

## Лабораторна робота №1

### Тема: Оптимізація виробничої функції

**Мета роботи:** навчитися на основі наявних даних побудувати виробничу функцію галузі й визначати оптимальне вкладення ресурсів.

#### Методичні вказівки

Виробнича функція – це невід’ємна функція, що визначає значення обсягів виробленої продукції (доходу) залежно від обсягу затрачених ресурсів. На мікроекономічному рівні виробнича функція визначає залежність між обсягом виробленої продукції та витратами підприємства. На макроекономічному рівні – подібну залежність у масштабах регіону або країни. Часто використовують виробничу функцію Кобба-Дугласа:  $y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$ :

де  $K$  – витрати капіталу,  $L$  – витрати праці.

$a_0$  – параметр, що характеризує рівень технології;

$a_1$  – коефіцієнт, що характеризує внесок росту капіталу в ріст випуску;

$a_2$  – коефіцієнт, що характеризує внесок росту праці в ріст випуску.

#### Приклад виконання

Знайти оптимальне вкладення в капітал та працю для функції Кобба-Дугласа:  $y = 1,5K^{0,8}L^{0,2}$ , якщо ціна одиниці капіталу  $CK = 5$ , ціна одиниці праці  $CL = 7,5$ . Можливі затрати  $G = 900$ . Таким чином бюджетне обмеження  $CK \cdot K + CL \cdot L \leq G$ .

Рішення у MathCad:

$$a := 1.5$$

$$b := 0.8$$

$$c := 0.2$$

$$Y(K, L) := a \cdot K^b \cdot L^c$$

$$CK := 5$$

$$CL := 7.5$$

$$G := 900$$

$$K := 1$$

$$L := 1$$

Given

$$\begin{pmatrix} K \\ L \end{pmatrix} := \text{Maximize}(Y, K, L)$$

$$K = 144$$

$$L = 24$$

$$Y(K, L) = 150.947$$

### Завдання

Вироблена продукція в галузях, визначається виробничою функцією Кобба-Дугласа та має наступну ціну  $C_0$ , витрачені ресурси ціни  $CK$  та  $CL$  відповідно. Необхідно розподілити вкладення в капітал між галузями, таким чином, щоб максимізувати прибуток. Вкладення в працю для кожної галузі залишити незмінними (тобто необхідно знаходити  $Y(K)$ ). Розподілення капіталу має таке обмеження – перерозподілене сумарне вкладення капіталу не має перевищувати вихідне сумарне вкладення капіталу, тобто:

$$\sum_{i=1}^3 K_{i\text{нове}} \leq \sum_{i=1}^3 K_{i\text{вихідне}}$$

Вихідні дані:

Галузь	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$K$	$L$	$C_0$	$CK$	$CL$
1	1,005	0,6	0,4	$4 \cdot N_0$	1	$20 \cdot N_0$	$3,2 \cdot \frac{N_0}{2}$	$2 \cdot \frac{N_0}{2}$
2	1	0,535	0,465	$3 \cdot N_0$	1	$40 \cdot N_0$	$7 \cdot \frac{N_0}{2}$	$3 \cdot \frac{N_0}{2}$
3	0,97	0,4	0,6	$1 \cdot N_0$	1	$20 \cdot N_0$	$6 \cdot \frac{N_0}{2}$	$5 \cdot \frac{N_0}{2}$

де  $N_0$  – номер варіанту.

Задачу розв'язати у MathCad.

## Лабораторна робота №2

### Тема: Оцінка ліквідності балансу підприємства

**Мета роботи:** навчитися оцінювати ліквідність підприємства.

#### Методичні вказівки

Найважливішим показником фінансового стану підприємства є ліквідність.

**Ліквідність** — це здатність оборотних засобів перетворюватися у грошові кошти, які необхідні для нормального функціонування підприємства, тобто можливість реалізувати наявні засоби (активи) для сплати у відповідні терміни своїх першочергових зобов'язань (пасивів), а також непередбачуваних боргів.

**Аналіз ліквідності балансу** полягає в порівнянні засобів з активу, які згруповані за ступенем спадної ліквідності, з короткостроковими зобов'язаннями з пасиву, які групуються за ступенем терміновості їх погашення (табл. 1).

Таблиця 1 – Координати показників, які застосовуються для оцінки ліквідності балансу.

Активи		Пасиви	
Назва	Код рядка	Назва	Код рядка
Найліквідніші активи (А1)	220 ч240	Негайні пасиви (П1)	540 ч610
Активи, що швидко реалізуються (А2)	150 ч210	Короткострокові пасиви (П2)	500 ч530
Активи, що повільно реалізуються (А3)	100 ч140; 250	Довгострокові пасиви (П3)	480
Активи, що важко реалізуються (А4)	080	Постійні пасиви (П4)	380; 430; 630

Баланс підприємства вважається абсолютно ліквідним, якщо виконуються такі співвідношення:

$$A1 \geq P1;$$

$$A2 \geq П2;$$

$$A3 \geq П3;$$

$$A4 \leq П4.$$

Для комплексної оцінки ліквідності балансу в цілому на підставі даних, наведених вище, можна розрахувати **загальний коефіцієнт ліквідності** за формулою:

$$K_3 = \frac{\sum_{i=1}^3 A_i d_i}{\sum_{i=1}^3 П_i d_i}$$

де  $d_i$  – питома вага відповідних груп активів і пасивів в їх загальному підсумку.

Загальний коефіцієнт ліквідності відображає відношення суми всіх платіжних засобів до суми всіх платіжних зобов'язань з урахуванням ліквідності балансу. Він дозволяє порівняти баланси підприємств за різні періоди і оцінити найбільш ліквідні баланси.

Найважливішим показником ліквідності є **коефіцієнт покриття**, що характеризує рівень покриття активами підприємства своїх зобов'язань. Визначається за формулою:

$$K_{\text{п}} = \frac{\text{ОА}}{\text{ПЗ}},$$

де ОА – оборотні активи, грн.; ПЗ – поточні зобов'язання, грн.

Нормативне значення коефіцієнта  $K_{\text{п}} > 1$ . Якщо значення  $K_{\text{п}}$  відповідає нормативному, підприємство може своєчасно погасити свої зобов'язання, а якщо  $K_{\text{п}} < 1$ , підприємство має неліквідний баланс.

Крім коефіцієнта покриття для оцінки рівня ліквідності розраховують коефіцієнти швидкої і абсолютної ліквідності.

**Коефіцієнт швидкої ліквідності** показує, яку частину поточних зобов'язань можна погасити за рахунок оборотних активів за вирахуванням «запасів», знаходиться за формулою:

$$K_{\text{ш.л.}} =$$

Середнє значення  $K_{\text{ш.л.}} = 0,7 \dots 0,8$ .

**Коефіцієнт абсолютної ліквідності** показник показує, яку частину поточних зобов'язань можна погасити негайно за рахунок грошових коштів та їх еквівалентів або іншими словами, скільки останніх припадає на 1 грн. короткострокових позикових зобов'язань:

$$K_{a.l.} = \frac{ВЛА}{ПЗ},$$

де ВЛА – високоліквідні активи (грошові кошти і короткострокові фінансові вкладення).

Значення коефіцієнта  $K_{a.l.} > 0,2$  достатнє, щоб підприємство своєчасно розрахувалось за своїми боргами з кредиторами.

### Приклад виконання

На кінець фінансового року запаси підприємства дорівнюють 40 000 грн., дебіторська заборгованість – 25 000 грн., касова готівка – 15 000 грн., а короткострокові зобов'язання – 85 000 грн.

Визначимо коефіцієнт покриття:

$$\text{Оборотні активи} = 40\,000 + 25\,000 + 15\,000 = 80\,000 \text{ грн.}$$

$$\text{Тоді } K_{п.} = 80\,000 / 85\,000 = 0,94.$$

Таким чином підприємство є неліквідним, тому що у випадку негайного погашення всіх короткострокових зобов'язань крім реалізації всіх власних оборотних активів воно повинне знайти додаткові кошти з інших джерел.

Знайдемо коефіцієнт швидкої ліквідності:

$$\text{Оборотні активи} - \text{Запаси} = 80\,000 - 40\,000 = 40\,000 \text{ грн.}$$

$$\text{Тоді } K_{ш.л.} = 40\,000 / 85\,000 = 0,47.$$

Таким чином у випадку негайного погашення всіх короткострокових зобов'язань, якщо підприємство з якихось причин не зможе реалізувати свої запаси, йому доведеться залучати з боку  $1 - 0,47 = 0,53$  грн. на кожен гривню короткострокових зобов'язань.

Визначимо коефіцієнт абсолютної ліквідності:

$$K_{a.l.} = 15\,000 / 85\,000 = 0,176.$$

У даному випадку коефіцієнт абсолютної ліквідності нижче оптимального значення.

### Завдання

За даними наведеними у таблиці 2 (№ – номер варіанту), розрахувати:

1. Підсумки кожного розділу балансу та самого балансу (р. 080, р.260, р. 280, р.380, р. 430, р.480, р.620, р.640).
2. Аналіз ліквідності балансу.
3. Загальний коефіцієнт ліквідності.
4. Коефіцієнт покриття.
5. Коефіцієнт швидкої ліквідності.
6. Коефіцієнт абсолютної ліквідності.

Зробити висновки.

Таблиця 2 – Баланс підприємства. Форма №1

<b>Актив</b>	<b>Код рядка</b>	<b>На початок звітного періоду</b>	<b>На кінець звітного періоду</b>
1	2	3	4
<b>I.Необоротні активи</b>			
Нематеріальні активи:			
Залишкова вартість	010	225+№•100	225+№•100
Первісна вартість	011	375+№•100	375+№•100
накопичена амортизація	012	(150)	(150)
Незавершене будівництво	020	178125+№•100	178125+№•100
Основні засоби:			
Залишкова вартість	030	3447000+№•100	3680175+№•100
Первісна вартість	031	6252375+№•100	6815550+№•100
Знос	032	(2805375)	(3135375)
Довгострокові фінансові інвестиції:			
які обліковуються за методом участі в капіталі інших підприємств	040		
Інші фінансові інвестиції	045	75+№•100	75+№•100

Довгострокова дебіторська заборгованість	050		
Відстрочені податкові активи	060	305925+№•100	305925+№•100
Інші необоротні активи	070		
<b>Усього за розділом I</b>	<b>080</b>	Розрахувати	Розрахувати
<b>II. Оборотні активи</b>			
Запаси:			
виробничі запаси	100	90975+№•100	62100+№•100
тварини на вирощуванні і відгодівлі	110		
незавершене виробництво	120	375+№•100	525+№•100
готова продукція	130	176700+№•100	216300+№•100
товари	140	4200+№•100	7725+№•100
Векселі отримані	150		
Дебіторська заборгованість за товари, роботи, послуги:			
Чиста реалізаційна вартість	160	391725+№•100	535050+№•100
Первісна вартість	161	391725+№•100	535050+№•100
Резерв сумнівних боргів	162		
Дебіторська заборгованість по розрахунках:			
з бюджетом	170	26700+№•100	197025+№•100
за виданими авансами	180		
з нарахованих доходів	190		
із внутрішніх розрахунків	200		
Інша поточна дебіторська заборгованість	210	19125+№•100	30150+№•100

Поточні фінансові інвестиції	220		
Грошові кошти та їх еквіваленти:			
в національній валюті	230	65 100,0+№•100	47 550,0+№•100
в іноземній валюті	240	31875+№•100	41 775,0+№•100
Інші оборотні активи	250	7275+№•100	23 550,0+№•100
<b>Усього за розділом II</b>	<b>260</b>	Розрахувати	Розрахувати
<b>III. Витрати майбутніх періодів</b>	<b>270</b>		
<b>Баланс</b>	<b>280</b>	Розрахувати	Розрахувати
<b>Пасив</b>	<b>Код рядка</b>	<b>На початок звітнього періоду</b>	<b>На кінець звітнього періоду</b>
	1	3	4
<b>I. Власний капітал</b>			
Статутний капітал	300	17550+№•200	17550+№•200
Пайовий капітал	310		
Додатковий вкладений капітал	320		
Інший додатковий капітал	330	2051400+№•100	2051400+№•100
Резервний капітал	340	4350+№•200	4350+№•200
Нерозподілений прибуток	350	2128650+№•100	2266800
Неоплачений капітал	360		
Вилучений капітал	370		
<b>Усього за розділом I</b>	<b>380</b>	Розрахувати	Розрахувати
<b>II. Забезпечення наступних витрат і платежів</b>			
Забезпечення виплат персоналові	400		
Інші забезпечення	410		600+№•100
Цільове фінансування	420		



<b>Усього за розділом II</b>	<b>430</b>	Розрахувати	Розрахувати
<b>III. Довгострокові зобов'язання</b>			
Довгострокові кредити банків	440		
Інші довгострокові фінансові зобов'язання	450		
Відстрочені податкові зобов'язання	460		
Інші довгострокові зобов'язання	470		
<b>Усього за розділом III</b>	<b>480</b>		
<b>IV. Поточні зобов'язання</b>			
Короткострокові кредити банків	500		
Поточна заборгованість за довгострокові зобов'язання	510		
Векселі видані	520		
Кредиторська заборгованість за товари, роботи, послуги	530	80 775,0+№•200	278 850,0+№•200
Поточні зобов'язання за розрахунки:			
з одержаних авансів	540	101550+№•100	187650+№•100
з бюджетом	550	46 950+№•100	65 925+№•100
з позабюджетних платежів	560		
зі страхування	570	77400+№•100	107850+№•100
з оплати праці	580	190425+№•100	271950+№•100
з учасниками	590	6225+№•200	6150+№•200
із внутрішніх розрахунків	600		
Інші поточні зобов'язання	610	40125+№•100	67200+№•100
<b>Усього за розділом IV</b>	<b>620</b>	Розрахувати	Розрахувати

<b>V. Доходи майбутніх періодів</b>	630		
<b>Баланс</b>	640	Розрахувати	Розрахувати

### Лабораторна робота №3

#### Тема: Аналіз фінансової стійкості підприємства та діагностика ймовірності банкрутства

**Мета роботи:** навчитися за допомогою системи показників оцінювати фінансову стійкість підприємства та виявляти загрозу банкрутства.

#### Методичні вказівки

Діяльність підприємства, особливо в умовах переходу до ринкової економіки, має бути ефективною, а його фінансовий стан – стійким. Фінансова стійкість — це надійно гарантована платоспроможність, рівновага між власними та залученими засобами, незалежність від випадковостей ринкової кон'юнктури і партнерів, довіра кредиторів і інвесторів та рівень залежності від них, наявність такої величини прибутку, який би забезпечив самофінансування.

Існує система показників для оцінки фінансової стійкості підприємства.

1. Коефіцієнт автономії – характеризує ступінь незалежності підприємства від зовнішніх запозичень.

$$K_a = \frac{p.380}{p.640}$$

Рекомендоване значення  $> 0,5$ .

2. Коефіцієнт фінансової залежності – це показник, обернений до коефіцієнту автономії.

Рекомендоване значення  $< 0,5$ .

3. Коефіцієнт маневреності власного капіталу показує, яка частина власного капіталу використовується для фінансування поточної діяльності.

$$K_{\text{МВК}} = \frac{p.380}{p.260}$$

Рекомендоване значення  $> 0,4$ .

4. Коефіцієнти забезпеченості оборотних коштів власними оборотними коштами характеризує рівень забезпеченості ресурсами для проведення незалежної фінансової політики.

$$K_{\text{Зок}} = \frac{p.260 - p.620}{p.260}$$

Рекомендоване значення  $> 0,1$ .

5. Коефіцієнт співвідношення власного і залученого капіталу (коефіцієнт фінансової стійкості) характеризує фінансову стійкість підприємства.

$$K_{\text{ВЗК}} = \frac{p.380}{p.480 + p.620}$$

Рекомендоване значення  $> 1,0$ .

6. Коефіцієнт співвідношення залученого і власного капіталу (коефіцієнт фінансового ризику; фінансування) показує скільки грн. залученого капіталу припадає на 1 грн власного капіталу.

$$K_{\text{Ф}} = \frac{p.480 + p.620}{p.380}$$

Рекомендоване значення  $< 0,5$ .

7. Коефіцієнт забезпеченості власними оборотними засобами показує, яка частина оборотних активів забезпечується за рахунок власних засобів.

$$K_{\text{Воз}} = \frac{p.380 - p.080}{p.260}$$

Рекомендоване значення  $> 0,1$ .

8. Коефіцієнт співвідношення реальних активів і вартості майна показує скільки грн реальних активів припадає на 1 грн вартості майна. Цей коефіцієнт характеризує потенційні можливості активів підприємства.

$$K_{\text{Рав}} = \frac{p.030 + p.100 + p.120 + p.270}{p.280}$$

Рекомендоване значення  $> 0,5$ .

9. Коефіцієнт поточних зобов'язань характеризує питому вагу поточних

зобов'язань в загальній сумі джерел формування.

$$K_{пз} = \frac{p.620}{p.480 + p.620}$$

Рекомендоване значення  $> 0,5$ .

10. Коефіцієнт довгострокових зобов'язань характеризує частку довгострокових зобов'язань у загальній сумі джерел формування

$$K_{дз} = \frac{p.480}{p.480 + p.620}$$

Рекомендоване значення  $< 0,2$ .

11. Коефіцієнт співвідношення необоротних і власних коштів характеризує рівень забезпеченості необоротних активів власними коштами

$$K_{дз} = \frac{p.080}{p.380}$$

Рекомендоване значення  $> 0,5$ .

Одним із головних завдань управління в конкурентному ринковому середовищі є виявлення загрози банкрутства і розробка заходів, спрямованих на подолання на підприємстві негативних тенденцій.

Для прогнозування банкрутства у світовій практиці існує система моделей, розроблених західними спеціалістами, зокрема:

1. Модель Альтмана 1968 р.

$$Z = 1,2 \cdot X_1 + 1,4 \cdot X_2 + 3,3 \cdot X_3 + 0,6 \cdot X_4 + 0,999 \cdot X_5,$$

де  $Z$  – рівень ризику банкрутства;

$X_1$  – відношення власного оборотного капіталу до сукупних активів

$$X_1 = \frac{(p.260 - p.620), ф.1}{p.280, ф.1} ;$$

$X_2$  – відношення чистого прибутку до сукупних активів

$$X_2 = \frac{p.220, ф.2}{p.280, ф.1} ;$$

$X_3$  – відношення фінансового результату від звичайної діяльності до оподаткування до сукупних активів

;

$X_4$  – відношення між власним і залученим капіталом

$$X_4 = \frac{p.380, \text{ф.1}}{(p.480 + p.620), \text{ф.1}} ;$$

$X_5$  – відношення чистого доходу (виручки) від реалізації продукції до сукупних активів

$$X_5 = \frac{p.035, \text{ф.2}}{p.280, \text{ф.1}} .$$

Для оцінки компаній, акції яких не котируються на біржі Альтман запропонував модифікований варіант пятифакторной моделі (1983 р.):

$$Z = 0,717 \cdot X_1 + 0,847 \cdot X_2 + 3,107 \cdot X_3 + 0,42 \cdot X_4 + 0,998 \cdot X_5$$

де  $X_4$  – відношення балансової вартості акцій до позичкового капіталу.

У результаті підрахунку  $Z$  - показника для конкретного підприємства робиться висновок:

якщо  $Z < 1,81$  – дуже висока ймовірність банкрутства;

якщо  $1,81 \leq Z \leq 2,7$  – висока ймовірність банкрутства;

якщо  $2,71 \leq Z \leq 2,99$  – існує ймовірність банкрутства;

якщо  $Z \geq 30$  – ймовірність банкрутства дуже низька.

Модель Альтмана дає досить точний прогноз ймовірності банкрутства з часовим інтервалом 1- 2 роки.

Застосування методу Альтмана дозволяє прогнозувати фінансовий розвиток компанії та на даний момент використовується у світовій практиці.

2. Модель Ліса (1972 р.). У цій моделі фактори-ознаки враховують такі результати діяльності, як ліквідність, рентабельність і фінансова незалежність організації.

$$Z = 0,063 \cdot X_1 + 0,092 \cdot X_2 + 0,057 \cdot X_3 + 0,001 \cdot X_4 ,$$

де  $X_1$  – відношення оборотного капіталу до сукупних активів

$$X_1 = \frac{p.260, \text{ф.1}}{p.280, \text{ф.1}} ;$$

$X_2$  – відношення прибутку від реалізації до всіх активів

$$X_2 = \frac{(p.035 - (p.040 + p.070 + p.080)), \text{ф.2}}{p.280, \text{ф.1}} ;$$

$X_3$  – відношення нерозподіленого прибутку до всіх активів

$$X_3 = \frac{p.350, \text{ф.1}}{p.280, \text{ф.1}} ;$$

$X_4$  – відношення власного капіталу до позичкового капіталу

$$X_4 = \frac{p.380, \text{ф.1}}{(p.640 - p.380), \text{ф.1}} .$$

Якщо  $Z < 0,037$  — ймовірність банкрутства висока.

### 3. Модель Теффлера

$$Z = 0,53 \cdot X_1 + 0,13 \cdot X_2 + 0,18 \cdot X_3 + 0,16 \cdot X_4$$

де  $X_1$  – відношення прибутку від реалізації продукції до короткострокових зобов'язань

$$X_1 = \frac{(p.035 - (p.040 + p.070 + p.080)), \text{ф.2}}{p.620, \text{ф.1}} ;$$

$X_2$  – відношення оборотних активів до зобов'язань

$$X_2 = \frac{p.260, \text{ф.1}}{(p.430 + p.480 + p.620), \text{ф.1}} ;$$

$X_3$  – відношення короткострокових зобов'язань до всіх активів

$$X_3 = \frac{p.620, \text{ф.1}}{p.280, \text{ф.1}} ;$$

$X_4$  – відношення власного капіталу до позичкового капіталу

$$X_4 = \frac{p.380, \text{ф.1}}{(p.640 - p.380), \text{ф.1}} .$$

Якщо  $Z > 0,3$  – мала ймовірність банкрутства, а якщо  $Z < 0,2$  – велика ймовірність банкрутства.

### Завдання

Використовуючи дані таблиць 2 (лабораторна робота № 2) та 3 розрахувати коефіцієнти оцінки фінансової стійкості підприємства та ймовірність банкрутства за модифікованою моделлю Альтмана, моделями Ліса та Теффлера.

Таблиця 3 – Звіт про фінансові результати за звітний період. Форма № 2

#### 1. Фінансові результати

Стаття	Код рядка	За звітний період	За попередній період
1	2	3	4

Дохід (виручка) від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг)	10	6761550+№•100	
Податок на додану вартість	15	(29325+№•100)	
Акцизний збір	20	-	
	25	-	
Інші вирахування з доходу	30	-	
Чистий дохід (виручка) від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг)	35	Розрахувати	
Собівартість реалізованої продукції (товарів, робіт, послуг)	40	(5104875+№•100)	
<b>Валовий:</b>		Розрахувати	
прибуток	50		
збиток	55		
Інші операційні доходи	60	6515250+№•300	
Адміністративні витрати	70	(707550+№•100)	
Витрати на збут	80	(359775+№•100)	
Інші операційні витрати	90	(6813750+№•100)	
<b>Фінансові результати від операційної діяльності:</b>		Розрахувати	
прибуток	100		
збиток	105		
Дохід від участі в капіталі	110	-	
Інші фінансові доходи	120	1725+№•100	
Інші доходи	130	30675+№•100	
Фінансові витрати	140	-	
Втрати від участі в капіталі	150	-	
Інші витрати	160	(39225+№•100)	
<b>Фінансові результати від звичайної діяльності до оподаткування:</b>		Розрахувати	
прибуток	170		
збиток	175		
Податок на прибуток від звичайної діяльності	180	(116550+№•100)	
<b>Фінансові результати від звичайної діяльності:</b>		Розрахувати	
прибуток	190		

збиток	195		
<b>Надзвичайні:</b>			
доходи	200		
витрати	205	-	
Податки з надзвичайного прибутку	210		
<b>Чистий:</b>		Розрахувати	
прибуток	220		
збиток	225		

## II. ЕЛЕМЕНТИ ОПЕРАЦІЙНИХ ВИТРАТ

Найменування показника	Код рядка	За звітний період	За попередній період
1	2	3	4
Матеріальні затрати	230	715500+№•100	
Витрати на оплату праці	240	3375675+№•100	
Відрахування на соціальні заходи	250	1274850+№•100	
Амортизація	260	342000+№•100	
Інші операційні витрати	270	698625+№•100	
<b>Разом</b>	280	Розрахувати	

### Лабораторна робота №4

#### Тема: Марковські процеси

**Мета роботи:** навчитися обчислювати ймовірність станів для однорідного марковського ланцюгу.

#### Методичні вказівки

Марковський процес – це випадковий процес, що протікає в системі  $S$  і має властивість відсутності наслідків. Тобто для кожного моменту часу  $t_0$  імовірність будь-якого стану  $S(t)$  системи  $S$  у майбутньому ( $t > t_0$ ) залежить тільки від її стану  $S(t_0)$  у теперішньому й не залежить від того, як і скільки часу розвивався цей процес у минулому.

Коли переходи зі стану  $S(t)$  у стан  $S(t+1)$  відбуваються миттєво, тобто процес дискретний, то для його аналізу зручно користуватися графами станів системи.

Граф містить у собі 2 основних елементи:



- 1) вершини, які характеризують різні стани системи;
- 2) зв'язки між вершинами, що характеризують можливість переходу з одного стану в інший.

Основні характеристики марковських ланцюгів: імовірності  $p_i(k)=p(S_i(k))$  – імовірності станів. Дана ймовірність характеризує ймовірність того, що система  $S$  від  $k$ -го до  $k+1$ -го кроку буде перебувати в стані  $S$ . У зв'язку з тим, що система  $S$  у момент часу  $t$  може перебувати тільки в одному зі станів  $s_1, s_2, \dots, s_n$ , події  $S_1(k), S_2(k), \dots, S_n(k)$  утворюють повну групу подій, тому сума ймовірностей станів дорівнює 1.

Крім імовірностей станів існують імовірності переходів  $p_{ij}(k)$ , які відображають імовірність переходу з  $i$ -го стану в  $j$ -тий для  $k$ -го кроку.

Якщо дана ймовірність залежить від кроку  $k$ , то марковський ланцюг називається неоднорідним, якщо не залежить, – то однорідної. Дані ймовірності складають матрицю перехідних імовірностей. Для однорідного марковської ланцюга (ОМЛ) вона має вигляд

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{pmatrix}$$

Сума елементів кожного рядка матриці перехідних імовірностей = 1.

Вектор початкового розподілу ймовірностей – це вектор-рядок імовірностей станів у початковий момент часу, безпосередньо попередній 1-му кроку. Для ймовірностей у початковий момент часу, має місце умова  $p_1(0)+\dots+p_n(0)=1$ .

**Теорема 2.1.** Для ОМЛ вектор-рядок імовірностей системи від  $k$ -го до  $k+1$ -го кроку дорівнює добутку вектор-рядка ймовірностей станів від  $k-1$ -го до  $k$ -го кроку на матрицю перехідних імовірностей, тобто:

$$[p_1(k), \dots, p_n(k)] = [p_1(k-1), \dots, p_n(k-1)]P.$$

**Наслідок 2.1.** Для ОМЛ існує формула:

$$[p_1(k), \dots, p_n(k)] = [p_1(0), \dots, p_n(0)]P^k.$$

### Завдання

Нехай стан банку, характеризується однією з процентних ставок: 3%, 4%, 5%, які встановлюються на початку кожного кварталу й фіксовані на всьому його протязі. Таким чином, якщо за систему  $S$  прийняти розглянутий банк, то вона в кожний момент часу може перебувати тільки в одному з наступних трьох станів:

$S_1$  - процентна ставка 3%;

$S_2$  - процентна ставка 4%;

$S_3$  - процентна ставка 5%;

Система  $S$  розглядається, як однорідний марковський ланцюг.

Визначити ймовірності стану банку наприкінці року, якщо наприкінці попереднього року процентна ставка банку становила  $n\%$ , розмічений граф станів банку взяти згідно з варіантами. Яка процентна ставка, найімовірніше, буде під кінець року.

### Варіанти завдання

1.  $n=4\%$

2.  $n=3\%$

3.  $n=5\%$

4.  $n=4\%$

5.  $n=3\%$

6.  $n=5\%$

7.  $n=4\%$

8.  $n=3\%$

9.  $n=5\%$

10.  $n=4\%$

11.  $n=3\%$

12.  $n=5\%$

13.  $n=4\%$

14.  $n=3\%$

## Лабораторна робота №5

### Тема: Економетричний аналіз сподівань

**Метою роботи** є опанування студентами навичок економетричного аналізу сподівань на різних видах ринку.

#### Методичні рекомендації

Нехай відомо  $n$  спостережень незалежної змінної  $y$ . Оцінювання параметрів  $a_0, a_1, \dots, a_m$  лінійної моделі

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m + u \text{ за МНК здійснюється наступним чином.}$$

1. Незалежні змінні потрібно записати у вигляді матриці  $X = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_m\}$ , де  $x_0$  – вектор, складений з  $n$  одиниць;  $x_1, x_2, \dots, x_m$  – вектори спостережень незалежних змінних.
2. Обчислити параметри моделі за формулою

$$a = (X^T X)^{-1} (X^T y).$$

Після отримання параметрів моделі необхідно провести аналіз статистичної значущості оцінок параметрів моделі. Оцінка статистичної значущості здійснюється за допомогою критерію Стьюдента:

$$t_{ai} = \frac{a_i}{\sigma_{ai}}$$

де  $a_i$  – значення  $i$ -ої оцінки параметра моделі;

$\sigma_{ai}$  – значення стандартних помилок для  $i$ -го параметра.

$$\sigma_{ai}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - m - 1} c_{ii},$$

де  $c_{ii}$  – діагональний елемент матриці  $(X^T X)^{-1}$ ;

$e_i$  – залишки  $y_i$ ;

Для даного критерію існує дві гіпотези:

$H_0$  – параметр моделі є статистично значущим;

$H_1$  – параметр не є статистично значущим.

Якщо виконується наступна умова  $|t_{ai}| > t_p$ , то приймається гіпотеза  $H_0$ , в іншому випадку – гіпотеза  $H_1$ . У даній умові  $t_p$  – критичне значення критерію Стьюдента з рівнем значущості  $\alpha$  та кількістю ступенів свободи  $k=n-m-1$ , де  $n$  – кількість спостережень,  $m$  – кількість змінних у моделі.

Довірчі інтервали для кожного окремого параметра  $a_i$  обчислюються на основі його стандартної похибки та критерію Стьюдента:

$$(a_i - t_{\text{табл}} \sqrt{\sigma_u^2 c_{ii}}; a_i + t_{\text{табл}} \sqrt{\sigma_u^2 c_{ii}}).$$

Далі потрібно провести оцінку адекватності моделі та перевірити значущість коефіцієнта множинної кореляції. Перевірка значущості здійснюється за наступною формулою:

$$t_R = \frac{R \sqrt{n - m - 1}}{\sqrt{1 - R^2}},$$

$$\text{де } R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}, \text{ та } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

Якщо виконується умова  $|t_R| > t_p$ , то можна зробити висновок, що коефіцієнт кореляції значущий, а зв'язок між залежною змінною та всіма незалежними факторами суттєвий.

#### Приклад виконання

Власників Інтернет-аукціону цікавить питання, яким чином можна збільшити обсяг реалізації в натуральному вираженні. У ході дослідження було виявлено, що на кількість зроблених у середньому за місяць покупок ( $y$ ) впливають такі фактори, як витрати на рекламу (грн.,  $x_1$ ), витрати на заходи, здійснюванні з метою залучення Інтернет-користувачів на сайт аукціону (грн.,  $x_2$ ).

Y	$x_1$	$x_2$
131	110	106
70	35	66
31	16	61
106	46	53
109	50	23

75	99	48
111	114	52
54	132	41
Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
79	111	48
242	168	102
170	105	91
80	110	45
96	108	48
138	109	62

Для знаходження МНК-оцінок параметрів регресійного рівняння спочатку створимо вектор-стовпець Y та матрицю X. Обчислимо регресійного коефіцієнти за формулою 5.1, отримуємо:

$$a = \begin{pmatrix} -11.4147514 \\ 0.5165816 \\ 1.1507504 \end{pmatrix}$$

Отже, функція регресії набуває вигляду:

$$-11.4148 + 0,516582x_1 + 1,15075 x_2$$

Перевіримо значущість окремих коефіцієнтів регресії. Для цього спочатку обчислимо залишкову дисперсію табл. 5.1, де  $Y_i$  – задані спостереження, а  $\hat{Y}$  визначенні за формулою 5.6 при заданих спостереженнях факторів  $x_1, x_2$ .

Таблиця 5.1

Y	$\hat{Y}$	$(Y - \hat{Y})^2$
131	167,3887	1324,138943
70	82,61507	159,1399911
31	67,04626	1299,333004
106	73,33772	1066,824404
109	40,88155	4640,12323
75	94,96282	398,5141025
111	107,3145	13,58255644
54	103,9548	2495,479445
79	101,1618	491,1454679
242	192,7475	2425,81112
170	147,5446	504,2467856
80	97,19297	295,5982174
96	99,61206	13,04694855
138	116,2391	473,535115
Сума квадратів відхилень		<b>15600,51933</b>
Залишкова дисперсія		<b>1418,22903</b>

Після цього розраховуємо стандартні помилки, як корінь квадратний з добутку діагональних елементів оберненої матриці на залишкову дисперсію:

Стандартні помилки
32,43883
0,265573
0,46365

Далі за формулою 5.2 отримуємо значення  $t_{ai}$ :

$t_0$	-0,351886916
$t_1$	1,945159199
$t_2$	2,481936779

Знайдемо відповідне табличне значення t-розподілу з  $(n-m-1)=11$  ступенями свободи і рівнем значущості  $\alpha=10\%$ :

$$t_{\text{табл}}(0.1, 11) = 1.796.$$

Оскільки  $|t_{a0}| < t_{\text{табл}}$ ,  $|t_{a1}| > t_{\text{табл}}$ ,  $|t_{a2}| > t_{\text{табл}}$  відповідно параметр  $a_0$  не є статистично значущим, а параметри  $a_1$  і  $a_2$  статистично значущі.

Обчислимо довірчі інтервали для кожного параметру.

Для  $a_0$ :

$$(-11,4148-1,796 \cdot 32,43883; -11,4148+1,796 \cdot 32,43883) = (-69,675; 48,845).$$

Для  $a_1$ :

$$(0,516582-1,796 \cdot 0,265573; 0,516582+1,796 \cdot 0,265573) = (0,0396; 0,99355).$$

Для  $a_2$ :

$$(1,15075-1,796 \cdot 0,46365; 1,15075+1,796 \cdot 0,46365) = (0,318; 1,983).$$

Перевіримо значущість коефіцієнта множинної кореляції. Для цього спочатку обчислимо коефіцієнт детермінації за формулою 5.5. Отримуємо  $R^2=0,57096$ . Таким чином, 57,1% варіації залежної змінної  $Y$  можна пояснити коливанням незалежних змінних.

Коефіцієнт множинної кореляції дорівнює

$$R = \sqrt{R^2} = 0,755619.$$

Після цього обчислюємо значення  $t_R$  за формулою 5.4.

$$t = \frac{0,755619 \cdot \sqrt{11}}{\sqrt{1-0,57096}} = 3,826045$$

Оскільки  $3,826045 > 1,796$ , можна зробити висновок про достовірність коефіцієнта кореляції, який характеризує тісноту зв'язку між залежною та незалежними змінними моделі.

Параметри моделі інтерпретуються таким чином. Збільшення (зменшення)



витрат на рекламу на 1 грн. збільшить (зменшить) середньомісячну кількість покупок на 0,516582. Аналогічно збільшення (зменшення) витрат на заходи, здійснюванні з метою залучення Інтернет-користувачів на 1 грн. збільшить (зменшить) середньомісячну кількість покупок на 1,15075.

Для знаходження прогнозних даних у рівняння (5.6) підставимо прогнозні значення факторів  $x_{1пр}=188$ ,  $x_{2пр}=94$ :

$$y_{пр}=193,873$$

### Завдання

1. Оцінити за МНК параметри моделі лінійної регресії.
2. Провести аналіз статистичної значущості оцінок параметрів моделі. Розрахувати інтервальні оцінки для рівня значущості  $\alpha=5\%$  за критерієм Стьюдента з  $n-k$  (тобто  $n-m-1$ ) ступенями свободи.
3. Провести оцінку адекватності моделі та перевірити значущість коефіцієнта множинної кореляції.
4. Визначити, які з чинників впливають позитивно, а які негативно, та визначити кількісну характеристику цього впливу. Для визначення кількісної величини впливу необхідно проаналізувати оцінки параметрів моделі. Значення кожного параметра відображає вплив відповідного чинника на залежну змінну при умові, що всі інші чинники не змінюються.
5. Зробити прогноз величини  $y$ , якщо  $x_{1max}$  збільшиться на 20 одиниць, а  $x_{2max}$  зменшиться на 12.

### Варіанти завдань

#### Варіанти №1, 2, 3, 4

Існують дані залежності об'єму затрат на житло ( $y$ , грн./м<sup>2</sup>) від існуючих доходів ( $x_1$ , грн) та площі житла ( $x_2$ , м<sup>2</sup>).

#### Варіант 1

Y	11480	11700,26	11375,36	12259,76	12725,36	10793,36	12648,26	12232,46	9792,26	12291,36
$x_1$	2000	2052	1975	2135	2215	1875	2200	2130	1700	2135
$x_2$	50	75	80	57	65	70	72	58	67	75

## Варіант 2

Y	9900	10350	10250	10700	11100	9300	10860	8847	10515	10280
x <sub>1</sub>	1950	2030	2000	2100	2175	1800	2130	1730	2055	2020
x <sub>2</sub>	42	73	77	55	63	67	65	60	75	55

## Варіант 3

Y	8036	8190,18	7962,75	8581,83	8907,75	7555,35	8853,78	8562,72	6854,58	8603,95
x <sub>1</sub>	1400	1436,4	1382,5	1494,5	1550,5	1312,5	1540	1491	1190	1494,5
x <sub>2</sub>	35	52,5	56	39,9	45,5	49	50,4	40,6	46,9	52,5

## Варіант 4

Y	7920	8280	8200	8560	8880	7440	8688	7077,6	8412	8224
x <sub>1</sub>	1560	1624	1600	1680	1740	1440	1704	1384	1644	1616
x <sub>2</sub>	33,6	58,4	61,6	44	50,4	53,6	52	48	60	44

## Варіанти № 5, 6

Підприємство, що складається з багатьох філій, досліджує залежність свого річного товарообігу  $y$  (млн. у.о.) від торгової площі своїх філій  $x_1$  (тис. м<sup>2</sup>) і середньоденної інтенсивності потоку покупців  $x_2$  (тис. чол./день).

## Варіант 5

Y	2,93	5,27	6,85	7,01	7,02	8,35	4,33	5,77	7,68	3,16	1,52	3,15
x <sub>1</sub>	0,31	0,98	1,21	1,29	1,12	1,49	0,78	0,94	1,29	0,48	0,24	0,55
x <sub>2</sub>	10,24	7,15	10,81	9,89	13,72	13,92	8,54	12,36	12,27	11,01	8,25	9,31

## Варіант 6

Y	8,79	15,81	20,55	21,03	21,06	25,05	12,99	17,31	23,04	9,48	4,56	9,45
x <sub>1</sub>	0,93	2,94	3,63	3,87	3,36	4,47	2,34	2,82	3,87	1,44	0,72	1,65
x <sub>2</sub>	30,72	21,45	32,43	29,67	41,16	41,76	25,62	37,08	36,81	33,03	24,75	27,93

## Варіанти № 7, 8, 9, 10, 17, 18

Розглянемо дослідження впливу на економічний показник  $y$  – реальне споживання країни (у млрд грн.) двох факторів:  $x_1$  – купівлі та оплати товарів і послуг (у млрд грн.),  $x_2$  – усіх заощаджень від загального грошового доходу (у % від загальної суми доходу).

## Варіант 7

Y	17,33	16,9	21,65	24,591	22,83	28,1784	32,67	38,36	33,05	41,714	40,823	43
x <sub>1</sub>	4,69	5,64	6,26	6,99	6,36	7,6	7,12	6,81	8,67	7,83	7,84	8,85
x <sub>2</sub>	11,97	13,43	12,92	14,74	14,64	17,1	15,63	15,35	15,85	18,05	17,24	20,52

## Варіант 8

Y	13,33	13,03	16,355	18,41	17,18	20,9	24,069	28,052	24,335	30,4	29,776	31,3
---	-------	-------	--------	-------	-------	------	--------	--------	--------	------	--------	------

x <sub>1</sub>	4,483	5,148	5,582	6,093	5,652	6,52	6,184	5,967	7,269	6,681	6,688	7,395
x <sub>2</sub>	9,579	10,6	10,244	11,5	11,45	13,17	12,141	11,945	12,295	13,8	13,268	15,564

Y	12,13	11,83	15,155	17,21	15,981	19,72	22,869	26,852	23,135	29,2	28,576	30,1
x <sub>1</sub>	5,159	6,204	6,886	7,689	6,996	8,36	7,832	7,491	9,537	8,613	8,624	9,735
x <sub>2</sub>	8,379	9,401	9,044	10,318	10,248	11,97	10,941	10,745	11,095	12,635	12,068	14,364

## Варіант 9

## Варіант 10

Y	10,398	10,14	12,99	14,7546	13,698	16,9	19,602	23,016	19,83	25	24,5	25,8
x <sub>1</sub>	4,26	5,13	5,69	6,355	5,782	6,9	6,47	6,19	7,88	7,118	7,13	8
x <sub>2</sub>	6,9825	7,834	7,54	8,598	8,54	9,975	9,1175	8,954	9,2	10,53	10,1	11,97

## Варіант 15

Y	13	12,675	16,24	18,44	17,12	21,134	24,5	28,77	24,7875	31,3	30,6	32,25
x <sub>1</sub>	2,76	3,3	3,682	4,1	3,74	4,47	4,188	4	5,1	4,6	4,6	5,2
x <sub>2</sub>	9,2	10,33	9,94	11,34	11,26	13,15	12	11,8	12,19	13,885	13,26	15,78462

## Варіант 16

Y	11,2645	10,985	14,07	16	14,84	18,3	21,2	24,934	21,48	27	26,535	27,95
x <sub>1</sub>	2,345	2,82	3,13	3,495	3,18	3,8	3,56	3,405	4,335	3,915	3,92	4,425
x <sub>2</sub>	7,98	8,95	8,61	9,8	9,76	11,4	10,42	10,2	10,57	12	11,49	13,68

## Варіанти № 11, 12

Розглянути залежності витрат на споживання (C) від рівня доходів (D) та заощаджень(S).

## Варіант 11

Y	2,724	8,3	13,1	14,1	16,8	19,23	21,53	26,1	29,875	31,97268	34,66
x <sub>1</sub>	9,11	13,57	14,01	17,29	19,58	21,07	22,47	24,68	25,75	27,05	30,87
x <sub>2</sub>	7,05	8,68	9,57	10,1	11,55	13,31	15,37	17,01	19,67	21,92	25,08

## Варіант 12

Y	2,13	5,48	8,368	8,948	10,589	12	13,4	16,2	18,42	19,68	21,3
x <sub>1</sub>	5,966	8,642	8,906	10,874	12,248	13,142	13,982	15,308	15,95	16,73	19,022
x <sub>2</sub>	4,73	5,708	6,242	6,56	7,43	8,486	9,722	10,706	12,302	13,652	15,548

## Варіанти № 13, 14, 15, 16

Розглянути залежність продуктивності праці від фондівіддачі та рівня рентабельності підприємства.

## Варіант 13

Y	73,43	39,91	57,6	30	52,41	45	43	32,12	67,43	52,34	25	39,3
x <sub>1</sub>	1,08	1,05	0,99	1,02	0,98	1,04	1,03	1,1	1,03	0,89	0,78	0,99
x <sub>2</sub>	20,1	12,9	18	11,7	17,9	16,8	15,6	14,3	18,1	17,8	13	14,2

## Варіант 14

Y	52,901	29,437	41,82	22,5	38,187	33	31,6	23,984	48,701	38,138	19	29,01
x <sub>1</sub>	2,256	2,235	2,193	2,214	2,186	2,228	2,221	2,27	2,221	2,123	2,046	2,193
x <sub>2</sub>	15,57	10,53	14,1	9,69	14,03	13,26	12,42	11,51	14,17	13,96	10,6	11,44

## Варіант 15

Y	51,401	27,937	40,32	21	36,687	31,5	30,1	22,484	47,201	36,638	17,5	27,51
x <sub>1</sub>	0,635	0,618	0,582	0,6	0,576	0,612	0,6	0,647	0,6	0,52	0,459	0,582
x <sub>2</sub>	14,07	9,03	12,6	8,19	12,53	11,76	10,92	10,01	12,67	12,46	9,1	9,94

## Варіант 16

Y	44,058	23,946	34,56	18	31,446	27	25,8	19,272	40,458	31,404	15	23,58
x <sub>1</sub>	0,47	0,4565	0,43	0,44	0,426	0,452	0,4478	0,478	0,448	0,387	0,339	0,43
x <sub>2</sub>	10,05	6,45	9	5,85	8,95	8,4	7,8	7,15	9,05	8,9	6,5	7,1

## Варіанти № 19, 20

## Варіант 19

Y	79	110	97	171	204	174	184	311	206	128	207	152
x <sub>1</sub>	8,7	18,7	22	28	8	29,3	24	22	22,7	14	38,7	15,3
x <sub>2</sub>	43	56	24	98	176	124	130	291	141	95	161	108

## Варіант 20

Y	55,3	77	67,9	119,7	142,8	121,8	128,8	217,7	144,2	89,6	144,9	106,4
x <sub>1</sub>	6,09	13,09	15,4	19,6	5,6	20,51	16,8	15,4	15,89	9,8	27,09	10,71
x <sub>2</sub>	21,5	28	12	49	88	62	65	145,5	70,5	47,5	80,5	54

## Лабораторна робота №6

## Тема: Дерево рішень

**Мета роботи:** дослідження оптимізації стратегії розвитку підприємства за допомогою "дерева рішень".

## Методичні вказівки

"Дерево рішень" – графічне відтворення процесу, що визначає альтернативи рішення, стану природи і їхні відповідні імовірності віддачі для кожної комбінації альтернатив.

Ідея методу "дерево рішень" полягає у тому, що просуваючись гілками дерева у напрямку справа наліво (тобто від вершини дерева до першої точки прийняття рішення):

- а) спочатку розрахувати очікувані виграші по кожній гілці дерева;
- б) а потім, порівнюючи ці очікувані виграші, зробити остаточний вибір найкращої альтернативи.

Приклад. Компанія планує збільшити обсяг виробництва. Для цього

необхідно купити додатково обладнання. Можна купити 3 або 7 верстатів. Ринок може бути сприятливим ( $P_1$ ) або несприятливим ( $P_2$ ).

Яку стратегію слід обрати, якщо існує наступна інформація:

№ стратегії	Виграш, грн.	
	сприятливе	несприятливе
1 (3 верстати)	20000	-4000
2 (7 верстатів)	60000	-36000

Імовірність сприятливого ринку 0,65, а несприятливого 0,35.

Строїмо дерево рішень:

1	Благопр. 0,65	20000
	Неблагопр. 0,35	-4000
2	0,65	60000
	0,35	-36000
3	0,65	0
	0,35	0

При покупці 3-х верстатів:

$$0,65 \cdot 20000 + 0,35 \cdot (-4000) = 13000 - 1400 = 11600.$$

При покупці 7 верстатів:

$$0,65 \cdot 60000 + 0,35 \cdot (-36000) = 39000 - 12600 = 26400.$$

Нічого не купувати:

$$0,65 \cdot 0 - 0,35 \cdot 0 = 0.$$

Таким чином слід купувати 7 верстатів. Дерево рішень:

	Благопр.0,65	20000
	Неблагопр. 0,35	-4000
2	0,65	60000
	0,35	-36000
3	0,65	0
	0,35	0

### Завдання

Підприємство планує збільшити обсяг виробництва. Для цього необхідно або придбати нове обладнання, або організувати роботу у третю зміну з розширенням штату. У випадку сприятливого ринку буде реалізовано  $12\ 000 + 300 \cdot N$  деталей за  $200 + 2 \cdot N$  грн, несприятливого ринку буде  $6000 + 300 \cdot N$  грн.

Витрати на закупівлю нового обладнання складуть  $900\ 000 + 15000 \cdot N$  грн. Організація третьої зміни складе  $550\ 000 + 15000 \cdot N$  грн. Витрати на випуск однієї деталі без купівлі нового обладнання складає 70 грн., а з новим обладнанням 60 грн.

Імовірність сприятливого результату 0,4, несприятливого 0,6.

Побудувати "дерево рішень" і вибрати оптимальний варіант дії підприємства при наявності інформації про значення ймовірностей сприятливого й несприятливого результатів.

### Лабораторна робота №7

#### Тема: Використання фінансових індикаторів для аналізу діяльності підприємства (метод аналізу ієрархій)

**Метою роботи** є опанування студентами навичок використання методу аналізу ієрархій.

#### Методичні вказівки

Метод аналізу ієрархій (МАІ) використовується для визначення чинників, які є більш привабливими з точки зору експертів. Метод полягає в декомпозиції проблеми на все більш прості складові частини та подальшої обробки послідовності суджень ЛПР на основі парних порівнянь.

Для реалізації методу необхідно здійснити наступні етапи.

Етап 1: Окреслити проблему і визначити, що необхідно дізнатися.

Етап 2: Зробити декомпозицію мети в ієрархію. На вищому рівні знаходиться загальна мета. На другому рівні знаходяться  $n$  критеріїв, що уточнюють мету, і на нижньому рівні –  $k$  альтернатив, які повинні бути оцінені щодо критеріїв другого рівня.

Етап 3: Формуються матриці парних порівнянь. Перша матриця – матриця, в якій кожний критерій порівнюється за відносною важливістю зі всіма іншими. Ця матриця має вигляд:

$C^0 =$

	$K_1$	$K_2$	...	$K_n$
$K_1$	$C^0_{11}$			
$K_2$				
...				
$K_n$		$C^0_{n2}$		

Далі формуються таблиці (n штук) порівнянь альтернатив за обраним набором критеріїв.

Елементи матриць формуються таким чином:

$$C_{mn} = \begin{cases} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \\ 2,4,68 \\ \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \end{cases}$$

По діагоналі розташовано порівняння критеріїв самих із собою, тобто 1. Симетричні відносно головної діагоналі оцінки є обернено пропорційні.

Етап 4: Розраховують компоненти власного вектору. Після знаходження, компоненти власного вектору нормуються, що дає вектор пріоритетів.

Розрахунок власного вектору здійснюється наступним чином:

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt[n]{C_{11} \cdot C_{12} \cdot \dots \cdot C_{1n}} \\ x_2 &= \sqrt[n]{C_{21} \cdot C_{22} \cdot \dots \cdot C_{2n}} \\ &\dots \\ x_n &= \sqrt[n]{C_{n1} \cdot C_{n2} \cdot \dots \cdot C_{nn}} \end{aligned}$$

Нормуємо:

$$x_1^H = \frac{x_1}{\sum_{j=1}^n x_j}$$

$$x_2^H = \frac{x_2}{\sum_{j=1}^n x_j}$$

...

$$x_n^H = \frac{x_n}{\sum_{j=1}^n x_j}$$



Етап 5: оцінюється однорідність думок експертів. Однорідність думок оцінюється індексом однорідності (ІО) та відношення однорідності (ВО).

Індекс однорідності розраховується за наступним алгоритмом:

Крок 1. Розрахунок  $\lambda_{\max}$ .

а) Спочатку сумують стовпець суджень.

б) Потім сума першого стовпця помножується на величину першої компоненти нормалізованого вектору пріоритетів, сума другого стовпця – на другу и т.д.

в) Отримані значення сумують.

Крок 2. Індекс однорідності розраховується за формулою:

$$IO = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1),$$

де  $n$  – число порівнюваних елементів.

Крок 3. Визначення відношення однорідності.

$$VO = (IO / CY) * 100\%.$$

Середні узгодженості (CY) для випадкових матриць різного порядку наведені у наступній таблиці:

Розмір матриці	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Середня узгодженість	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Величина CY повинна бути у межах 20%.

Етап 6: Етапи 3, 4, 5 проводяться для всіх рівнів та груп у ієрархії.

Етап 7: здійснюється синтез пріоритетів. Для цього локальні пріоритети перемножуються на пріоритет відповідного критерію на вищому рівні і підсумовуються за кожним елементом. Це дає глобальний пріоритет елемента  $P_Q$ :

$$P_Q = x_1^{H0} x_Q^{H1} + \dots + x_n^{H0} x_Q^{Hn}$$

Результатом реалізації цього кроку є вектор пріоритетності альтернатив:

$P = (P_{Q1}, \dots, P_{Qk})$ . Найкращим вважається варіант, який має максимальне значення.

### Приклад виконання

Необхідно вибрати чайник. Вибираємо між трьома фірмами (Фірма 1, Фірма

2, Фірма 3). Спочатку необхідно зробити декомпозицію. На першому рівні розташовується мета – "Чайник для дому", на другому – характеристики, на третьому – фірми. Список характеристик для оцінки наступний:

- вартість;
- рівень шуму;
- надійність;
- потужність.

Складемо матриці парних порівнянь. Матриця парних порівнянь для рівня 2 буде мати вигляд:

	Вартість	Рівень шуму	Надійність	Потужність
Вартість	1	4	2	1/2
Рівень шуму	1/4	1	1/3	1/6
Надійність	1/2	3	1	1/6
Потужність	2	6	6	1

Матриці парних порівнянь для рівня 3 матимуть вигляд:

Вартість	Фірма1	Фірма2	Фірма3
Фірма1	1	2	4
Фірма2	1/2	1	3
Фірма3	1/4	1/3	1

Рівень шуму	Фірма1	Фірма2	Фірма3
Фірма1	1	4	9

Фірма2	1/4	1	2
Фірма3	1/9	1/2	1

Надійність	Фірма1	Фірма2	Фірма3
Фірма1	1	1/6	1/8
Фірма2	6	1	1/2
Фірма3	8	2	1

Потужність	Фірма1	Фірма2	Фірма3
Фірма1	1	1/6	1/9
Фірма2	6	1	1/3
Фірма3	9	3	1

Далі розраховуємо за формулами вектори пріоритетів, значення  $\lambda_{\max}$ , ІО,

ВО:

	Вартість	Рівень шуму	Надійність	Потужність	Вектор пріоритетів
Вартість	1	4	2	1/2	0,26
Рівень шуму	1/4	1	1/3	1/6	0,06
Надійність	1/2	3	1	1/6	0,13
Потужність	2	6	6	1	0,54

$\lambda_{\max} = 4,1$ ; ІС=0,03; МО=0,04.

Вартість	Фірма1	Фірма2	Фірма3	Вектор пріоритетів
Фірма1	1	2	4	0,56
Фірма2	1/2	1	3	0,32
Фірма3	1/4	1/3	1	0,12

$\lambda_{\max} = 3,02$ ; ІС=0,01; МО=0,02.

Рівень шуму	Фірма1	Фірма2	Фірма3	Вектор пріоритетів
Фірма1	1	4	9	0,74
Фірма2	1/4	1	2	0,17
Фірма3	1/9	1/2	1	0,09

$\lambda_{\max} = 3$ ; ІС=0; МО=0.

Надійність	Фірма1	Фірма2	Фірма3	Вектор пріоритетів
Фірма1	1	1/6	1/8	0,06
Фірма2	6	1	1/2	0,34
Фірма3	8	2	1	0,59

$\lambda_{\max} = 3,02$ ; IC=0,01; MO=0,02.

Потужність	Фірма1	Фірма2	Фірма3	Вектор пріоритетів
Фірма1	1	1/6	1/9	0,06
Фірма2	6	1	1/3	0,28
Фірма3	9	3	1	0,66

$\lambda_{\max} = 3,05$ ; IC=0,03; MO=0,05.

Розраховуємо глобальні пріоритети.

	0,26	0,06	0,13	0,54	Глобальні пріоритети
Фірма1	0,56	0,74	0,06	0,06	0,23
Фірма2	0,32	0,17	0,34	0,28	0,29
Фірма3	0,12	0,09	0,59	0,66	0,47

Таким чином найкращим варіантом є чайник фірми 3.

### Завдання

За допомогою МАІ вибрати найкращий товар. Потрібно розглянути 3 альтернативних варіанти і використати 4 характеристики. Варіанти завдань вибрати згідно з номером за списком.

1. Чай.
2. Кава.
3. Пральна машина.
4. Пилосос.
5. Ковбасні вироби.
6. Взуття.

7. Меблі.
8. Холодильник.
9. Телевізор.
10. Шоколад.
11. Монітор.
12. Маргарин.
13. Масло.
14. Мобільний телефон.
15. Комп'ютер.
16. Печиво.
17. Цукерки.
18. Парфуми.
19. Морозиво.
20. Торт.
21. Кетчуп.
22. Майонез.
23. Сік.
24. Йогурт.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Клебанова Т.С., Раевна Е.В., Стрижиченко К.А. и др. Математические модели трансформационной экономики: Учебное пособие – 2-е изд.–Х.: ИД «ИНЖЭК», 2006. – 280 с.
2. Красникова Е.В. Экономика переходного периода: Учеб. пособие — М.: Омега-Л, 2005. — 296 с.
3. Теория переходной экономики/ Под. ред. Николаевой. – М.: ЮНИТИ, 2001. – 264 с.
4. Малый И.Й. Институциональные деформации в трансформационной экономике//Наукові праці ДонНТУ. Серія: економічна. Випуск 31-1(117) . – 2007. – С. 32-37.
5. В. Геец. Трансформационные преобразования в Украине: переосмысливая пройденное и думая о будущем.// Общество и экономика. – 2006. – №3. – С. 23-53.

6. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2003 – 408 с.
7. Ричард Р. Нельсон, Сидней Дж. Уинтер. Эволюционная теория экономических изменений: Монография. – М.: Дело, 2002 г – 536с.
8. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник. 2-е изд. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, Издательство «Дело и Сервис», 1999. – 368 с.
9. Агапова Т.А., Серегина С.Ф. Макроэкономика: Учебник – М.: Издательство «Дело и Сервис», 2004. – 448 с.
- 10.Кобелев Н.Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей./ Учеб.-практ. пособие. – М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000. – 246 с.
- 11.Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб.: Наука, 2000. – 168 с.

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБОТ

з курсу

"Математичні моделі трансформаційної економіки"

(для студентів спеціальності 6.030502 "Економічна кібернетика")

Укладачі:

Артем Махмутович Гізатулін

Ольга Валентинівна Ричка