шаров.

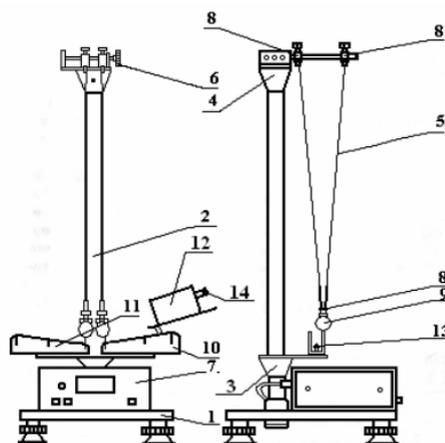


Рисунок 3.2 – Общий вид экспериментальной установки

Нажатием клавиши «Сброс» проводится очищения цифрового табло секундомера. Светодиод «Переполнение» сигнализирует, что измеренное время вышло за пределы 999 мкс. Для обнуления нажать клавишу «Сброс».

Перед измерением шары должны быть установленные на одинаковой высоте и с помощью бифилярных подвесов отрегулированы таким образом, чтобы плоскость их колебаний совпадала с плоскостью угломерной шкалы, а линия удара проходила через центр шаров. В комплекте к прибору есть восемь разных пар металлических шаров. Во время выполнения работы один из шаров (левый) будет всегда в состоянии покоя (до удара), а другой (правый) начинает свое движение из положения, обусловленного положением электромагнита (рисунок 3.3).

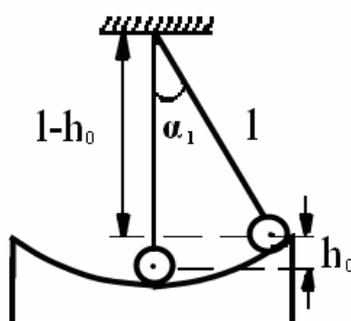


Рисунок 3.3 – Схема столкновения шаров

Скорость  $v_1$  этого шара непосредственно перед ударом можно найти из закона сохранения механической энергии. Когда правый шар достигает своего наиболее низкого положения, то его потенциальная энергия превращается в кинетическую:  $W_{\text{п}} = W_{\text{к}}$ , то есть

$$mgh_0 = mv_1^2/2,$$

$$v_1 = \sqrt{2gh_0}, \quad (3.14)$$

где  $h_0$  – высота поднятия правого шара, отклоненного на угол  $\alpha_1$ . Из рисунка 3.3 видно, что

$$1 - h_0 = l \cos \alpha_1,$$

$$h_0 = 2l \sin^2(\alpha_1/2). \quad (3.15)$$

Учитывая (3.15), формула (3.14) для определения скорости правого шара примет вид

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin(\alpha_1/2), \quad (3.16)$$

где  $l$  – длина подвеса шара, измеренного в опыте;  
 $\alpha_1$  – угол отклонения шара до удара.

Аналогично, применяя закон сохранения энергии, можно получить выражение для скорости шаров после удара:

$$\text{правой: } U_1 = 2\sqrt{gl} \sin(\alpha'_1/2), \quad (3.17)$$

$$\text{левой: } U_2 = 2\sqrt{gl} \sin(\alpha'_2/2), \quad (3.18)$$

где  $\alpha'_1$  и  $\alpha'_2$  – углы отклонения после удара соответственно для правого и левого шаров.

### Выполнение работы

**Задача.** Определить степень упругости удара  $\eta$ , силу удара  $F$  и ускорение  $a$  шара во время удара.

Подготовить прибор к работе. Определить длину нитей подвеса. Правый шар зафиксировать с помощью электромагнита в отклоненном на угол  $\alpha_1$  положении. Потом нажать клавишу «Пуск». После удара заметить угол  $\alpha'_1$  и  $\alpha'_2$  максимального отклонения левого и правого шаров от положения равновесия.

*Примечание.* Измерять одновременно углы  $\alpha'_1$  и  $\alpha'_2$  тяжело, поэтому опыт в тех же условиях необходимо повторять несколько раз, измеряя сначала угол  $\alpha'_1$ , потом угол  $\alpha'_2$ .

В ходе каждого опыта записывать показание  $\tau$  миллисекундомера, что фиксирует время столкновения шаров.

Измерения проводить для трех разных начальных положений ( $\alpha_1$ ) правого шара. Результаты измерений занести в таблицу 3.1. Значение масс шаров приведены у справочных данных (таблица 3.2).

Таблица 3.1 – Результаты измерений

№ п/п	$\alpha_1$ (град)	$\alpha'_1$ (град)	$\alpha'_2$ (град)	$\tau$ , (с)	$\eta$	F, (Н)	a, (м/с <sup>2</sup> )

**Внимание!** Запрещается оставлять электромагнит на продолжительное время включенным. Регулирование шаров на бифилярных подвесах следует проводить с отключенным от сети прибором. Запрещается притрагиваться к двум шарам одновременно.

Таблица 3.2 – Справочные данные

Номер шара	Масса шара (10-3) кг
1	115
2	175
3	115
4	178
5	110
6	177
7	110
8	180

### Обработка результатов

По формуле (3.10) с учетом (3.16 – 3.18) рассчитать степень упругости  $\eta$  удара

$$\eta = 1 - \left[ m_1 \sin^2(\alpha'_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha'_2/2) \right] / m_1 \sin^2(\alpha_1/2).$$

Проверить, выполняется ли условие (3.11). Если выполняется, то удар можно считать упругим. Тогда справедливы соображения, которые приводят к оценке средней силы удара по формуле (3.12) с учетом (3.16), (3.17)

$$F = 2m_1 \sqrt{gl} [\sin(\alpha_1/2) - \sin(\alpha'_1/2)],$$

а также ускорению по формуле (3.12) с учетом (3.16):

$$a = 2\sqrt{gl} \cdot \tau^{-1} [\sin(\alpha_1/2) - \sin(\alpha'_1/2)].$$

Измерения сделать для всех пар шаров. Полученные результаты проанализировать и сделать выводы.

### Контрольные вопросы и задачи

1. Что называется ударом?
2. Какие виды ударов существуют? Дайте их характеристику.
3. Какие законы сохранения выполняются для упругого и неупругого ударов?

4. Почему явление механического удара целесообразно изучать с помощью законов сохранения, чем с помощью законов динамики?

5. Что такое степень упругости  $\eta$  удара?

### Лабораторная работа № 4

**Тема.** Изучение вращательного движения твердого тела.

**Цель.** 1. Выучить принцип действия установки «Маятник Обербека».

2. Проверить основной закон динамики вращательного движения.

3. Определить момент инерции маятника.

**Приборы и материалы:** экспериментальная установка «Маятник Обербека» с набором грузиков.

### Теоретические сведения

Основным элементом экспериментальной установки является маятник Обербека (рисунок 4.1), предназначенный для исследования вращательного движения твердого тела и для определения его момента инерции.

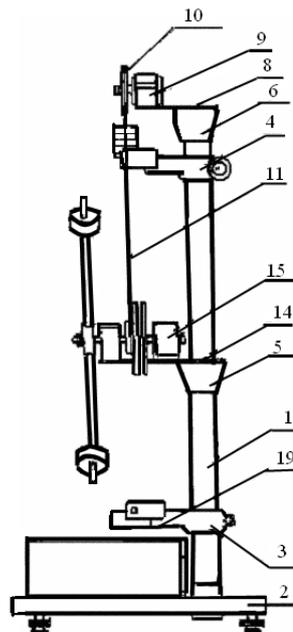


Рисунок 4.1 – Общий вид маятника Обербека

Маятник, применяемый в приборе, представляет собой инерционное колесо в виде крестовины. На четырех взаимно перпендикулярных стрелках могут перемещаться грузики (рисунок 4.2).

На горизонтальной основе крестовины имеется двухступенчатый диск, на который наматывается нить. Один конец нити прикреплен к диску, а на втором конце нити подвешен ниспадающий грузик. Под действием ниспадающего грузика нить разматывается с диска и вызывает вращательное равномерно ускоренное движение крестовины. В случае изменения расстояния перемещаемых грузиков от оси вращения

крестовины угловое ускорение тем меньше, чем больше момент инерции системы относительно оси вращения (см. рисунок 4.2).

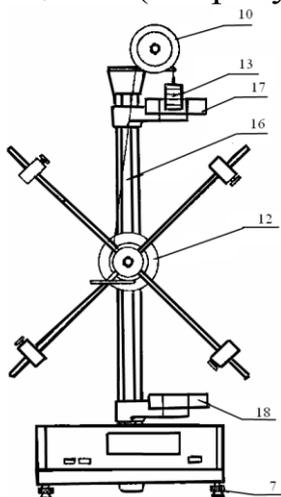


Рисунок 4.2 – Общий вид маятника Обербека  
Согласно основному закону динамики вращательного движения:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}, \quad (4.1)$$

где  $M$  – момент внешних сил относительно оси вращения;

$\varepsilon$  – угловое ускорение;

$I$  – момент инерции относительно оси вращения.

Одним из заданий данной работы является проверка соотношения (4.1), которое можно осуществлять с помощью экспериментальной установки маятника Обербека.

Соотношение (4.1) можно проверить двумя способами:

### *1 способ*

Если моменты сил, которые действуют на крестовину, не меняются ( $M = \text{const}$ ), то в этом случае и  $I \cdot \varepsilon = \text{const}$ , то есть

$$I_1 \varepsilon_1 = I_2 \varepsilon_2, \quad (4.2)$$

или

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = I_2 / I_1,$$

где  $I_1, I_2$  – моменты инерции маятника при разных положениях грузиков на стрелках.

Пусть момент инерции маятника без грузиков  $I_1$ , момент инерции с грузиками  $I_2$ , тогда можно записать:

$$I_2 = I_1 + 4mR^2 = \left( I_0 + 4m_1 l^2 / 3 \right) + 4mR^2, \quad (4.3)$$

где  $mR^2$  – момент инерции одного грузика на стрелке крестовины,

$I_0$  – момент инерции без грузиков и стрелки крестовины;

$m_1 l^2 / 3$  – момент инерции одного стржня длиной  $l$  относительно оси обращения.

С учетом (4.3) выражение (4.2) принимает вид:

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = \left[ \left( I_0 + 4m_1 l^2 / 3 \right) + 4m_1 R^2 \right] / \left( I_0 + 4m_1 l^2 / 3 \right). \quad (4.4)$$

Угловое ускорение маятника  $\varepsilon$  связано с линейным ускорением грузика, подвешенного к нити, соотношением;

$$\varepsilon = a / r = 2h / r t^2, \quad (4.5)$$

где  $r$  – радиус диска, на который намотана нить;

$h$  – путь, пройденный грузиком  $m_2$ , подвешенным к нити;

$t$  – время, за которое грузик проходит путь  $h$ . Тогда

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = (t_2 / t_1)^2. \quad (4.6)$$

Выражение (4.4) с учетом результата (4.6) принимает вид:

$$(t_2 / t_1)^2 = \left( I_0 + 4m_1 l^2 / 3 + 4mR^2 \right) / \left( I_0 + 4m_1 l^2 / 3 \right). \quad (4.7)$$

Соотношение (4.7) позволяет проверить справедливость (4.2). Но, убедившись в справедливости равенства (4.2), мы тем самым убеждаемся в справедливости исходного соотношения (4.1).

## **2 способ**

Если момент инерции крестовины не меняется ( $I = \text{const}$ ), то в этом случае  $I\varepsilon_1 = M_1$ ,  $I\varepsilon_2 = M_2$ , то есть

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = M_1 / M_2. \quad (4.8)$$

Если учесть, что  $M = T \cdot r$ , где  $T$  – сила натяжения нити;  $r$  – радиус шкива, (4.8) можно записать в виде:

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = T_1 / T_2. \quad (4.9)$$

Из уравнения движения грузика, подвешенного к нити, можно найти натяжение нити

$$T = m_2(g - a) = m_2(g - 2h / t^2), \quad (4.10)$$

где  $m_2$  – масса грузика, подвешенного к нити.

С учетом (4.10) и (4.6), для выражения (4.9) имеем:

$$(t_2 / t_1)^2 = m'_1 (g - 2h / t_1^2) / m'_2 (g - 2h / t_2^2). \quad (4.11)$$

Убедившись в справедливости равенства (4.11), можем получить еще одно подтверждение справедливости равенства (4.1).

Следующим заданием данной работы является определение момента инерции маятника.

Моментом инерции материальной точки относительно какой-нибудь оси называется произведение массы  $m$  на квадрат расстояния  $r$  до этой оси:  $I = mr^2$ . Моментом инерции тела относительно оси называется сумма

моментов инерции всех точек тела относительно оси:  $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ . Момент инерции характеризует меру инертности тела к изменению им угловой скорости  $\omega$  под действием момента силы  $M$ .

Из соотношения (4.1) вытекает, что момент инерции равняется:

$$I = M / \varepsilon = Tr / \varepsilon. \quad (4.12)$$

Если в (4.12) подставить (4.5) и (4.10), получим:

$$I_{\text{эксп}} = m_2 r^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (4.13)$$

Значит, значение момента инерции крестовины может быть рассчитано по экспериментальным данным измеренных величин:  $t$ ,  $r$ ,  $h$ ,  $m_2$ . Его можно сравнить со значением, полученным из теоретического определения момента инерции:

$$I_{\text{теор}} = I_0 + \frac{4m_1 l^2}{3} + 4mR^2, \quad (4.14)$$

где  $I_0$  – момент инерции двухступенчатого диска, оси и втулки, то есть маятник без стрижней крестовины и грузиков на них;

$m_1$  – масса одного стрижня крестовины;

$l$  – длина одного стрижня крестовины;

$m$  – масса одного грузика, закрепленного на стрижне маятника;

$R$  – расстояние от грузика  $m$  до оси вращения.

### Механическая конструкция прибора

Общий вид маятника Обербека изображен на рисунке 4.1 и рисунке 4.2. На вертикальной колонне (1), установленной на подставке (2), прикреплены два кронштейна: нижний неподвижный (3) и верхний подвижный (4) и две неподвижные втулки: нижняя (5) и верхняя (6).

Подставка имеет регулируемые ножки (7), обеспечивающие

горизонтальную установку прибора. На верхней втулке (6) с помощью подставки (8) закреплен подшипниковый узел диска (9) и диск (10).

Через диск наматывается нить (11). Один конец нити прикреплен к двухступенчатому диску (12), а на втором конце закреплены грузики (13).

На задней нижней втулке (5) с помощью подставки (14) прикреплен электромагнит (15), который после подключения к нему напряжения питания, удерживает с помощью фрикционной муфты систему крестовины вместе с грузиками в состоянии покоя. Подвижный кронштейн (4) можно перемещать вдоль колонны и фиксировать его в любом положении, определяя, таким образом, длину пути грузика массой  $m_2$ .

Для отсчета длины пути на колонне нанесена миллиметровая шкала (16). На подвижном кронштейне (4) закреплен фотоэлектрический датчик № 1 (17). На неподвижном кронштейне (3) закреплен фотоэлектрический датчик № 2 (18), что вырабатывает электроимпульсы для установки отсчета времени. И одновременно с этим датчик включает тормозной электромагнит.

К кронштейну (3) прикреплен кронштейн (19) с резиновыми амортизаторами, которые ограничивают движение грузиков.

На подставке прибора есть миллисекундомер. К гнездам миллисекундомера подключены соответственно фотоэлектрические датчики № 1 и № 2.

Включение прибора осуществляется клавишей «Сеть». Управление прибором осуществляется нажатием клавиш «Пуск» и «Сброс». Если клавиша «Пуск» находится в отжатом положении, то крестовина маятника прижата фрикционной муфтой электромагнита и не может свободно оборачиваться. Во время нажатия клавиши «Пуск» муфта тормозного электромагнита отжата, и крестовина может свободно вращаться. Нажатием клавиши «Сброс» осуществляется сброс показаний табло секундомера на нуль.

### **Порядок работы с прибором**

1. Нажать клавишу «Сеть». При этом подсвечивается цифровое табло индикации времени.

2. Нажать клавишу «Пуск» и намотать нить на диск. Надо внимательно проследить, чтобы нить не имела узлов, а также проверить жесткое крепление грузика на стрелках крестовины.

3. Платформа с грузиками на свободном конце нити при этом поднимается вверх. Масса грузиков, которые находятся на платформе, должна быть неизменна. Установив грузик на нужном уровне, который должен остаться неизменным для разных измерений, отжать клавишу «Пуск», при этом крестовина будет неподвижна.

4. Сделать обнуление табло секундомера, нажав клавишу «Сброс».

5. Нажать клавишу «Пуск». Маятник Обербека при этом придет в движение.

6. Отсчет времени заканчивается, маятник останавливается вследствие срабатывания нижнего фотодатчика.

7. Для повторных измерений повторить действия, начиная с п. 2.

### Справочные данные по установке «Маятник Обербека»:

масса одного постоянного грузика на крестовине – 200 г.

масса перегрузков – указанная на перегрузках;

масса одного стрержня без грузика – 50 г.

момент инерции маятника без грузика и стрержней крестовины

$$I_0 = 2,31 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

максимальная длина пути движения грузиков – 490 мм.

### Порядок выполнения работы

*Рабочая задача 1. Проверить закон динамики вращательного движения твердого тела первым способом ( $M=const$ ).*

1. Измерить величины, которые входят в формулу (4.7), при  $M=const$ . Измерения провести 3-5 раз.

2. Результаты опытов занести в таблицу 4.1. Сделать расчеты, выводы, оценить ошибки.

Таблица 4.1 – Результаты измерений для первого способа

№ п/п	$t_1$ (с)	$t_2$ (с)	$\bar{t}_1$ (с)	$\bar{t}_2$ (с)	R (м)	$\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2$	$\frac{I_1 + 4mR^2}{I_1}$	$\varepsilon$ (%)

*Рабочая задача 2. С помощью маятника Обербека проверить закон вращательного движения твердого тела вторым способом ( $I=const$ ).*

1. Измерить величины, которые входят в формулу (4.11) при  $I=const$ . Измерения провести 3-5 раз.

2. Результаты измерений записать в таблицу 4.2.

Таблица 4.2 – Результаты измерений для второго способа

№ п/п	$t_1$ (с)	$t_2$ (с)	$\bar{t}_1$ (с)	$\bar{t}_2$ (с)	h (м)	$\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2$	$\frac{m'_1 \left(g - \frac{2h}{t_1^2}\right)}{m'_2 \left(g - \frac{2h}{t_2^2}\right)}$	$\varepsilon$ (%)

*Рабочая задача 3. Определить момент инерции маятника Обербека.*

1. Измерить величины, которые входят в формулу (4.13). Повторить измерения 3-5 раз.

2. Результаты измерений записать в таблицу 4.3. Провести расчеты по формулам (4.13), (4.14). Сделать выводы, оценить ошибки.

Таблица 4.3. – Результаты измерений для момента инерции

№ п/п	R (м)	t (с)	I экспер. (кг·м <sup>2</sup> )	I теорет. (кг·м <sup>2</sup> )	E (%)

### Контрольные вопросы и задачи

1. Что такое момент силы, момент инерции точки, момент инерции тела, угловое ускорение? ( Формулы, единицы измерения, направление векторов  $\vec{M}$  и  $\vec{\epsilon}$  ).

2. Напишите основной закон динамики вращательного движения в дифференциальной форме и сформулируйте его.

3. Укажите способы проверки закона динамики вращательного движения. Какой из этих способов дает наименьшую ошибку?

4. Напишите связь между линейным ускорением и угловым.

5. Вал массой  $m=100\text{кг}$  и радиусом  $R=5\text{ см}$ . вращался с частотой  $n=8\text{ с}^{-1}$ . К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку силой  $F=40\text{ Н}$ , под действием которой вал остановился через  $t=10\text{ с}$ . Определить коэффициент трения.

### Лабораторная работа № 5

**Тема.** Определение моментов инерции твердых тел с помощью крутильного маятника.

**Цель.** Ознакомление студентов с одним из практических методов определения моментов инерции твердых тел, которые имеют определенную симметрию.

**Оборудование:** крутильный маятник FPM-05; исследуемые тела; тело эталон; штангенциркуль; технические весы с набором грузиков.

### Теоретические сведения

Крутильные колебания используются для определения моментов инерции разных тел. Момент инерции – аналог массы. Как масса – мера инертности при поступательном движении, так и момент инерции – мера инертности тел при вращательном движении. Величина момента инерции относительно какой-нибудь оси определяется пространственным

распределением массы тела – геометрией массы. Аналитическое вычисление момента инерции выполняются путем интегрирования выражения  $I = \int_V r^2 \rho dv$ , где  $\rho$  – плотность вещества в элементе объема  $dv$ ,

который находится на расстоянии  $r$  от оси вращения. Для сложной формы поверхности и неравномерном распределении плотности вычисление величины момента инерции является сложной задачей. В таких случаях момент инерции можно определить экспериментально на установке, которая аналогична той, что используется в данной работе.

Метод определения момента инерции, используемый в работе, основан на зависимости периода крутильных колебаний маятника, подвешенного на проводе, от упругих свойств материала провода и момента инерции самого маятника.

Если колеблющееся твердое тело осуществляет вращательное движение, то к нему может быть применен основной закон динамики вращательного движения:

$$I \cdot \ddot{\phi} = \vec{M}, \quad (5.1)$$

где  $I$  – момент инерции маятника относительно оси  $OO$ ;

$M$  – вращательный момент (момент силы) относительно той же оси;

$\ddot{\phi}$  – угловое ускорение.

При малых углах по закону Гука:

$$M = -k\phi, \quad (5.2)$$

где  $k$  – коэффициент упругости провода.

С учетом (5.2) выражение (5.1) представим в виде:

$$\ddot{\phi} + (k/I)\phi = 0. \quad (5.3)$$

Уравнение (5.3) отвечает дифференциальному уравнению гармонических крутильных колебаний:

$$\ddot{\phi} + \omega_0^2 \phi = 0. \quad (5.4)$$

Период таких крутильных колебаний находится по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{I/k}. \quad (5.5)$$

В выражении (5.5) две неизвестных  $I$  и  $k$ , которые являются постоянными для этого крутильного маятника. Чтобы их определить необходимо использовать тело – эталон – тело с известным моментом

инерции, или момент инерции который легко определить по формулам. Записывают (5.5) для двух случаев

$$T_{\text{пр}} = 2\pi\sqrt{I_{\text{пр}} / k}, \quad T_{\text{эт}} = 2\pi\sqrt{(I_{\text{пр}} + I_{\text{эт}}) / k}, \quad (5.6)$$

где  $T_{\text{пр}}$ ,  $I_{\text{пр}}$  – период колебаний и момент инерции прибора;

$T_{\text{эт}}$ ,  $I_{\text{эт}}$  – период колебаний и момент инерции прибора вместе с эталоном.

Решив систему уравнений (5.6), можно получить:

$$I_{\text{пр}} = I_{\text{эт}} \cdot T_{\text{пр}}^2 / (T_{\text{эт}}^2 - T_{\text{пр}}^2),$$

$$k = 4\pi^2 I_{\text{эт}} / (T_{\text{эт}}^2 - T_{\text{пр}}^2) \quad (5.7)$$

Теперь, зная константы крутильного маятника, можно найти момент инерции исследуемого тела (образца). Для этого экспериментально находят период крутильных колебаний маятника с образцом и рассчитывают момент инерции из уравнения:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{(I_{\text{пр}} + I_1) / k} \quad (5.8)$$

откуда

$$I_1 = kT_1^2 / 4\pi^2 - I_{\text{пр}} \quad (5.9)$$

Подставляя в (5.9) выражения для  $I_{\text{пр}}$  и  $k$  из (5.7), получим:

$$I_1 = I_{\text{эт}} (T_1^2 - T_{\text{пр}}^2) / (T_{\text{эт}}^2 - T_{\text{пр}}^2) \quad (5.10)$$

В качестве эталона выбирают шар, диск или куб.

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка «Крутильный маятник FRM-05» представлена на рисунке 5.1.

На подставке 2, оснащенной четырьмя ножками с регулируемой высотой, прикреплен миллисекундомер 1. На подставке закреплена колонна 3, на которой с помощью прижимных винтов закреплены кронштейны 4,5,6. Кронштейны 4 и 6 имеют зажимы, которые служат для упрочения стального провода, на котором подвешенная рамка 7. На кронштейне 5 закреплена стальная плита 8, что служит подставкой фотоэлектрическому датчику 9, электромагнита 10 и шкале 11. Электромагнит 10 может менять положение на плите, а его положение относительно фотоэлектрического датчика, показывает на шкале стрелка, прикрепленная к электромагниту. В рамке крепятся исследуемые тела

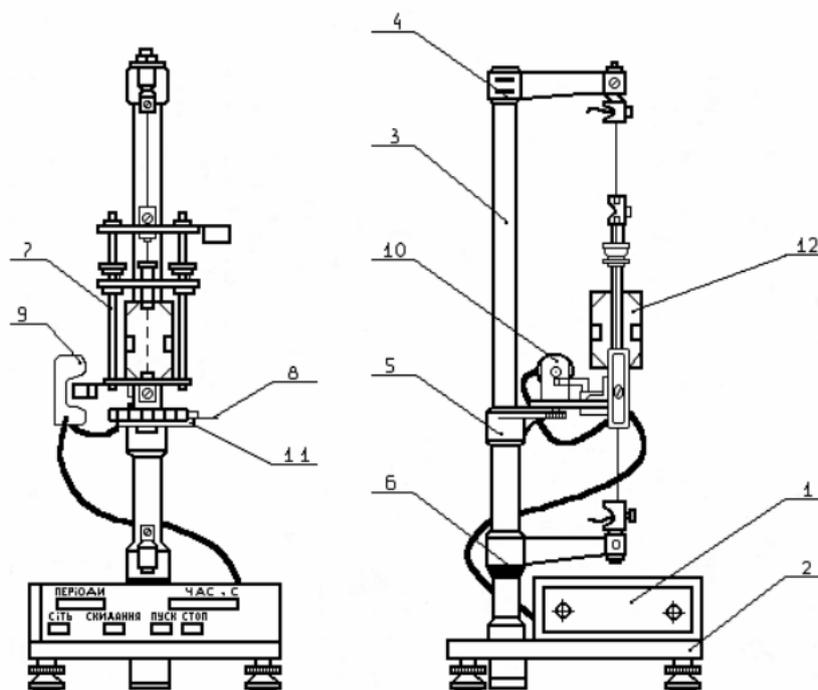


Рисунок 5.1 – Общий вид установки  
«Крутильный маятник FRM-05»

12. Тела крепятся с помощью подвижной балки, которая перемещает по направляющим между неподвижными балками. С помощью фотоэлектрического датчика можно менять число полных колебаний тела. Для измерения начального угла  $\phi$  закручивания провода пользуются шкалой 11.

### Порядок выполнения работы

1. Нажатием кнопки «Сеть» включить прибор. Установить электромагнит в положение, которое отвечает начальному углу отклонения  $\phi$ . Для этого закрутить рамку до прилипания пластинки с сердечником электромагнита. Нажать кнопку «Пуск». После того, как на счетчике числа колебаний появится цифра «9», нажать кнопку «Стоп». По формуле  $T = t/n$  определить период колебаний маятника  $T_{пр}$  ( $t$ -время колебаний,  $n$ -число полных колебаний). Повторить измерения несколько раз и результат занести в таблицу 5.1.

2. Для определения  $T_{эт}$  вставить с помощью лаборанта в рамку эталон и повторить указанные выше операции. Измерить размеры эталона штангенциркулем и занести данные в таблицу 5.1.

3. Для измерения периода колебаний  $T_1$  закрепить в рамке второе тело-образец и снова повторить указанные выше операции (предварительно нажав клавишу «Сброс»). Результаты измерений занести в таблицу 5.1

4. Ниже таблицы запишите данные для расчета ошибок.

Таблица 5.1 – Результаты измерений

№ п/п	$n_{\text{пр}}$	$t_{\text{пр}}, (\text{с})$	$n'_{\text{эт}}$	$t_{\text{эт}}, (\text{с})$	$n_1$	$t_1, (\text{с})$	$m, (\text{кг})$	$r, (\text{м})$

Количество опытов –

Коэффициент Стьюдента –

Систематическая ошибка измерения массы эталона (шара) (кг) –

Систематическая ошибка измерения эталона (м) –

Систематическая ошибка периода (с):

$$\Delta T_{\text{пр}} -$$

$$\Delta T_{\text{эт}} -$$

$$\Delta T_1 -$$

### Обработка результатов измерений

1. В работе рассчитайте такие величины:

$T_{\text{пр}}$  – период крутильных колебаний прибора;

$T_{\text{эт}}$  – период крутильных колебаний прибора с эталоном;

$T_1$  – период крутильных колебаний прибора с образцом;

$I_{\text{эт}}$  – момент инерции эталона (для шара  $I_{\text{эт}} = (2/5)mR^2$ , для диска

$I_{\text{эт}} = (1/2)mR^2$ ; для куба  $I_{\text{эт}} = (1/6)ma^2$  (а – длина стороны куба));

2. Найти систематическую ошибку измерения момента инерции эталона по формуле:

$$\Delta I_{\text{эт}} = I_{\text{эт}} (\Delta m / m + 2\Delta R / R) \quad (5.11)$$

3. Момент инерции образца  $I_1$ , рассчитать по формуле (5.10).

4. Систематическую ошибку измерения момента инерции образца найти по формуле

$$\begin{aligned} \frac{(\Delta I_1)_{\text{пр}}}{\bar{I}_1} = & \frac{(\Delta I_{\text{эт}})_{\text{пр}}}{\bar{I}_{\text{эт}}} + 2 \frac{\bar{T}_1 (\Delta T_1)_{\text{пр}}}{\bar{T}_1^2 - T_{\text{пр}}^2} + \\ & + 2 \frac{\bar{T}_{\text{эт}} (\Delta T_{\text{эт}})_{\text{пр}}}{\bar{T}_{\text{эт}}^2 - \bar{T}_{\text{пр}}^2} + 2 \frac{(\bar{T}_1^2 - T_{\text{эт}}^2) \bar{T}_{\text{пр}} (\Delta T_{\text{пр}})}{(\bar{T}_1^2 - \bar{T}_{\text{пр}}^2)(\bar{T}_{\text{эт}}^2 - \bar{T}_{\text{пр}}^2)}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

5. Обработку результатов измерений провести согласно существующим правилам.

### Контрольные вопросы и задачи

1. Что такое момент инерции тела?
2. Что такое крутильные колебания?
3. Как определить момент инерции тела произвольной формы, пользуясь крутильным маятником?
4. Записать уравнение динамики вращательного движения.
5. Как соотносятся моменты инерции двух геометрически подобных тел, если отношение их линейных размеров равняется  $n$ , а плотность одинакова?
6. Сравнить теоретическое значение момента инерции исследуемого тела с экспериментальным.
7. Может ли быть у одного тела несколько разных значений момента инерции? Приведите примеры.

### Лабораторная работа № 6

**Тема.** Изучение законов динамики вращательного движения и определение моментов инерции твердых тел с помощью маятника Максвелла.

**Цель.** Выучить законы движения маятника Максвелла и определить с его помощью момент инерции твердых тел.

**Оборудование:** маятник Максвелла FRM-03, комплект сменных колец

### Теоретические сведения

Каждое сложное движение абсолютно твердого тела может быть представлено как совокупность простых движений: поступательного и вращательного.

Поступательным движением твердого тела называют такое его движение, при котором каждая его линия, которая соединяет две любые точки тела, перемещается параллельно самой себе. Во время поступательного движения смещение всех точек тела за любой промежуток времени одинаково. Поэтому во время поступательного движения твердого тела все его точки имеют в данный момент времени одинаковые скорости и ускорения. Таким образом, зная движение некоторой одной точки, мы можем определить движение всех других точек тела.

Вращательным движением называется такое движение, при котором траекториями всех точек тела являются концентрические круги с центром на одной прямой, которая называется осью вращения. Ось вращения может лежать вне тела или проходить сквозь него. Вращение тела характеризуется угловой скоростью и угловым ускорением. Причиной,

которая вызывает вращательное движение тела, является наличие моментов сил, которые действуют на тело. Моментом силы  $\vec{M}$  относительно произвольной точки называется векторное произведение:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}], \quad (6.1)$$

где  $\vec{F}$  – действующая сила;

$\vec{r}$  – радиус–вектор, который характеризует положение точки прикладывания силы относительно произвольно выбранной точки.

Угловая скорость  $\vec{\omega}$  одинакова для всех частиц тела при его вращении вокруг неподвижной оси. Изменение угловой скорости характеризуется величиной углового ускорения:

$$\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega} / dt. \quad (6.2)$$

Связь между линейной скоростью  $\vec{v}$  и угловой  $\vec{\omega}$  задается соотношением:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \vec{r}]. \quad (6.3)$$

Тангенциальное ускорение  $\vec{a}_\tau$  и угловое ускорение  $\vec{\varepsilon}$  связаны соотношением:

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \vec{r}]. \quad (6.4)$$

Связь между угловым ускорением и моментом сил, которые действуют на тело, которое вращается вокруг неподвижной оси z задается соотношением:

$$I_Z \varepsilon_Z = M_Z, \quad (6.5)$$

или

$$I_Z d\omega_Z / dt = M_Z, \quad (6.6)$$

где  $M_Z$  – проекция момента сил, который действует на тело, на ось z;

$\varepsilon_Z$  и  $\omega_Z$  – проекция углового ускорения и угловой скорости на ось z;

$I_Z$  – момент инерции относительно данной оси обращения z:

$$I_Z = \sum m_i r_i^2, \quad (6.7)$$

где  $m_i$  – масса i-ой точки тела;

$r_i$  – расстояние этой точки от оси обращения.

Выражения (6.5) и (6.6) представляют основной закон динамики для твердого тела, которое вращается вокруг неподвижной оси. Он аналогичен второму закону динамики для поступательного движения тела, только

вместо силы здесь входит момент сил относительно оси, вместо линейного ускорения – угловое, момент инерции тела относительно оси вращения вместо массы.

Величина момента инерции определяется пространственным распределением масс. Каждое тело, независимо от того, вращается оно или находится в состоянии покоя, имеет определенный момент инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело имеет массу независимо от того, движется оно, или находится в состоянии покоя. Аналитическое вычисление момента инерции выполняется путем интегрирования выражения:

$$I = \int_V r^2 \rho dV, \quad (6.8)$$

где  $\rho$  – плотность вещества в элементе объема  $dV$ , который находится на расстоянии  $r$  от оси вращения.

В случае сложной формы поверхности, которая ограничивает тело и неравномерном распределении плотности, аналитический подсчет момента инерции может быть довольно сложной задачей. Экспериментально же момент инерции определяется легко. В этой работе момент инерции определяется по помощи маятника Максвелла.

Если каким-нибудь образом определить момент инерции тела относительно оси, которая проходит через центр масс  $I_c$ , то момент инерции относительно любой параллельной ей оси  $I$ , будет определяться по теореме Штейнера:

$$I = I_c + md^2, \quad (6.9)$$

где  $d$  – расстояние между осями;

$m$  – масса тела.

Исходя из вышесказанного, будем представлять плоское движение твердого тела как совокупность поступательного движения и вращательного движения относительно оси, которая проходит через центр масс. При этом кинетическая энергия твердого тела будет определяться как сумма энергии поступательного движения со скоростью, равной скорости центра масс  $V_c$  и энергии вращения вокруг оси, которая проходит через центр масс тела и равной  $I_c \omega^2 / 2$ , где  $I_c$  – момент инерции тела относительно оси вращения:

$$E_k = mV_c^2 / 2 + I_c \omega^2 / 2. \quad (6.10)$$

## 1.1 Движение маятника Максвелла

Маятник Максвелла представляет собой тело с осью, которая проходит через центр масс и движется под влиянием силы веса на двух нитях, предварительно намотанных на ось вращения (рисунок 6.1). Нити во время движения вниз разматываются. Маятник, который раскрутился, продолжает вращательное движение в этом направлении и наматывает нить на ось, вследствие чего он поднимается вверх, замедляя при этом вращение. Дойдя до верхней точки, маятник снова будет опускаться вниз и т.д. Ось маятника будет делать обратнопоступательное движение.

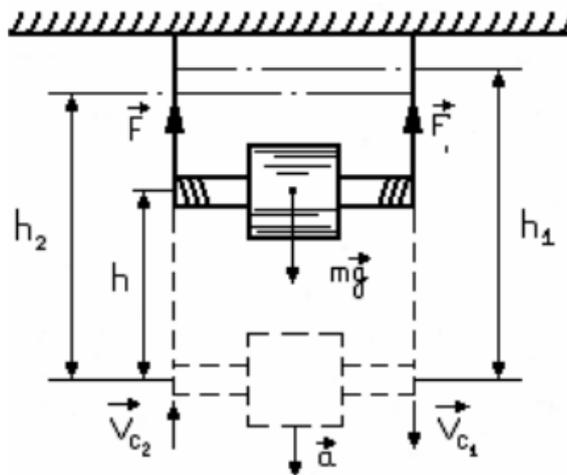


Рисунок 6.1 – Схема маятника Максвелла

Движение маятника может быть разбито на три стадии, а именно: его опускание, удар, подъем вверх. Согласно этому силы, которые действуют на маятник, должны быть подразделены на силы продолжительного действия (во время опускания и подъема) и силы кратковременного действия (во время удара). В первом случае эти силы не меняются в случае вращения, во втором - они резко увеличиваются и уменьшаются.

Удар во время опускания маятника отличается от удара, например шарика о плиту. Кинетическая энергия тела, которое падает (шарика) в первую стадию исчезает целиком. Во время удара маятника этого не происходит, потому что остается кинетическая энергия его вращения.

Уравнение движения маятника без учета сил трения о воздух и отклонение нитей от вертикали (оно очень малое) во время плоского движения маятника имеют вид:

$$ma = mg - 2F, \quad (6.11)$$

$$I_0 \varepsilon = DF, \quad (6.12)$$

$$a = \varepsilon D / 2, \quad (6.13)$$

где  $m$  – масса маятника;

$I_0$  – момент инерции маятника относительно оси вращения;

$D$  – внешний диаметр оси маятника вместе с намотанной на нее нитью подвески;

$2F$  – сила натяжения нитей.

Эти уравнения применимы как в первой, так и в третьей стадии движения маятника.

Начальные условия для них на разных стадиях разные. Если опускать маятник, начальная скорость его центра масс будет равняться нулю, во время его подъема она отлична от нуля.

Для скорости опускания центра инерции масс маятника непосредственно перед его ударом имеем:

$$V_{c1} = at_1 = 2h_1 / t_1, \quad (6.14)$$

где  $t_1$  – время движения маятника до удара;

$h_1$  – расстояние, на которое опускается маятник за это время.

Во время подъема маятника вверх он движется равнозамедленно с ускорением  $a$ , направленным как во время его опускания вниз.

Скорость движения его центра масс задается уравнением:

$$-V_c = -V_{c2} + at, \quad (6.15)$$

где  $V_c$  – скорость маятника через время  $t$

$V_{c2}$  – начальная скорость движения маятника вверх;

$t$  – время, отсчитываемое от начала этого движения;

Появление скорости  $V_{c2}$  обусловлено возникающим по инерции вращением маятника в нижней точке его траектории. Наматывание при этом вращении нитей на его стрежень и приводит к подъему с начальной скоростью  $V_{c2}$ .

Величина этой скорости определяется из условия равенства нулю конечной скорости:  $V_c = 0$ , тогда

$$V_{c2} = at_2 = 2h_2 / t_2, \quad (6.16)$$

где  $t_2$  – время подъема маятника до его остановки;

$h_2$  – расстояние, пройденное им за это время.

Расстояние, пройденное осью маятника во время его подъема, меньшая, чем во время его опускании. Различие этих расстояний характеризует уменьшение механической энергии в случае опускания (или подъема) маятника.

$$mgh = mV_c^2 / 2 + I_c \omega^2 / 2. \quad (6.17)$$

С учетом соотношения (6.14) или (6.16), получаем для момента инерции :

$$I_c = (mD^2 / 4)(gt_{1,2}^2 / 2h_{1,2} - 1) , \quad (6.18)$$

где  $t_{1,2}$  – время опускания (или подъема) маятника;

$h_{1,2}$  – расстояние, на которое опускается (поднимается) маятник.

Вторая стадия движения – удар. Явление удара тел, как уже упоминалось, сопровождается резким изменением сил взаимодействия при очень малом времени этих изменений. Эти силы сначала (первая стадия удара) нарастают, а потом (вторая стадия) уменьшаются. Зависимость этих сил от времени, как правило, неизвестная. Применение уравнения движения в явном виде становится невозможным.

### Описание экспериментальной установки

Общий вид установки изображен на рисунке 6.2. Подставка 1 оснащена регулируемыми ножками 2, которыми позволяют сделать выравнивание прибора. На подставке закреплена колонна 3, к которой прикреплен неподвижный верхний кронштейн 4 и подвижный нижний кронштейн 5. На верхнем кронштейне находится электромагнит 6, фотоэлектрический датчик №1 (7) и зажим 8 для упрочения и регулирования длины бифилярной подвески маятника. Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему фотоэлектрическим датчиком №2 (9) можно перемещать вдоль колонны и фиксировать в произвольно избранном положении. Маятник 10 прибора – это ролик, закрепленный на оси и подвешенный на бифилярном подвесе, на который накладываются сменные кольца 11, меняя таким образом момент инерции системы.

Маятник с наложенным кольцом поддерживается в вертикальном положении электромагнитом. Длина маятника определяется по миллиметровой шкале на колонне прибора.

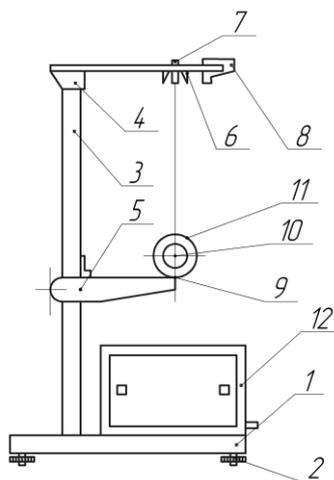


Рисунок 6.2 – Общий вид установки «Маятник Максвелла FRM-03»

С целью облегчения измерения нижний кронштейн оснащен красным указателем, помещенным на высоте оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика.

### Порядок выполнения работы

Перед началом работы необходимо провести выравнивание прибора. Нижний кронштейн прибора зафиксировать в крайнем нижнем положении. На ролик маятника наложить кольцо, прижимая его к упору. На ось маятника намотать нить подвески и зафиксировать ее. Проверить, отвечает ли нижний край кольца нулю шкалы на колонне. Если нет, отвинтите верхний кронштейн и отрегулируйте его высоту. Привинтите верхний кронштейн. Нажать кнопку «ПУСК» миллисекундомера. Деблокировать зажим для регулировки длины бифилярной подвески. Выбрать длину нити таким образом, чтобы край стального кольца после опускания маятника находился на 1 мм ниже оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика. Одновременно провести корректировку установки маятника, обращая внимание на то, чтобы ось его была параллельна подставке прибора. Блокировать зажим. Отжать клавишу «Пуск» миллисекундомера.

Намотать на ось маятника нить подвески, обращая внимание на то, чтобы она наматывалась равномерно – виток к витку. Фиксировать маятник с помощью электромагнита, обращая внимание на то, чтобы нить при этом положении была не очень натянута. Возвратить маятник в направлении его движения на угол близкий к  $5^{\circ}$ . Нажать клавишу «Сброс». Нажать клавишу «Пуск». Записать значение времени падения маятника. Провести измерение времени не менее 5 раз. По шкале на вертикальной колонне прибора определить длину маятника. Определим диаметр оси вместе с намотанной на нее нитью по формуле:

$$D = D_o + 2D_n, \quad (6.19)$$

где  $D_o$  – диаметр оси маятника;

$D_n$  – диаметр нити.

Определить массу маятника вместе с кольцом по формуле:

$$m = m_o + m_k + m_p, \quad (6.20)$$

где  $m_o$  – масса оси маятника;

$m_k$  – масса кольца;

$m_p$  – ролика.

Значение масс отдельных элементов нанесены на них.

По формуле (6.18) определить момент инерции маятника. Измерения провести с большой осторожностью, потому что маятник легко повредить, если даже незначительно погнуть его стрелку. Работу провести, строго следуя правилам техники безопасности.

Полученные данные эксперимента занесите в таблицу (таблица составляется самим студентом). Ниже таблицы запишите данные для расчета ошибок:

Количество опытов –  
 Коэффициент Стьюдента –  
 Систематические ошибки измерения:  
 времени (с) –  
 диаметра нити (м) –  
 диаметра кольца (м) –

высоты (м) –  
 диаметра оси (м) –

### Обработка результатов измерений

Вычислите по экспериментальным данным значения момента инерции маятника, а также относительную и абсолютную ошибки его определения:

$$\Delta I = |\bar{I}_C - I_T|, \quad (6.21)$$

$$\varepsilon = (\Delta I / I_T) 100\%, \quad (6.22)$$

где  $\bar{I}_C$  – среднее значение момента инерции, определенного экспериментально;

$I_T$  – теоретическое значение, рассчитанное по формуле:

$$I_T = I_o + I_p + I_k, \quad (6.23)$$

где  $I_o, I_p, I_k$  – моменты инерции оси маятника, ролика и кольца.

Значение отдельных моментов инерции определяются по формулам:

$$I_o = (1/8)m_o D_o^2, \quad (6.24)$$

$$I_p = (1/8)m_p (D_o^2 + D_p^2), \quad (6.25)$$

$$I_k = (1/8)m_k (D_p^2 + D_k^2), \quad (6.26)$$

где  $D_o$  – диаметр оси маятника  $D_o = 10$  мм;

$D_p$  – внешний диаметр ролика  $D_p = 86$  мм;

$D_k$  – внешний диаметр кольца  $D_k = 105$  мм.

Окончательный результат представьте в виде:

$$I_c = \bar{I}_c \pm \Delta I_c, \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\varepsilon = (\Delta \bar{I}_c / \bar{I}_c) \cdot 100 \%$$

### Контрольные вопросы и задачи

1. Сформулируйте условия равновесия твердого тела, имеющего неподвижную ось вращения.
2. Дайте анализ основного уравнения динамики вращательного движения.
3. Какое физическое содержание момента инерции твердого тела?
4. Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.
5. Как определяется кинетическая энергия тела, которое осуществляет поступательное и вращательное движение?

### Лабораторная работа № 7

**Тема.** Определение момента инерции маховика.

**Цель.** Научиться определять момент инерции тел относительно неподвижной оси вращения, правильно вести наблюдение, измерения, расчеты ошибок, учитывать силы трения в реальных системах.

**Практическое значение.** Исследуемые законы, явления лежат в основе работы машин и механизмов.

#### Теоретические сведения

Система, момент инерции которой определяется в данной работе, изображена на рисунке 7.1 – горизонтально расположенный вал. С ним жестко связан маховик 2 и шкив 1, на который наматывается тонкая нить (нерастяжимая), к свободному концу нити прикреплена гиря 3. Во время наматывания нити на шкив гиря 3 поднимается над полом на высоту  $h$ , при этом вал делает  $n_1$  оборотов.

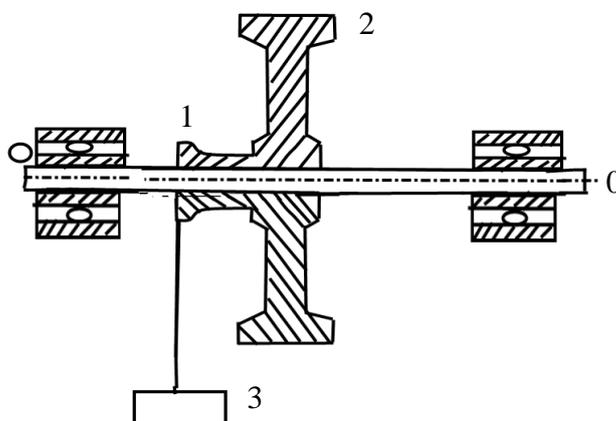


Рисунок 7.1 – Схема экспериментальной установки

Предоставив систему самой себе, гиря опускается, вал вместе с

маховиком ускоренно вращается. При этом угловая скорость системы зависит от высоты  $h$  поднятия гири  $З$ , ее массы и от момента инерции системы. При расчетах необходимо учесть действие силы трения в опорных подшипниках вала и рассчитать работу силы трения  $A$  за  $n_1$ , оборотов. Наблюдая замедленное вращение системы после того, как гиря достигла пола, а нить соскользнула со шкива, отсчитывают число оборотов  $n_2$  до полной остановки системы.

Система, в которой действуют силы трения, называется диссипативной. В этом случае изменение полной механической энергии равняется работе силы трения, то есть  $dW = dA_{\text{дис}}$ .

Рассматривая систему, мы видим, что она составляется из гири массой  $m$  и маховика (со шкивом и валом) с моментом инерции  $I$ . В тот момент, когда гиря поднята над полом на высоту  $h$ , система имеет потенциальную энергию  $mgh$ . В результате падения гири потенциальная энергия превращается в кинетическую энергию гири и маховика (не целиком, потому что есть сила трения). Когда гиря достигла пола, полная механическая энергия системы состоит из кинетической энергии поступательного движения гири  $mv^2/2$  и кинетической энергии вращательного движения маховика  $I\omega^2/2$ .

Изменение полной механической энергии за это время равняется работе силы трения

$$(mv^2/2 + I\omega^2/2) - mgh = A_1, \quad (7.1)$$

где  $v$  – скорость гири непосредственно перед ударом о пол;

$\omega$  – угловая скорость маховика в тот же момент времени;

$A_1$  – работа силы трения за  $n_1$  оборотов.

Силу трения можно приблизительно считать постоянной, и тогда движение гири будет равноускоренным. В этом случае

$$v = at; \quad h = at^2/2, \quad (7.2)$$

где  $a$  – линейное ускорение гири;

$t$  – время падения гири.

Из этих уравнений следует:

$$v = 2h/t. \quad (7.3)$$

Угловая скорость вращения  $\omega = v/r$ . С учетом (7.3) имеем

$$\omega = 2h/rt, \quad (7.4)$$

где  $r$  – радиус шкива.

Величины  $t$ ,  $n$ ,  $r$  непосредственно измеряются,  $v$  и  $\omega$  вычисляются.

Для определения момента инерции нужно по формулам найти работу силы трения за время падения груза. Если сила трения постоянна, то работа ее пропорциональна числу оборотов за время падения гири.

Работа за  $n_1$  и  $n_2$  оборотов соответственно равна:

$$A_1 = -\alpha n_1; \quad A_2 = -\alpha n_2,$$

где  $\alpha$  – положительный коэффициент,

$n_1$  – число оборотов системы за время падения гири,

$n_2$  – число оборотов от момента, когда гиря достигла пола и нить соскользнула со шкива до полной остановки системы.

Работа силы трения отрицательна. Учитывая, что  $\alpha = I\omega^2/2n_2$ , получим

$$A_1 = -n_1 I \omega^2 / 2n_2. \quad (7.5)$$

Подставим  $A_1$  в равенство (7.1):

$$\left( m v^2 / 2 + I \omega^2 / 2 \right) - mgh = -n_1 I \omega^2 / 2n_2.$$

После преобразования получаем:

$$I = \frac{m r^2 (g t^2 - 2h)}{2h (1 + n_1/n_2)}. \quad (7.6)$$

Формулу (7.6) можно упростить, поскольку в данной лабораторной работе величина  $g t^2 \gg 2h$ . Кроме того,  $r = d/2$ , где  $d$  – диаметр шкива. В итоге получим:

$$I = \frac{m g d^2 t^2}{8h (1 + n_1/n_2)}. \quad (7.7)$$

### Порядок выполнения работы

1. Штангенциркулем несколько раз измерьте диаметр шкива в разных местах.

2. Накиньте петлю, которая есть на свободном конце нити, привязанной к грузу 3 на шкив 1; вращая маховик, поднимите гирю над полом на высоту  $h$ . Причем  $h$  должна отвечать целому числу оборотов  $n_1$ . Для этого при нижнем положении гири, для натянутой нити, на маховике мелом наносят горизонтальную черточку. За этой черточкой нужно следить во время наматывания нити на шкив.

3. Измерьте высоту поднятия гири  $h$  от пола до ее нижнего положения,

4. Отпустите маховик и одновременно включите секундомер. Остановите его в тот момент, когда гири достигнет пола. Показание секундомера  $t$  занесите в таблицу 7.1.

5. Подсчитайте число оборотов маховика  $n_2$  после удара гири о пол до полной остановки. Опыты 3, 4, 5 повторите не менее пяти раз. Результаты измерений занесите в таблицу 7.1.

6. Ниже таблицы запишите данные для расчетов ошибок.

Таблица 7.1 – Результаты измерений

№ п/п	$m$ , (кг)	$h$ , (м)	$n_1$	$n_2$	$d$ , (м)	$t$ , (с)	$I$ , (кг · м <sup>2</sup> )

Количество опытов =

Масса маховика (кг) =

Коэффициент Стьюдента =

Радиус маховика (м) =

Систематические ошибки:

массы гири (кг) =

высоты (м) =

времени (с) =

диаметра шкива (м) =

$\Delta n_1$  и  $\Delta n_2$  практически можно пренебречь.

### Обработка результатов измерений

Обработку результатов измерений проведите согласно существующим правилам.

### Контрольные вопросы

1. Какие системы называются консервативными и диссипативными?
2. За счет действия каких сил меняется механическая энергия системы? Как подсчитываются эти изменения?
3. Что такое момент инерции? Может ли быть у одного тела несколько разных значений момента инерции? Приведите примеры.
4. Какие силы влияют на угловую скорость вращения маховика? Как направлены векторы моментов этих сил?
5. Как изменится угловое ускорение, если натяжение нити увеличить в 2 раза?
6. Запишите и сформулируйте закон сохранения и преобразования энергии для систем, в которых наряду с поступательным движением имеет место и вращательное движение.

## Лабораторная работа № 8

**Тема.** Определение скорости пули с помощью баллистического крутильного маятника.

**Цель.** Изучение принципа действия баллистического маятника и определение скорости пули методом крутильного маятника.

**Приборы и материалы:** экспериментальная установка.

### Теоретические сведения

Основным элементом экспериментальной установки является крутильный маятник (рисунок 8.1). Пуля массой  $m$  попадает в чашечку А, наполненную пластилином, которая помещена на конце горизонтального стрежня. Горизонтальный стержень с подвижными грузами М и стальным вертикальным проводом образует крутильный маятник.

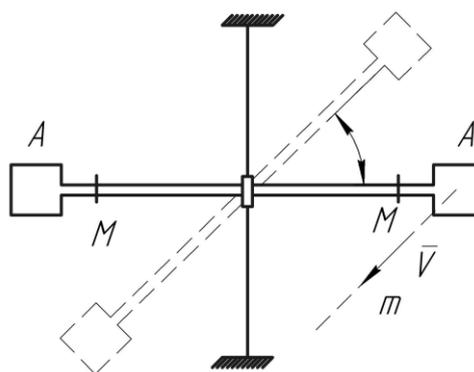


Рисунок 8.1 – Схема крутильного маятника

Вследствие попадания пули маятник начинает вращаться вокруг вертикальной оси. При условии, что время торможения пули в чашечке А много меньше периода колебаний маятника, можем воспользоваться законом сохранения момента импульса:

$$mv\ell = (I_{\text{п}} + I)\Omega, \quad (8.1)$$

где  $v, m$  – соответственно скорость и масса пули;

$\ell$  – расстояние от оси колебания маятника до места попадания пули в пластилин;

$I_{\text{п}}$  – момент инерции пули относительно оси колебания маятника;

$I$  – момент инерции маятника относительно оси колебания;

$\Omega$  – угловая скорость маятника непосредственно после удара.

С учетом того, что  $I \gg I_{\text{п}}$  из (8.1) получаем

$$v = I\Omega / m\ell. \quad (8.2)$$

В случае поворота маятника из положения равновесия на некоторый угол  $\phi$  на него со стороны нити действует момент упругой силы

$$M_{\text{уп}} = -D\phi \quad (8.3)$$

пропорциональный углу поворота  $\phi$ ;  $D$  – постоянная, характеризующая момент упругих сил.

Для определения периода колебаний, воспользуемся уравнением движения твердого тела,

$$M_{\text{пр}} = I\varepsilon, \quad (8.4)$$

где  $\varepsilon = d^2\phi/dt^2$  – угловое ускорение. Уравнение (8.4) с учетом (8.3) принимает вид

$$I\ddot{\phi} + D\phi = 0. \quad (8.5)$$

Приведем уравнение (8.5) к виду:

$$\ddot{\phi} + (D/I)\phi = 0. \quad (8.6)$$

Уравнение (8.6) имеет решение  $\phi = \phi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0)$ ,

где  $\phi_0$ ,  $\alpha_0$  – амплитуда и начальная фаза соответственно;

$\omega_0 = \sqrt{D/I}$  – собственная частота колебаний (циклическая), связанная с периодом  $T$  формулой

$$\omega_0 = 2\pi/T. \quad (8.7)$$

Для определения величины  $\Omega$  применим закон сохранения энергии: максимальная кинетическая энергия маятника  $E_{k\text{max}} = I\Omega^2/2$  будет равняться максимальной потенциальной энергии  $E_{\text{пmax}} = D\phi_{\text{max}}^2/2$ .

$$I\Omega^2/2 = D\phi_{\text{max}}^2/2. \quad (8.8)$$

Следует отметить, что (8.8) получено для незатухающих колебаний, в то время как на самом деле колебания всегда затухают (через трение о воздух, не жесткого крепления точки подвеса и т.д.). Если, однако, затухание небольшое, то есть изменение амплитуды колебаний за период много меньше самой амплитуды, то соотношением (8.8) можно пользоваться. Критерием его применимости служит неравенство

$$N \gg 1, \quad (8.9)$$

где  $N$  – число полных колебаний, после которых амплитуда уменьшается в 2 раза.

Из (8.7) и (8.8) имеем

$$\Omega = 2\pi\phi_{\text{max}}/T. \quad (8.10)$$

Подставляя (8.10) в (8.2), получим

$$\upsilon = 2\pi I \phi_{\max} / T m \ell. \quad (8.11)$$

Момент инерции маятника определяется

$$I = I_0 + 2MR^2, \quad (8.12)$$

где  $I_0$  – момент инерции маятника (без грузов) относительно оси вращения;

$2M$  – масса двух имеющихся на маятнике подвижных грузов;

$R$  – расстояние от центра масс каждого из этих грузов до оси вращения.

Период колебаний маятника

$$T = 2\pi \sqrt{(I_0 + 2MR^2) / 2} \quad (8.13)$$

зависит от  $R$ . Для двух значений  $R$  имеем:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{(I_0 + 2MR_1^2) / D}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{(I_0 + 2MR_2^2) / D}. \quad (8.14)$$

С (8.14) нетрудно найти  $I_0$ :

$$I_0 = 2M(R_2^2 T_1^2 - R_1^2 T_2^2) / (T_2^2 - T_1^2). \quad (8.15)$$

Для уменьшения ошибки, с которой определяется величина  $I_0$ , расстояние  $R_1$  следует выбрать минимальным до оси обращения, а  $R_2$  – максимальным от нее.

Подставляя (8.12) и (8.15) в (8.11), находим окончательную формулу для расчетов  $\upsilon$ :

$$\upsilon = 4\pi M T_1 \phi_{\max} (R_2^2 - R_1^2) / m \ell (T_2^2 - T_1^2). \quad (8.16)$$

### Описание установки

Общий вид баллистического маятника показан на рисунке 8.2. Подставка 1 прибора оснащена регулируемыми ножками 2, что позволяет выставить горизонтальное положение прибора.

На подставке закреплена колонна 3, на которой находятся верхний 4, нижний 5 и средний 6 кронштейны. К среднему кронштейну прикреплено стреляющее устройство 7, а также прозрачный экран, с нанесенной на него угловой шкалой 8 и фотозлектрический датчик 9. Кронштейны 4 и 5 имеют зажимы для крепления стального провода 13. На проводе подвешен маятник, который состоит из двух чашечек, наполненных пластилином 10,

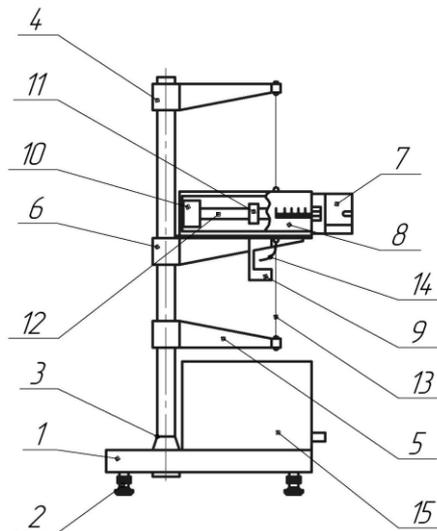


Рисунок 8.2 – Общий вид баллистического маятника

двух перемещаемых грузов 11, двух стрелней 12 и водилки 14. Фотоэлектрический датчик соединен с универсальным миллисекундомером 15. Вид передней панели миллисекундомера представлен на рисунке 8.3.

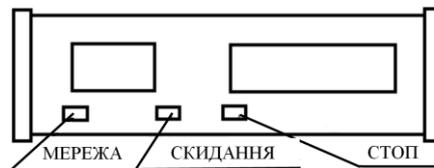


Рисунок 8.3 – Вид передней панели миллисекундомера

### Порядок выполнения работы

1. Приведите установку в горизонтальное положение.
2. Подвижные грузы  $M$ , находящиеся на стрелне маятника, максимально приблизьте один к другому. Измерьте значение  $R_1 = R_{\min}$ .
3. Поставьте маятник в таком положении, чтобы черточка на чашечке показывала угол отклонения  $\phi = 0$ .
4. Выстрелите пулей из стреляющего устройства.
5. Измерьте отклонение маятника  $\phi = \phi_{\max}$  и прицельное расстояние  $l$ .
6. Включите прибор (кнопка «Сеть») и обнулите показание миллисекундомера (кнопка «Сброс»).
7. Отклонит маятник на угол  $\phi = \phi_{\max}$ .
8. Нажмите кнопку «Сброс», деблокировав тем самым измеритель времени и отпустите маятник.
9. Измерьте время 10-ти колебаний и найдите их период  $T_1 = t_1/10$  (для фиксирования нужного числа периодов пользуйтесь кнопкой «Стоп»).

10. Измерьте число полных колебаний  $N$ , после которых амплитуда уменьшится в 2 раза. Проверьте, выполняется ли неравенство (8.9).

11. Максимально удалите друг от друга грузики  $M$  ( $R_2 \approx R_{\max}$ ) и повторите действия согласно гг.7-8.

12. Измерьте время 10-ти колебаний и вычислите их период  $T_2 = t_2/10$ .

13. Измерения выполните несколько раз и результаты измерений занесите в таблицу 8.1.

14. Ниже таблицы 8.1 запишите данные для расчетов ошибок.

Таблица 8.1 – Результаты измерений

№	$\phi_{\max}$	$\ell$ (м)	$N$	$R_1$ (м)	$R_2$ (м)	$T_1$ (с)	$T_2$ (с)	$v$ (м/с)

Количество опытов –

Коэффициент Стьюдента –

Масса одного грузика на маятнике  $M = 0,2$  кг

Масса шара  $m = 2,12 \cdot 10^{-3}$  кг

Систематические ошибки:

угла (рад) –

расстояния (м) –

периодов колебаний  $T_1$  и  $T_2$  (с) –

массы пули (кг) –

расстояний  $R_1$  и  $R_2$  (м) –

### Обработка результатов экспериментов

Проведите статистическую обработку результатов эксперимента согласно существующим правилам. Систематическую ошибку скорости шара определите по формуле:

$$\frac{(\Delta V)_{\text{пр}}}{\bar{V}} = \frac{(\Delta \phi_{\max})_{\text{пр}}}{\bar{\phi}_{\max}} + \frac{(\Delta \ell)_{\text{пр}}}{\bar{\ell}} + 2 \frac{(\Delta R)_{\text{пр}}}{\bar{R}_2 - \bar{R}_1} + \frac{2(\bar{T}_1 + \bar{T}_2)^2 \Delta T_{\text{пр}}}{(\bar{T}_2^2 - \bar{T}_1^2)^2 \bar{T}_1}.$$

### Контрольные вопросы и задачи

1. Дайте определения момента импульса относительно точки и относительно неподвижной оси вращения.

2. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.

3. Выведите расчетную формулу для определения скорости шара.

4. При каких упрощающих предположениях развита теория опыта?

5. На основании экспериментальных данных оцените постоянную момента упругих сил  $D$ .

6. По экспериментальным результатам оценит кинетическую энергию маятника  $E_{k_{\max}} = D\phi/2$ . Определите, какая часть кинетической энергии шара во время удара переходит в теплоту.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Загальна фізика: лабораторний практикум: навч. посіб. / В.М. Барановський, П.В. Бережний, І.Т. Горбачук та ін. – К.: Вища школа, 1992. – 509 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика: учебн. пособ. – 2-е изд. / И.В. Савельев. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 432 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. для студентов вузов / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1985. – 432 с.
4. Детлаф А.А. Справочник по физике / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 351 с.
6. Физический энциклопедический словарь / [гл. ред. А.М. Прохоров; ред. кол. Д. М. Алексеев, А.М. Бонч-Бруевич, А.С. Боровик-Романов и др.]. – М.: Сов. энциклопедия, 1983. – 928 с.
7. Руководство к лабораторным занятиям по физике / Л.Л. Гольдин, Ф.Ф. Игошин, С.М. Козел и др. – М.: Наука, 1973. – 687 с.

## Приложение А

### Обработка экспериментальных данных с помощью ЭВМ

1. Включить ЭВМ и принтер. Вставить бумагу.
2. Войти в каталог МЕХАНИКА.
3. Запустить нужный файл:
4. Ввести: фамилия, имя и отчество, название группы, дату выполнения расчетов.
5. Результаты компьютерной обработки лабораторной работы показать преподавателю, а потом подклеить их в тетрадь.

Таблица А.1

Название лабораторной работы	Название exe - файла	Название xls - файла
------------------------------	----------------------	----------------------

### МЕХАНИКА

1м	1m.exe	1m xls
2м		
3м		
4м	4m.exe	4m xls
5м	5m.exe	
6м	6m.exe	
7м	7m.exe	
8м	8m.exe	

6. Ввести: фамилия, имя и отчество, название группы, дату выполнения расчетов.
7. Результаты компьютерной обработки лабораторной работы показать преподавателю, а потом подклеить их в тетрадь.

## Приложение Б

Коэффициент Стьюдента  $t_{\alpha,n}$ 

Таблица Б.1

n	$\alpha$	
	0,9	0,95
2	6,31	12,7
3	2,92	4,3
4	2,35	3,18
5	2,13	2,78
6	2,02	2,57
7	1,94	2,45
8	1,90	2,37
9	1,86	2,31
10	1,83	2,26
11	1,81	2,23
12	1,80	2,20
13	1,78	2,18
14	1,77	2,16
15	1,76	2,15
16	1,75	2,13
17	1,75	2,12
18	1,74	2,11
19	1,73	2,10
20	1,73	2,09
21	1,73	2,09
22	1,72	2,08
23	1,72	2,07
24	1,71	2,07
25	1,71	2,06
26	1,71	2,06
27	1,71	2,06
28	1,70	2,05
29	1,70	2,05
30	1,70	2,05
31	1,70	2,04

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

**Галиахметов** Алмаз Мансурович  
**Ефремова** Мария Поликарповна  
**Ставцев** Валерий Васильевич  
**Косенко** Ульяна Вячеславовна

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА» (РАЗДЕЛ «МЕХАНИКА»)  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ: 23.03.03  
«ЭКСПЛУАТАЦИЯ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН И  
КОМПЛЕКСОВ», 23.05.01 «НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНО-  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА», 08.03.01 «СТРОИТЕЛЬСТВО»,  
20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ», 08.05.03  
«СТРОИТЕЛЬСТВО, ЭКСПЛУАТАЦИЯ, ВОСТАНОВЛЕНИЕ И  
ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИКРЫТИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ, МОСТОВ  
И ТОННЕЛЕЙ», 27.03.04 «УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ  
СИСТЕМАХ».**

Подписано к выпуску 24.11.16 г. Гарнитура Times New.  
Усл. печ. лист. 3,75. Зак. № 678 .

---

Государственное образовательное учреждение  
Высшего профессионального образования  
«Донецкий национальный технический университет»  
Автомобильно-дорожный институт  
284646, г. Горловка, ул. Кирова, 51  
e-mail: print-adi@adidonntu.ru  
Редакционно-издательский отдел

