

**Р.В. Федюн, Е.С. Федотов**

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк  
кафедра автоматики и телекоммуникаций  
E-mail: [frv76@list.ru](mailto:frv76@list.ru), [serafim.jar@yandex.ru](mailto:serafim.jar@yandex.ru)

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА НАГРЕВА ЗАГОТОВОВОК В МЕТОДИЧЕСКОЙ НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЕЧИ

### Аннотация

**Федюн Р.В., Федотов Е.С.** *Математическое описание процесса нагрева заготовок в методической нагревательной печи.* Представлены общие сведения о процессе нагрева заготовок в методической нагревательной печи. Получено математическое описание температурного профиля печи, статические и динамические модели процесса нагрева заготовок. Построена структура модели процесса нагрева заготовок в МНП с учетом производительности прокатного стана.

**Ключевые слова:** методическая нагревательная печь, температурный профиль, нагрев металла, математическая модель, теплообмен.

### Общая постановка проблемы.

В настоящее время в прокатных цехах металлургических заводов широкое распространение получили методические нагревательные печи (МНП), имеющие несколько зон нагрева. Исследуемая трехзонная методическая нагревательная печь представлена на рис.1.

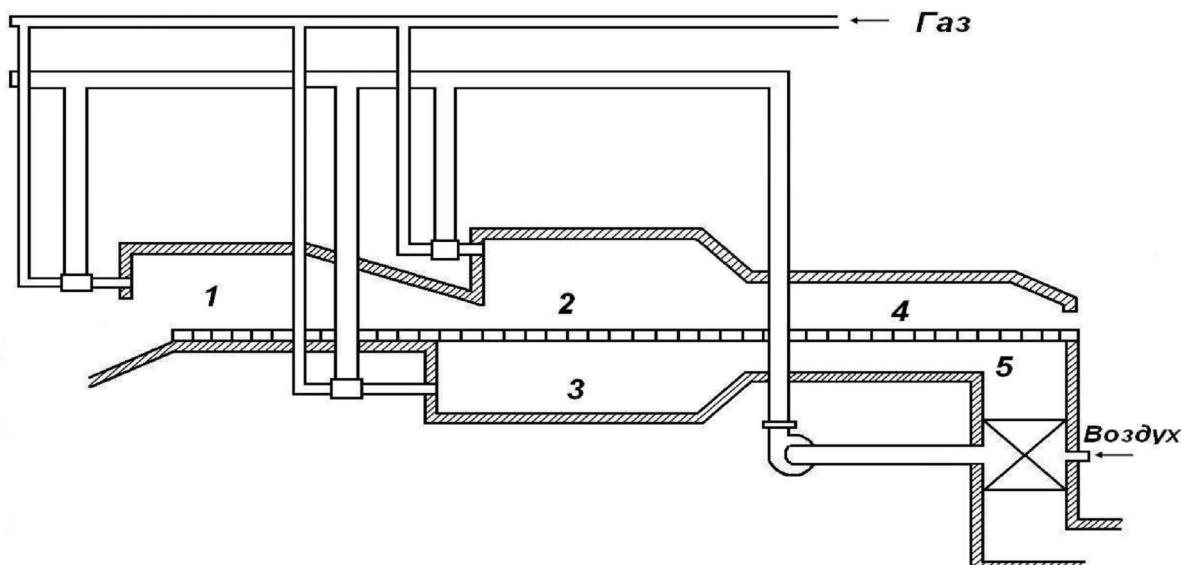


Рисунок 1 – Трехзонная методическая печь:

1 – томильная зона; 2 – верхняя сварочная зона; 3 – нижняя сварочная зона;  
4 – верхняя методическая зона; 5 – нижняя методическая зона

Методические печи являются высокопроизводительными непрерывно действующими агрегатами, работающими по принципу противотока – продукты горения движутся навстречу нагреваемому металлу. Для нагрева заготовки загружаются в наиболее холодную

часть методической зоны печи и постепенно продвигаются через сварочную и томильную зоны к окну выдачи.

В методической зоне металл нагревается за счет тепла, поступающего из отапливаемой сварочной зоны (зоны высоких температур), которая предназначена для интенсивного нагрева металла. Температура поверхности нагреваемого тела в сварочной зоне приближается к заданной, в то время как температура середины заготовки все еще низкая. Выравнивание температур в заготовке происходит в томильной зоне. В верхней, нижней сварочных и томильной зонах установлены горелки для сжигания газообразного топлива.

На сегодняшний день математическое моделирование МНП как объекта автоматического управления является актуальной задачей, так как при создании новых систем автоматического управления требуются более точные модели, учитывающие весь спектр сложных процессов при тепловой обработке заготовок в печах. Экономическое обоснование данной точности выражается в минимизации затрат на расходы топлива, повышении качества готовой продукции и в увеличении долгосрочности эксплуатации МНП и прокатного стана.

Связь между температурой металла и печного пространства не является однозначной, а непрерывно видоизменяется в зависимости от режима работы печи, сортамента и координаты нагреваемой заготовки, что приводит к значительному разбросу температур металла на выдаче из-за несвоевременного нагрева или неправильного изменения задания регуляторам температуры в зонах. Нагрев металла в методической печи является распределенным процессом, в результате чего все заготовки в зоне имеют различные температуры поверхности и различное распределение температур по сечению.

#### **Постановка задач исследования.**

Для получения математической модели процесса нагрева заготовок в методической печи необходимо решить следующие задачи:

- 1) получить динамическую модель температурного профиля печи;
- 2) получить математическое описание процесса нагрева заготовок, с учетом не только температуры поверхности, но и ее распределения по сечениям;
- 3) разработать структуру модели процесса нагрева заготовок в МНП с учетом связности параметров технологических модулей.

#### **Решение задач и результаты исследований.**

Исследование температурных режимов нагрева металла в многозонных методических печах с дутьевыми горелками типа «труба в трубе» показывает [1], что распределение температуры рабочего пространства по длине зоны (температурный профиль) носит существенно неравномерный характер. Для всех зон печи характерна экстремальность температурного профиля с перепадом температур по длине зоны до 100 °C. Однако в работах, посвященных моделированию и управлению процессами нагрева металла [2], это обстоятельство до настоящего времени не учитывалось. Анализ полученных в результате экспериментов данных позволяет определить совокупность параметров, оказывающих наибольшее влияние на вид температурного профиля зоны методической печи, это:  $G_T$  – расход топлива;  $C_O$  – соотношение топливо-воздух;  $Q_H$  – теплота сгорания отопительного газа;  $M$  – производительность печи. Таким образом, моделирование температурного профиля печи сводится к определению функциональной зависимости:

$$T_{\Pi}(y, \tau) = \Phi[G_T(\tau), C_O(\tau), Q_H(\tau), M(\tau), y], \quad (1)$$

где  $T_{\Pi}(y, \tau)$  – температурный профиль зоны печи;  $y$  – координата по длине зоны печи,  $0 \leq y \leq L$ ,  $L$  – длина всей зоны;  $\tau$  – время.

Для определения вида функционала  $\Phi$  используют известные методы моделирования объектов автоматического регулирования на основе статических и динамических

характеристик. Предположим, что в зоне установлено  $n$  термопар и  $i = 1, 2, \dots, n$  – номер термопары. Тогда для каждой термопары можно записать следующие уравнение [4]:

$$T^i(p) = H_G^i G_T(p) + H_{C_O}^i C_O(p) + H_{Q_H}^i Q_H(p) + H_M^i M(p), \quad (2)$$

где  $H_G^i, H_{C_O}^i, H_{Q_H}^i, H_M^i$  – передаточные функции по соответствующему каналу для  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Передаточные функции по каналам температура печи – расход топлива, соотношение топливо-воздух, производительность печи, теплота сгорания представляют собой статический объект первого порядка с запаздыванием [3]:

$$H_v^i(p) = \frac{k_v e^{-p\tau_a^i}}{(\tau_a^i p + 1)}, \quad (3)$$

где индекс  $v$  может принимать значение:  $G, C_O, Q_H, M$  для соответствующих передаточных функций;  $k_v$  – соответствующий коэффициент передачи;  $\tau_a^i, \tau_o^i$  – постоянная времени и запаздывание термопары  $i$ .

Формула (2) справедлива для любого номера  $i$ , например для  $i = j$ . Из (2) может быть получена функция расхода топлива:

$$G_T(p) = (H_G^j)^{-1} \cdot (T^j(p) - H_{C_O}^j C_O(p) - H_{Q_H}^j Q_H(p) - H_M^j M(p)); \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получим:

$$\begin{aligned} T^i(p) = & \left( \frac{H_G^i}{H_G^j} \right) T^j(p) + \left( H_{C_O}^i - \frac{H_G^i}{H_G^j} H_{C_O}^j \right) C_O(p) + \left( H_{Q_H}^i - \frac{H_G^i}{H_G^j} H_{Q_H}^j \right) Q_H(p) + \\ & + \left( H_M^i - \frac{H_G^i}{H_G^j} H_M^j \right) M(p) \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя (3) в (5) и переходя к оригиналам, применив обратное преобразование Лапласа, получим:

$$\begin{aligned} T^i(\tau) = & T^i(0) e^{-\tau/\tau_a^i} + \frac{k_G^i \tau_a^j}{k_G^j \tau_a^i} T^j(\tau - \tau_o^i + \tau_o^j) + \frac{1}{\tau_a^i} e^{-\tau/\tau_a^i} \cdot \\ & \cdot \int_0^\tau \left[ (1 - \frac{\tau_a^j}{\tau_a^i}) T^i(\tau - \tau_o^i + \tau_o^j) + (k_{C_O}^i - \frac{k_G^i}{k_G^j} k_{C_O}^j) C_O(\tau) + \right. \\ & \left. + (k_{Q_H}^i - \frac{k_G^i}{k_G^j} k_{Q_H}^j) Q_H(\tau) + (k_M^i - \frac{k_G^i}{k_G^j} k_M^j) M(\tau) \right] e^{-\tau/\tau_a^i} d\tau. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение (6) описывает поведение температуры в  $i$ -том сечении рабочего пространства печи. Для задания распределения температуры по длине зоны можно воспользоваться интерполяционной формулой Лагранжа:

$$T_N(y, \tau) = \sum_{i=1}^n \frac{\omega(y) T^i(\tau)}{\omega'(y)(y - y_i)}, \quad (7)$$

где  $\omega(y) = (y - y_1)(y - y_2) \dots (y - y_n)$ , а  $y_1, y_2, \dots, y_n$  – координаты установки термопар.

Важнейшим параметром, характеризующим работу печного агрегата, является температура металла нагреваемых заготовок. При управлении работой методическими нагревательными печами для каждой марки стали и для каждого вида обработки давлением при прокатке на стане задается определенный диапазон температур, за пределами которого нагрев металла является технологически недопустимым [4]. Существенной является не только температура поверхности заготовки, но и ее распределение по толщине, что

сказывается на качестве готовой продукции, на себестоимости затрат на прокатку и на изнашиваемость оборудования прокатного стана. Однако непрерывный замер этого распределения для всех нагреваемых заготовок в процессе нормальной эксплуатации печи невозможен, поэтому в системах и алгоритмах управления, а также в системах защиты используют только температуру поверхности. Температуру внутри заготовки определяют расчетным путем, используя различные математические модели, от точности которых в итоге зависит качество управления нагревом, а значит и экономическая сторона данного технологического процесса. Точность модели должна быть согласована с требованиями, предъявляемыми к системе управления. Это значит, что достаточно точная и в силу этого сложная модель может быть не реализуема в реальной системе управления, а достаточно простая модель может не обеспечить заданного качества управления в сложной системе.

Нагрев металла в печах представляет собой сложный теплотехнический процесс, в котором выделяется совокупность взаимосвязанных более простых процессов: физических (движение газов, металла, теплопередача) и химических (горение топлива, окисление и обезуглероживание металла).

Процесс нагрева металла складывается из внешнего и внутреннего теплообмена. В рабочем пространстве печи (внешний теплообмен) выделяются следующие элементарные процессы:

- 1) тепловыделение в газовой фазе химической энергии топлива;
- 2) теплообмен продуктов горения с кладкой печи и через нее с окружающей средой, нагреваемым металлом, водоохлаждаемыми глиссажными трубами, окружающей средой через окна печи.

Нагрев металла по сечению заготовки (внутренний теплообмен) зависит от условий теплообмена в рабочем пространстве печи, теплофизических свойств металла и геометрических свойств самих заготовок.

При разработке математической модели процесса нагрева металла в зоне печи принимаются следующие упрощающие предложения:

- 1) нагреваются однотипные заготовки с одинаковыми геометрическими размерами и теплофизическими параметрами;
- 2) производительность печи, а, следовательно, и время нагрева каждой заготовки, постоянны;
- 3) расход топлива  $G_{ri}$ ,  $i = 1, N$  по зонам печи и коэффициент расхода воздуха не меняются во времени;
- 4) сечение каждой зоны постоянно по длине печи;
- 5) продукты горения равномерно заполняют все сечение зоны, температура газов постоянна по ширине печи и изменяется только по длине;
- 6) отсутствует тепло- и массообмен между продуктами горения верхних и нижних зон печи;
- 7) сгорание топлива мгновенное, тепловыделение в газовой фазе отсутствует;
- 8) не учитывается распространение тепла в металле и газе вдоль печи;

Принятые предложения позволяют считать процесс нагрева стационарным. В зонах печи устанавливается постоянный тепловой режим: температуры продуктов горения, кладки и металла по сечению в каждой точке противотока не меняются во времени. Процесс нагрева металла в зоне печи описывается следующими уравнениями [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial X} = \frac{\partial^2 T(\rho, X)}{\partial \rho^2}; \quad (8)$$

$$-\frac{\partial T(0, X)}{\partial \rho} = SR_1 \{[T_r^i(X)]^4 - [T(0, X)]^4\} + Bi_1[T_r^i(X) - T(U, X)]; \quad (9)$$

$$\frac{\partial T(1, X)}{\partial \rho} = SR_2 \{ [T_r^{i+1}(X)]^4 - [T(1, X)]^4 \} + Bi_2 [T_r^{i+1}(X) - T(1, X)]; \quad (10)$$

$$\frac{dT_r^i(X)}{dX} = W_i \{ SR_1 [T_r^i(X)]^4 - T(0, X)^4 \} + Bi_1 [T_r^i(X) - T(0, X)] + Bi_1^* [T_r^i(X) - T_{okp}]; \quad (11)$$

$$\frac{dT_r^{i+1}(X)}{dX} = W_2 \{ SR_2 [T_r^{i+1}(X)]^4 - T(1, X)^4 \} + Bi_2 [T_r^{i+1}(X) - T(1, X)] + Bi_2^* [T_r^{i+1}(X) - T_{okp}]; \quad (12)$$

Границные условия (9), (10) и уравнения тепловых балансов (11), (12) описывают процесс нагрева металла и изменение температуры газов по длине зоны при двухстороннем нагреве. Особенностью томильной зоны является односторонний нагрев, заготовки лежат здесь на подине, поэтому граничное условие (9) приобретает вид:

$$-\frac{\partial T(0, X)}{\partial \rho} = 0; \quad (13)$$

Для металла, сажаемого в печь, известно распределение температуры по сечению:

$$T(\rho, 0) = T_H(\rho), \quad 0 \leq \rho \leq 1; \quad (14)$$

В точках  $X_i^*$  по длине печи между двумя отапливаемыми зонами температура газа имеет разрыв, так как в торцах зон имеются горелочные устройства. Под  $T_r^i(X_{+0})$  будем понимать температуру газа, уходящего из  $i$ -той зоны.

Здесь для  $i = 1, N$ :

$$\rho = \frac{r}{S}; \quad (15)$$

$$X = \frac{aX}{vS^2}; \quad (16)$$

$$SR_i = \frac{\sigma_i (T^*)^3 S}{\lambda}; \quad (17)$$

$$Bi_i = \frac{\alpha_i S}{\lambda}; \quad (18)$$

$$Bi_i^* = \frac{k_i \sum S \Pi_i}{\lambda f}; \quad (19)$$

$$W_i = \frac{MC_M}{G_{Ti}C_\Gamma}; \quad (20)$$

безразмерная температура металла и окружающей среды:

$$T = \frac{T}{T^*}, \quad T_{okp} = \frac{T_{okp}}{T^*}; \quad (21)$$

безразмерная температура газов в  $i$ -той зоне печи:

$$T_r^i = \frac{T_r^i}{T^*}; \quad (22)$$

где  $\sigma$ ,  $\alpha_i$  – коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена в  $i$ -той зоне;  $r$  – координата по сечению заготовки толщины  $S$ ;  $X$  – координата по длине противотока, отсчитываемая от места посадки металла в печь;  $X_i^*$  – значение координаты конца  $i$ -той зоны;  $a$ ,  $\lambda$  – коэффициенты температуро- и теплопроводности металла в зоне печи;  $C_M$ ,  $C_\Gamma$  – теплоемкость металла и продуктов горения;  $v$  – скорость движения металла;  $\Pi_i$  – периметр поперечного сечения  $i$ -той зоны;  $f$  – площадь поверхности нагреваемого металла,

расположенного на участке печи единичной длины;  $k_i^{\Sigma}$  – суммарный коэффициент потерь тепла рабочим пространством  $i$ -ой зоны, определяется по формуле:

$$k_i^{\Sigma} = k_{KL}^i + k_{вод}^i \frac{f_1}{\Pi_i}, \quad (23)$$

где  $k_{KL}^i, k_{вод}^i$  – коэффициенты теплопередачи от газов через кладку в окружающую среду и через стенки водоохлаждаемых элементов к воде;  $f_1$  – площадь поверхности водоохлаждаемых элементов, приходящихся на единицу длины печи.

Производительность печи определяется из соотношения:

$$M = \gamma \nu s 2l \quad (24)$$

$\gamma$  – удельный вес металла;  $l$  – длина заготовки.

Количество продуктов горения, проходящих по сечению  $i$ -ой зоны (для  $i$ -нечетных  $k = N$ , для  $i$ -четных  $k = N - 1$ ):

$$G_{Ti} = V_{\pi\pi}(V_{i+2} + \dots + V_k); \quad (25)$$

$V_{\pi\pi}$  – количество продуктов горения, образующихся при полном сгорании единицы топлива с заданным коэффициентом расхода воздуха.

Температуру горения топлива определяется из выражения:

$$T_i = \frac{Q_H^p + Q_{\phi\pi} + Q_i^z - Q_n^{\Sigma}}{V_{\pi\pi}^i C_{\Gamma}}, \quad (26)$$

где  $Q_H^p$  – низшая теплота сгорания единицы топлива.

Физическое тепло, вносимое в зону подогретым воздухом и топливом, приходящееся на единицу расходуемого топлива:

$$Q_{\phi\pi} = V_B C_B T_B + C_T T_T, \quad (27)$$

$V_B$  – объем воздуха, расходуемого на сжигание единицы топлива;  $T_B, T_T$  – температура подогрева воздуха и топлива;  $Q_n^{\Sigma}$  – суммарные потери тепла на нагрев смеси и химическую неполноту сгорания, приходящиеся на единицу топлива.

Количество продуктов горения, образующихся при сжигании единицы топлива в  $i$ -ой зоне с учетом поступления продуктов горения из других зон:

$$V_{\pi\pi}^i = V_{\pi\pi}(1 + V_i/G_{Ti+2}); \quad (28)$$

В математической модели одномерное уравнение теплопроводности (8) описывает процесс внутреннего теплообмена в заготовке по всей длине печи, уравнения теплового баланса (11), (12) описывают излучение температуры продуктов горения в результате теплообмена с металлом и окружающей средой (внешний теплообмен).

На поверхности нагреваемого металла заданы граничные условия третьего рода, (9), (10), связывающие внешний и внутренний теплообмен в единый тепловой процесс.

Для математического моделирования процесса нагрева в системах управления температурным режимом зон можно использовать более упрощенные математические модели, учитывающие процессы, управление которыми обеспечивает требуемое конечное состояние выдаваемой из печи заготовки. Таким процессом является собственно нагрев заготовки по всей длине печи с течением времени, а динамическая модель, описывающая его будет иметь вид:

$$C(T)\rho(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial X} \right]; \quad (29)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0,\tau)}{\partial X} = \sigma_1 \{ [T_{\Pi}^1(y,\tau)]^4 - [T(0,\tau)]^4 \} + \alpha_1 [T_{\Pi}^1(y,\tau) - T(0,\tau)]; \quad (30)$$

$$\lambda \frac{\partial T(s,\tau)}{\partial X} = \sigma_2 \{ [T_{\Pi}^2(y,\tau)]^4 - [T(s,\tau)]^4 \} + \alpha_2 [T_{\Pi}^2(y,\tau) - T(s,\tau)]; \quad (31)$$

$$T(X, 0) = T_0(X), \quad (32)$$

где  $T_{\Pi}^1(y,\tau)$ ,  $T_{\Pi}^2(y,\tau)$  – распределения температуры по длине зоны (индекс (1) – снизу заготовки, (2) – сверху заготовки), которые можно получить из уравнений (6) и (7).

Математическая модель (30)–(33) задает распределение температуры  $T(X,\tau)$  в заготовке по ее сечению и времени и позволяет более точно описать процесс нагрева с учетом зависимости теплофизических характеристик металла от температуры. В результате анализа и обобщения вышеизложенного материала выполнен синтез структуры модели процесса нагрева заготовок в МНП с учетом производительности прокатного стана (рис.2).

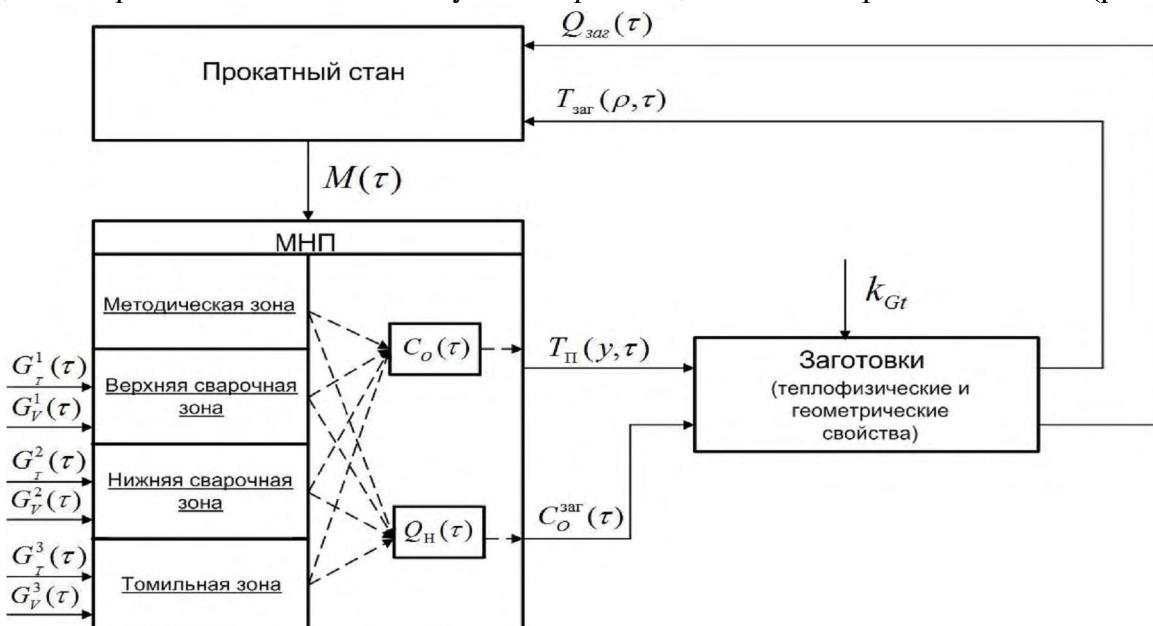


Рисунок 2 – Структура модели процесса нагрева заготовок в МНП

$G_T^i(\tau)$ ,  $G_V^i(\tau)$ ,  $i = 1, 3$  – соответственно расходы топлива и воздуха для  $i$  зон;  $C_O(\tau)$  – соотношение топливо-воздух общее по печи;  $Q_H(\tau)$  – суммарная по печи теплота сгорания топлива;  $T_{\Pi}(y, \tau)$  – температура печи;  $C_O^{заг}(\tau)$  – соотношение топливо-воздух, при котором нагреваются заготовки;  $k_{Gt}$  – коэффициент передачи по каналу расход топлива – температура поверхности заготовки;  $T_{заг}(\rho, \tau)$  – температура заготовок;  $Q_{заг}(\tau)$  – количество заготовок;  $M(\tau)$  – производительность прокатного стана.

Полученная структура модели процесса нагрева заготовок в МНП с учетом производительности прокатного стана, показывает, что при изменении управляющих величин – расходов с учетом возмущения по стану происходит изменение  $C_O(\tau)$  и  $Q_H(\tau)$ , которое влияет на температуру печи и соотношение топливо-воздух, при котором нагреваются заготовки. В свою очередь эти два параметра являются входными для нагрева заготовок, которые в зависимости от технологии и своих свойств с учетом возмущения  $k_{Gt}$  нагреваются до температуры  $T_{заг}(\rho, \tau)$ .

Коэффициент передачи по каналу расход топлива – температура поверхности заготовки:

$$k_{G_i} = \frac{T_{\text{зар}}(\rho, \tau)}{G_i(\tau)}; \quad (33)$$

изменяется по длине каждой зоны печи, увеличиваясь в направлении движения факела.

### Выводы.

1. Получена динамическая модель температурного профиля, позволяющая повысить точность управления в системах автоматического управления МНП, так как она позволяет рассчитать температуру в  $i$ -том сечении рабочего пространства печи либо по длине отдельной зоны, динамически зависящей от изменения основных переменных параметров работы МНП.

2. Получена математическая модель, задающая распределение температуры  $T(X, \tau)$  в заготовке по ее сечению и времени и позволяющая более точно описать процесс нагрева с учетом зависимости теплофизических характеристик металла от температуры печи.

3. Предложена структура модели процесса нагрева заготовок в МНП с учетом производительности прокатного стана.

4. Применение данных моделей позволяет получить динамические характеристики данного объекта управления по требуемым каналам взаимодействия, а также формализовать процесс синтеза системы автоматического управления процессом нагрева заготовок в МНП.

### Література

1. Буглак Л.И. Автоматизация металлургического производства / Л.И. Буглак, М.Н. Антипов, Т.А. Золотарская. – М.: Металлургия, 1974. – 244 с.
2. Вырк А.Х. Автоматика и телемеханика / А.Х. Вырк. – М.: Автоматика, 1983. – 205 с.
3. Каганов В.Ю. Автоматизация управления металлургическими процессами: учебное пособие / В.Ю. Каганов, О.М. Блинов, А.М. Беленький. – М.: Металлургия, 1974. – 416 с.
4. Автоматизация методических печей: учебное пособие / Буглак Л.И., Вольфман И.Б., Ефромович и др. – М.: Металлургия, 1981. – 195 с.

Надійшла до редакції:  
31.01.2011

Рекомендовано до друку:  
д-р техн. наук, проф. Скобцов Ю.О.

### Abstract

**Fedyun R.V., Fedotov E.S. A mathematical description of the heating process of blanks in the continuous heating furnace.** Provides an overview of the heating process of blanks in the continuous heating furnace. The mathematical description a temperature profile of the furnace, static and dynamic models the heating process of blanks are received. Built the structure model of the heating process of blanks in the CHF with the productivity of the rolling mill.

**Keywords:** continuous heating furnace, temperature profile, heating of metal, mathematical model, heat exchange.

### Анотація

**Федюн Р.В., Федотов Е.С. Математичний опис процесу нагріву заготовок у методичній нагрівальній печі.** Представлені загальні відомості про процес нагріву заготовок у методичній нагрівальній печі. Отримано математичний опис температурного профілю печі, статичні та динамічні моделі процесу нагріву заготовок. Побудована структура моделі процесу нагріву заготовок в МНП з урахуванням продуктивності прокатного стану.

**Ключові слова:** методична нагрівальна піч, температурний профіль, нагрів металу, математична модель, теплообмін.