

Кветний Р., Богач І., Бойко О., Софіна О., Шушура О.

# Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень.

Частина 1 : навчальний посібник

Вінниця  
ВНТУ  
2013

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Вінницький національний технічний університет

**Комп'ютерне моделювання систем та процесів**  
**Методи обчислень**  
**Частина 1**

Навчальний посібник

Вінниця  
ВНТУ  
2013

УДК 519.876.5(075)  
ББК 32.97в6я73  
К32

*Автори:*

***Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софіна О. Ю., Шушура О. М.***

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом підготовки «Системна інженерія». Лист № 1/11-1254 від 01.02.2012 р.

*Рецензенти:*

***Б. П. Русин***, доктор технічних наук, професор

***Г. С. Фінін***, доктор фізико-математичних наук, ст.н.сп.

***А. М. Петух***, доктор технічних наук, професор

**К32 Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Частина 1** : навчальний посібник / [Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р. та інші]; за заг. ред. Р. Н. Кветного. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 191 с.

ISBN

Перша частина навчального посібника, в якому розглянуто найпоширеніші чисельні методи, що зустрічаються в типових інженерних та наукових задачах, методи оптимізації та основи математичного моделювання, а також методи цифрової обробки сигналів та зображень, фрактальний та інтервальний аналіз. Призначено для студентів напряму підготовки «Системна інженерія» при вивченні дисципліни «Комп'ютерне моделювання систем та процесів», але може бути використано при вивченні широкого спектру дисциплін цього та інших напрямів, які пов'язані з комп'ютерними обчисленнями та обробкою даних, сигналів, зображень, а також для наукової роботи студентів, аспірантів, інженерів та вчених. Наведено широкий спектр прикладів та задач.

УДК 519.876.5(075)  
ББК 32.97в6я73

ISBN

© Р. Кветний, І. Богач, О. Бойко, О. Софіна, О. Шушура, 2013

## ЗМІСТ

Вступ .....	6
РОЗДІЛ 1 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ .....	8
<b>1.1</b> Поняття моделі та моделювання. Властивості та класифікація моделей .....	8
1.2 Узагальнена методика математичного моделювання .....	12
1.3 Аналітичне моделювання.....	16
1.3.1 Особливості аналітичного динамічного моделювання....	16
1.3.2 Особливості аналітичного статичного моделювання.....	19
1.4 Комп'ютерне та імітаційне моделювання .....	22
1.4.1 Алгоритми і програмування .....	22
1.4.2 Особливості комп'ютерного моделювання .....	27
1.4.3 Особливості імітаційного статистичного моделювання...	28
1.5 Похибки та властивості обчислювальних алгоритмів .....	40
1.6 Математичне моделювання і обчислювальні методи в задачах проектування комп'ютерних систем автоматики та управління .....	43
1.7 Інструментальні засоби моделювання.....	45
1.7.1 Моделювання з використанням математичних пакетів...	45
1.7.2 Програмні пакети для імітаційного моделювання.....	48
1.7.3 Системи автоматизованого проектування.....	56
Контрольні запитання та завдання .....	62
РОЗДІЛ 2 ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ .....	64
2.1 Розв'язання систем лінійних рівнянь .....	64
2.1.1 Прямі методи .....	65
2.1.1.1 Метод Гаусса .....	65
2.1.1.2 Метод виключення Гаусса-Жордана .....	69
2.1.1.3 Модифікований метод Гаусса .....	69
2.1.1.4 Застосування прямого ходу метода Гаусса для пошуку визначників .....	71
2.1.1.5 Метод Крамера .....	72
2.1.1.6 Метод оберненої матриці .....	73
2.1.1.7 Метод прогонки .....	73
2.1.2 Ітераційні методи .....	74
2.2 Визначення власних значень матриць .....	77
2.2.1 Постановка проблеми .....	77
2.2.2 Методи обчислення власних значень .....	78
2.2.2.1 Прямі методи .....	79

2.2.2.2 Ітераційні методи .....	80
2.2.2.3 Методи перетворень подібності .....	81
2.2.3 Порівняння методів визначення власних значень .....	83
Контрольні запитання та завдання .....	84
<b>РОЗДІЛ 3 НЕЛІНІЙНІ ЗАДАЧІ .....</b>	<b>87</b>
3.1 Розв'язання нелінійних рівнянь .....	87
3.1.1 Метод половинного ділення .....	91
3.1.2 Метод хибного положення (хорд) .....	92
3.1.3 Метод Ньютона (дотичних) .....	95
3.1.4 Метод січних .....	97
3.1.5 Метод простої ітерації .....	98
3.1.6 Визначення комплексних коренів .....	99
3.2 Розв'язання систем нелінійних рівнянь .....	10
Контрольні запитання та завдання .....	1
	10
<b>РОЗДІЛ 4 МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ .....</b>	<b>6</b>
4.1 Методи розв'язання задачі Коші .....	10
4.1.1    Однокрокові методи .....	8
4.1.2 Багатокрокові методи .....	
4.1.3 «Жорсткі» задачі .....	11
4.1.4 Вибір методу розв'язання задачі Коші .....	0
4.2 Методи розв'язання крайових задач .....	11
4.2.1 Метод «стрілянини» .....	1
4.2.2 Різницеві методи .....	11
Контрольні запитання та завдання .....	8
	12
<b>РОЗДІЛ 5 МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ .....</b>	<b>1</b>
	12
5.1 Різницевий метод .....	12
5.2 Розв'язання різних типів диференціальних рівнянь в частинних похідних .....	2
5.2.1 Еліптичні рівняння .....	3
5.2.2 Гіперболічні рівняння .....	12
5.2.3 Параболічні рівняння .....	3
5.3 Загальні рекомендації до розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних .....	12
Контрольні запитання та завдання .....	6

РОЗДІЛ 6	МЕТОДИ ОБРОБКИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ .....	12 7
6.1	Інтерполяція .....	12
6.1.1	Різницеві методи .....	9
6.1.2	Інтерполяція за Лагранжем .....	
6.1.3	Сплайн-інтерполяція .....	13
6.1.3.1	Класичний кубічний сплайн .....	3
6.1.3.2	Створення сплайнових параметричних кривих .....	13
6.2	Апроксимація даних .....	3
6.3	Статистична обробка даних .....	13
6.4	Чисельне інтегрування .....	5
6.4.1	Формули прямокутників .....	13
6.4.2	Формули Ньютона -Котеса .....	6
6.4.3	Формула Чебишева .....	
6.4.4	Формула Гаусса .....	13
6.4.5	Оцінка похибки при чисельному інтегруванні .....	7
6.4.6	Алгоритми застосування чисельних методів .....	13
6.4.7	Метод Монте-Карло .....	8
6.5	Чисельне диференціювання .....	
6.5.1	Чисельне диференціювання аналітично заданих функцій	
6.5.2	Чисельне диференціювання таблично заданих функцій..	13
Контрольні запитання та завдання .....		9
Література .....		13
		9
		14
		0
		14
		7
		14
		9
		15
		2
		15
		5
		16
		1
		16
		4
		16
		8
		16

9  
17  
1  
17  
3  
17  
5  
17  
8  
17  
8  
18  
0  
18  
3  
18  
3  
18  
5  
18  
6  
  
18  
8