Физико-математическая модель устройства линейного уплотнения энергетических (фотонных) потоков

Гого В.Б., Дашковский Л.Г. (КФ ДонГТУ)

1. Подход к проблеме.

Для реакции управляемого термоядерного синтеза необходимо обеспечить главное условие - нагрев плазмы, т.е. внести в нее дополнительную энергию и инициировать начало реакции. Известны решения по нагреву плазмы в токомаках омическим нагревом, волновым, потоком ионов и т.д.

Нами предлагается статическое устройство, реализующее дополнительный нагрев плазмы и инициирование термоядерной реакции линейно уплотненным корпускулярным (фотонным) потоком.

2. Физико-математическая модель устройства.

В начале сформулируем физическую задачу: для мощного источника пространственного фотонного поля необходимо создать условия линейной концентрации энергии поля в заданном направлении.

Очевидное решение - это расположить источник поля в главном фокусе сферического зеркала. Но при этом получится направленный вдоль главной оптической оси поток определенного сечения, параметрами которого можно варьировать только изменяя кривизну зеркала.

Отыщем иное решение, отвечающее условия задачи: для источника фотонного поля, лежащего на оси X с координатами (-с; о), определить управление плоской кривой отражающей все лучи в точку с координатами (с; о) и условия концентрации лучей вдоль оси X.

Пусть искомое уравнение кривой имеет вид

$$y = y\,(x) \tag{1}$$

Уравнение нормали в точке M (x, y) $\in$L, принадлежащей кривой L:

$$Y - y(x) = -\frac{1}{y'(x)}(X - x)\,, \tag{2}$$

где **M′(X, У)** - координаты любой точки, принадлежащей нормали.

Уравнение прямой **(F_1M)**, проходящей через две точки (-с, о) и M (x,y):

$$\frac{Y-0}{y-0} = \frac{X+c}{x+c}\,,$$

а ее угловой коэффициент

$$k_1 = \frac{y}{x+c} \tag{3}$$

Аналогично для прямой **F_2M** имеем:

$$k_2 = \frac{y}{x+c} \tag{4}$$

Используя формулу для угла между прямыми, получим:

$$\begin{cases} tg\varphi_1 = \dfrac{k_1 - k}{1 + k_1 k} \\ tg\varphi_1 = \dfrac{k_2 - k}{1 + k_2 k} \end{cases} \qquad (5)$$

где угловой коэффициент нормали

$$k = -\frac{1}{y'(x)} \qquad (6)$$

Учитывая, что $tg\varphi_1 = -tg\varphi_2$, получим

$$\frac{\dfrac{y}{x+c} + \dfrac{1}{y'}}{1 - \dfrac{y}{x+c} \cdot \dfrac{1}{y'}} = -\frac{\dfrac{y}{x-c} + \dfrac{1}{y'}}{1 - \dfrac{y}{x-c} \cdot \dfrac{1}{y'}}$$

После преобразований имеем:

$$xyy'^2 + (x^2 - y^2 - c^2) \cdot y'xy = 0 \qquad (7)$$

Решение дифференциального уравнения (7) симметрично относительно преобразований:

$$\begin{cases} x \to -x; \\ y \to -y; \end{cases}$$

а график функции **y = y (x)** симметричен относительно оси координат. Поэтому решение следует искать среди кривых второго порядка, в частности, в виде эллипса, т.е.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (8)$$

откуда имеем

$$y = \pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2} \qquad (9)$$

В силу симметрии решения ограничимся знаком плюс. Подставляя (9) в (7), получим тождество

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}(b^2 + c^2 - a^2) \equiv 0$$

при условии

$$a^2 = b^2 + c^2 \tag{10}$$

Условия (10) выполняется для эллипса. Таким образом, искомой кривой является эллипс, а искомой поверхностью - эллипсоид вращения, для которой путь луча из точки F_1 в точку F_2 равен $F_1MF_2=2a=const$ для всех лучей, т.е. фотонных потоков.

3. Принцип линейной концентрации фотонного потока.

При достаточно значительном расстоянии между точками F_1 и F_2 будет выполняться условие:

$$F_2M' < F_1F_2 = 2c \tag{11}$$

Так как $\angle F_1M'F_2 > \varphi_2$; $\angle F_1M'F_2 + \varphi_2 = \varphi_1$; то будет выполняться соотношение

$$\varphi_2 < \frac{1}{2}\varphi_1 \tag{12}$$

При последующих отражениях луча

$$\varphi_{n+1} < \frac{1}{2}\varphi_n \tag{13}$$

Из (12) и (13) получим

$$\varphi_{n+1} < \frac{\varphi_1}{2^n} \tag{14}$$

Или $\lim\limits_{n\to\infty} = 0$, т.е. при многократном отражении луч накладывается на ось X, а все лучи линейно концентрируются по фокальной оси.

Сделав в правой части эллипсоида выходное отверстие, мы получим направленный фотонный поток энергии от источника, находящегося в главном фокусе левой части.

В модели источник представлен точкой, а реально он имеет конечные размеры. Рассмотрим случай, когда он имеет вид малой нити длиной $2\Delta X$ с центром в фокусе F_1, т.е. $AF_1 = F_1B = \Delta X$.

Начало координат в точке O на главной фокальной оси, так что $F_1O=F_2O$ по оси x. Для этой системы уравнение эллипса каноническое, такого вида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{15}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \tag{16}$$

где a, в - соответственно, большая и малая полуоси эллипса;

F_1F_2 - $2c$ - фокальное расстояние.

Пусть O_1 - центр кривизны точки N(-a; o) принадлежащей эллипсу, тогда O_1M - радиус кривизны и нормаль к эллипсу в точке M при $NM \ll O_1M$.

Для последнего условия имеем: $\angle O_1MA = \angle O_1MA_1 = d\varphi$ - достаточно малый угол. На пересечении лучей NA_1 и MA_1 будет лежать изобретение точки A, т.е. точка A_1 на правой полуоси α. Если угол O_1MA не является малым, то лучи MA_1 будут пересекать ось F_1F_2 в разных точках. Следовательно, часть изображения A_1 будет расплывчатым, поэтому за изображение A_1 можно принять то, что получается при пересечении лучей для малых $d\varphi \to 0$.

Обозначим углы: $\angle NAM = d\varphi_o$; $\angle NO_1M = d\alpha$; $\angle NAM = d\psi$.

Тогда имеем:

$$d\varphi_o = 2d\varphi + d\psi; \tag{17}$$

$$d\alpha = d\varphi + d\psi; \tag{18}$$

$$\begin{aligned} MN &= AN \cdot d\varphi_o; \\ MN &= R \cdot d\alpha; \\ MN &= NA_1 d\psi \end{aligned} \tag{19}$$

Из выражений (17), (18), (19) получим

$$NA_1 = R\frac{NA}{2NA - R}, \tag{20}$$

где A_1 - действительное изображение точки А.

Аналогичное рассуждение для точки В дают:

$$NB_1 = R\frac{NB}{R - 2NB}, \tag{21}$$

Радиус кривизны в точке N (-a; o):

$$R(x) = \frac{\left(\sqrt{1 + y'^2(x)}\right)^3}{|y''(x)|} \tag{22}$$

Из (15) и (22) получим в точке N:

$$R = \frac{b^2}{a} \tag{23}$$

Полагаем, что A (-c - Δx; 0); B(-c+Δx;0).

Используем соотношение для эллипса:

$$\begin{aligned} a - c &< \frac{b^2}{a} = R; \\ a - c - \Delta x &< R; \\ a - c + \Delta x &< R; \end{aligned} \tag{24}$$

$$\beta = \frac{2a\Delta x}{(a-c)^2} << 1 \tag{25}$$

После преобразований с точностью до $O(\beta^2)$ получим:

$$\begin{cases} NA_1 = a + c + \left(\dfrac{a+c}{a-c}\right)^2 \Delta x; \\ NB_1 = a + c - \left(\dfrac{a+c}{a-c}\right)^2 \Delta x \end{cases} \tag{26}$$

При $|d\varphi_o| << 1$ (в радианах) NA_1 не зависит от выбора точки М, принадлежащей эллипсу, поэтому все отраженные лучи A_1M попадут в точку A_1, которая будет изображением точки А.

Из (26) следует, что первоначальная ширина нити АВ = 2 х увеличится, т.е.

$$q = \left(\frac{a+c}{a-c}\right)^2, \tag{27}$$

где **q**- коэффициент увеличения.

После **n** - кратного отражения луча соотношения (24) и (25) будут нарушены и изображения АВ "расползется" по всей фокальной оси. с другой стороны обратно изображение A_1B_1 будет фокусироваться в АВ, с определяющим коэффициентом

$$q' = \left(\frac{a-c}{a+c}\right)^2$$

за одно отражение. Через **n** отражений ширина изображения уменьшится в $(q')^n$ раз и при $n \to \infty$ превратится в точечное. В тоже время изображение A_1B_1 в зеркале правой половины эллипсоида будет расширяться с коэффициентом **q** за одно отражение. Следовательно, в правом фокусе в точке F_2 сконцентрируется энергия равная половине энергии источника точки F_1. Другая половина энергии будет линейно сконцентрирована вдоль главной фокальной оси, с убывающей плотностью энергии потока в направлении оси X.

4. Следствия и варианты реализации.

а) Для получения линейно уплотненного фотонного потока возможно использовать внутреннюю отражающую поверхность эллипсоида вращения, в одном из главных фокусов которого располагается источник фотонного поля.
б) Для выхода линейного фотонного потока необходимо выходное сечение, плоскость которого совпадает с главной фокальной плоскостью симметричной фокусу источника.

в) Если источник фотонного поля имеет форму кольца, центр которого помещен в первом главном фокусе, то возможно открыть ближнее входное сечение для фотонного линейного потока от другого энергетического эллипсоида, последовательно расположенного с предшествующим и т.д., т.е. реализуется усиление потока в заданном направлении.

Таким образом, предложена физико-математическая модель устройства для уплотнения линейного фотонного потока, что весьма важно в решении задач управляемого термоядерного синтеза.

Физико-имитационное моделирование воздействия капли на частицу пылегазового потока

Гого В.Б., Новиков М.Ю., (КФ ДонГТУ)

В определенном смысле процесс воздействия капли на твердую частицу потока носит вероятный характер. Если использовать строго детерминированные математические модели, то исказится физическая сущность процесса. Чисто стохастический подход также не может претендовать на полноту описания. Естественно предположим, что совмещение вероятного и детерминированного подхода позволит наиболее адекватно смоделировать реальность процесса воздействия капли на твердую частицу.

Поставим цель разработать алгоритм для моделирования процесса пульсационного воздействия капли на твердую частицу в элементарном обеспечении ПЭВМ.

Предлагаемый алгоритм представим в виде двух частей: моделирования механического воздействия (взаимодействия) капли и твердой частицы; моделирования фракционного состава результатов взаимодействия.

При разработке блок-схемы алгоритма моделирования механического воздействия капли на частицу использовались следующие допущения и предпосылки:

- скорость механического воздействия капли на частицу есть случайная величина в диапазоне от U_{min} до U_{max}. Границы диапазона зависят от особенностей впрыска и распыления жидкости в пылегазовый поток;

-вероятность воздействия является случайной величиной и подчиняется нормальному закону распределения.

При разработке принималось, что число частиц соединившихся с каплей, есть нормальная величина с математическим ожиданием **M** и отклонением m :

Окончательное распределение частиц проводилось следующим образом .

Числовой интервал [0...1] делится на 2m+1 неравных частей, длина которых пропорциональна величине вероятности образования определенного числа частиц при соответствующем математическом ожидании. Далее проверялось, в какой из образованных отрезков попадало случайно сгенерированное число.

После определения числа слившихся частиц N проводился расчет диаметров несущих твердое капель (продуктов) по следующим соображениям.

Для N случайных чисел принималось, что отношение диаметров образованных продуктов пропорционально отношению квадратов этих чисел. При этом накладывалось ограничение, что суммарный объем полученных продуктов должен равняться объему исходных капель и твердых частиц. Частицы и капли принимались правильной сферической формы.