

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до проведення практичних занять з курсу
"ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ"

ЧАСТИНА I

Для студентів, що навчаються за напрямками
6.050201 "Системна інженерія" (СУА)
6.050202 "Автоматизація та
комп'ютерно-інтегровані технології" (АУП)
(для денної та заочної форм навчання)

Розглянуто
на засіданні кафедри
автоматики й телекомунікацій
Протокол № 11 від 22.10.2010.

Затверджено на засіданні
навчально-видавничої ради
ДонНТУ
Протокол № _____ від _____.2010.

УДК 62-52 (071)

Методичні вказівки до проведення практичних занять з курсу "Теорія автоматичного управління", частина 1 (для студентів, що навчаються по напрямках 6.050201 "Системна інженерія" (СУА) і 6.050202 "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології" (АУП) денної й заочної форм)/ Укл.: Р.В. Федюн, В.А. Попов, Т.В. Найдьонова - Донецьк: ДонНТУ, 2010.- 71 с.

Наведено вправи з методикою рішення найбільш важливих і таких, що часто зустрічаються на практиці задач, по вивченню принципу дії САУ, складанню їх функціональних схем, математичному опису САУ і її елементів, складанню й перетворенню структурних схем САУ, визначенню часових і частотних характеристик динамічних ланок і САУ.

Укладачі:

Р.В. Федюн, доц.

В.О. Попов, доц.

Т.В. Найдьонова, ас.

Рецензент

О.І. Секірін, доц.

Відповідальний за випуск

В.І. Бессараб, зав. каф.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1
ВИВЧЕННЯ ПРИНЦИПУ ДІЇ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО
УПРАВЛІННЯ Й СКЛАДАННЯ ЇХНІХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ СХЕМ

Функціональні схеми систем автоматичного управління й регулювання (САУіР) відображають взаємодію об'єкта регулювання й автоматичного регулятора. Графічно вони зображуються у вигляді прямокутників, зв'язаних між собою лініями зі стрілками, які вказують напрямок впливу.

Написи усередині пояснюють їхнє функціональне призначення. На рис 1.1 і 1.2 представлені функціональні схеми САУіР з регулятором прямої й непрямої дії.

САУіР з регулятором прямої дії складається з об'єкта регулювання ОР, чутливого елемента ЧЕ, пристрою, що порівнює СУ, і виконавчого пристрою ВП. Пристрій, який порівнює, на схемах прийнято показувати кружком із секторами. Біля стрілок, що приходять до пристрою, який порівнює, ставляться знаки «+» або «-». Це означає, що в пристрої, який порівнює, ці величини складаються один з одним або віднімаються.

У цьому випадку рівняння пристрою, який порівнює, має вигляд:

$$\varepsilon(t) = x(t) - y(t),$$

з величини $x(t)$, що надходить від задатчика, віднімається вихідна величина $y(t)$. У результаті виходить величина $\varepsilon(t)$ - помилка системи, що надходить у виконавчий пристрій ВП. Останнє діє на об'єкт регулювання у відповідності зі знаком відхилення регульованої величини. Величина $x(t)$ є також настроюванням регулятора прямої дії на підтримку регульованої величини на заданому значенні.

Чутливий елемент ЧЕ вимірює регульовану величину й перетворює її (якщо це необхідно) у сигнал, зручний для порівняння із заданим значенням $x(t)$. У регуляторах прямої дії енергії чутливого елемента досить для

переміщення ВП або регульовального органа, з'єднаного з виконавчим пристроєм.

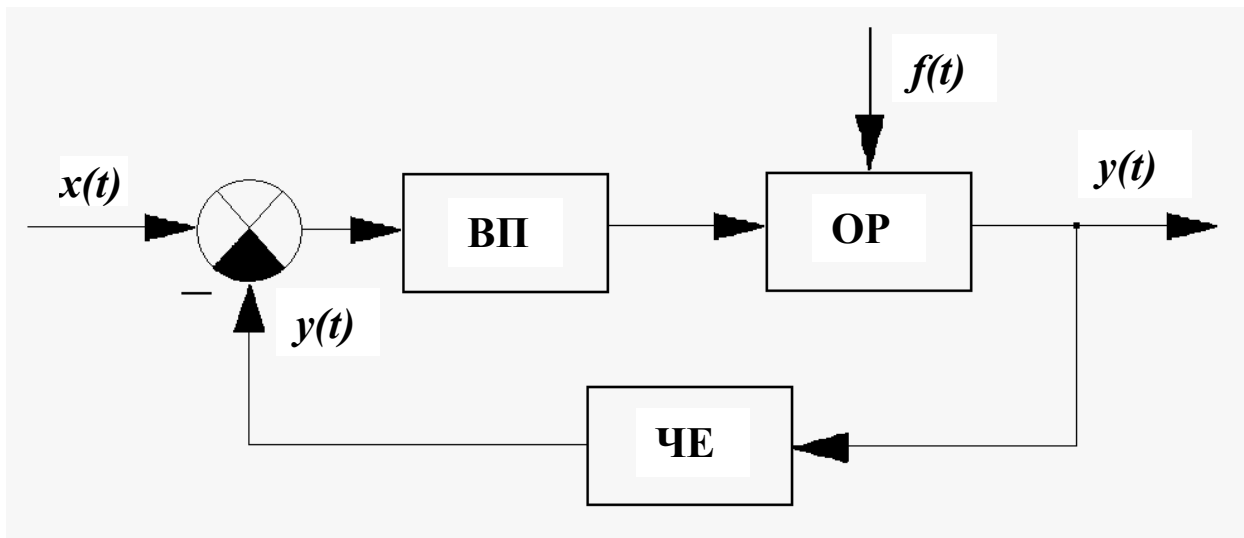


Рисунок 1.1 Функціональна схема САУ прямої дії

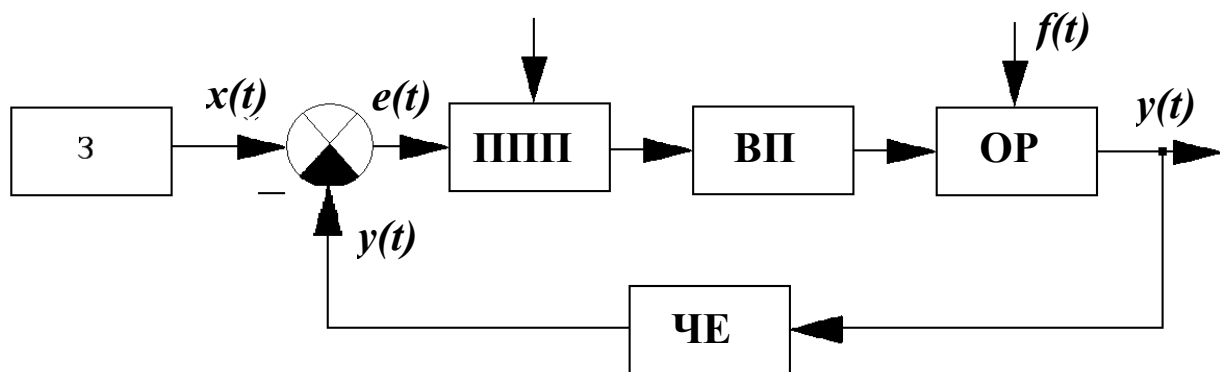


Рисунок 1.2 Функціональна схема САУ непрямої дії

Завжди на об'єкт діють невимірювані й нерегульовані впливи, які називають збуреннями, на рис.1.1 вони позначені $f(t)$.

Крім того, об'єкт регулювання має вхідний вплив (крім впливів, що збурюють), який він одержує не ззовні, а від автоматичного регулятора. Таким вплив є переміщення регульовального органа - регулюючий вплив, що одночасно є вихідною величиною регулятора.

Зв'язок між зміною вихідних величин системи й вхідних впливів, які викликали цю зміну, визначається законом перетворення або алгоритмом функціонування системи.

У САУіР з регулятором непрямої дії (рис.1.2) сигнал $\varepsilon(t)$ після пристрою, який порівнює, надходить на підсилювально-перетворювальний пристрій ППП, у якому відбувається посилення $\varepsilon(t)$ сигналу за рахунок джерела енергії й корекція його відповідно до прийнятого закону регулювання.

Далі сигнал надходить у виконавчий пристрій, який для своєї роботи одержує енергію від відповідного блоку. Іноді при необхідності в об'єкті регулювання виділяють пристрій, що здійснює управління регульованою величиною, тобто регулювальний орган РО.

Всі САУіР по своїй структурі підрозділяються на системи з розімкнутим і замкнутим циклом управління (регулювання).

До розімкнутого належать такі системи, у яких відсутній зворотний вплив регульованої величини (виходу системи) на регулюючий або задаючий вплив (на вхід системи), тобто це системи без зворотного зв'язку. До такого виду систем можна віднести, наприклад, системи контролю, дистанційного управління, автоматичні системи вмикання вентиляційних пристроїв і т.п.

Головною структурною ознакою замкнутих систем є наявність зворотного зв'язку, поданого з виходу системи на її вхід. Тому зміна регульованої величини незалежно від причин, які її викликали, передається через зворотний зв'язок на елементи, що формують регулюючі й задаючі впливи. У порівнянні із системами, що працюють по розімкнутому циклу, замкнуті системи є більш складним і досконалим видом автоматизації.

Поряд з функціональними схемами в автоматичі застосовують структурні схеми, що показують взаємозв'язок складових частин САУіР і їхні динамічні властивості.

При дослідженні динамічних властивостей САУіР з використанням структурних схем відволікаються від фізичної природи регульованої величини,

виду й конструкції регулятора, а мають справу лише з математичною моделлю процесу регулювання.

Досліджувану САУіР представляють окремими частинами, типовими динамічними ланками, що передають сигнали тільки в одному напрямку від входу до виходу.

Зазвичай, САУіР розділяють на ланки залежно від виду математичного рівняння, що зв'язує вихідну величину із вхідною величиною кожної ланки.

Між функціональною й структурною схемами є спільне, а саме: обидві схеми відображають процес перетворення й передачі сигналу в замкнутій системі регулювання. Різниця ж їх полягає в тому, що функціональна схема характеризує систему за складовими частинами, що розглянуті по їхньому функціональному призначенню, а структурна схема містить математичний опис динамічних властивостей САУіР у вигляді передатних функцій.

Приклади розв'язання задач

Задача №1.1.

Вивчити принцип дії й скласти функціональну схему вугільного регулятора напруги, принципова схема якого зображена на рис.1.3.

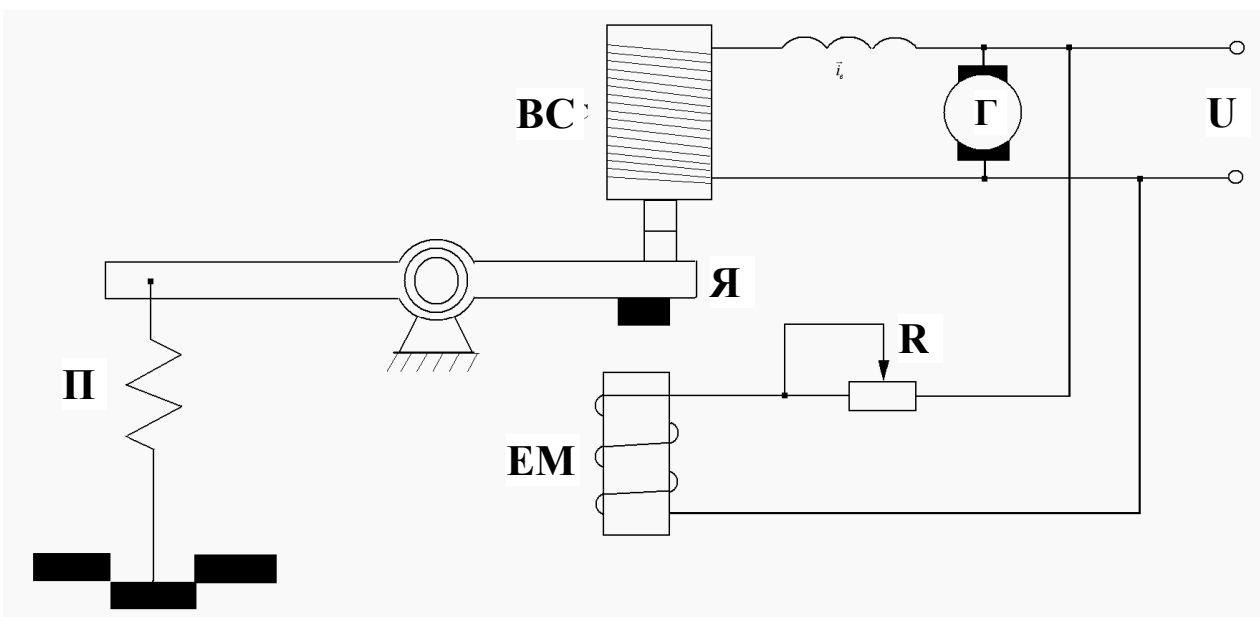


Рисунок 1.3 Принципова схема вугільного регулятора напруги

Вугільний регулятор є системою автоматичного регулювання (САР) прямої дії. Розглянута САР напруги генератора підтримує сталість напруги на затискачах генератора з необхідною точністю при дії на систему різних збурюючих впливів (зміни навантаження генератора, швидкості обертання приводного електродвигуна й ін.).

Об'єктом регулювання в цій системі є генератор постійного струму із самозбудженням, а регульованою величиною – напруга u на затискачах генератора, що вимірюється за допомогою електромагніта ЕМ: сила притягання якоря Y к сердечнику електромагніта пропорційна квадрату напруги генератора.

Задаючим впливом є сила притягання пружини П. Регулювальним органом, що створює регулюючий вплив на об'єкт, служить вугільний стовп ВС. Він зібраний з вугільних шайб і включений послідовно обмотці збудження регулятора. Від сили, з якої стискаються шайби стовпа, залежить опір стовпа R_{cm} : зі збільшенням сили стиску опір R_{cm} зменшується. Сила стиску вугільного стовпа визначається різницею сил пружини й електромагніта.

Розглянемо роботу системи автоматичного регулювання напруги.

Нехай з якої-небудь причини (наприклад, за рахунок зміни навантаження генератора або швидкості обертання приводного двигуна) зміниться, зокрема, збільшиться напруга на затискачах генератора u . Тоді на обмотку електромагніта буде подана більш висока напруга, у результаті чого збільшиться тягове зусилля електромагніта. Якір електромагніта переміститься вниз до сердечника, сила тиску на вугільний стовп зменшиться, і його опір збільшиться, що викличе зменшення струму збудження генератора, а це забезпечить зменшення напруги на затискачах генератора.

При зниженні напруги на затискачах генератора відбудеться зворотний процес.

Тепер можна скласти функціональну схему системи автоматичного регулювання напруги. Функціональна схема САР напруги представлена на рис.1.4, на якому позначені:

f_n - сила притягання пружини;

$f_я$ - сила притягання якоря;

$f_{cm} = f_n - f_я$ - сила стиску вугільного стовпа.

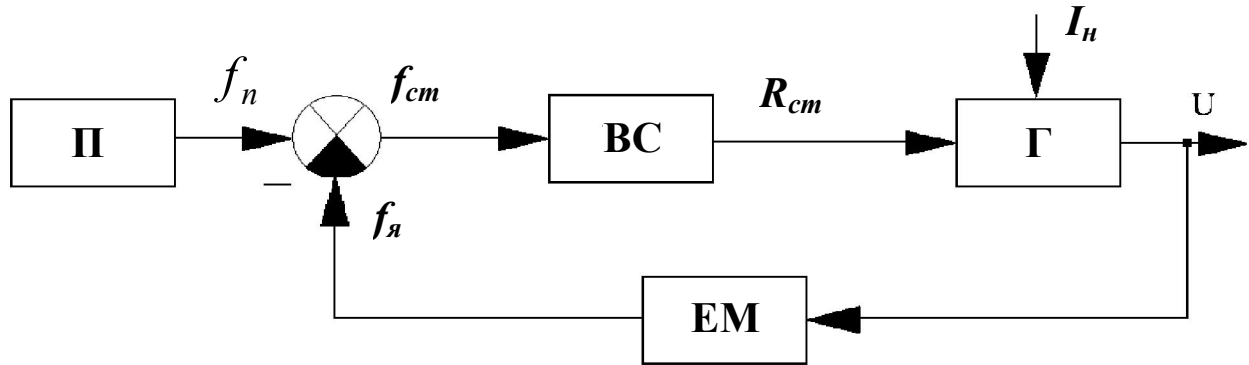


Рисунок 1.4 Функціональна схема САР напруги

Задача №1.2.

Вивчити принцип дії й скласти функціональну схему САР температури гріючого агента у сушильній камері, спрощена принципова схема якої приведена на рис.1.5.

Рішення. Об'єктом регулювання в розглянутій системі є сушильна камера 5. Регульована величина – задана температура гріючого агента θ , що встановлюється заслінкою 1, яка приводиться до руху виконавчим механізмом (електродвигуном з редуктором).

Регульовальний орган – заслінка – змінює співвідношення між кількістю холодного повітря Q_x й гарячого газу Q_2 .

Температура теплоносія – суміші повітря й газу – вимірюється термоопором R_θ , що є в системі чутливим елементом. Вимірювальний міст 4 у розглянутій системі виконує функції задатчика й елемента порівняння. «Еталонна» напруга, пропорційна заданій температурі теплоносія, встановлюється переміщенням движка опору R_3 . У схемі буквою R позначений опір одного із плечей моста.

Тут же відбувається порівняння заданої напруги й напруги від термоопору R_θ за рахунок того, що R_3 й R_θ включено в різні плечі вимірювального моста. Помилка дорівнює різниці напруг від задатчика R_3 й чутливого елемента й пропорційна відхиленню температури від заданого значення. Для посилення сигналу помилки використовується підсилювач 3, керуючий напрямком обертання електродвигуна Д.

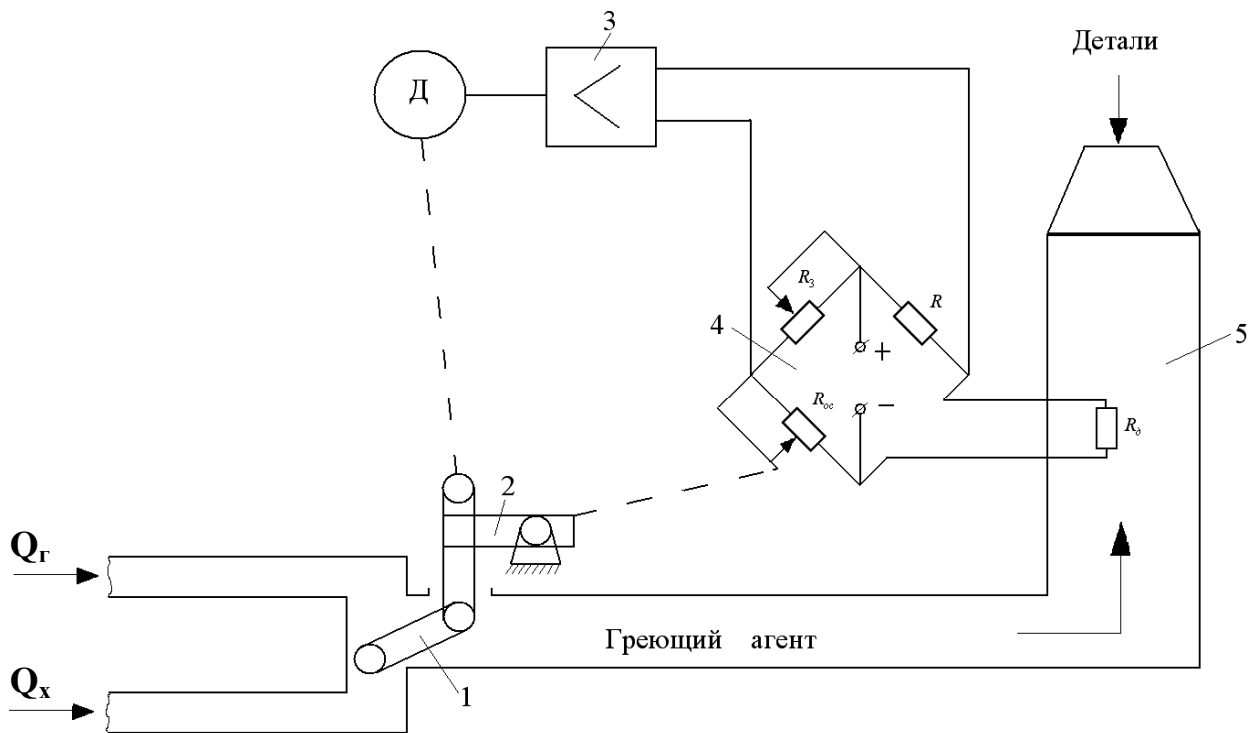


Рисунок 1.5 Принципова схема САР температури гріючого агента у сушильній камері

Система працює в такий спосіб. Якщо температура теплоносія під дією збурювання відхилиться від заданого значення, то на виході моста з'являється сигнал помилки, який через підсилювач управляє реверсивним електродвигуном. Електродвигун залежно від знака помилки переміщає регулювальний орган в ту або іншу сторону, усуваючи тим самим помилку (неузгодженість) у системі. Для забезпечення стійкості в системі застосований твердий зворотний зв'язок ТВС, який охоплює підсилювач і виконавчий

механізм. Конструктивно ТВС виконаю у вигляді перемінного опору R_{oc} , движок якого жорстко пов'язаний із заслінкою через важіль 2. Величина переміщення заслінки позначена буквою l , напруги на вході й виході підсилювача УУ позначені через u_1 і u_2 відповідно.

На рис.1.6 зображена функціональна схема САР температури теплоносія сушильної камери.

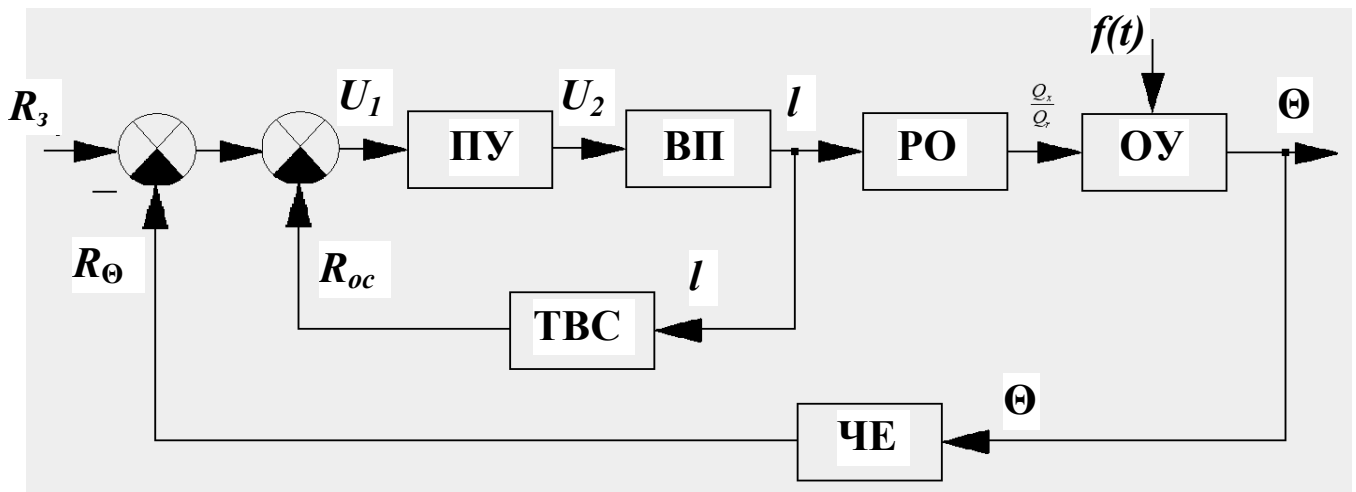


Рисунок 1.6 Функціональна схема САР температури теплоносія сушильної камери

Задача №1.3.

Вивчити принцип дії й скласти функціональну схему САР рівня рідини, схема якої представлена на рис.1.7.

Рішення. У розглянутій автоматичній системі регулювання рівень H рідини є регульованою величиною об'єкта 1 (гідравлічний об'єкт). Поточне значення регульованого параметра системи надходить на пропорційний регулятор рівня 2, що виробляє регулюючий вплив на своєму виході у вигляді тиску стисненого повітря й подає його на виконавчий механізм 3 – пневматичний мембранний регулювальний клапан. Клапан призначений для зміни кількості рідини Q_p , яка витрачається на об'єкті регулювання, і тому його встановлено на нагнітальній лінії відцентрового насоса 4. Зміна притоки рідини Q_{np} в об'єкт є збурюючим впливом.

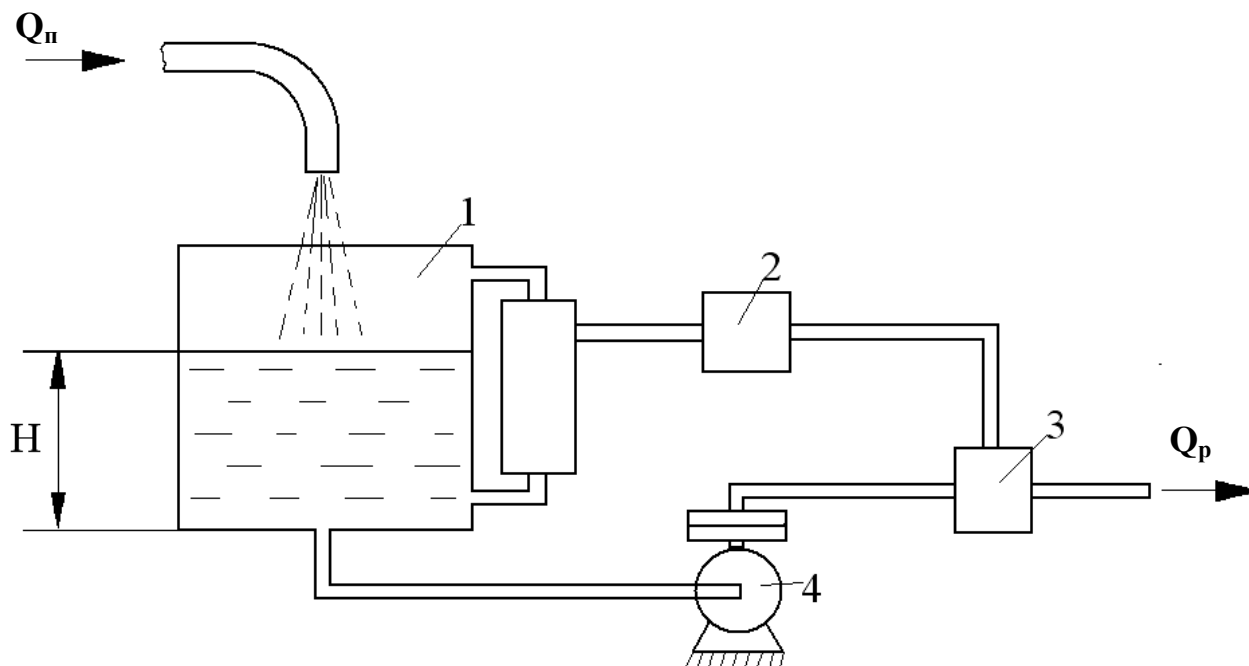


Рисунок 1.7 Принципова схема САР рівня рідини

Розглянута САР працює в такий спосіб. Якщо рівень рідини в об'єкті регулювання відповідає заданому й притока рідини дорівнює витраті її з об'єкта, то система знаходиться в рівновазі й регулятор не виробляє регулюючого впливу.

При наявності збурюючого впливу, наприклад при збільшенні притоки рідини в об'єкт регулювання, рівень у ньому підвищується. З'являється відхилення рівня від заданого значення, тобто виникає помилка в системі, а це приводить до пропорційної зміни тиску стисненого повітря, яке подається до мембранного виконавчого механізму. У результаті витрата рідини з об'єкта регулювання почне зростати, а швидкість зміни рівня - зменшуватися. Збільшення витрати рідини буде тривати доти, поки не наступить рівність між витратою й зрослим значенням притоки. Після цього ріст рівня рідини в об'єкті припиниться.

При наявності збурювання, що виражається в зменшенні припливу рідини, робота системи буде протікати аналогічно, при цьому витрата рідини через об'єкт знизиться, а рівень установиться на новому - меншому значенні.

Функціональна схема САР рівня рідини представлена на рис 1.8.

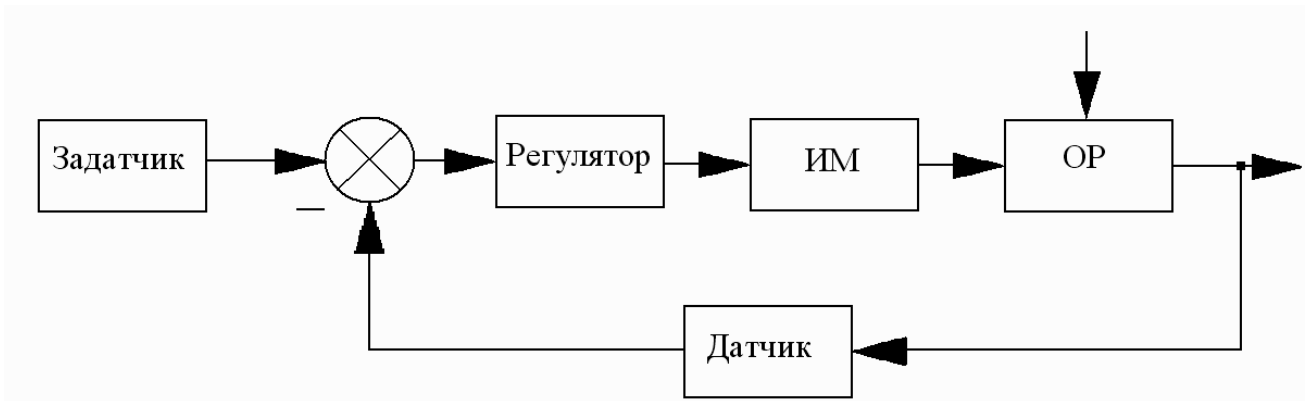


Рисунок 1.8. Функціональна схема САР рівня рідини

Задача №1.4.

Вивчити принцип дії й скласти функціональну схему САР тиску, спрощена схема якої приведена на рис.1.9.

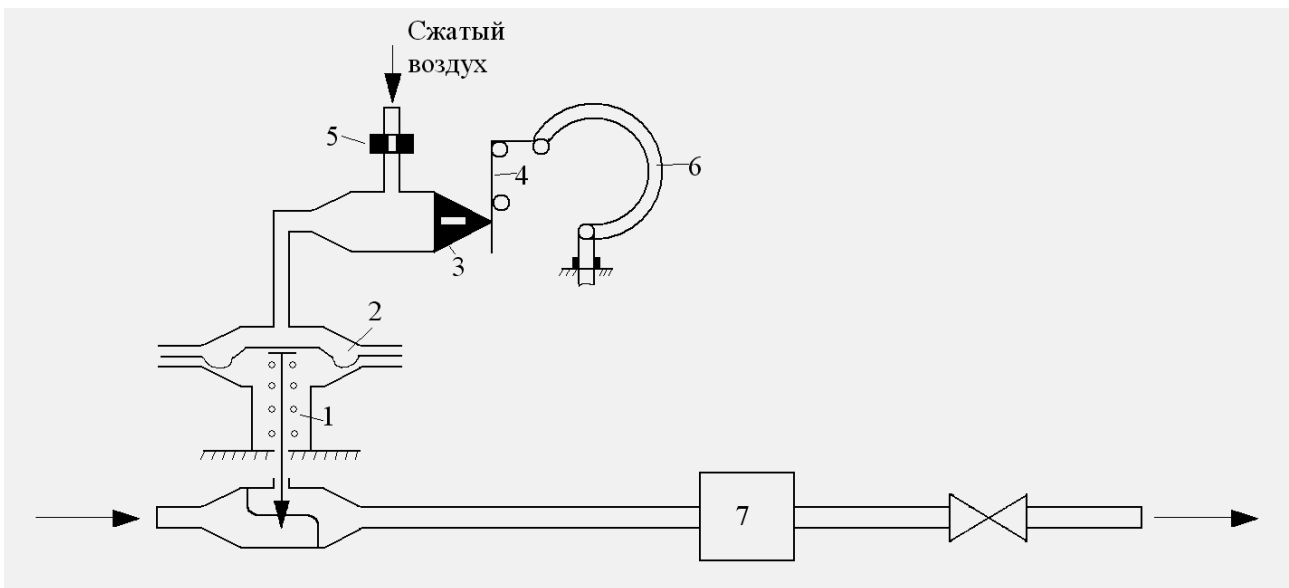


Рисунок 1.9. Принципова схема системи автоматичного регулювання тиску в резервуарі

Рішення. Система автоматичного регулювання тиску в резервуарі складається з об'єкта регулювання 7, манометричної пружини 6, що є вимірювальним елементом регулятора, заслінки 4, сопла 3, до якого підводить повітря живлення через дросель 5, і виконавчого механізму 2.

Система працює в такий спосіб. Допустимо, що тиск в об'єкті регулювання відхилився від свого заданого значення. Тоді манометрична пружина переміщає заслінку щодо сопла й змінює в такий спосіб тиск повітря, що надходить до клапана виконавчого механізму. Шток виконавчого механізму залежно від знака неузгодженості буде переміщатися в ту або іншу сторону, забезпечуючи тим самим необхідний тиск в об'єкті регулювання - резервуарі.

Розглянуту САР можна представити функціональною схемою, зображеної на рис.1.10.

Тут об'єктом регулювання ОР є резервуар, у якому підтримується необхідний тиск середовища, чутливим елементом ЧЕ - манометрична пружина підсилювально-перетворювальним пристроєм ППП - вузол «сопло-золотник», виконавчим механізмом ВМ - пневматичний клапан. Задане значення тиску встановлюється ступенем стиску пружини 1 пневматичного клапана, який служить задатчиком.

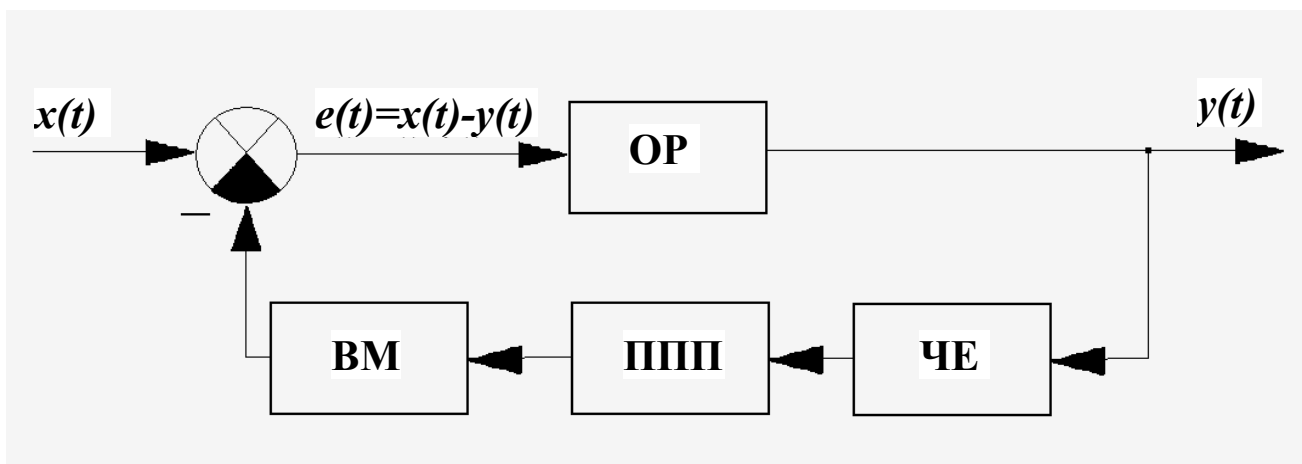


Рисунок 1.10. Функціональна схема системи автоматичного регулювання тиску в резервуарі

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 2
СКЛАДАННЯ Й ЛІНЕАРИЗАЦІЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ
ЕЛЕМЕНТІВ І СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ.
ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕДАТОЧНИХ ФУНКЦІЙ

Рівняння, що описують поведінку ланок системи автоматичного управління, складаються на основі тих фізичних законів, які характеризують їхнє поводження. Це можуть бути закони механіки, електротехніки, теплотехніки, оптики й т.д. Рівняння, що описують поводження ланок, можуть бути алгебраїчними, диференціальними й інтегральними. Однак, як правило, у системах автоматичного управління - це диференціальні рівняння.

Диференціальні рівняння ланок системи можуть бути різними. Для ланок із зосередженими параметрами загальне рівняння має вигляд:

$$F(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y^{(1)}, y, x^{(m)}, \dots, x^{(1)}, x, f^{(q)}, \dots, f^{(1)}, f) = 0.$$

Тут m , n , q - натуральні числа, що показують вищий порядок похідних від вхідної величини x , вихідної величини y й зовнішнього впливу f .

На практиці в більшості випадків $m < n$ і $q < n$ (n - порядок диференціального рівняння). Якщо динаміка ланки описується лінійним диференціальним рівнянням, то ця ланка називається лінійною, якщо диференціальне рівняння нелінійно, то ланку називають нелінійною. У зв'язку з тим, що розв'язання нелінійних рівнянь у загальному випадку – задача значно більш складна, чим розв'язання лінійного диференціального рівняння. Для спрощення дослідження, коли це можливо, бажано замінити нелінійне диференціальне рівняння наближеним лінійним, рішення якого з достатнім ступенем точності описує властивості вихідної нелінійної системи. Процес заміни нелінійного диференціального рівняння лінійним називається *лінеаризацією*.

Математичне обґрунтування лінеаризації полягає в тому, що коли відомо значення $f(a)$ функції $f(x)$ у будь-якій точці $x = a$, а також значення похідних від

цієї функції в даній точці $f'(a)$, $f''(a)$, ..., $f^{(n)}(a)$, то в будь-якій іншій досить близькій точці $x + \Delta x$ значення функції можна визначити, розклавши її в околиці точки a у ряд Тейлора:

$$f(x + \Delta x)|_a = f(a) + \frac{\Delta x}{1!} f'(a) + \frac{\Delta x^2}{2!} f''(a) + \frac{\Delta x^3}{3!} f'''(a) + \dots$$

Аналогічно можна розкласти й функцію декількох змінних. Для простоти візьмемо спрощений, але найбільш характерний варіант рівняння динаміки САУ: $F(y, y', y'', u, u') = f$. Тут похідні за часом u' , y' , y'' також є змінними. У точці, близькій до номінального режиму: $f = f_n + \Delta f$ і $F = F_n + \Delta F$. Розкладемо функцію F у ряд Тейлора в околиці точки номінального режиму, відкидаючи члени ряду високих порядків малості:

$$F_H + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_H \Delta y + \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right)_H \Delta y' + \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right)_H \Delta y'' + \left(\frac{\partial F}{\partial u} \right)_H \Delta u + \left(\frac{\partial F}{\partial u'} \right)_H \Delta u' = f_H + \Delta f.$$

У номінальному режимі, коли всі відхилення і їхні похідні за часом дорівнюють нулю, одержуємо часткове розв'язання рівняння: $F_n = f_n$. З огляду на це й уводячи позначення, отримаємо:

$$a_0 \Delta y'' + a_1 \Delta y' + a_2 \Delta y = b_0 \Delta u' + b_1 \Delta u + c_0 \Delta f.$$

Відкидаючи всі знаки Δ , отримаємо:

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 u' + b_1 u + c_0 f.$$

При цьому завжди потрібно пам'ятати, що в даному рівнянні використовуються не абсолютні значення величин y , u , f і їхніх похідних за часом, а відхилення цих величин від номінальних значень.

З метою спрощення методів розрахунку й проектування систем автоматичного управління рівняння ланок записують не через оригінали функцій, а у вигляді зображень функцій, отриманих за допомогою прямого перетворення Лапласа, використовуючи поняття передаточної функції ланки. Функція $W(p) = Y(p)/X(p)$, що представляє собою відношення перетворення Лапласа вихідного сигналу лінійної САУ до перетворення вхідного сигналу при

нульових початкових умовах, називається передаточною функцією лінійної САУ. У загальному випадку:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_n},$$

де

$$Y(p) = \int_0^{\infty} y(t) \cdot e^{-p \cdot t} dt,$$

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-p \cdot t} dt \quad - \text{ відповідно зображення по Лапласу вихідної й}$$

вхідної величин.

Порівнюючи отримане вище вираження для передаточної функції з диференціальним рівнянням ланки, видно, що формально передаточну функцію ланки можна скласти як відношення операторних багаточленів правої й лівої частин рівняння ланки. І навпаки, знаючи передаточну функцію ланки, легко написати її рівняння, маючи на увазі, що чисельник передаточної функції відповідає правій частині рівняння, а знаменник передаточної функції - лівої частини рівняння.

Приклади розв'язання задач

Задача №2.1.

Скласти диференціальне рівняння пасивного чотирьополіусника, схема якого приведена на рис.2.1.

Рішення. Вхідною координатою в даній схемі буде напруга на затискачах $u(t)$, а вихідною – напруга на конденсаторі u_c .

Через те, що ланцюг є лінійним, рівняння можна скласти як у відхиленнях, так і в безрозмірних відносних одиницях. Визначимо падіння напруги на резисторі R й котушці індуктивності L .

1) Падіння напруги на резисторі R :

$$U_R = R \cdot i = R \frac{dq}{dt}$$

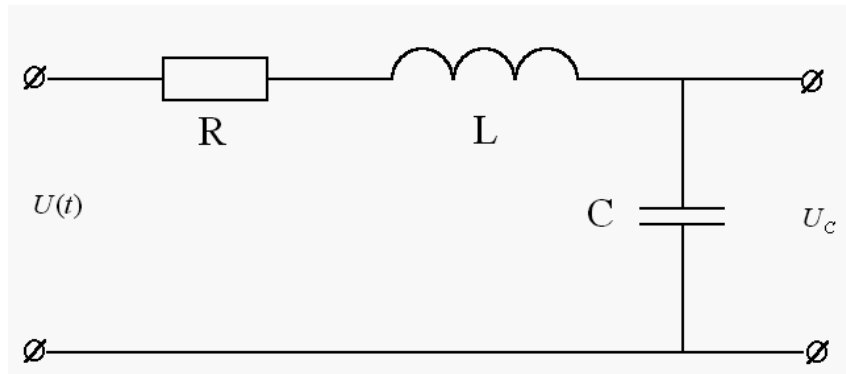


Рисунок 2.1. Принципова схема пасивного чотириполіусника

2) Падіння напруги в котушці індуктивності L :

$$U_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2 q}{dt^2}$$

Тоді напруга на вході ланцюга дорівнює:

$$U(t) = U_L + U_C + U_R = L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

З огляду на те, що $q = C \cdot U_C$, можемо написати

$$L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2} + R \cdot C \frac{dU_C}{dt} + U_C = U(t)$$

Позначимо: $U_C = y(t)$; $U(t) = x(t)$; $L \cdot C = T_1^2$; $R \cdot C = T_2$.

Тоді рівняння електричного чотириполіусника буде мати вигляд:

$$T_1^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_2 \frac{dy}{dt} + y = x$$

або

$$T_1^2 y''(t) + T_2 y'(t) + y(t) = x(t);$$

$$W(p) = \frac{1}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1} = \frac{y(t)}{x(t)},$$

де $p = \frac{d}{dt}$ - оператор диференціювання;

$W(p)$ - передаточна функція ланки, що являється операторною формою запису диференціального рівняння розглянутої ланки.

Зміна об'єму при русі поршня приводу виражається наступним диференціальним рівнянням:

$$s \cdot dh = l \cdot a \cdot v \cdot dt$$

або

$$s \frac{dh}{dt} = l \cdot a \cdot v \quad (2.1)$$

Позначимо вхідну величину через $x = \frac{l}{l_{\max}}$, а вихідну величину – через

$y = \frac{h}{h_{\max}}$ і підставимо ці величини в рівняння (2.1)

$$h_{\max} \cdot s \cdot \frac{dy}{dt} = l_{\max} \cdot a \cdot v \cdot x$$

або

$$\frac{h_{\max} \cdot s}{l_{\max} \cdot a \cdot v} \cdot \frac{dy}{dt} = x \quad (2.2)$$

Відносний ступінь відкриття отвору золотника можна виразити через відносну зміну регульованого тиску p , тобто

$$y = \frac{l}{l_{\max}} = \frac{p}{p_{\max}} \quad (2.3)$$

Позначимо в рівнянні (2.2) множник перед похідною через T . Тоді з урахуванням позначень (2.3) запишемо:

$$T \cdot \frac{dy}{dt} = x,$$

де $T = \frac{h_{\max} \cdot s}{p_{\max} \cdot a \cdot v}$ - постійна часу, що має розмірність часу.

Фізичний смисл постійної часу в цьому випадку полягає в тому, що це є час, протягом якого поршень гідравлічного приводу або затвор регульовального органа переходить із одного крайнього положення в інше.

Остаточно диференціальне рівняння гідравлічного приводу з урахуванням введених позначень прийме вид:

$$T \cdot \frac{dy}{dt} = x$$

або

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T} \cdot x \quad (2.4)$$

Диференціальне рівняння (2.4) в операторній формі запишеться так:

$$p \cdot Y(p) = \frac{1}{T} \cdot X(p).$$

Звідси можна одержати вираження передатної функції гідравлічного приводу:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1}{T \cdot p} = \frac{k}{p},$$

де $k = \frac{1}{T} \text{ c}^{-1}$.

З вираження передаточної функції видно, що гідравлічний привід є інтегруючою ланкою.

Задача №2.3.

Підсилювач постійного струму з великим коефіцієнтом підсилення охоплений негативним зворотним зв'язком, як показано на рис.2.3.

Скласти диференціальне рівняння підсилювача постійного струму, якщо:

а) у зворотному зв'язку підсилювача включений паралельний контур $R_{oc}C$;

б) у зворотному зв'язку підсилювача включений тільки конденсатор C , $R_{oc} = \infty$;

в) у зворотному зв'язку підсилювача включений тільки резистор R_{oc} , $C = 0$.

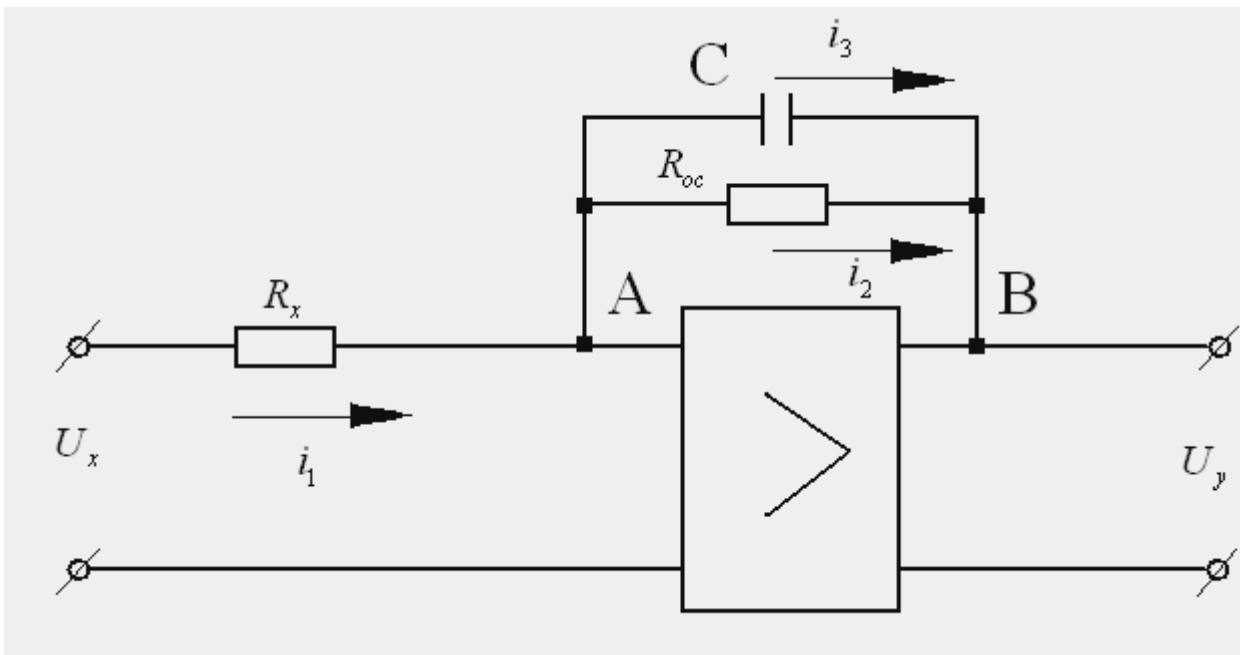


Рисунок 2.3. Принципова схема підсилювача постійного струму

Рішення. На підставі закону Кірхгофа для точки А, нехтуючи сітковими струмами, маємо:

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (2.5)$$

де $i_1 = \frac{U_x - U_{cem}}{R_x} \approx \frac{U_x}{R_x};$

$$i_2 = \frac{U_{cem} - U_y}{R_{oc}} \approx -\frac{U_y}{R_{oc}};$$

$$i_3 = -C \cdot \frac{dU_y}{dt}.$$

а) підставляючи значення струмів у рівняння (2.5), отримаємо:

$$U'_y \cdot R_{oc} \cdot C + U_y = -\frac{R_{oc}}{R_x} \cdot U_x \quad (2.6)$$

або

$$-k \cdot U_x = T \cdot U'_y + U_y,$$

де

$$k = \frac{R_{oc}}{R_x}; \quad T = R_{oc} \cdot C.$$

б) Якщо з контуру зворотного зв'язка виключити резистор R_{oc} , тобто $R_{oc} \rightarrow \infty$, те з рівняння (2.6) отримаємо:

$$\lim_{R_{oc} \rightarrow \infty} \left(U'_y \cdot C + \frac{U_y}{R_{oc}} \right) = -\frac{U_x}{R_x};$$

$$U'_y \cdot C \cdot R_x = -U_x$$

або

$$T \cdot U'_y = -U_x,$$

де

$$T = R_x \cdot C.$$

в) З рівняння (2.6) маємо:

$$U_y = -k \cdot U_x,$$

де

$$k = \frac{R_{oc}}{R_x}.$$

Задача №2.4.

Скласти лінеаризоване диференціальне рівняння вугільного регулятора напруги, конструкція рухомої системи якого зображена на рис.2.4,а й графіки зміни моменту - на рис.2.4,б.

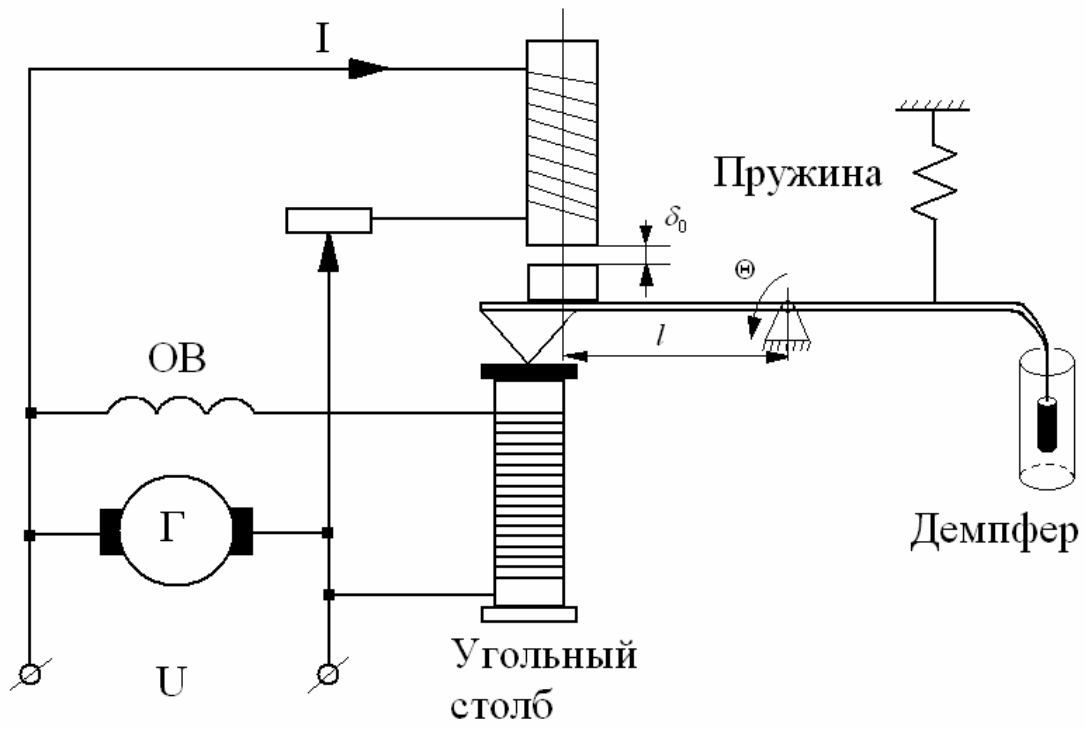
Рішення. Рівняння динамічної рівноваги рухомої системи

$$J \cdot \Theta' + M_{em}(\Theta') + M_n(\Theta) = M(I, \Theta) \quad (2.7)$$

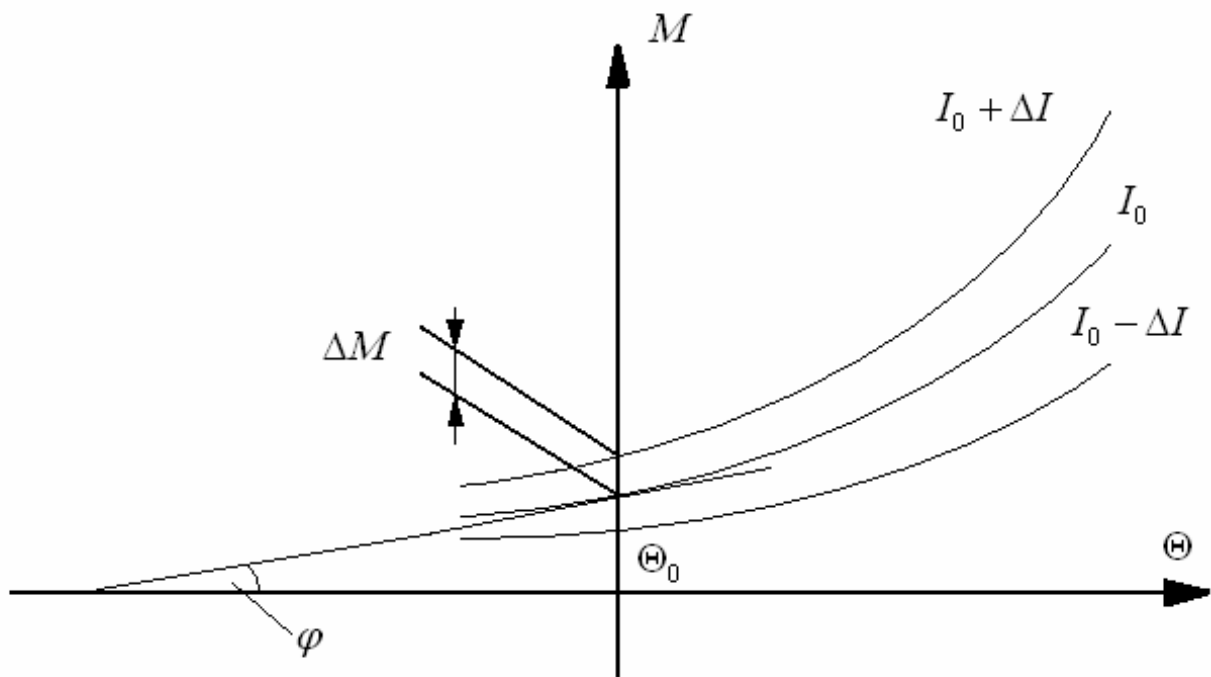
де $M_{em}(\Theta')$ - момент грузлого тертя;

$M_n(\Theta)$ - момент протидії пружини;

$M(I, \Theta)$ - керуючий момент, що створюється електромагнітом.



а)



б)

Рисунок 2.4 Схема (а) і статичні характеристики (б) вугільного регулятора напруги

(Керуючий момент залежить від струму I й зазору δ). Так має місце залежність:

$$\delta_0 - \delta = I \cdot \operatorname{tg}(\Theta - \Theta_0),$$

то можна записати, що керуючий момент залежить від струму I й кута повороту важеля Θ .

Для малих відхилень приріст моменту електромагніта

$$\Delta M(I, \Theta) = \left(\frac{\partial M}{\partial I} \right)_{\substack{I=I_0 \\ \Theta=\Theta_0}} \cdot \Delta I + \left(\frac{\partial M}{\partial \Theta} \right)_{\substack{I=I_0 \\ \Theta=\Theta_0}} \cdot \Delta \Theta = S_{I-M} \cdot \Delta I + S_{\Theta-M} \cdot \Delta \Theta.$$

Момент грузлого тертя

$$M_{em}(\Theta') = S_1 \cdot \Theta' + S_2 \cdot (\Theta')^2 + \dots \approx S_{\Omega-M} \cdot \Theta',$$

що дає гарне наближення при малих швидкостях руху.

Для малих відхилень приріст моменту пружини

$$\Delta M_{II} = \left(\frac{\partial F}{\partial \Theta} \right)_{\Theta=\Theta_0} \cdot \Delta \Theta = k_n \cdot \Delta \Theta.$$

Якщо в рівнянні (2.7) замінити поточні значення змінних сумою їхніх номінальних значень і збільшень:

$$I = I_0 + \Delta I; \quad \Theta = \Theta_0 + \Delta \Theta; \quad \Theta' = \Delta \Theta'; \quad \Theta'' = \Delta \Theta'',$$

відняти рівняння статички й врахувати вираження для малих відхилень, то отримаємо:

$$J \Delta \Theta'' + S_{\Omega-M} \cdot \Delta \Theta' + k_n \cdot \Delta \Theta = S_{I-M} \cdot \Delta I + S_{\Theta-M} \cdot \Delta \Theta.$$

Після приведення подібних членів остаточно отримаємо:

$$J \Delta \Theta'' + S_{\Omega-M} \cdot \Delta \Theta'' + (k_n - S_{\Theta-M}) \cdot \Delta \Theta = S_{I-M} \cdot \Delta I.$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №3.
ЧАСОВІ Й ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ САУ

Для визначення динамічних властивостей ланки необхідно вирішити його диференціальне рівняння. Це можна виконати в тому випадку, якщо відомо зміну вхідної величини у функції часу. При роботі САУ вхідна величина будь-якої ланки є функцією часу, тому в теорії автоматичного регулювання прийнято кілька типових (стандартних впливів).

До них належать вплив у вигляді східчастої (стрибкоподібної), імпульсної й гармонічної функції. Залежно від виду протікання перехідного процесу в ланці при нульових початкових умовах розрізняють основні типи ланок: безінерційна, аперіодична першого порядку, аперіодична другого порядку, ідеальна диференціююча, коливальна, форсуюча першого порядку, форсуюча другого порядку, ідеальна інтегруюча, реальна диференціююча, реальне інтегруюча.

Розглянемо часові характеристики:

1) перехідна характеристика $h(t)$ - функція, яка визначає зміну вихідної величини САУ (або окремого її елемента) при подачі на вхід одиничної східчастої функції при нульових початкових умовах;

2) імпульсна перехідна характеристика $w(t)$ - функція, що визначає зміну вихідної величини системи (або окремого її елемента) при подачі на її вхід одиничного імпульсу (дельта-функції) при нульових початкових умовах.

Перехідну характеристику ланки $h(t)$ часто називають кривою розгону. Тому далі поряд з позначенням $h(t)$ буде зустрічатися позначення $y(t)$.

Для аналізу динамічних властивостей САУ вводиться поняття «типова динамічна ланка», за допомогою якого можна будь-яку систему представити у вигляді найпростіших складових частин, тобто ланок.

Типовою динамічною ланкою називається пристрій, перехідний процес якого описується лінійним диференціальним рівнянням не вище другого порядку.

Під типовою динамічною ланкою розуміють ланку, що має наступні передаточні функції:

$$\frac{1}{Tp+1}; \frac{1}{(T_1p+1) \cdot (T_2p+1)}; \frac{1}{T^2p^2 + 2 \cdot \zeta Tp + 1}; \frac{1}{p}; k; p; Tp+1 \quad (\text{при } k=1).$$

Розглянемо частотні характеристики типових динамічних ланок, які в теорії автоматичного регулювання використовуються для аналізу властивостей ланок, а також САР у цілому.

Вихідними співвідношеннями для частотних характеристик є передаточні функції. Суть частотного методу аналізу САР полягає в тому, що властивості окремих ланок, а також системи в цілому визначаються по їхньому поведінню при подачі на вхід гармонічного впливу. Основу методу складають амплітудно-фазові частотні характеристики (АЧХ) ланок і системи.

Якщо у вираженні для передаточної функції ланки (системи) зробити заміну $p = j \cdot \omega$ (де $j = \sqrt{-1}$, ω - частота коливань, с^{-1}), то отримаємо вираження, яке називається частотною передаточною функцією (амплітудно-фазовою частотною характеристикою АФЧХ), яку можна представити у вигляді.

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

де $P(\omega)$ - дійсна частина частотної передаточної функції;

$Q(\omega)$ - коефіцієнт при мнимій частині частотної передаточної функції.

Якщо частоту вхідного сигналу змінювати від 0 до $+\infty$, то вектор $W(j\omega)$, змінюючись по модулю й фазі, опише на комплексній площині годограф, що зветься амплітудно-фазовою частотною характеристикою ланки або системи (див. рис.3.1.).

Форма й розташування АФХ ланки (системи) на комплексній площині покладені в основу вивчення динамічних властивостей САР і окремих ланок.

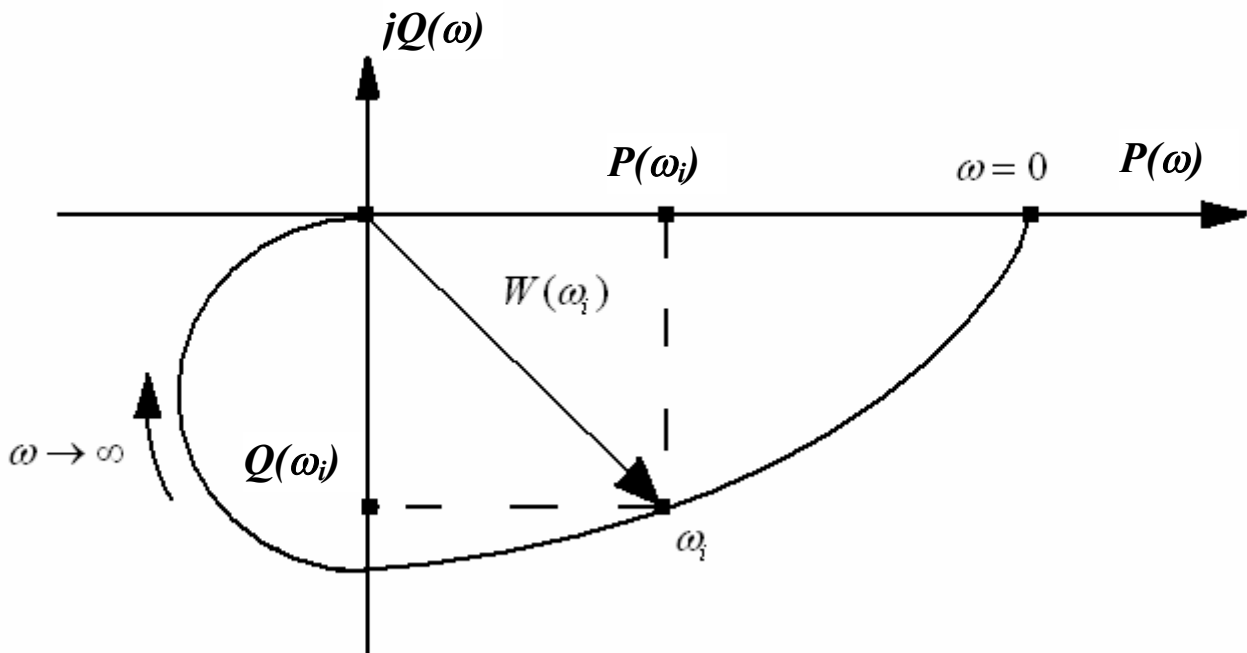


Рисунок 3.1. До визначення АФЧХ

Амплітудно-фазова частотна характеристика $W(j\omega)$ - функція, що визначає зміну амплітуди й фази вихідної величини окремого елемента САР або САР у цілому в сталому режимі при дії на вході гармонічної функції.

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = A(\omega) \cdot (\cos \varphi(\omega) + j \cdot \sin \varphi(\omega)) = A(\omega) \cdot \cos \varphi(\omega) + j \cdot A(\omega) \cdot \sin \varphi(\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

де

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{(P(\omega))^2 + (Q(\omega))^2}$$

$A(\omega)$ - амплітудно-частотна характеристика (АЧХ);

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)};$$

$\varphi(\omega)$ - фазо-частотна характеристика (ФЧХ).

У практичних розрахунках часто користуються логарифмічними частотними характеристиками:

1) логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою або скорочено логарифмічною амплітудною характеристикою $L(\omega)$ (ЛАХ), для побудови якої частотну передаточну функцію представляють у вигляді:

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg A(\omega).$$

2) логарифмічною фазовою характеристикою (ЛФХ) - $\varphi(\omega)$.

Приклади розв'язання задач

Часові характеристики динамічних ланок

Задача №3.1.

Визначити перехідну й вагову функції аперіодичної ланки, що задана рівнянням:

$$T \cdot y'(t) + y(t) = k \cdot x(t);$$

для $T=2$ с и $k=20$. Знайти момент часу, при якому вагова функція буде мати значення $\omega(t)=0.5$, а перехідна функція $h(t)=19$.

Рішення.

Для одержання перехідної і вагової функцій аперіодичної ланки необхідно вирішити його диференціальне рівняння відповідно при $x(t) = 1(t)$ й $x(t) = \delta(t)$.

Характеристичне рівняння аперіодичної ланки і його корінь мають вигляд:

$$T \cdot p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{T}.$$

Загальний вид рішення рівняння:

$$h(t) = k + C \cdot e^{-\frac{t}{T}}.$$

При $t = 0$, $h(0) = 0$. Отже $C = -k$.

Тоді перехідна функція ланки дорівнює:

$$h(t) = k \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

При підстановці числових значень $k=20$ і $T=2$, отримаємо:

$$h(t) = 20 \cdot (1 - e^{-0.5t}).$$

Вагова функція має вигляд:

$$\omega(t) = \frac{dh}{dt} = \frac{k}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

або при підстановці чисельних значень

$$\omega(t) = 10 \cdot e^{-0.5t}.$$

При $t = 3 \cdot T = 6$ с відповідно отримаємо:

$$h(3 \cdot T) = 19;$$

$$\omega(3 \cdot T) = 0.5.$$

Задача №3.2.

Визначити перехідну й вагову функції коливальної ланки, рівняння якої задано у вигляді:

$$T^2 \cdot y''(t) + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot y'(t) + y(t) = k \cdot x(t);$$

при початкових умовах $h(0) = 0$, $h'(0) = 0$.

Рішення.

Для визначення перехідної функції коливальної ланки її диференціальне рівняння записуємо у вигляді:

$$T^2 \cdot h''(t) + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot h'(t) + h(t) = k \cdot 1(t) \quad (3.1)$$

Характеристичне рівняння коливальної ланки має вигляд:

$$T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1 = 0.$$

Корені даного характеристичного рівняння рівні:

$$p_1 = -\frac{\xi}{T} + \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T};$$

$$p_2 = -\frac{\xi}{T} - \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}.$$

Для коливальної ланки $0 < \xi < 1$, тому $p_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j \cdot \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$.

Тоді загальне рішення рівняння (3.1) запишеться:

$$h(t) = k + C \cdot e^{-\xi \cdot \frac{t}{T}} \cdot \sin\left(\frac{t}{T} \cdot \sqrt{1-\xi^2} + \varphi\right) \quad (3.2)$$

Задавшись початковими умовами: $h(0) = 0$, $h'(0) = 0$ і підставивши їх в (3.2), отримаємо:

$$0 = k + C \cdot \sin(\varphi).$$

$$\text{Звідси, } C = -\frac{k}{\sin(\varphi)}.$$

Якщо рівняння (3.2) диференціювати і підставити в нього $h'(0) = 0$, то отримаємо:

$$0 = -\xi \cdot \sin(\varphi) + \sqrt{1-\xi^2} \cdot \cos(\varphi),$$

$$\text{звідки } \operatorname{tg}(\varphi) = \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\xi}}, \quad \sin(\varphi) = \sqrt{1-\xi^2}, \quad \cos(\varphi) = \xi.$$

Остаточне вираження для перехідної характеристики

$$h(t) = k \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\xi \cdot \frac{t}{T}} \cdot \sin\left(\frac{t}{T} \cdot \sqrt{1-\xi^2} + \arccos(\xi)\right) \right].$$

Якщо диференціювати $h(t)$, то отримаємо вагову функцію у вигляді:

$$\omega(t) = \frac{k}{T \cdot \sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\xi \cdot \frac{t}{T}} \cdot \sin\left(\frac{t}{T} \cdot \sqrt{1-\xi^2}\right).$$

Частотні характеристики типових динамічних ланок

Задача №3.3.

Диференціальне рівняння підігрівника гальванічної ванни по каналу «витрата пару - температура електроліту» має вигляд:

$$100 \cdot y'(t) + y(t) = 0.2 \cdot x(t),$$

$$\text{де } K = 0.2 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{кВт/ч}}, \quad T = 100 \text{ с.}$$

Визначити передаточну функцію й побудувати амплітудно-фазову частотну характеристику підігрівника гальванічної ванни.

Рішення.

Диференціальне рівняння підігрівника в операторній формі запишеться:

$$(100 \cdot p + 1) \cdot Y(p) = 0.2 \cdot X(p) \quad (3.3)$$

З рівняння (3.3) отримаємо вираження для передаточної функції об'єкта:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{0.2}{100 \cdot p + 1} \quad (3.4)$$

З вираження (3.4) для передаточної функції видно, що в динамічному відношенні підігрівник гальванічної ванни по розглянутому каналу є аперіодичною ланкою першого порядку.

Амплітудно-фазова частотна характеристика виразиться як:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

$$\text{де } P(\omega) = \frac{k}{1 + T^2 \cdot \omega^2}; \quad Q(\omega) = -\frac{k \cdot T \cdot \omega}{1 + T^2 \cdot \omega^2}.$$

Підставимо значення k і T у останнє вираження, тобто

$$P(\omega) = \frac{0.2}{1 + 100^2 \cdot \omega^2}; \quad Q(\omega) = -\frac{20 \cdot \omega}{1 + 100^2 \cdot \omega^2}.$$

Зробимо обчислення, задаючи частоті ω різні значення від $0 \leq \omega \leq \infty$.

Табл. 3.1

ω, c^{-1}	0	0.005	0.01	0.02	0.05	...	
$P(\omega)$	0.2	0.16	0.1	0.04	0.008	...	0
$Q(\omega)$	0	-0.08	-0.1	-0.08	-0.008	...	0

За обчисленими значеннями $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ будемо амплітудно-фазову частотну характеристику підігрівника, що зображена на рис. 3.2.

Задача №3.4.

Побудувати АФХ інтегруючої ланки, якщо її диференціальне рівняння має вигляд:

$$y'(t) = 0.3 \cdot x(t).$$

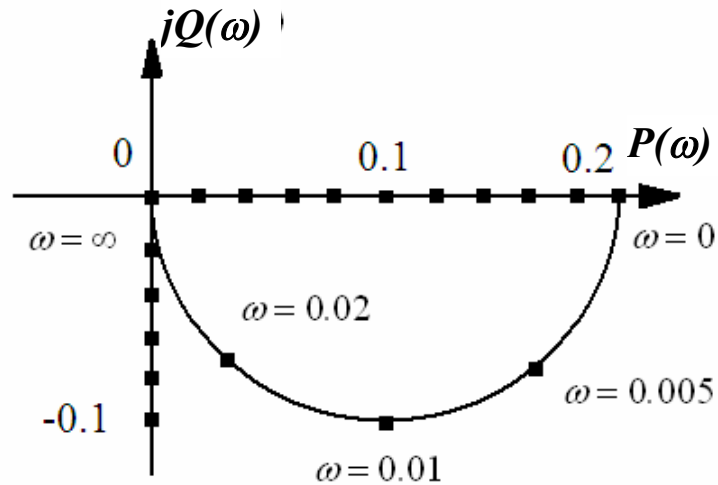


Рисунок 3.2 АФЧХ підігрівника гальванічної ванни по каналу «витрата пару - температура електроліту»

Рішення.

Перейдемо від диференціального рівняння інтегруючої ланки до його передаточної функції шляхом заміни $\frac{d}{dt}$ на p .

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{0.3}{p} \quad (3.5)$$

У вираженні (3.5) зробимо заміну $p = j\omega$, тоді АФХ інтегруючої ланки запишеться:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{k}{\omega} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (3.6)$$

Задаючи значення частоти $0 \leq \omega \leq +\infty$ й підставляючи їх у вираження (3.6), отримаємо вихідні дані для побудови АФХ ланки (рис 3.3)

Задача № 3.5.

Написати рівняння амплітудно-фазової $W(j\omega)$, амплітудно-частотної $A(\omega)$ й фазочастотної $\varphi(\omega)$ характеристики типової динамічної ланки, якщо її диференціальне рівняння має вигляд:

$$y'(t) = kx(t), \quad k = 0,5.$$

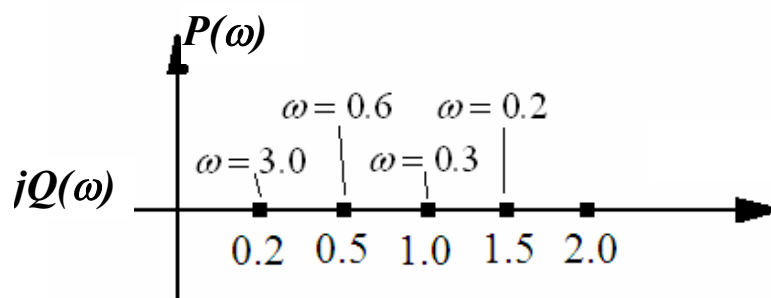


Рисунок 3.3 АФЧХ інтегруючої ланки

Рішення.

Підставимо в диференціальне рівняння ланки $k = 0,5$ і отримаємо наступне рівняння:

$$y'(t) = 0.5x(t). \quad (3.7)$$

Виразення для передаточної функції в перетворенні Лапласа має вигляд:

$$W(p) = \frac{0.5}{p} \quad (3.8)$$

Рівняння АФХ визначиться з рівняння (3.8) при $p = j\omega$

$$W(j\omega) = \frac{0.5}{j\omega} = \frac{0.5}{\omega} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

тоді
$$A(\omega) = \frac{0.5}{\omega}, \quad \varphi(\omega) = e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Задача № 3.6.

Побудувати АФХ динамічної ланки, заданої диференціальним рівнянням

$$Ty'(t) + y(t) = kx'(t)$$

де $T = 4c^{-1}$; $k = 10$.

Рішення.

Передаточна функція розглянутої динамічної ланки має вигляд:

$$W(p) = \frac{10p}{4p + 1}.$$

Амплітудно-фазова характеристика

$$W(p) = \frac{10j\omega}{4j\omega + 1} \quad (3.9)$$

Помножимо чисельник і знаменник вираження (3.9) на $1 - 4j\omega$, отримаємо:

$$W(j\omega) = \frac{10j\omega(1 - 4j\omega)}{1 + 16\omega^2} = \frac{40\omega^2}{1 + 16\omega^2} + j\frac{10\omega}{1 + 16\omega^2} \quad (3.10)$$

Позначимо дійсну й мниму частини вираженням (3.10) відповідно

$$P(\omega) = \frac{40\omega^2}{1 + 16\omega^2}; \quad Q(\omega) = \frac{10\omega}{1 + 16\omega^2}.$$

Підставляючи в останні вираження значення частоти ω в межах від 0 до ∞ , отримаємо координати точок АФХ ланки, табл. 3.2 (рис.3.4)

Таблиця 3.2

ω, c^{-1}	0	0,1	0,2	0,5	1	2
$P(\omega)$	0	0,345	0,98	2	2,35	2,46
$Q(\omega)$	0	0,086	1,2	1	0,59	0,313
ω, c^{-1}	3	4	5	10	...	
$P(\omega)$	2,48	2,49	2,49	2,49	...	2,5
$Q(\omega)$	0,21	0,156	0,124	0,06	...	0

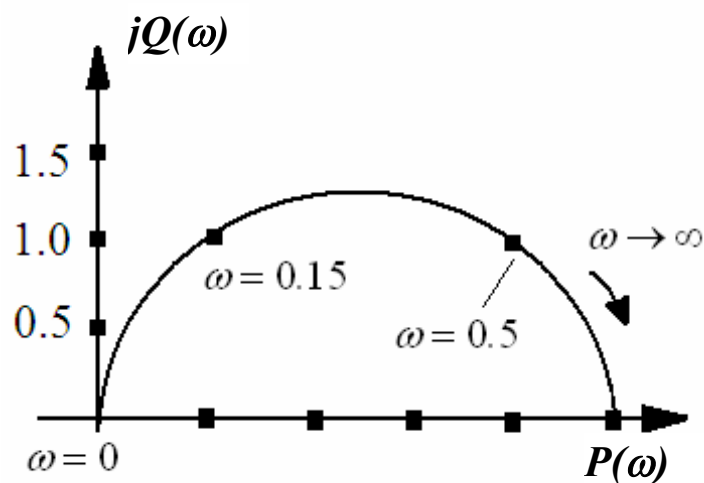


Рисунок 3.4 АФЧХ диференціюючої ланки

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4.
ПЕРЕТВОРЕННЯ СТРУКТУРНИХ СХЕМ САУ

Структурною схемою називається графічне зображення САУ із зазначенням динамічних характеристик її елементів, точок додатка й напрямлення передач впливів. Елементи структурних схем показані на рис.4.1

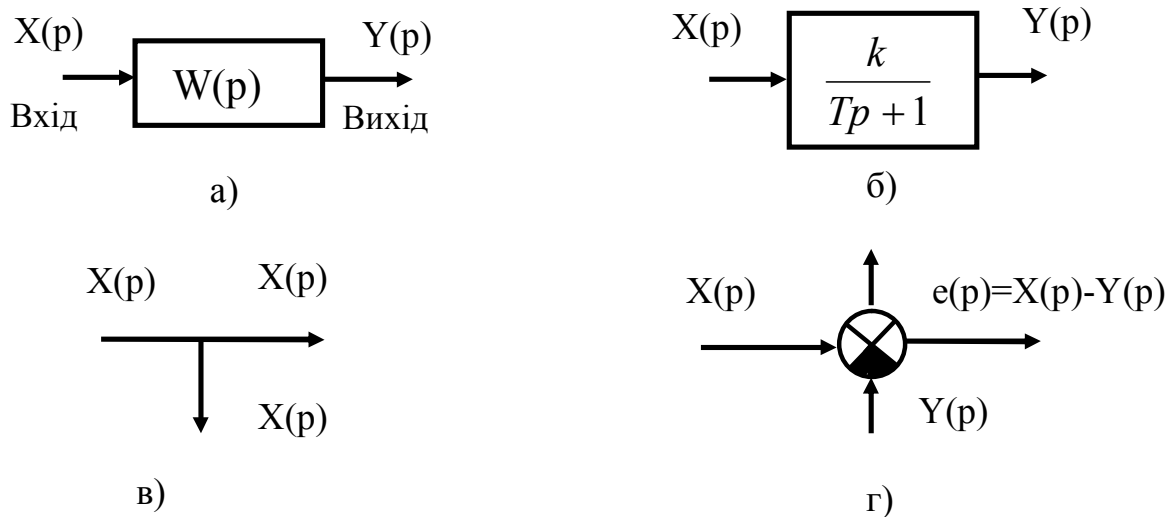


Рисунок 4.1. Елементи структурних схем

Розглянемо основні формули для перетворення структурних схем:

1. Передаточна функція $W(p)$ системи з n послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передаточних функцій окремих ланок $W_i(p)$.

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p)$$

2. Передаточна функція $W(p)$ системи з n паралельно з'єднаних ланок дорівнює сумі передаточних функцій окремих ланок $W_i(p)$.

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p).$$

3. Передаточна функція ланки $W_z(p)$ зі зворотним зв'язком $W_{oc}(p)$ дорівнює

$$W_3(p) = \frac{W(p)}{1 \pm W(p)W_{oc}(p)},$$

де знак “плюс” відповідає негативному, а знак “мінус” - позитивному зворотному зв'язку.

Ланцюг, що з'єднує через чутливий елемент (датчик) вихід об'єкта з елементом порівняння, називають головним зворотним зв'язком, а всі інші - місцевими зворотними зв'язками.

Нехай елемент (ланка) з передаточною функцією $W(p)$ охоплений негативним зворотним зв'язком з передаточною функцією $W_{oc}(p)$ рис.4.2.

Передаточна функція цього з'єднання ланок.

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)W_{oc}(p)} \quad (4.1)$$

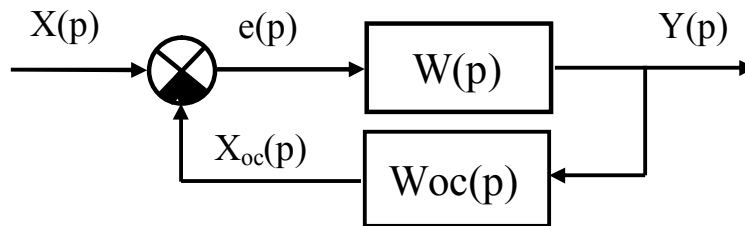


Рисунок 4.2. З'єднання з негативним зворотним зв'язком

Перетворення структурних схем ґрунтуються на правилах послідовного й паралельного з'єднання ланок.

Послідовність перетворень структурних схем наступна. Спочатку необхідно позбутися від перехресних зв'язків, а потім спростити структурну схему.

Приклади розв'язання задач

Задача № 4.1

Скласти структурну схему сушильної камери, зробити її перетворення й записати передаточну функцію САР температури сушильної камери, схема якої приведена на рис. 4.3.

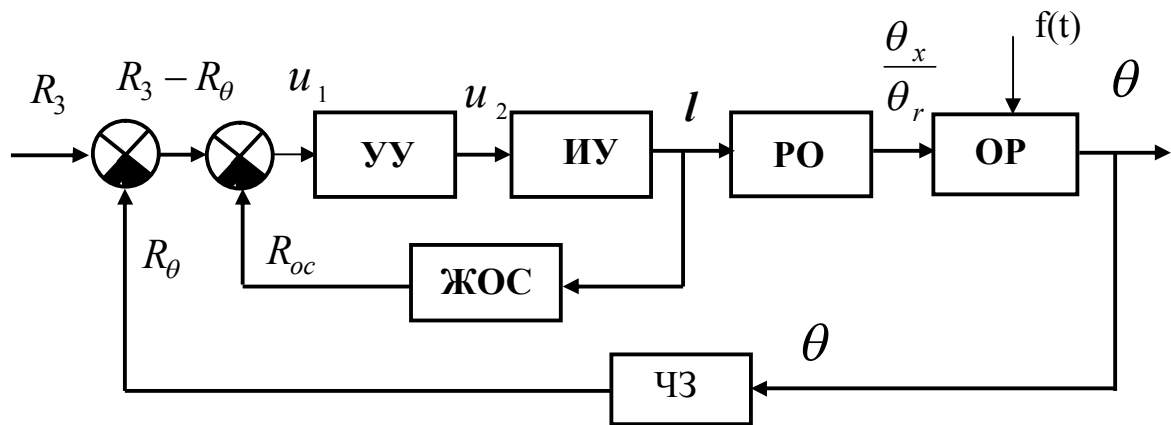


Рисунок 4.3. Функціональна схема САР температури сушильної камери

Рішення.

Відповідно до функціональної схеми в розглянутій системі можна виділити наступні елементи з передаточними функціями:

1. Об'єкт регулювання сушильної камери без урахування запізнювання

$$W_{об}(p) = \frac{\theta(p)}{\varphi(p)} = W_1(p)$$

де $\varphi(p) = \frac{Q_x(p)}{Q_e(p)}$;

2. Регулювальний орган (заслінка)

$$W_{po}(p) = \frac{\varphi(p)}{I(p)} = W_2(p)$$

3. Виконавчий механізм (електродвигун з редуктором)

$$W_{ум}(p) = \frac{I(p)}{U_2(p)}$$

4. Підсилювач

$$W_y(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}$$

5. Елемент, що охоплює жорстким зворотним зв'язком (важіль 2 і потенціометр R_{oc}) виконавчий механізм і підсилювач

$$W_{oc}(p) = \frac{R_{oc}(p)}{l(p)};$$

6. Чутливий елемент (термоопір)

$$W_{чз}(p) = \frac{R_{\theta}(p)}{\theta(p)} = W_4(p).$$

Для одержання еквівалентної передаточної функції необхідно скласти структурну схему.

На підставі отриманих передаточних функцій складемо структурну схему з урахуванням введених вище позначень (рис.4.4)

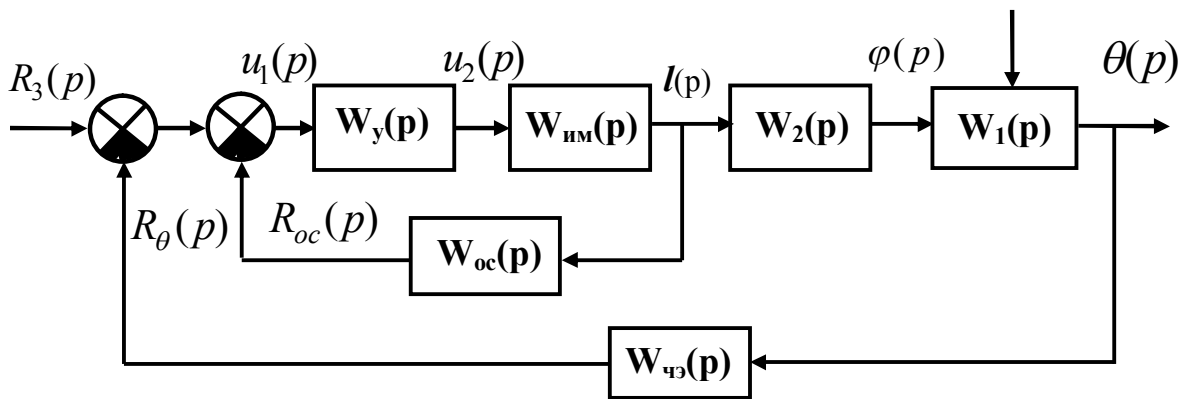


Рисунок 4.4. Структурна схема САР температури сушильної камери

Використовуючи правила перетворення структурних схем, визначимо передаточну функцію внутрішнього контуру системи.

Тут дві ланки з передаточними функціями $W_y(p)$ й $W_{им}(p)$ з'єднані послідовно й охоплені негативним зворотним зв'язком, у ланцюгу якого знаходиться ланка з передаточною функцією $W_{oc}(p)$.

Для еквівалентної передаточної функції маємо наступне вираження:

$$W_{экв}(p) = \frac{W_y(p)W_{им}(p)}{1 + W_y(p) \cdot W_{им}(p) \cdot W_{oc}(p)}$$

Позначимо $W_{экв}(p) = W_3(p)$. Тоді для всієї системи в прямому ланцюгу є три ланки, які з'єднані послідовно, з передаточними функціями

$$W_1(p), W_2(p), W_3(p).$$

У ланцюзі головного негативного зворотного зв'язка знаходиться ланка з передаточною функцією $W_4(p)$. Застосовуючи формулу для перетворення з'єднання зі зворотним зв'язком, знаходимо передаточну функцію замкнутої системи

$$W_{\text{зкв}}(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p) \cdot W_4(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_4(p)}$$

Якщо підставити початкові позначення, то $\Phi(p)$ прийме вид:

$$\Phi(p) = \frac{W_{об}(p)W_{ро}(p)W_4(p)W_{ум}(p)}{1 + W_y(p)W_{ум}(p)[W_{ос}(p) + W_{об}(p)W_{ро}(p)W_{4э}(p)]}$$

Задача № 4.2.

Згорнути структурну схему САУ й визначити передаточну функцію замкнутої системи по основному каналу й по каналу помилки (рис.4.5), якщо

$$W_1(p) = \frac{k_1}{Tp + 1} ; \quad W_2(p) = \frac{k_2}{Tp + 1} ;$$

$$W_3(p) = \frac{k_3}{T_3p} ; \quad W_4(p) = \frac{T_3p}{k_3}$$

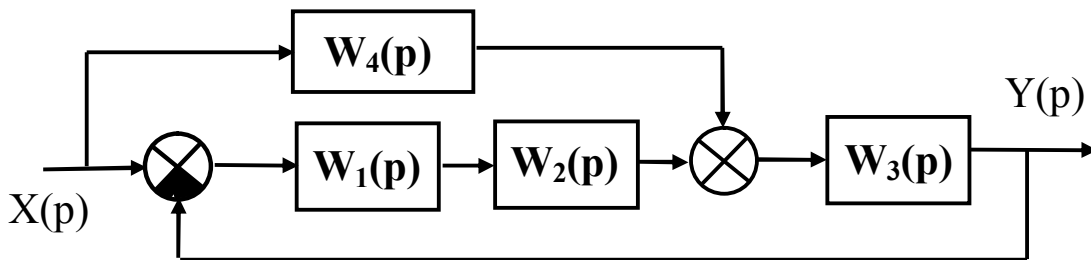


Рисунок 4.5. Структурна схема вихідної САУ

Рішення.

Починати згортання доцільно з переносу першого (вхідного) суматора через послідовно з'єднані ланки $W_1(p)$ й $W_2(p)$ з'єднання цього суматора із другим. У цьому випадку отримаємо структурну схему, зображену на рисунку 4.6.

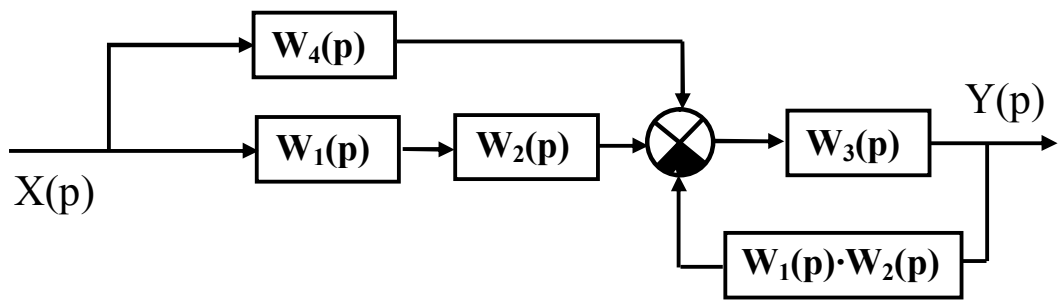


Рисунок 4.6.

Подальші структурні перетворення приводять до структурних схем, які зображені на рисунках 4.7 і 4.8.

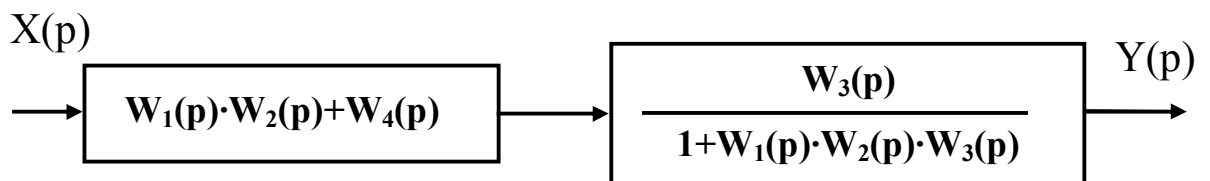


Рисунок 4.7.

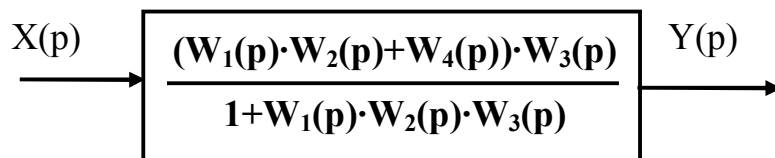


Рисунок 4.8.

Якщо підставити значення передаточних функцій ланок, то можна отримати передаточну функцію замкнутої системи.

Передаточна функція замкнутої системи

$$\Phi(p) = \frac{[W_1(p)W_2(p) + W_4(p)]W_3(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)}$$

$$\Phi(p) = \frac{k_1 k_2 k_3 + T_3 p (Tp + 1)^2}{k_1 k_2 k_3 + T_3 p (Tp + 1)^2} = 1$$

$$\Phi_e(p) = 1 - \Phi(p) = 0$$

$$\Phi(p) = 1 \qquad \Phi_e(p) = 0$$

Задача № 4.3.

Підсилювальна ланка, яка зображена на рисунку 5.9, має передаточну функцію $W(p) = k$ й охоплена зворотним зв'язком ланкою з передаточною функцією

$$W_{oc}(p) = \frac{T_{oc} k_{oc} p}{T_{oc} p + 1}$$

Перетворити розглянуту систему в одну ланку й записати передаточну функцію, проаналізувавши отриманий результат.

Вказівка. Вважати коефіцієнт підсилення ланки прямого ланцюга прагнучим до нескінченності, тобто $k \rightarrow \infty$.

Рішення.

При $k \rightarrow \infty$ передаточна функція розглянутої системи має вигляд:

$$\Phi(p) = \frac{1}{W_{oc}(p)} = \frac{1}{\frac{T_{oc} k_{oc} p}{T_{oc} p + 1}} = \frac{T_{oc} p + 1}{T_{oc} k_{oc} p} = \frac{1}{k_{oc}} + \frac{1}{T_{oc} k_{oc} p} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_u p}\right)$$

де $k_p = \frac{1}{k_{oc}}$ $T_u = T_{oc}$

Висновок: охоплення підсилювальної ланки ЖЗЗ дозволяє отримати зі статичної системи астатичну із законом ПІ-регулятора.

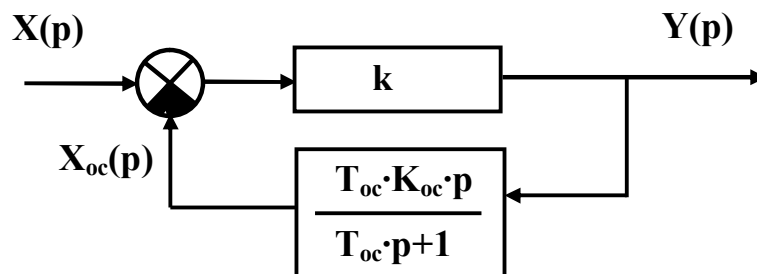


Рисунок 4.9. Охоплення підсилювальної ланки гнучким зворотним зв'язком

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 5.

РОЗРАХУНОК ТОЧНОСТІ САУ ПРИ РІЗНИХ ВХІДНИХ ВПЛИВАХ

Статична точність

У статичному режимі помилки виникають тільки в статичній системі, а в астатичній системі вони дорівнюють нулю. Тому оцінка статичної точності здійснюється при аналізі тільки статичних систем.

Статична система управління – це система, об'єкт і керуючий пристрій якої є статичними елементами, тобто

$$W_0(0) = k_{OY}, W_y(0) = k_y.$$

З рівнянь динаміки для сигналу помилки й вихідної величини одержуємо рівняння статичної системи підстановкою $p=0$ і з огляду на те, що $W_0(0) = k_{OY}, W_y(0) = k_y$:

$$\begin{aligned} - \text{ для керованої величини: } & y = \frac{k_y * k_{OY}}{1 + k_y * k_{OY}} x + \frac{k_{OY}}{1 + k_y * k_{OY}} f \\ - \text{ для сигналу помилки: } & \varepsilon = \frac{1}{1 + k_y * k_{OY}} x - \frac{k_{OY}}{1 + k_y * k_{OY}} f \end{aligned} \quad (*)$$

Перший доданок у рівнянні (*) характеризує статичну помилку за впливом, що задає, другий - статичну помилку за збуренням. Обидві ці помилки тим більше, чим більше зовнішні впливи, і тем менше, чим більше знаменник $(1 + k_y * k_{OY})$. Отже:

*Точність статичної системи тим краще, чим більше передатний коефіцієнт розімкнутого контуру $k_y * k_{OY}$.*

Точність статичної системи прийнято оцінювати коефіцієнтом статизму:

$$S = \frac{\Delta Y_z}{\Delta Y_p}.$$

де ΔY_p – відхилення керованої величини y від заданого значення, створюване збурюванням f_0 при розімкнутому контурі регулювання;

ΔY_z – відхилення керованої величини y від заданого значення, створюване тим же збурюванням f_0 у замкнутій системі.

Коефіцієнт статизму показує у скільки разів відхилення вихідної величини керованого об'єкта менше відхилення цієї величини некерованого об'єкта (при тому самому значенні збурювання).

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y_p &= \Delta f_0 * k_{OY} \\ \Delta Y_z &= \Delta f_0 * \frac{k_{OY}}{1 + k_y k_{OY}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = \frac{1}{1 + k_y k_{OY}} = \frac{1}{1 + k}, \quad k = k_y k_{OY}$$

Точність статичної системи задовільна при $S = 0,1 \div 0,01$.

Динамічна точність

Динамічну точність оцінюють за величиною сигналу помилки в сталому динамічному режимі. У цьому режимі роботи керована величина й сигнал помилки мають тільки змушену складову.

Залежно від властивостей системи й від точки прикладення зовнішнього впливу змушена складова сигналу помилки або дорівнює постійній величині, або необмежено зростає.

Визначимо стале значення сигналу помилки типової одноконтурної системи управління при зміні зовнішніх впливів $x(t)$ і $f(t)$ за законом східчастої функції: $x(t) = f(t) = a1(t)$ і за законом ступеневої функції: $x(t) = f(t) = at^q 1(t)$, $q = 1; 2; 3; \dots$

Передаточна функція регулятора й об'єкта має вигляд:

$$W_y(p) = \frac{k_y W_y^*(p)}{p^{v_y}}; \quad W_{OY}(p) = \frac{k_{OY} W_{OY}^*(p)}{p^{v_y}};$$

де множники $W_y^*(p)$ й $W_{OY}^*(p)$ при $p \rightarrow 0$ прагнуть до одиниці.

Показники v_y и v_{OY} характеризують порядок астатизму керуючого пристрою й об'єкта.

Типова система управління називається астатичною v -го порядку, якщо вона має астатизм v -го порядку, тобто містить v інтегруючих ланок.

ПФ розімкнутого контуру буде мати вигляд: $W(p) = \frac{kW^*(p)}{p^v}$,

Де $k = k_y * k_{Oy}$ – передатний коефіцієнт розімкнутого контуру;

$v = v_B + v_{Oy}$ – порядок астатизму системи;

$W^*(p) = W_B^*(p) * W_{Oy}^*(p)$ – множник, що при $p \rightarrow 0$ прагне до одиниці.

Зображення сигналу помилки типової системи одержуємо підстановкою передатних функцій об'єкта управління й керуючого пристрою в рівняння динаміки системи для сигналу помилки:

$$\varepsilon(p) = x(p) \frac{p^v}{p^v + kW^*(p)} + f(p) \frac{p^{v_y} k_{Oy} W_{Oy}^*(p)}{p^v + kW^*(p)}. \quad (**)$$

З даного вираження виходить, що складова сигналу помилки ε , обумовлена зміною впливу, що задає, $x(t)$, залежить від загального порядку астатизму системи v , а складова ε_B , обумовлена зміною впливу, що обурює, $f(t)$, залежить тільки від порядку астатизму регулятора.

Стале значення сигналу помилки визначається на підставі теореми про кінцеве значення сигналу:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p).$$

Знаменники обох доданків у вираженні (**) при $p \rightarrow 0$ прагнуть до значення $1+k$ (при $v = 0$) або до значення k (при $v > 0$). Граничне значення чисельників залежить від виду функцій $x(t)$ і $f(t)$ і від показників астатизму v і v_{yy} .

Якщо підставити замість $x(p)$ і $f(p)$ у формулі (**) зображення східчастої функції $x(p) = f(p) = a/p$

або ступеневої функції $x(p) = f(p) = \frac{a * q!}{p^{q+1}}, q = 1; 2; 3 \dots,$

то можна знайти стале значення сигналу помилки.

Приклади розв'язання задач

Задача 5.1.

Передаточна функція замкнутої системи, що стежить, має вигляд

$$\Phi(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}$$

Які умови одержання:

- 1) астатизму нульового порядку;
- 2) астатизму першого порядку;
- 3) астатизму другого порядку.

Рішення.

Передаточна функція розімкнутої системи, що стежить, має вигляд

$$W(p) = \frac{\Phi(p)}{1 - \Phi(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n - (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m)}$$

Звідси треба, що система, що стежить, буде мати астатизм нульового порядку, якщо

$$a_n \neq b_m.$$

Умови астатизму першого порядку можна записати у вигляді наступної системи $a_n = b_m$, $a_{n-1} \neq b_{m-1}$. А для астатизму другого порядку необхідне виконання наступних умов $b_m = a_n$; $b_{m-1} = a_{n-1}$; $b_{m-2} \neq a_{n-2}$.

Задача 5.2.

Визначити сталу помилку системи, що стежить, структурна схема якої зображена на рис.5.1, при дії на неї вхідного сигналу виду

$$g_x(t) = \frac{gt^2}{2} 1(t)$$

і постійного збурюючого впливу M_ϵ , який прикладено до валу двигуна.

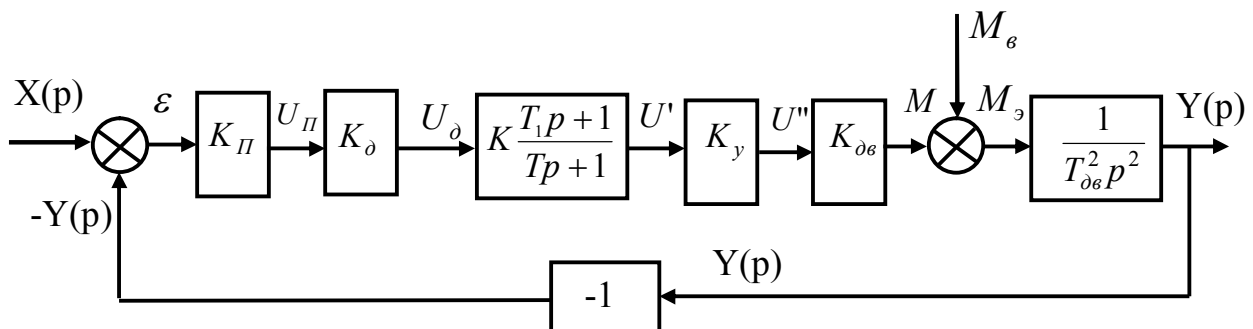


Рисунок 5.1. Структурна схема САУ до задачі 5.2.

Рішення.

Передаточну функцію системи, що стежить, можна записати у вигляді

$$W(p) = K \frac{T_1 p + 1}{T_{\partial\delta}^2 p^2 (Tp + 1)},$$

де $K = K_\epsilon \cdot K_\partial \cdot K_\kappa \cdot K_y \cdot K_{\partial\delta}$.

Передаточна функція помилки може бути записана у вигляді:

$$\Phi_E(p) = \frac{1}{1 + W(p)} = \frac{T_{\partial\delta}^2 p^2 (Tp + 1)}{T_{\partial\delta}^2 p^2 (Tp + 1) + K(T_1 p + 1)}.$$

Передаточна функція впливу збурювання

$$\Phi_{EM}(p) = \frac{W_{\partial\delta}(p)}{1 + W(p)} = \frac{Tp + 1}{T_{\partial\delta}^2 p^2 (Tp + 1) + K(T_1 p + 1)}$$

Помилка в передачі керуючого сигналу

$$\epsilon_{1yct} = \lim_{p \rightarrow 0} p \Phi_\epsilon(p) \cdot G_x(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{T_{\partial\delta}^2 p^2 (Tp + 1)}{T_{\partial\delta}^2 p^2 (Tp + 1) + K(T_1 p + 1)} \cdot \frac{2g}{2p^3} = \frac{T_{\partial\delta}^2 g}{K}.$$

Помилка від збурюючого впливу

$$\epsilon_{2yct} = \lim_{p \rightarrow 0} p \Phi_{\epsilon m}(p) \cdot M_\epsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{Tp + 1}{T_{\partial\delta}^2 p^2 (Tp + 1) + K(T_1 p + 1)} \cdot \frac{M_\epsilon}{p} = \frac{M_\epsilon}{K}.$$

Загальна помилка буде дорівнювати:

$$\epsilon_{yct} = \epsilon_{1yct} + \epsilon_{2yct} = \frac{1}{K} (T_{\partial\delta}^2 g + M_\epsilon).$$

Задача 5.3.

Визначити порядок астатизму системи, що стежить, по керуючому впливу й по збурюванню, а також сталі помилки при дії на систему постійного вхідного сигналу й постійного збурювання, структурна схема якої представлена на рис.5.2, де $K_{Г-Т}$ - передаточне число від грубого до точного відліку, K_C - передаточний коефіцієнт сельсинів датчика приймача; $K_{y\partial}$ - коефіцієнт підсилення підсилювача-демодулятора; Y_y - провідність керуючої обмотки ЕМП; $S_{I_g-E_g}$ - крутість наростання ЕДС у короткозамкненій обмотці якоря по

струму в керуючій обмотці ; Y_g - еквівалентна провідність для поперечного ланцюга якоря; $S_{I_{g-E}}$ - крутість наростання ЕДС у подовжньому ланцюзі якоря по струму в короткозамкненій обмотці якоря; Y - сумарна еквівалентна провідність для ланцюга ЕМП, двигуна й сполучних проводів; K_{I-M} - коефіцієнт, що зв'язує струм з обертаючим моментом; $K_{\Omega-E}$ - коефіцієнт, що зв'язує швидкість обертання із противо-ЕДС двигуна; K_p - коефіцієнт передачі редуктора.

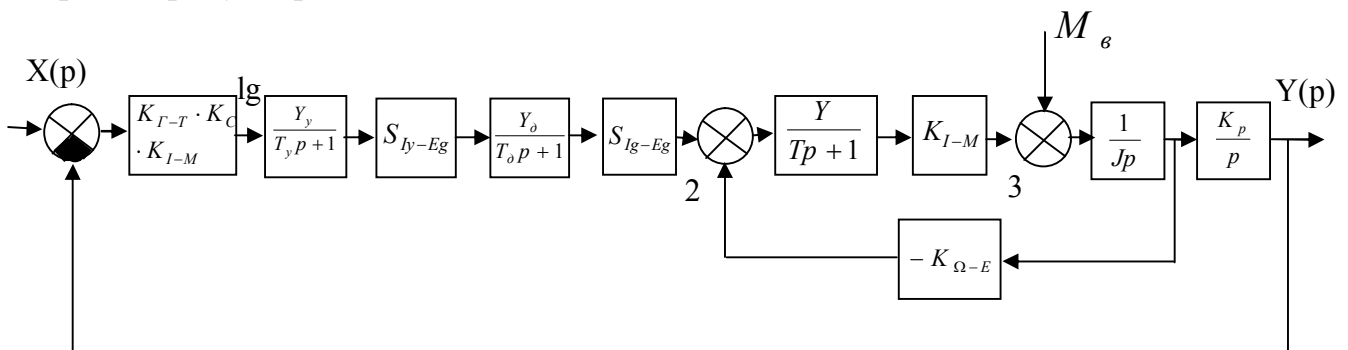


Рисунок 5.2. Структурна схема САУ, що стежить до задачі 5.3.

Рішення.

Для зручності рішення задачі сполучимо суматор 2 із суматором 3 і зробимо наступні позначення:

$$K_1 = K_{\Gamma-T} \cdot K_C \cdot K_{y\delta} \cdot S_{I_{g-Eg}} \cdot K_{I-M};$$

$$K_2 = K_{I-M} \cdot K_{\Omega-E}.$$

Систему (рис.5.2) можна представити у вигляді (рис.5.3).

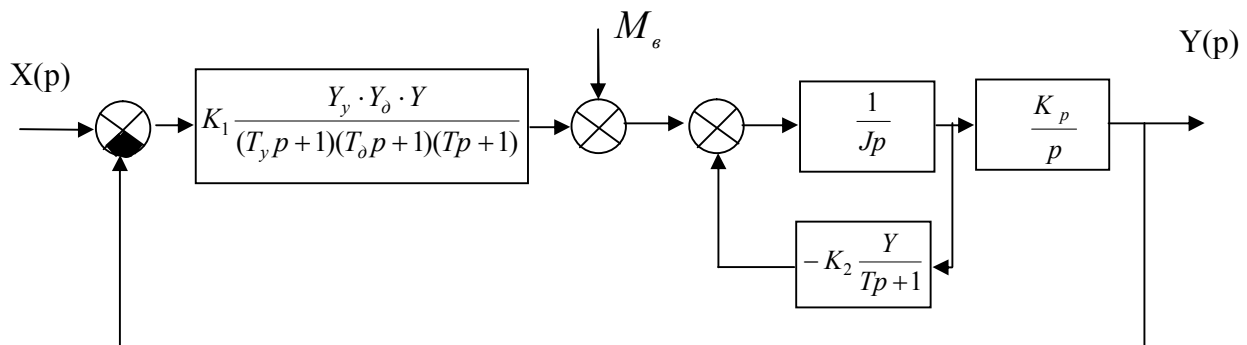


Рисунок 5.3. Перетворена структурна схема САУ що стежить

Передаточна функція розімкнутої системи має такий вигляд:

$$W = \frac{K_1 \cdot Y_y \cdot Y_g \cdot Y \cdot K_p}{(T_y p + 1)(T_\delta p + 1)[Jp(Tp + 1) + K_2 Y]p}$$

Передаточну функцію для помилки по вхідному впливу можна записати у вигляді

$$\Phi_\varepsilon(p) = \frac{(T_y p + 1)(T_\delta p + 1)[Jp(Tp + 1) + K_2 Y]p}{(T_y p + 1)(T_\delta p + 1)[Jp(Tp + 1) + K_2 Y]p + K_1 \cdot Y_y \cdot Y_g \cdot Y \cdot K_p}$$

Для збурювання передаточна функція буде мати вигляд

$$\Phi_{\varepsilon m} = \frac{K_p (Tp + 1)(T_y p + 1)(T_\delta p + 1)}{(T_y p + 1)(T_\delta p + 1)[Jp(Tp + 1) + K_2 Y]p + K_1 \cdot Y_y \cdot Y_g \cdot Y \cdot K_p}$$

Отже, по керуючому впливу система є астатичною першого порядку, а по збурюванню - статичною.

$$\text{При } x(p) = \frac{x_0}{p}, \quad M(p) = \frac{M_0}{p},$$

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} p[\Phi_\varepsilon(p) \cdot X(p) + \Phi_{\varepsilon m}(p) \cdot M_\varepsilon(p)] = \frac{M_\varepsilon}{K_1 \cdot Y_y \cdot Y_g \cdot Y \cdot K_p}$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 6.

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ПОМИЛОК В САУ

Даний метод застосовується, коли вхідний сигнал $x(t)$ описується довільною функцією часу.

Передатна функція замкнутої системи щодо сигналу помилки за впливом, що задає, має вигляд:

$$W_{E3}(p) = \frac{E(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + W_y(p)W_{ov}(p)},$$

звідки можна знайти вираз для зображення сигналу помилки $E(p)$:

$$E(p) = X(p)W_{E3}(p) = X(p) \frac{1}{1 + W_v(p)W_{ov}(p)}.$$

Розкладемо передатну функцію за помилкою $W_{E3}(p)$ в ряд по зростаючих ступенях p в околиці точки $p = 0$, що відповідає значенням часу $t \rightarrow \infty$, тобто сталому значенню помилки при заданому впливі, що задає. Тоді вираження для зображення сигналу помилки $E(p)$ можна записати в наступному виді:

$$E(p) = \left[C_0 + C_1 p + \frac{1}{2!} C_2 p^2 + \frac{1}{3!} C_3 p^3 + \dots + \frac{1}{n!} C_n p^n \right] X(p).$$

Розкривши дужки, і застосувавши зворотне перетворення Лапласа до даного вираження, одержимо оригінал сигналу помилки:

$$e(t) = C_0 x(t) + C_1 x'(t) + \frac{C_2}{2!} x''(t) + \frac{C_3}{3!} x'''(t) + \dots + \frac{C_n}{n!} x^{(n)}(t),$$

де коефіцієнти C_0, C_1, C_2, \dots називають коефіцієнтами помилок. Визначення коефіцієнтів помилок можна виконувати двома способами:

- по формулах розкладання функції $W_{E3}(p)$ в ряд Тейлора:

$$C_0 = [W_{E3}(p)]_{p=0}, \quad C_1 = \left[\frac{dW_{E3}(p)}{dp} \right]_{p=0},$$

$$C_2 = \left[\frac{d^2 W_{E3}(p)}{dp^2} \right]_{p=0}, \quad C_n = \left[\frac{d^n W_{E3}(p)}{dp^n} \right]_{p=0}.$$

- діленням чисельника $W_{E3}(p)$ на знаменник, розташовуючи члени полінома в порядку зростання ступенів.

Коефіцієнт C_0 прийнято називати коефіцієнтом статичної або позиційної помилки; коефіцієнт C_1 - коефіцієнтом швидкісної помилки; C_2 - коефіцієнтом помилки від прискорення.

У статичних системах коефіцієнт C_0 відмінний від нуля. У системах з астатизмом першого порядку $C_0=0, C_1 \neq 0$. У системах з астатизмом другого порядку $C_0 = C_1 = 0, C_2 \neq 0$.

Збільшення числа інтегруючих ланок у системі приводить до нульових значень декількох коефіцієнтів помилок, але при цьому ускладнюється забезпечення стійкості системи.

Якщо вплив, що задає, має обмежене число похідних, відмінних від нуля, то ряд має необмежене число членів.

Метод коефіцієнтів помилок застосовується при порівняно повільно мінливих впливах. Цей метод розглядався вище для впливу, що задає, $x(t)$, але він застосовний і для оцінки точності системи при наявності збурювання $f(t)$.

Приклади розв'язання задач

Задача 6.1.

Знайти коефіцієнти помилок для системи з астатизмом першого порядку, яка зображена на рисунку 6.1.

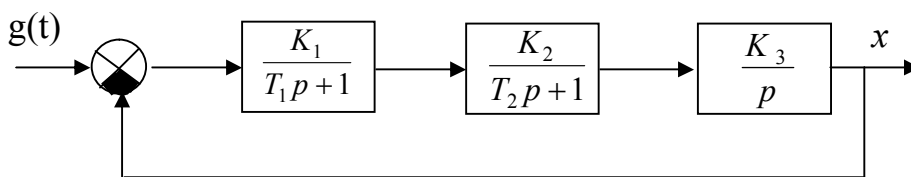


Рисунок 6.1 Структурна схема САУ

Рішення.

Передаточна функція розімкненої системи має вигляд

$$W(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}, \quad K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3.$$

Отже,

$$\Phi_\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + W(p)} = \frac{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k}$$

Розділивши чисельник на знаменник, отримаємо

$$\begin{array}{l}
p + p^2(T_1 + T_2) + T_1 T_2 p^3 \\
p + \frac{1}{K} p^2 + \frac{1}{K} p^3(T_1 + T_2) + \frac{1}{K} p^4 T_1 T_2 \\
\hline
p^2(T_1 + T_2 - \frac{1}{K}) + p^3(T_1 T_2 - \frac{T_1 T_2}{K}) - p^4 \frac{T_1 T_2}{K} \\
p^2(T_1 + T_2 - \frac{1}{K}) + p^3(\frac{T_1 + T_2}{K} - \frac{1}{K^2}) + p^4(T_1 + T_2)(\frac{T_1 + T_2}{K} - \frac{1}{K^2}) + p^5 T_1 T_2 (\frac{T_1 + T_2}{K} - \frac{1}{K^2}) \\
\hline
p^3(T_1 T_2 - 2\frac{T_1 + T_2}{K} + \frac{1}{K^2}) - p^4(\frac{T_1 T_2}{K} + \frac{(T_1 + T_2)^2}{K^2}) + p^5 T_1 T_2 (\frac{T_1 + T_2}{K} - \frac{1}{K^2})
\end{array}
\left| \begin{array}{l}
K + p + p^2(T_1 + T_2) + p^3 T_1 T_2 \\
\hline
\frac{1}{K} p + p^2(\frac{T_1 + T_2}{K} - \frac{1}{K^2}) + (\frac{T_1 T_2}{K} - 2\frac{T_1 + T_2}{K^2} + \frac{1}{K^3}) p^3
\end{array} \right.$$

Звідси, порівнюючи отримане вираження з формулою (6.1) находимо коефіцієнти помилок

$$c_0 = 0, \quad c_1 = \frac{1}{K}, \quad \frac{c_2}{2} = \frac{T_1 + T_2}{K} - \frac{1}{K^2}, \quad \frac{c_3}{6} = \frac{T_1 T_2}{K} - 2\frac{T_1 + T_2}{K^2} + \frac{1}{K^3} \dots$$

Із прикладу видно, що c_0 відповідає статичній, а c_1 - швидкісній помилкам, які розглядалися раніше.

Припустимо, що задаючий вплив має вигляд

$$g = g_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} .$$

Тоді

$$g' = v_0 + at, \quad g'' = a .$$

По формулі (6.2) маємо

$$\varepsilon_{yc} = \frac{1}{K}(-v_0 + at + a(T_1 + T_2)) - \frac{a}{K}$$

Задача №6.2

Передаточна функція замкнутої системи має вигляд

$$\Phi(p) = \frac{5p + 200}{0.001p^3 + 0.502p^2 + 6p + 200}$$

Знайти сталі значення помилки (після загасання перехідного процесу) при зміні вхідної величини за законом

$$g(t) = 5 + 20t + 10t^2$$

Рішення.

Находимо передаточну функцію щодо помилки

$$\Phi_{\varepsilon}(p) = 1 - \Phi(p) = \frac{0.001p^3 + 0.502p^2 + p}{0.001p^3 + 0.502p^2 + 6p + 200}.$$

Діленням чисельника на знаменник визначаємо коефіцієнти помилок

$$c_0 = 0, \quad c_1 = \frac{1}{200}, \quad \frac{c_2}{2} = 0.00236, \text{ с.}$$

Находимо похідні

$$g'(t) = 20 + 20t,$$

$$g''(t) = 20.$$

Вираження для помилки має вигляд

$$x(t) = c_0 g(t) + c_1 g'(t) + \frac{c_2}{2} g''(t) = \frac{20 + 20t}{200} + 20 \cdot 0.00236 = 0.1472 + 0.1t.$$

Задача №6.3

У статичній системі регулювання передаточна функція розімкнутої системи має вигляд

$$W(p) = \frac{K}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}.$$

Визначити коефіцієнт передачі $\psi(p) = m$ зворотного зв'язка, при якому система здобуває астатизм першого порядку та передаточну функцію розімкнутої еквівалентної системи з одиничним зворотним зв'язком.

Рішення.

Передаточна функція замкнутої системи має вигляд

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + mW(p)} = \frac{K}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1 + mK} \quad (6.3)$$

Передаточна функція відносно помилки може бути отримана з вираження

$$\Phi_{\varepsilon}(p) = 1 - \Phi(p).$$

Умова відсутності статичної помилки може бути записана у вигляді

$$c_0 = [\Phi_\varepsilon(p)]_{p=0}, \quad \text{тобто } \Phi(0) = 1.$$

З вираження (6.3) отримаємо

$$K = 1 + mK, \quad \text{звідки } m = 1 - \frac{1}{K}.$$

Тоді передаточна функція замкнутої системи має вид

$$\Phi(p) = \frac{K}{T_1 T_2 p + (T_1 + T_2)p + K},$$

а еквівалентна передаточна функція розімкнутої системи з одиничним зворотним зв'язком дорівнює

$$\Phi(p) = \frac{\Phi(p)}{1 - \Phi(p)} = \frac{K_\Omega}{p(1 + T_\Omega p)},$$

де

$$K_\Omega = \frac{K}{T_1 + T_2} - \text{добротність по швидкості};$$

$$T_\Omega = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \text{еквівалентна постійна часу}$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 7.

РОЗРАХУНОК СТІЙКОСТІ САУ ЗА АЛГЕБРАЇЧНИМИ КРИТЕРІЯМИ СТІЙКОСТІ

Критерій стійкості Гурвіца.

Автоматична система управління, що описується характеристичним рівнянням

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n = 0,$$

стійка, якщо при $a_0 > 0$ *позитивні всі визначники* $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ *виду*

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & a_{2i-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & a_{2i-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & a_{2i-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & a_{i-2} & a_i \end{vmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Визначники Гурвіца складають таким чином: на головній діагоналі записують всі коефіцієнти характеристичного рівняння від a_1 до a_i (в порядку зростання індексу), потім в кожному стовпці вище за діагональні елементи записують коефіцієнти з послідовно зростаючими індексами, а нижче - з послідовно убуваючими індексами; на місце елементів з індексами більшими за n або меншими нуля проставляють нулі. При цьому кожен i -й визначник виходить розміром $i \times i$.

Якщо головний визначник дорівнює нулю $\Delta_n = 0$, а решта всіх визначників позитивна, то система знаходиться на межі стійкості.

Оскільки останній стовпець головного визначника Δ_n містить завжди тільки один елемент a_n , відмінний від нуля, то згідно відомій властивості визначників: $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$.

Умова $\Delta_n = 0$ розпадається на дві: $a_n = 0$ або $\Delta_{n-1} = 0$.

Умова $a_n = 0$ відповідає один нульовий корінь, тобто аперіодична межа стійкості, а умові $\Delta_{n-1} = 0$ – пара уявних коренів, тобто коливальна межа стійкості.

Критерій стійкості Рауса.

Його доцільно застосовувати для систем вище за четвертий порядок. Для цього складають таблицю з коефіцієнтів характеристичного рівняння:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n = 0.$$

У першому рядку таблиці ($i = 1$) записують коефіцієнти рівняння з парними індексами, в другому рядку ($i = 2$) – коефіцієнти з непарними індексами, в подальших рядках ($i \geq 3$) розміщені коефіцієнти Рауса, отримані в

результаті ділень різниці перехресних перемножень коефіцієнтів двох попередніх рядків на коефіцієнт першого стовпця попереднього рядка:

$$r_{ik} = \frac{r_{i-1,1} * r_{i-2,k+1} - r_{i-2,1} * r_{i-1,k+1}}{r_{i-1,1}},$$

де i – номер рядка, k – номер стовпця.

Система автоматичного управління стійка, якщо є позитивними коефіцієнти першого стовпця таблиці Рауса, включаючи a_0 і a_1 .

Якщо не всі коефіцієнти стовпця позитивні, то система нестійка. При цьому число змін знаку серед цих коефіцієнтів відповідає числу правих коренів характеристичного рівняння.

Рядок	Стовпець					
	1	2	3	4	5	...
1	$r_{11} = a_0$	$r_{12} = a_2$	$r_{13} = a_4$	$r_{14} = a_6$
2	$r_{21} = a_1$	$r_{22} = a_3$	$r_{23} = a_5$	$r_{24} = a_7$
3	$r_{31} = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$r_{32} = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$	$r_{33} = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$	$r_{34} = \frac{a_1 a_8 - a_0 a_9}{a_1}$
4	$r_{41} = \frac{r_{31} a_3 - a_1 r_{32}}{r_{31}}$	$r_{42} = \frac{r_{31} a_5 - a_1 r_{33}}{r_{31}}$	$r_{43} = \frac{r_{31} a_7 - a_1 r_{34}}{r_{31}}$
5	$r_{51} = \frac{r_{41} r_{32} - r_{31} r_{42}}{r_{41}}$	$r_{52} = \frac{r_{41} r_{33} - r_{31} r_{43}}{r_{41}}$
...
n+1

Приклади розв'язання задач

Задача №7.1.

Задано характеристичне рівняння замкнутої системи

$$0.1 \cdot p^3 + 17 \cdot p^2 + 500 = 0.$$

Визначити стійкість САУ.

Рішення.

Система нестійка, тому що $a_2 = 0$ - не виконується необхідна умова стійкості системи.

Задача №7.2.

Дано характеристичне рівняння замкнутої системи.

Перевірити САУ на стійкість.

$$p^4 + 2 \cdot p^3 + p^2 + 10 \cdot p + 20 = 0.$$

Рішення.

Складемо з коефіцієнтів характеристичного рівняння матрицю Гурвиця

$$\begin{vmatrix} 2 & 10 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 20 & 0 \\ 0 & 2 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 20 \end{vmatrix}$$

Знаходимо значення визначників Гурвиця

$$\Delta_1 = 2 > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 10 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -8 < 0$$

Отже, система нестійка й подальше визначення значень визначників не має смислу.

Задача №7.3.

Оцінити за критерієм Гурвиця стійкість замкнутої системи, якщо відома передаточна функція розімкнутої системи

$$W(p) = \frac{3 \cdot p + 10}{0.1 \cdot p^3 + 0.2 \cdot p^2 + 0.5 \cdot p + 1}$$

Рішення.

Передаточна функція замкнутої системи дорівнює

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}; \quad W(p) = \frac{Q(p)}{R(p)}.$$

$$\text{Тоді } \Phi(p) = \frac{Q(p)}{Q(p) + R(p)} = \frac{Q(p)}{D(p)}.$$

Характеристичне рівняння замкнутої системи

$$D(p) = Q(p) + R(p).$$

$$D(p) = 0.1 \cdot p^3 + 0.2 \cdot p^2 + 0.5 \cdot p + 1 + 3 \cdot p + 10 = 0.1 \cdot p^3 + 0.2 \cdot p^2 + 3.5 \cdot p + 11 = 0$$

$$a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0.$$

З визначника Гурвиця випливає, що система стійка, якщо

$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3;$$

$$a_1 \cdot a_2 = 0.2 \cdot 3.5 = 0.7$$

$$a_0 \cdot a_3 = 1.1$$

$$0.7 < 1.1$$

Система нестійка.

Задача №7.4.

Визначити стійкість по Гурвицю для САУ з передаточною функцією

$$\Phi(p) = \frac{5}{p^4 + 3 \cdot p^3 + 10 \cdot p^2 + 2 \cdot p + 5} = \frac{K}{p^4 + T_1 \cdot p^3 + T_2 \cdot p^2 + T_3 \cdot p + K}$$

Визначити граничні значення коефіцієнтів підсилення, при яких система стійка.

Відповідь

1) $\Delta_3 = 11 > 0$ Система стійка

2) $0 < K < 6.2222$.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 8.
РОЗРАХУНОК СТІЙКОСТІ САУ ЗА ЧАСТОТНИМИ КРИТЕРІЯМИ
СТІЙКОСТІ

Критерій Михайлова

Критерій Михайлова, як і критерій Гурвіца і Рауса, заснований на аналізі характеристичного рівняння системи, тому з його допомогою можна судити про стійкість замкнених і розімкнених систем.

Ліва частина характеристичного рівняння називається характеристичним поліномом і має вигляд:

$$F(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n$$

Підставивши в цей поліном замість змінної p чисто уявний корінь $j\omega$: $p \rightarrow j\omega$ отримаємо функцію комплексної змінної:

$$F(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + a_2(j\omega)^{n-2} + \dots + a_n.$$

Функцію $F(j\omega)$ можна представити у вигляді суми дійсної і мнимі частини: $F(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$.

Кожному значенню ω відповідає комплексне число, яке може бути зображено у вигляді вектора на комплексній площині. Якщо тепер змінювати ω від 0 до ∞ , то кінець вектора $F(j\omega)$ опише деяку криву, яка називається характеристичною кривою або годографом Михайлова.

Критерій Михайлова:

Автоматична система управління, що описується рівнянням n -го порядку, стійка, якщо при зміні ω от 0 до ∞ характеристичний вектор системи $F(j\omega)$ обернеться проти годинникової стрілки на кут $n \cdot \frac{\pi}{2}$, не звертаючись при цьому в нуль.

Це означає, що характеристична крива стійкої системи повинна при зміні ω від 0 до ∞ пройти послідовно n чвертей.

Характеристичні криві, що відповідають стійким системам, мають плавну спіралеподібну форму і йдуть в нескінченність в тій чверті, номер якої дорівнює порядку характеристичного рівняння. Якщо характеристична крива проходить n чвертей непослідовно, або проходить менше число чвертей, то система нестійка.

Якщо крива $F(j\omega)$ проходить через початок координат, то система знаходиться на межі стійкості. Якщо $F(j\omega) = 0$ при $\omega = 0$ - аперіодична межа стійкості; якщо $F(j\omega) = 0$ при $\omega \neq 0$ - коливальна межа.

Слідство з критерію Михайлова:

Система стійка, якщо дійсна і уявна частини характеристичної функції $F(j\omega)$ звертаються в нуль по черзі, тобто корені рівнянь $P(\omega) = 0$ і $Q(\omega) = 0$ перемежаються.

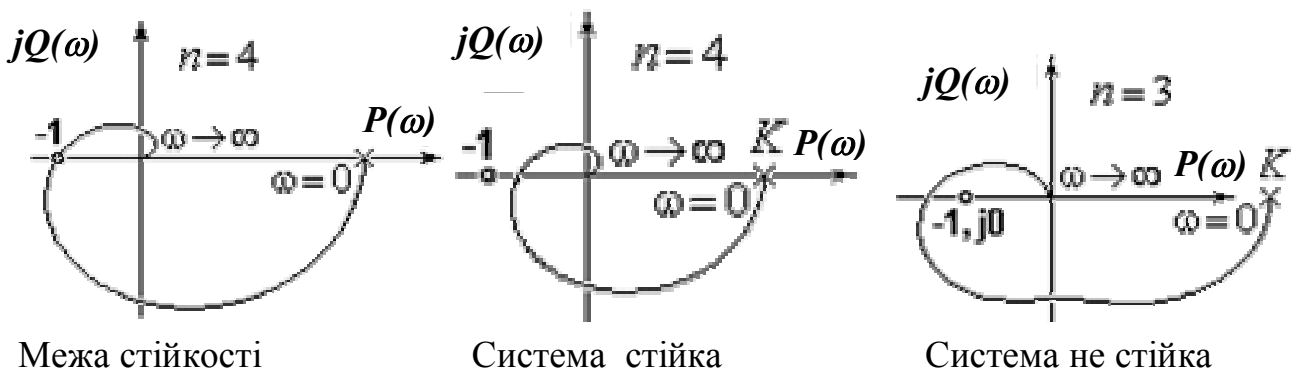
Критерій Найквіста

При аналізі стійкості системи по критерію Найквіста можна виділити три випадки:

- система в розімкненому стані стійка;
- система в розімкненому стані нейтральна;
- система в розімкненому стані нестійка.

1. Система в розімкненому стані стійка

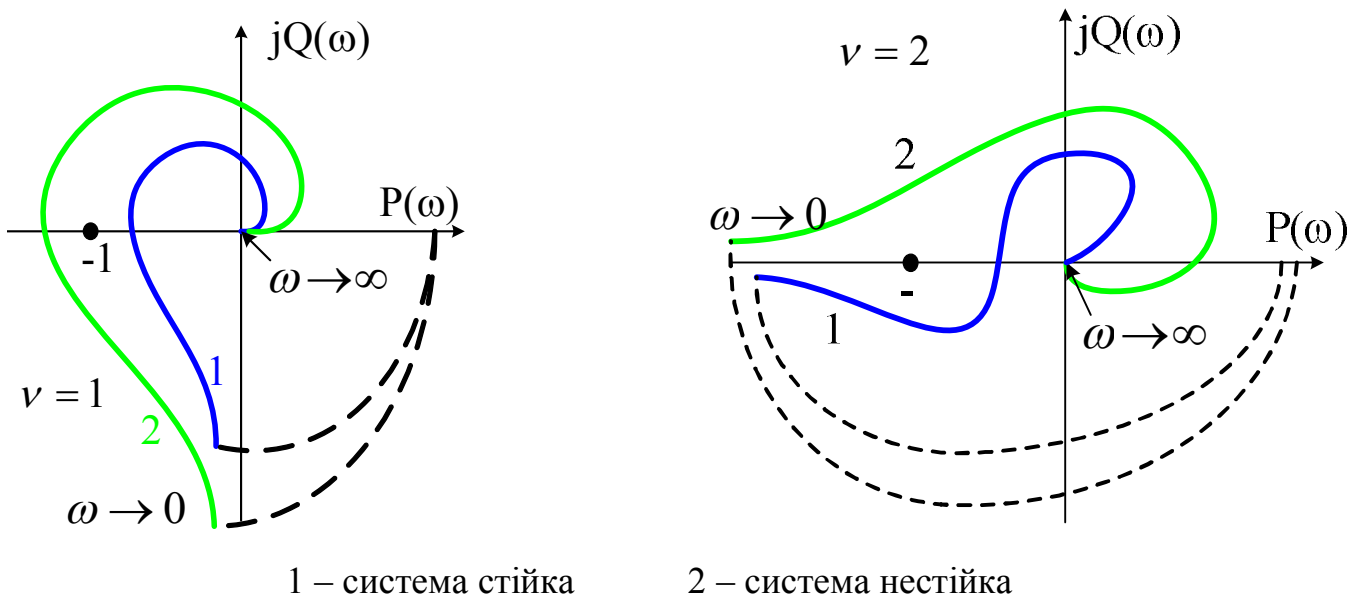
Автоматична система керування стійка, якщо АФЧХ $W(j\omega)$ розімкненого контуру не охоплює точку з координатами $(-1; j0)$.



2. Система в розімкненому стані нейтральна

Це системи, що містять інтегруючі ланки в розімкненому контурі.

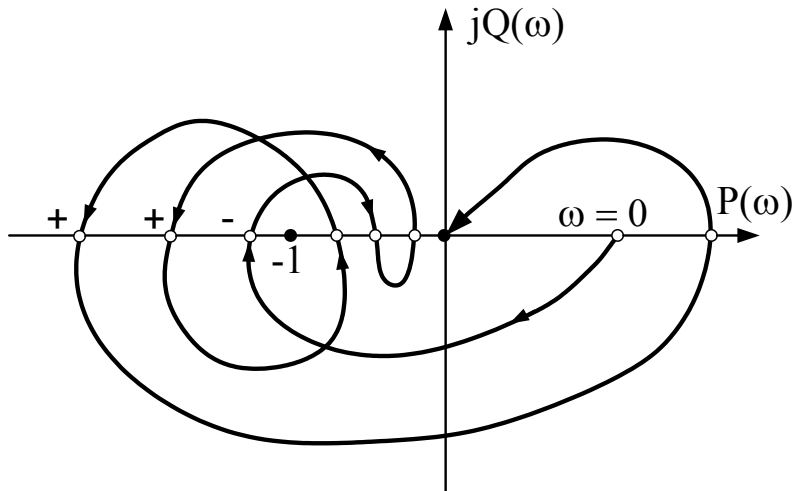
Якщо система в розімкненому стані нейтральна, то для стійкості системи в замкнутому стані необхідно і достатньо щоб АФЧХ розімкненої системи $W(j\omega)$, разом з доповненням її дугою нескінченно-великого радіусу, що починається на позитивному напрямі дійсної осі, не охоплювала точку з координатами $(-1; j0)$.



3. Система в розімкненому стані нестійка.

Автоматична система управління стійка якщо АФЧХ $W(j\omega)$ розімкненого контуру охоплює $l/2$ - раз точку з координатами $(-1; j0)$, де l - число правих коренів характеристичного рівняння розімкненого контуру.

Іншими словами, лівіше за точку $(-1; j0)$ різниця між числом позитивних і числом негативних переходів АФЧХ через вісь абсцис повинно дорівнювати $l/2$.



Система стійка, якщо має два правих кореня: $l=2$.

Логарифмічний критерій стійкості Найквіста

Система стійка, якщо при досягненні ФЧХ значення $-\pi$ ЛАЧХ буде негативною.

Якщо ФЧХ перетинає рівень $(-\pi)$ кілька разів, то для визначення стійкості використовують правило переходів:

Система стійка, якщо різниця між позитивними і негативними переходами ФЧХ лінії $(-\pi)$ у інтервалі частот від 0 до ω_{cp} дорівнює нулю (ФЧХ повинна перетинати рівень $(-\pi)$ у інтервалі частот від 0 до ω_{cp} парне число разів).

Якщо розімкнений ланцюг нестійкий і має l правих коренів, то використовують наступне формулювання логарифмічного критерію Найквіста:

Система стійка, якщо різниця між позитивними і негативними переходами ФЧХ лінії $(-\pi)$ у інтервалі частот від 0 до ω_{cp} дорівнює $l/2$.

Приклади розв'язання задач

Задача №8.1.

Використовуючи критерій стійкості Михайлова, визначити стійкість електромеханічної системи, що стежить, передаточна функція якої в розімкненому стані має вигляд:

$$W(p) = \frac{K}{p \cdot (1 + T_y \cdot p) \cdot (1 + T_m \cdot p)},$$

де $K = 58, c^{-1}$ - загальний коефіцієнт підсилення розімкнутої системи,
 $T_m = 0,57, c$ - постійна часу двигуна, $T_y = 0,01, c$ - постійна часу підсилювача.

Рішення.

Характеристичний поліном розімкнутої системи має вигляд:

$$F(p) = p \cdot (1 + T_y \cdot p) \cdot (1 + T_m \cdot p) + K = T_y \cdot T_m \cdot p^3 + (T_y + T_m) \cdot p^2 + p + K$$

Для побудови кривою Михайлова визначимо дійсну й мниму частини функції $F(j\omega)$:

$$P(\omega) = \operatorname{Re}F(j\omega) = K - (T_y + T_m) \cdot \omega^2 = 58 - 0,58 \cdot \omega^2;$$

$$Q(\omega) = \operatorname{Im}F(j\omega) = \omega - T_y \cdot T_m \cdot \omega^3 = \omega - 5,7 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^3.$$

Змінюючи ω від 0 до ∞ , обчислимо значення $P(\omega)$ й $Q(\omega)$.

Результати обчислень представимо у вигляді таблиці 8.1.

ω, c^{-1}	0	5	10	13	15
$P(\omega)$	58	44	0	-40	-70
$Q(\omega)$	0	4	4.5	0	-5

За даними таблиці побудуємо криву Михайлова (рис.8.1). Крива послідовність проходить через три чверті. Отже, система стійка.

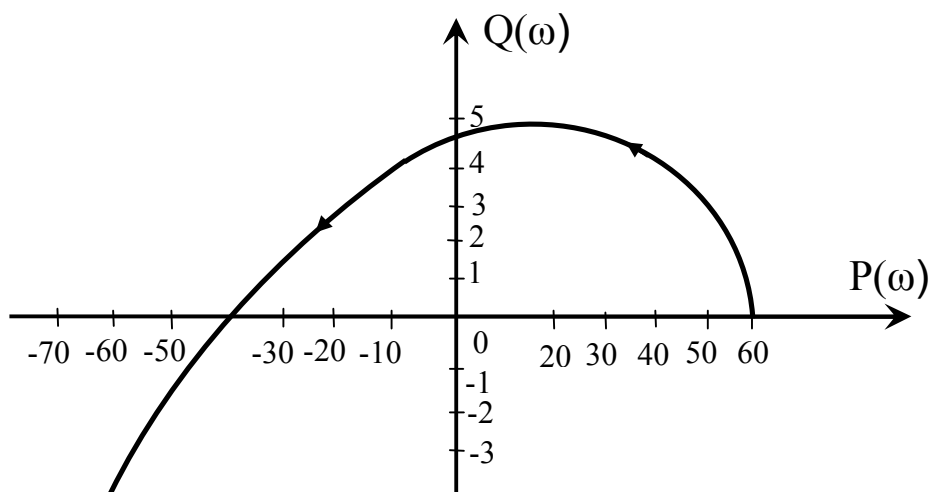


Рисунок 8.1. Крива Михайлова до задачі 8.1.

Задача № 8.2.

Користуючись слідством з критерію Михайлова, визначити стійкість системи, яка розглянута в попередній задачі.

Рішення.

Дорівнюємо дійсну й мниму частини функції $F(j\omega)$ до нуля:

$$P(\omega) = 58 - 0.58\omega^2 = 0$$

$$Q(\omega) = \omega - 5.7 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^3 = 0$$

Вирішимо отримані рівняння:

$$58 - 0.58\omega^2 = 0; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{58}{0.58}} = \sqrt{100} = 10;$$

$$\omega(1 - 5.7 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2) = 0; \quad \omega_1 = 0; \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{1}{5.7 \cdot 10^{-3}}} = 13.245$$

Система стійка, тому що спостерігається правильне чергування коренів $\omega_1 = 0; \omega_2 = 10; \omega_3 = 13.245$.

Задача №8.3.

Характеристичне рівняння автоматичної системи має вигляд:

$$a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 = 0,$$

де $a_0 = 3 \cdot 10^{-4} c^5$; $a_1 = 5 \cdot 10^{-3} c^4$; $a_2 = 0.1 c^3$; $a_3 = 0.5 c^2$; $a_4 = 0.9 c$; $a_5 = 1$.

Визначити стійкість системи.

Рішення.

Представимо характеристичний поліном у вигляді

$$F(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

де $P(\omega) = a_5 - a_3 \cdot \omega^2 + a_1 \cdot \omega^4$;

$$Q(\omega) = a_4 \cdot \omega - a_2 \cdot \omega^3 + a_0 \cdot \omega^5.$$

Після підстановки у вираження $P(\omega)$ й $Q(\omega)$ числові значення a_0, a_1, \dots, a_5 отримаємо:

$$P(\omega) = 1 - 0.5 \cdot \omega^2 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^4; \quad Q(\omega) = 0.9 \cdot \omega - 0.1 \cdot \omega^3 + 3 \cdot 10^{-4} \cdot \omega^5$$

Находимо ненегативні корені рівняння $Q(\omega) = 0$:

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = 3.2 c^{-1}, \quad \omega_3 = 18 c^{-1}.$$

Находимо позитивні корені рівняння $P(\omega) = 0$:

$$\omega_4 = 1.41 c^{-1}, \quad \omega_5 = 9.9 c^{-1}.$$

Корені рівнянь $P(\omega) = 0$ і $Q(\omega) = 0$ перетинаються. Отже, система стійка.

Задача №8.4.

Система автоматичного рівняння має характеристичне рівняння 5-го порядку. На рис. 8.2 приведена крива Михайлова розглянутої системи. Визначити число коренів характеристичного рівняння з негативною дійсною частиною.

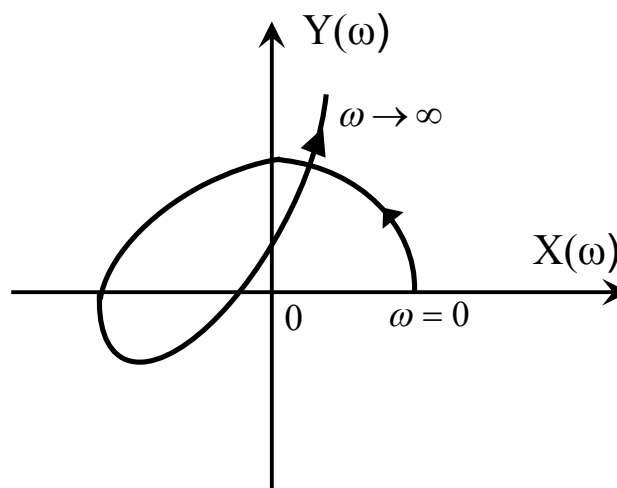


Рисунок 8.2. Крива Михайлова до задачі 8.4.

Рішення.

Кут повороту $F(j\omega)$ при зміні ω від нуля нескінченно дорівнює

$$(n-l) \cdot \frac{\pi}{2} - l \cdot \frac{\pi}{2} = \varphi; \quad \varphi = n \cdot \frac{\pi}{2} - l \cdot \pi,$$

де l - число коренів характеристичного рівняння з позитивною дійсною частиною

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ звідки}$$

$$l = \frac{5 \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}}{\pi} = 2.$$

Крива Михайлова не проходить через початок координат, тому число коренів із негативною дійсною частиною дорівнює $(n - l) = 5 - 2 = 3$.

Задача №8.5.

Передаточна функція розімкнутої системи має вигляд:

$$W(p) = \frac{K}{p \cdot (1 + T_y \cdot p) \cdot (1 + T_m \cdot p)},$$

де $K = 100 \text{ c}^{-1}$ - загальний коефіцієнт підсилення розімкнутої системи, $T_m = 0,1 \text{ c}$ - постійна часу двигуна, $T_y = 0,02 \text{ c}$ - постійна часу підсилювача.

Визначити стійкість замкнутої системи, використовуючи критерій стійкості Найквіста.

Рішення.

Передаточну функцію розімкнутої системи при заміні $p = j\omega$ можна записати у вигляді:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \text{ або}$$

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}.$$

Використовуючи 2-й спосіб представлення, отримаємо

$$A(\omega) = |W(j \cdot \omega)| = \left| \frac{K}{j \cdot \omega \cdot (1 + j \cdot \omega \cdot T_m) \cdot (1 + j \cdot \omega \cdot T_y)} \right| = \frac{K}{\omega \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_m)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_y)^2}} =$$

$$= \frac{100}{\omega \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot 0.1)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot 0.02)^2}}$$

$$\psi(\omega) = \arg W(j\omega) = -90^\circ + \psi_1 + \psi_2,$$

де $\psi_1 = -\arctg(\omega \cdot T_m) = -\arctg(0.1 \cdot \omega)$, $\psi_2 = -\arctg(\omega \cdot T_y) = -\arctg(0.02 \cdot \omega)$

Обчислимо $A(\omega)$, $\psi_1(\omega)$, $\psi_2(\omega)$, $\psi(\omega)$ для ряду значень ω . Результати обчислень зведемо в таблицю 8.2.

Таблицю 8.2.

ω, c^{-1}	0	5	10	15	25	30	100
$A(\omega)$	∞	18	6.9	3.56	1.32	0.28	0.045
$\psi_1(\omega)$	0	-26	-45	-56	-68	-79	-84
$\psi_2(\omega)$	0	-6	-11	-17	-26	-45	-64
$\psi(\omega)$	-90	-122	-144	-153	-184	-214	-238

За даними таблиці побудуємо АФХ розімкнутої системи. Знаменник передаточної функції розімкнутої системи має один нульовий корінь. Тому гілку АФХ, що відповідає частотам $\omega \rightarrow 0$, доповнимо дугою окружності нескінченно великого радіуса так, щоб вектор $W(j\omega)$ повернувся по годинниковій стрілці на кут, рівний 90° . З рис. 8.3 видно, що АФХ розімкнутої системи охоплює точку $(-1, j0)$. Отже, замкнута система не стійка.

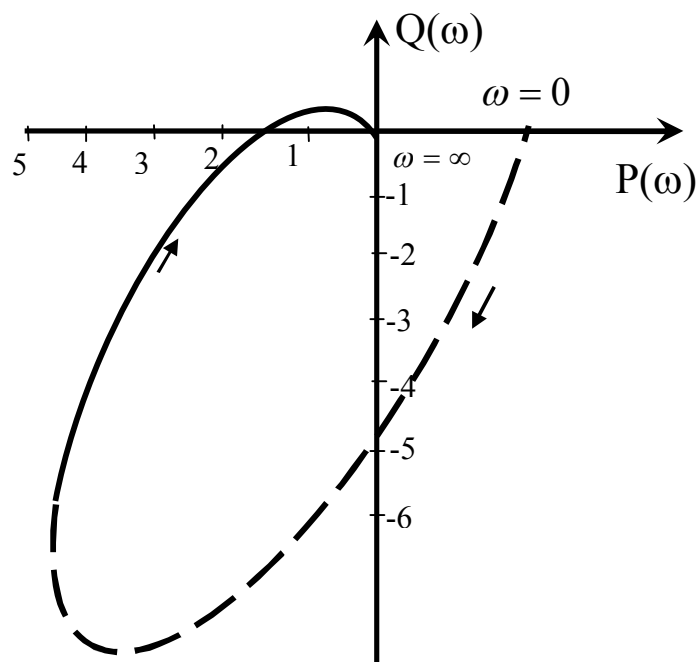


Рисунок 8.3. АФЧХ до задачі 8.5.

Задача №8.6.

Передаточна функція розімкнутої системи дорівнює $W(p) = \frac{K}{(1+T \cdot p)^n}$,

де $K > 0$, $T > 0$, $n > 2$.

Визначити стійкість замкнутої системи.

Рішення

Вид АФХ розімкнутої системи показаний на рис. 8.4.

Фазова частотна характеристика системи дорівнює

$$\psi(\omega) = -n \cdot \text{arctg}(\omega \cdot T).$$

Визначити значення $\omega = \omega_1$, при якому $\psi(\omega) = -n \cdot \text{arctg}(\omega \cdot T) = -\pi$,

тобто $\omega_1 = \frac{\text{tg}\left(\frac{\pi}{n}\right)}{T}$.

Для стійкості даної системи необхідно й досить, щоб

$$|W(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = \frac{K}{\left(\sqrt{1+(\omega \cdot T)^2}\right)^n}_{\omega=\omega_1} < 1.$$

Звідси находимо умову стійкості

$$K < \left(\sqrt{1+(\omega \cdot T)^2}\right)^n = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)^n}.$$

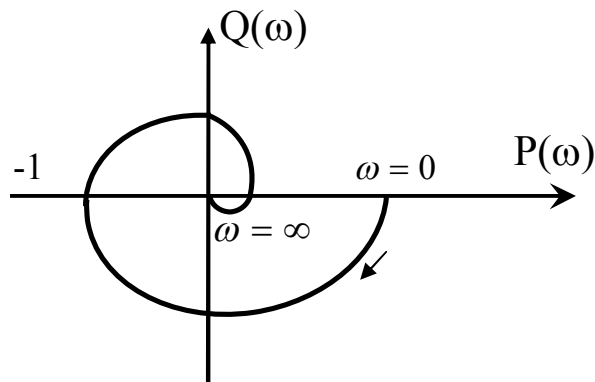


Рисунок 8.4. АФЧХ до задачі 8.6.

Задача №8.7.

Визначити стійкість і запас стійкості САУ по модулю й по фазі, якщо передаточна функція розімкнутої САУ має вигляд:

$$W(p) = \frac{K}{p \cdot (1 + T_1 \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)},$$

при $K = 50 \text{ c}^{-1}$; $T_1 = 0,04 \text{ c}$; $T_2 = 0,01 \text{ c}$.

Рішення.

Використовуємо логарифмічний критерій стійкості.

Будуємо ЛАЧХ розімкнутої САУ.

Находимо частоти сполучення:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,04} = 25, \text{ c}^{-1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,01} = 100, \text{ c}^{-1}$$

Будуємо низькочастотну асимптоту ЛАЧХ.

Система астатична:

$$L(\omega)_H = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega, \quad \text{при } \omega = 1: L(\omega)_H = 20 \cdot \lg 50 = 34, \text{ Дб}.$$

Через точку 0 (рис 8.5) проводимо пряму з нахилом -20 Дб/дек .

Будуємо середньочастотну й високочастотну складові ЛАЧХ.

Змінюємо в точці ω_1 нахил низькочастотної складової на -20 Дб/дек , а в точці ω_2 ще на -20 Дб/дек . Отримуємо ЛАЧХ розімкнутої системи (рис. 8.5).

Будуємо фазову характеристику САУ (рис. 8.5).

$$\psi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg(T_1 \cdot \omega) - \arctg(T_2 \cdot \omega);$$

$$\psi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg(0,04 \cdot \omega) - \arctg(0,01 \cdot \omega).$$

$\omega, \text{ c}^{-1}$	0.1	1	30	60	100	1000	∞
$\varphi(\omega), \text{ град}$	-90	-93	-118	-180	-211	-263	-270

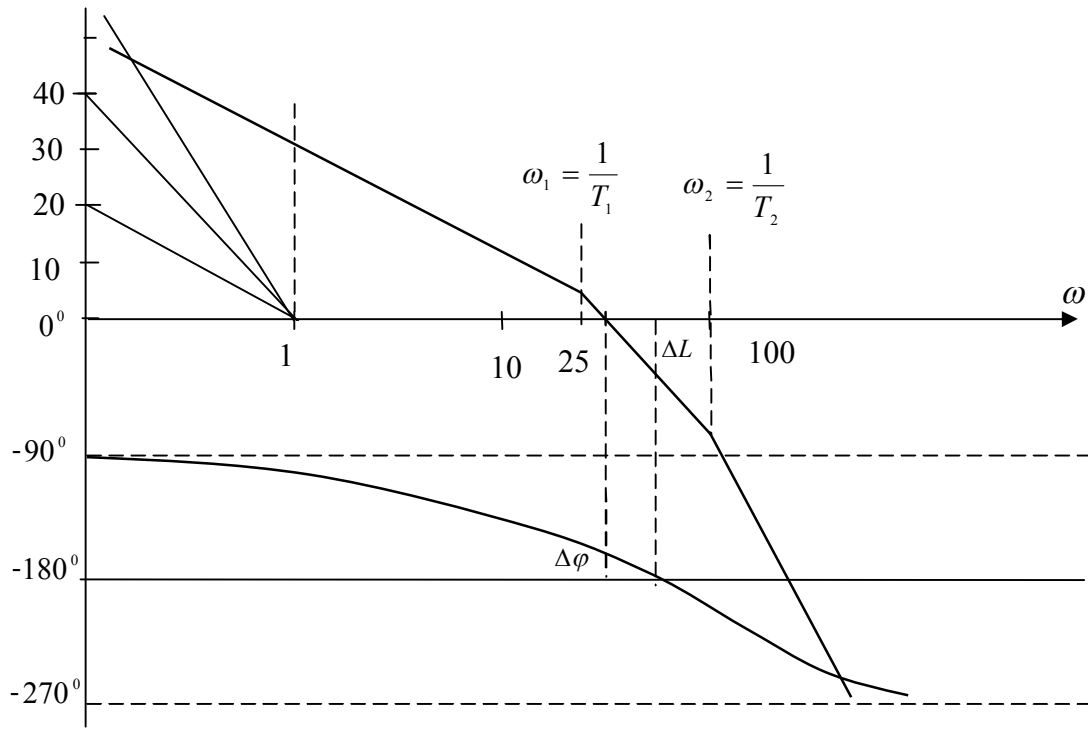


Рисунок 8.5 ЛАЧХ І ЛФЧХ до задачі 8.7.

Література

1. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления. Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем.– М.: Энергия, 1980.- 310с.
2. Теория автоматического управления. Ч. 1/ под общей редакцией Нетушила А.В. – М.: Высшая школа, 1968.- 424с.
3. Расчет автоматических систем / под редакцией Фатеева А.В.– М.: Высшая школа, 1973.- 336с.
4. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления/под редакцией Бесекерского В.А. – М.: Наука, 1978.-510с.

Навчальне видання

Методичні вказівки до проведення практичних занять з курсу

"Теорія автоматичного управління"

Частина 1

Для студентів, що навчаються за напрямками

6.050201 "Системна інженерія" (СУА) і

6.050202 "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології" (АУП)

(для денної й заочної форм навчання)

Укладачі:

Федюн Роман Валерійович, к.т.н, доц.

Попов Владислав Олександрович, к.т.н, доц.

Найдьонова Тетяна Володимирівна, ас.

Рецензент

Секірін Олександр Іванович, к.т.н, доц.

Відповідальний
за випуск

Бессараб Володимир Іванович, к.т.н., доц., зав. каф.