

## ИССЛЕДОВАНИЕ МИКРОСТРУКТУРЫ КЕКА МЕТОДАМИ ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Назимко Е.И., докт. техн. наук, проф.,  
Донецкий государственный технический университет

*Исследована микроструктура кека флотационного концентрата путем моделирования ее с использованием методов фрактальной геометрии. Найдена зависимость проницаемости от фрактальных параметров и параметров микроструктуры.*

*Filter cake microstructure has been investigated by fractal geometry. An experimental formula has been found where permeability is a function of the microstructure.*

При фильтровании влаги через поры в осадке происходят довольно сложные процессы, исследованию которых посвящено значительное количество работ. Однако, микроструктура кека и ее роль в выведении влаги остается слабо изученной. Обычно исследователи оценивают проницаемость осадка косвенно – по гранулометрическому составу твердой фазы и мало проводится исследований непосредственно пористой среды.

Для определения характеристик микроструктуры кека изучались количественные характеристики топологии, плотности распределения и размеров пор на шлифах под микроскопом, проводились лабораторные эксперименты по фильтрованию образцов кека ряда углеобогатительных фабрик Донбасса, а также осуществлялось моделирование поровой среды. Методы микроскопического исследования более детально описаны в работе [1].

Пористая среда кека флотационного концентрата является геометрически неоднородной средой. Искусственное воссоздание такой среды выполняется на базе специальных математических методов – методов фрактальной геометрии, где используются различные геометрические фигуры [2]. В данной работе в качестве инициатора выбран равносторонний треугольник. Инициатор строится на отрезках, составляющих ломаную линию специальной определенной конфигурации, называемую генератором. При решении данной задачи применен генератор Коха. Поры в искусственной фрактальной среде развиваются благодаря многократному повторению генератора, который обладает свойством самоподобия. Графический пример фрактального

инициатора в виде равностороннего треугольника и генератора Коха показан на рис. 1.

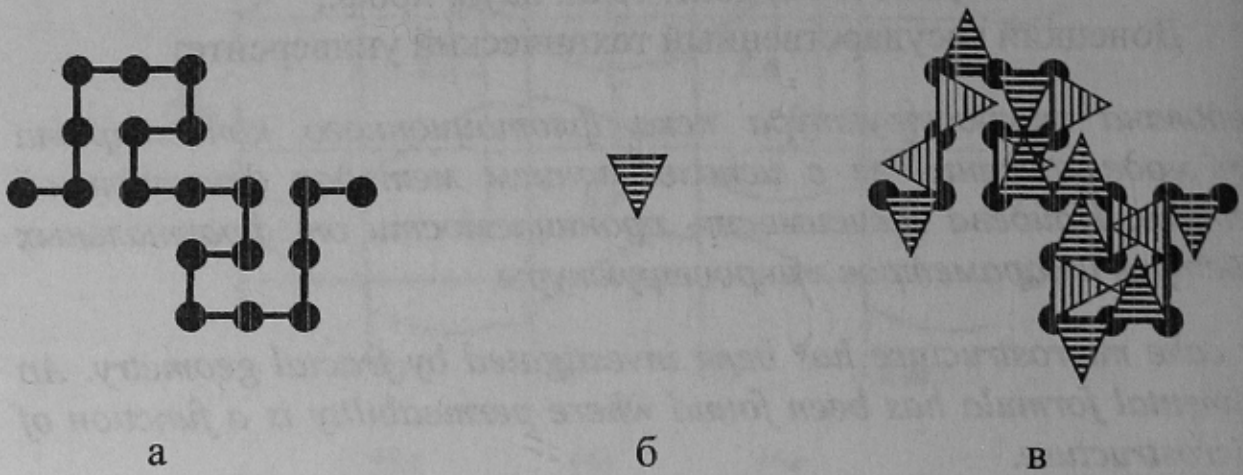


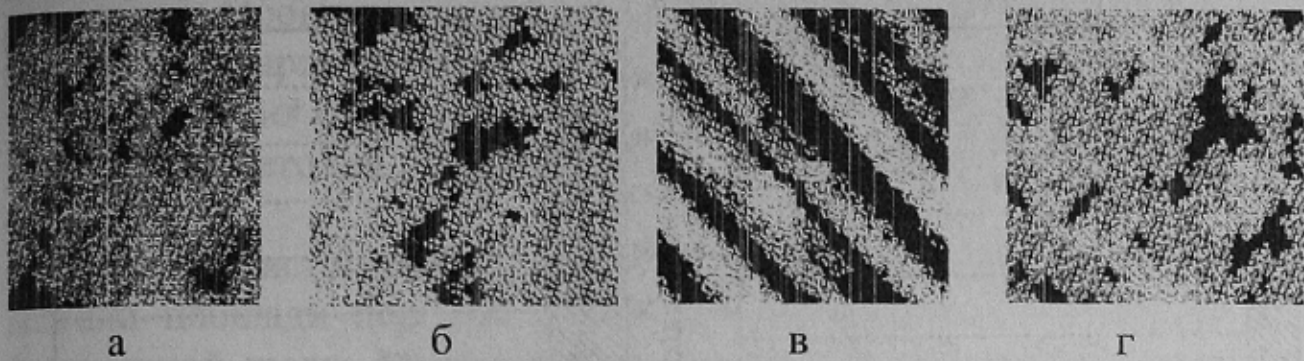
Рисунок 1 – Генератор (а), инициатор (б) и один из вариантов изображения фрактала (в)

Фрактальная размерность генератора  $D$  определяется как соотношение логарифмов по основанию десять полной длины генератора  $L$  и его базы  $l$  по формуле:

$$D = \lg L / \lg l = \lg 18 / \lg 6 = 1.6131 \quad (1)$$

Полная длина генератора измеряется как количество составляющих его элементарных звеньев, а база представляет собой расстояние между его концами по горизонтали. В данном случае эти величины для одного элементарного генератора равны 18 и 6 звеньев, соответственно.

Преимущество фрактального моделирования состоит в том, что гидродинамические параметры кека можно связать с количественными характеристиками топологии пор. Построение искусственных пористых сред выполнялось с помощью специальной компьютерной программы. Параметрами, от которых зависят свойства этой среды, являются вероятности появления инициатора и генератора в направлениях вверх-вниз и вправо-влево, изменяемые случайным образом. При задании этих вероятностных параметров на экране компьютера формируются изображения пористых сред. На рис. 2 показан пример фрактальных пористых сред, построенных для разных параметров.



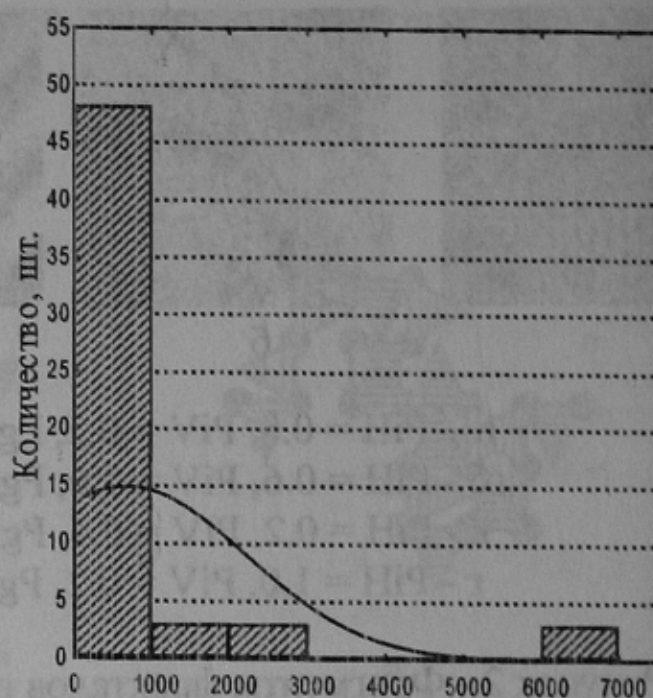
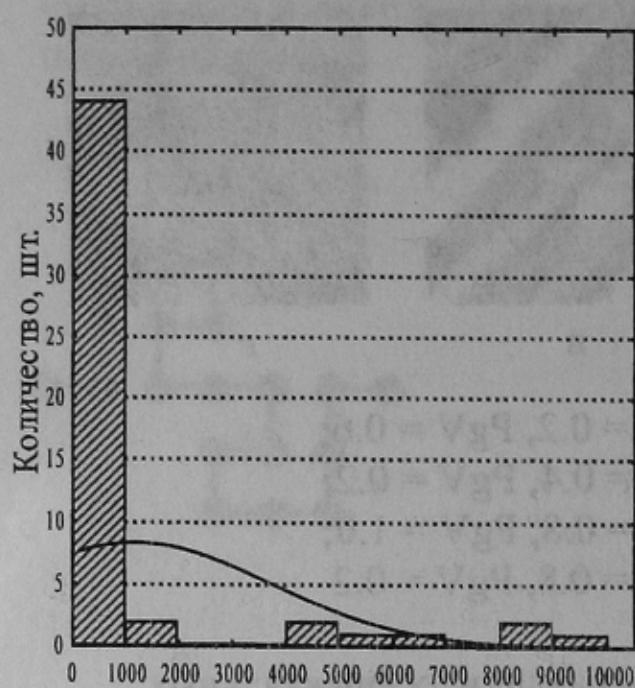
- а -  $PiH = 0.8, PiV = 0.2, PgH = 0.2, PgV = 0.6$ ;  
 б -  $PiH = 0.6, PiV = 1.0, PgH = 0.4, PgV = 0.2$ ;  
 в -  $PiH = 0.2, PiV = 0.4, PgH = 0.8, PgV = 1.0$ ;  
 г -  $PiH = 1.0, PiV = 0.2, PgH = 0.8, PgV = 0.2$

Рисунок 2 - Фрагменты фракталов при различных фрактальных параметрах (черным цветом показаны поры)

Здесь приняты следующие обозначения:  $PiH$  и  $PiV$  – вероятность развития (появления) инициатора в горизонтальном (влево-вправо) и вертикальном направлении (вверх-вниз);  $PgH$  и  $PgV$  – вероятность развития генератора в горизонтальном и вертикальном направлении.

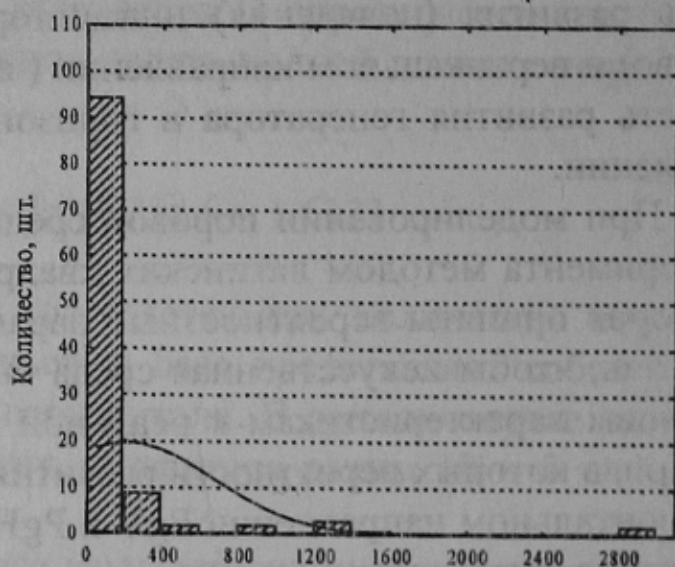
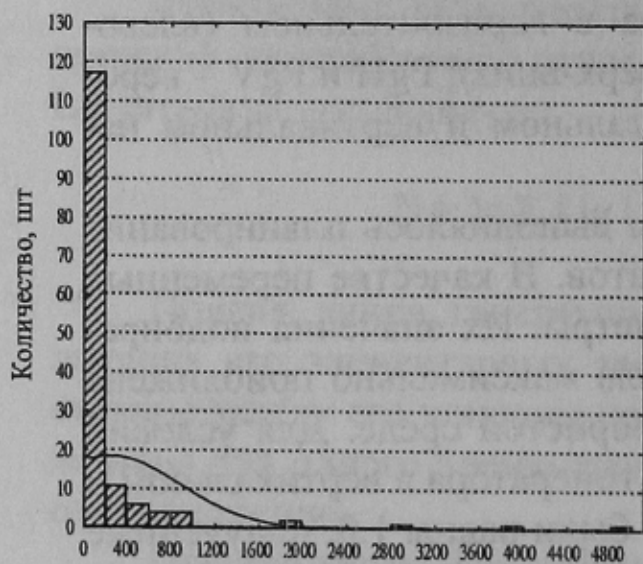
При моделировании поровой среды выполнялось планирование эксперимента методом латинских квадратов. В качестве переменных факторов приняты вероятностные параметры. Их значения подбирались так, чтобы искусственная среда была максимально приближена по своим характеристикам к реальной пористой среде. Для условий опытов, в которых вероятности развития генератора в вертикальном и горизонтальном направлении  $PgV$  и  $PgH$  были равны 1.0, полученные фракталы имели резко выраженные диагональные незамкнутые трещины (например, рис. 2, в). Такие среды не принимались к рассмотрению и анализу. На изображениях искусственной поровой среды производился подсчет площади пор путем наложения палетки и выполнялся статистический анализ.

На рис. 3 показаны распределения площади пор для шлифов кека с высокой и низкой проницаемостью и соответствующих им искусственных сред.



а

б



в

г

Рисунок 3 - Распределение площади пор для шлифов с высокой (а) и низкой проницаемостью (в) и соответствующих им фрактальных пористых сред с параметрами  $PiH = 0.4$ ,  $PiV = 0.4$ ,  $PgH = 0.6$ ,  $PgV = 0.2$  (б) и  $PiH = 0.2$ ,  $PiV = 1$ ,  $PgH = 0.6$ ,  $PgV = 0.6$  (г)

Проницаемость осадка является важнейшей характеристикой, определяющей скорость удаления жидкости при ее фильтровании че-

рез осадок. Проницаемость проб кека, из которых изготавливались шлифы, предварительно исследовалась в лабораторных условиях путем определения фильтруемости проб с использованием стандартных установок и методик. Это повышает достоверность полученных данных.

Анализ гистограмм позволяет отметить аналогичность распределений площади пор для шлифа кека и искусственно созданной фрактальной среды. Максимальное значение площади пор для шлифа с высокой проницаемостью (рис. 3,а) составляет 10000, а для близкого к нему фрактала (рис. 3,б) – 6400 мкм<sup>2</sup>. Наибольшее количество пор (порядка 82 %) имеют площадь до 1000 мкм<sup>2</sup>, однако средние значения площади пор отличаются значительно – в 1.7 раза. Общее число пор невелико и не превышает 50 шт. Максимальное значение площади пор для шлифа с низкой проницаемостью (рис. 3,в) равняется 5000, а для близкого к нему фрактала (рис. 3,г) – 3000 мкм<sup>2</sup>. Средние значения сильно не отличаются и составляют 246 и 214 мкм<sup>2</sup>, соответственно. Наибольшее количество пор (около 80 %) имеют площадь до 200 мкм<sup>2</sup>. Общее число пор на площади тех же размеров, что и для шлифа с высокой проницаемостью, почти вдвое больше и составляет 117 шт.

Статистическая обработка показала, что между стандартным отклонением – дисперсией - площади пор от среднего значения и параметрами поровой среды существует корреляционная связь. Было получено нелинейное регрессионное уравнение вида ( $r = 0.89$ ):

$$SD = 659.87 + D^{(20.86 PiV - 27.38 PiH - 48.52 PgV + 46.49 PgH)} \quad (2)$$

Здесь SD – дисперсия площади пор от среднего значения; D = 1.61 – фрактальная размерность генератора Коха; PiV, PiH, PgV, PgH – вероятностные параметры для инициатора и генератора, соответственно.

Стандартное отклонение характеризует пористую среду, т.к. чем больше разброс значений площади пор от среднего, т.е. чем неравномернее распределена площадь пор в образце, тем выше значение дисперсии и тем больше вероятность содержания крупных единичных пор, определяющих в основном проницаемость.

Статистическая обработка результатов позволила установить зависимость между стандартным отклонением и проницаемостью. Зависимость имеет вид ( $r = 0.75$ ):

$$PR \cdot 10^{14} = ( 12.003 + 0.02 SD ). \quad (3)$$

Физический смысл связи указанных выше параметров заключается в том что, чем больше стандартное отклонение, тем неоднороднее среда и больше вероятность возникновения крупных пор, которые и пропускают основную долю всего потока удаляемой воды [2].

Проведенные экспериментальные исследования и компьютерное моделирование микроструктуры кека флотационного концентрата позволили установить следующее:

1. Пористая среда кека флотационного концентрата как геометрически неоднородная генерируется искусственно с помощью средств фрактальной геометрии. Для этого может быть применен генератор Коха с фрактальной размерностью 1.61.

2. Качественные описательные характеристики шлифов кека флотационных концентратов различных фабрик, а именно структура и топология пор, регулируются путем подбора типа генератора (фрактальной размерности) и вероятностных параметров.

3. Подбором фрактальных параметров, а именно: фрактальной размерности, вероятности построения горизонтального и вертикального инициатора и вероятности направления развития генератора в горизонтальном и вертикальном направлении, можно моделировать (подбирать) с требуемой точностью реальную пористую среду. Преимущество использования фрактальной геометрии состоит в том, что фракталы позволяют с помощью этих пяти параметров моделировать как основные качественные, так и количественные характеристики пористых сред.

4. При увеличении числа пор на единицу площади среды проницаемость кека уменьшается. Это означает, что проницаемость зависит в первую очередь не от удельного количества пор, а от их характеристик.

#### Список источников

1. Е.И. Назимко, Е.Е. Гарковенко Микроструктура кека флотоконцентрата и ее роль в процессах обезвоживания // Збагачення корисних копалин. - 2000. - №9 (50). - С. 93-98.
2. Mandelbrot B. The fractal geometry of nature. W.H. Freeman and Co. New York, 1983. - 468 p.