

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ**

**ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Стефаненко П.В.

## **ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ**

*Рекомендовано Министерством образования и науки Украины в качестве учебного пособия для студентов специальности «Радиотехника» и курсантов высших военных учебных заведений*

Донецк, ДонГТУ 2000

С 79 Стефаненко Н.В. Электрические колебательные цепи. Учебное пособие. — Донецк: ДонГУУ, 2000. — 123 с.

**Рецензенты:**

В.В.Паслен

канд.техн.наук, доцент кафедры  
Военной подготовки ДонГУУ

В.В.Колодяжный

канд.техн.наук, доцент кафедры  
Электрооборудования и автоматики  
Керченского МТИ

Распечатывается физическим процессом, происходящим в электрических колебательных цепях. Предназначено для самостоятельной работы студентов и кураторов внешних учебных заведений.

ISBN 966-7559-35-1

© ДонГУУ, 2000

## ВВЕДЕНИЕ

Средства электронной техники отвечают и интенсифицируют умственный труд человека, позволяют создать системы сбора, обработки хранения научной, производственной и других видов информации. Они обеспечивают автоматизацию производства, а также управление процессами, в которых вследствие их вредности или очень больших скоростей протекания (ядерная энергетика, космические полеты) человек непосредственно участвовать не может.

Современная электроника - это одна из наиболее динамично развивающихся областей науки и техники. Ее достижения способствуют развитию научного и экономического потенциала страны, укреплению ее обороноспособности.

Теория электрических цепей - является одним из фундаментальных разделов радиоэлектроники. В основу учебного пособия "Электрические колебательные цепи" положен учебный материал, способствующий усвоению пробелов в базовой подготовке студентов (физика, электроника), изучаемые на первом курсе университета) и который они должны изучить для успешного овладения содержанием базовых модулей дисциплины.

С целью обеспечения усвоения материала в пособии широко используются графические построения и схемы типовых радиотехнических устройств.

# ГЛАВА ПЕРВАЯ

## ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

### § 1-1. Переменный синусоидальный ток

Переменными называются такие электрические величины  $i(t)$ ,  $i_e(t)$ , напряжение и величина которых меняются с течением времени, (в частном случае может меняться только величина).

График зависимости переменной тока от времени называется развернутой (временной) диаграммой. Обычно, под переменными токами понимают периодические, которые через равные промежутки времени повторяют полный цикл своих изменений.

В радиотехнике имеют дело с синусоидально изменяющимися величинами (рис.1)

Это объясняется тем, что при изменении ЭДС по закону синуса, вызванный ею ток, также изменяется по синусоидальному закону.

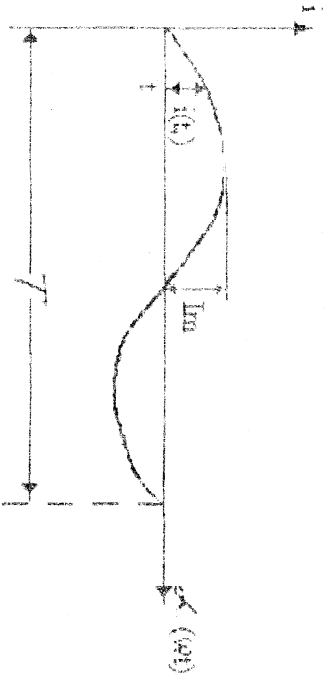


Рис. 1

При вращении контура в однородном магнитном поле (рис. 2) в нем индуцируется ЭДС, величина которой определяется законом электромагнитной индукции:

$$e = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (1.1)$$

где:

- $e$  - индуцированная ЭДС;
- $B$  - магнитная индукция;
- $l$  - активная длина проводника;
- $v$  - линейная скорость проводника;
- $\alpha$  - угол, под которым проводник пересекает магнитные линии.

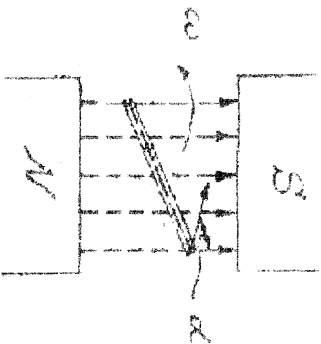


Рис. 2

Численное значение ЭДС будет максимальным тогда, когда  $\sin \alpha = 1$ . В этом случае:

$$e = B \cdot l \cdot v = E_m \quad (1.2)$$

где  $E_m$  амплитуда индуцированной ЭДС.

Тогда выражение (1) будет иметь вид:

$$e = E_m \sin \alpha \quad (1.3)$$

Если контур вращается в магнитном поле с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , то угол  $\alpha$  пропорционален

времени  $t$ , т.е.  $\alpha = \omega t$ , тогда

$$e = E_m \sin \omega t \quad (1.4)$$

§ 1.2. Основные параметры синусоидального тока.

К основным параметрам синусоидального тока относятся (рис. 1):

1. Мгновенное значение переменного тока  $i(t)$  - это величина переменного тока, соответствующая данному моменту времени.
2. Амплитудное значение  $I_m$  ( $I_m$ ,  $E_m$ ) - это максимальное значение переменного тока, которого он достигает в процессе изменения.
3. Период  $T$  - это промежуток времени, в течении которого ток совершает полный цикл своих изменений. Измеряется в сек. за период ток достигает амплитудного значения дважды.
4. Частота  $f$  - это величина обратная периоду, т.е. это число полных периодов, совершаемых током за 1 сек.

$$1 \text{ кГц} = 10^3 \text{ Гц}; \quad 1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$$

$$1 \text{ мГц} = 10^3 \text{ Гц}; \quad 1 \text{ нГц} = 10^{12} \text{ Гц}$$

Для характеристики переменного тока вводятся еще понятие круговой (угловой) частоты -  $\omega$ .

5. В магнитном поле угол поворота рамки  $\alpha$  пропорционален скорости перемещения  $\omega$ . Угол  $\omega t$  называется фазой. Фаза есть величина переменная, зависящая от времени.

За время  $T$  контур поворачивается на угол  $\alpha = 2\pi$ .

Отсюда:

$$\omega T = 2\pi, \quad \omega = 2\pi/T = 2\pi f. \quad (1.5)$$

6. Начальная фаза  $\psi$  - это величина угла, определяющая мгновенное значение тока в начальный момент времени ( $t = 0$ ).

$$i = I_m \sin \omega t$$

В простейшем случае синусоидальный ток выражается формулой

На рис. 3 токи  $i_1$  и  $i_2$  отсчитываются только началом отсчета. Они сдвинуты относительно друг друга на какой-то угол.

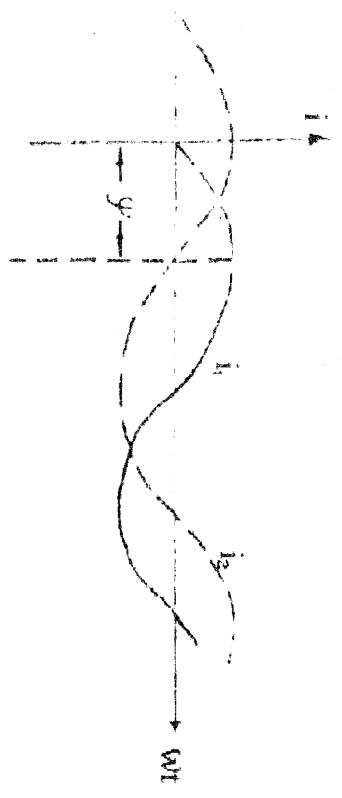


Рис. 3

Ток, у которого положительная амплитуда появляется раньше, чем у другого, считается опережающим по фазе.

Тогда мгновенное значение тока будет равно:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) \quad (1.6)$$

где  $\sin(\psi)$  - фаза тока;

$\psi$  - начальная фаза.

С учетом этого токи (рис. 3) могут быть записаны в следующем виде:

$$i_1 = I_{m1} \sin \omega t; (\psi_1 = 0)$$

$$i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \pi/2); (\psi_2 = \pi/2)$$

7. Сдвиг фаз  $\Phi$  - это разность начальных фаз двух изменяющихся величин

$$\Phi = \Phi_2 - \Phi_1; \quad (1.7)$$

Если два тока одновременно достигают своих нулевых и максимальных значений, то они совпадают по фазе. В отличие от начальной фазы, разность фаз не зависит от выбора начала отсчета.

8. Действующее значение переменного тока  $I$ . (рис 4)

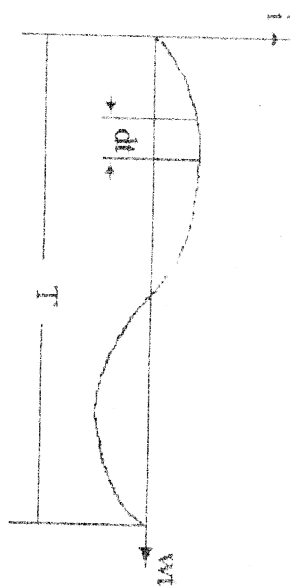


Рис 4

Действующее значение переменного тока равно величине такого постоянного тока, который за время, равное периоду  $T$  переменного тока, выделяет в том же сопротивлении такое же количество тепла, что и переменный ток

За бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , в течение которого ток, протекающий по сопротивлению, можно считать постоянным, выделяется количество тепла

$$dQ = i^2 r dt$$

Количество тепла, выделенное за период

$$Q(t) = \int_0^T i^2 r dt = r \int_0^T i^2 dt \quad (1.8)$$

Если положить, что через то же сопротивление  $r$  и в течение того же времени  $T$  протекет постоянный ток  $I$ , причем количество тепла выделится то же  $Q$ , то

$$Q = I^2 r T$$

Приравняем равенства (9) и (8):

$$I^2 r T = r \int_0^T i^2 dt \quad (1.9)$$

Отсюда:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt \quad (1.10)$$

Подставим значение  $i = I_m \sin \omega t$  в выражение (10).  
Получим:

$$I = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt} \quad (1.11)$$

т.к.  $\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{T}{2} (1 - \cos 2\omega T)$ , то

$$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \int_0^T dt - \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t dt = \frac{T}{2}$$

Подставим вычисленный интеграл в выражение (11). Тогда действующее значение переменного тока

$$I = I_m / \sqrt{2} = 0.707 I_m \quad (1.12)$$

Такое же соотношение справедливо для действующих значений ЭДС и напряжений

$$U = U_m / \sqrt{2} \quad (1.12a)$$

$$V = E_m / \sqrt{2} \quad (1.12b)$$

Приборы, предназначенные для измерения напряжения и тока, дают показания действующих значений.

9. Среднее значение переменного тока  $I_{cp}$ . Среднее значение переменного тока равно величине такого постоянного тока, при котором за время равное  $1/2T$ , через поперечное сечение проводника пройдет то же количество электричества, что и при переменном токе.

$$I_{cp} = 0.637 I_m \quad (1.13)$$

Аналогично для ЭДС и напряжения

$$E_{cp} = 0,637 * U_m \quad (1.13a) \quad E_{cp} = 0,637 * E_m \quad (1.13b)$$

Эти величины используются при рассмотрении выпрямительных схем.

§ 1-3. Графическое изображение синусоидальных величин.

На практике при расчетах цепей переменного тока часто приходится складывать и вычитать синусоидальные величины с различными начальными фазами и амплитудами.

Графическое или тригонометрическое решение трудоемко и не обеспечивает достаточной точности. Синусоидальные величины можно изображать вращающимися векторами (рис. 5).

Пусть задан ток, изображенный на развернутой диаграмме

$$i = I_m * \sin \omega t$$

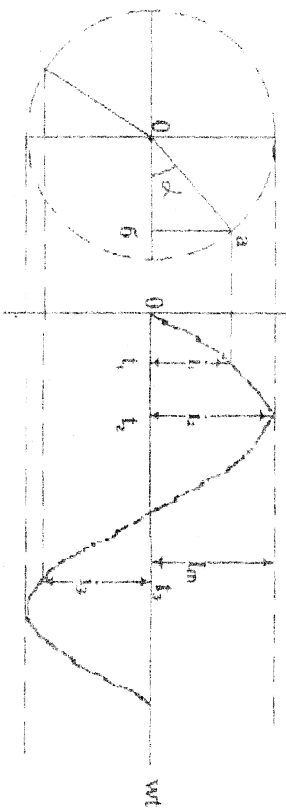


Рис. 5

В прямоугольной системе координат изображим радиус-вектор, равный амплитудному значению тока  $I_m$ , и совместим его с осью абсцисс ( $\psi=0$ ).

Допустим, что в момент  $t = 0$  вектор начал вращаться вокруг  $t=0$  с постоянной скоростью  $\omega$ .

В момент  $t$  вектор займет положение на плоскости, определяемое углом  $\alpha = \omega t$ . Если из конца вектора  $I_m$  опустить перпендикуляр на ось ординат, то он отсекает отрезок  $i$ .

Из образовавшегося треугольника можно определить:

$$i = I_m * \sin \omega t$$

Следовательно, это есть мгновенное значение тока для момента  $t$ . Таким же образом можно определить мгновенные значения для моментов  $t_2$ ,  $t_3$ .

Для случая, если в момент  $t=0$  вектор  $I_m$  составляет угол с положительным направлением оси абсцисс, то он имеет начальную фазу  $\psi$ .

$$i = I_m * \sin (\omega t + \psi)$$

Таким образом, из анализа рис. 5 можно сделать выводы:

1. Длина вектора выражает амплитуду синусоиды.
2. Скорость вращения, вектора равна угловой частоте  $\omega$ .
3. Угол, образующий вектор с положительным направлением оси абсцисс, равен начальной фазе  $\psi$ .

Совокупность двух и более векторов, изображающих синусоидальные величины одной частоты в начальный момент времени, называется векторной диаграммой.

Сложение (вычитание) векторов производится по правилу параллелограмма (рис. 6).

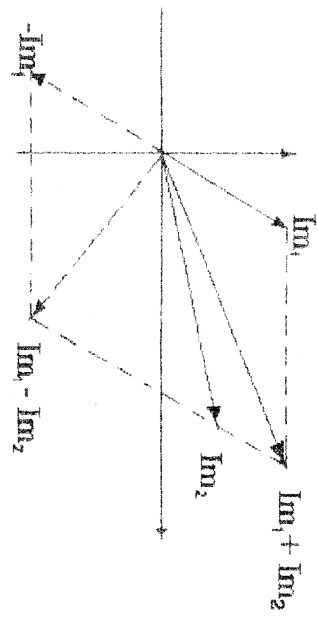


Рис. 6

В отличие от сопротивления проводника постоянному току (описанное) сопротивление его переменному току называют активным. Оно не сколько больше омического сопротивления ( $R_0 = r \cdot l/S$ ). Это объясняется наличием поверхностного эффекта (рис. 7).

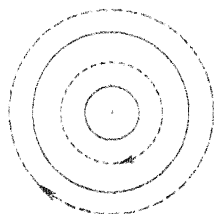


Рис. 7

Цилиндрический провод представлен элементарными проводниками одинакового сечения. Их сопротивление постоянному току одинаковы. Эти проводники замкнуты магнитными линиями, причем наибольшее число линий охватывает ось провода.

При переменном токе в каждом проводнике возникает ЭДС, препятствующая изменению тока.

Очевидно, максимальная ЭДС будет в центре провода, что приводит к неравномерному распределению тока, с увеличивающейся плотностью к периферии. Полезное сечение провода как бы уменьшается, а сопротивление его увеличивается.

Активным сопротивлением в цепи переменного тока называют сопротивление, в котором происходит необратимый процесс превращения электрической энергии в тепловую (рис. 8).

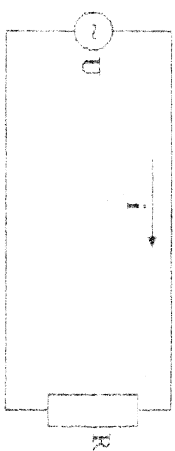


Рис. 8

Источник электрической энергии обладает переменным синусоидальным напряжением

$$U = U_m \cdot \sin \omega t \quad (\varphi = 0)$$

$\omega$  - угловая частота,  $\omega t$  - фаза напряжения,

$t$  - время,  $U_m$  - амплитуда напряжения

Для мгновенных значений  $U$  и  $i$  справедливы в данном случае законы Ома, Кирхгофа, Джоуля, т.к. переменный ток в течения времени  $\Delta t$  можно рассматривать, как постоянный. Следовательно:

$$i = U/R = U_m/R \cdot \sin \omega t = I_m \cdot \sin \omega t \quad (1.14)$$

Таким образом, напряжение и ток в цепи с активным сопротивлением совпадают по фазе (т.е. одновременно достигают нулевых и максимальных значений).

Это иллюстрируется векторной и развернутой диаграммами (рис. 9).

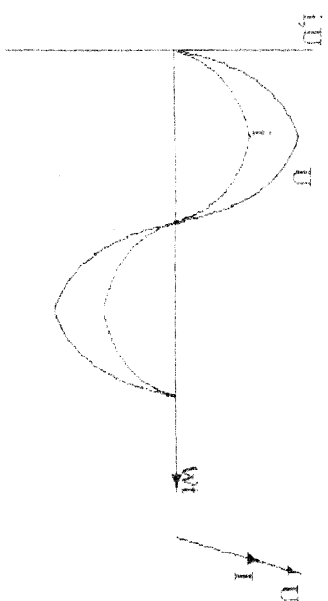


Рис. 9

Итак закон  $\Omega_m$  для цепи с активным сопротивлением:

$$I_m = U_m/R \quad (1.15)$$

Разделив обе части (1.15) на  $\sqrt{2}$ , получим закон  $\Omega_m$  для действующих значений:

$$I = U/R \quad (1.16)$$

Действующее значение тока в цепи с активным сопротивлением равно действующему значению напряжения, деленному на сопротивление цепи.

Мгновенная мощность в цепи с активным сопротивлением равна произведению мгновенного значения напряжения и мгновенного значения тока для произвольного выбранного момента времени

$$P = U \cdot I \quad (1.17)$$

Мгновенная мощность характеризует скорость преобразования электрической энергии в другой вид энергии (в данном случае в тепловую).

Подставим значения  $U, I$  в (1.17)

$$P = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega t = U_m \cdot I_m \sin^2 \omega t \quad (1.18)$$

Т.е. мгновенная мощность меняется по несинусоидальному закону

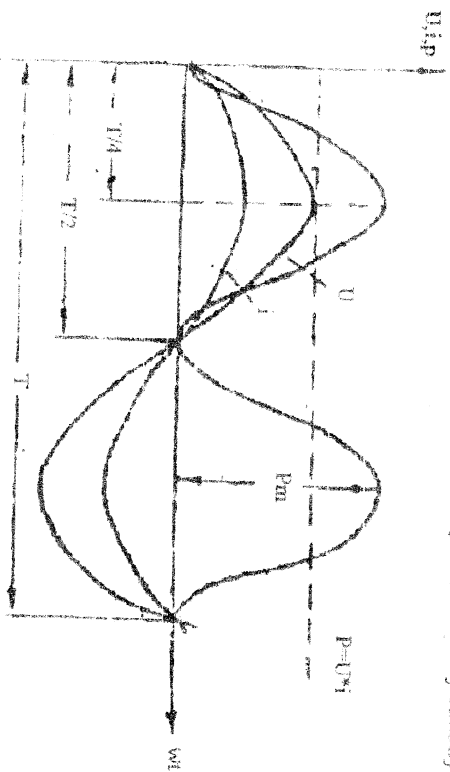


Рис. 10.

Мощность положительна при  $i > 0$  и при  $i < 0$ , т.к. электрическая энергия превращается в тепловую независимо от направления тока в цепи.

Преобразуем выражение (18), учитывая, что  $\sin^2 \omega t = (1 - \cos 2\omega t) / 2$

$$P = U \cdot I [1 - \cos 2\omega t] \quad (1.19)$$

По величине мгновенная мощность изменяется от нуля до максимального значения.

Из выражения (19) следует, что мгновенная мощность равна сумме двух величин: постоянной  $U \cdot I$  и переменный  $U \cdot I \cdot \cos 2\omega t$

Средняя (активная) за период мощность цепи с активным сопротивлением равна произведению действующих значений напряжений и токов.

$$P = UI = I^2 R = U^2/R \quad (1.20)$$

Активная мощность характеризует среднюю скорость преобразования электрической энергии в тепловую, механическую и т.д.

Следует отметить, что в цепи переменного тока с активным сопротивлением энергия от источника подается к потребителю двумя импульсами за период

## ВЫВОД

1. Напряжение и ток в цепи с активным сопротивлением совпадают по фазе.
2. Активная (средняя за период) мощность полностью расходуется в активном сопротивлении и преобразуется в тепловую энергию.



Пусть в идеальной катушке ( $R=0$ ,  $C=0$ ) проходит переменный синусоидальный ток (рис. 11)

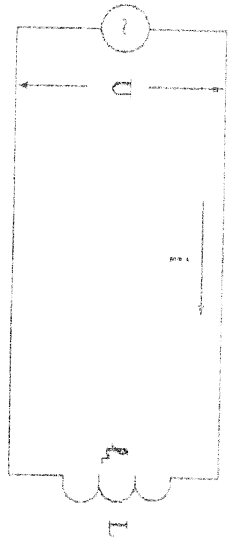


Рис. 11.

Этот ток создает в катушке переменный магнитный поток, который индуцирует в ней ЭДС самоиндукции, пропорциональную скорости изменения тока.

$$e_L = -L \cdot di/dt \quad (1.21)$$

где  $L$  - индуктивность катушки.

$di/dt$  - скорость изменения тока.

Согласно второму закону Кирхгофа приведенное напряжение должно уравновесить ЭДС самоиндукции

$$U + e_L = 0 \quad (1.22)$$

Тогда напряжение приложено к индуктивности

$$U = -e = L \cdot di/dt \quad (1.23)$$

Подставим в выражение (23) мгновенное значение тока:

$$U = L \cdot d(i_m \cdot \sin \omega t)/dt = \omega \cdot L \cdot i_m \cdot \cos \omega t = U_m \cdot \cos \omega t \quad (1.24)$$

где  $U_m = \omega \cdot L \cdot i_m$  - амплитудное значение напряжения.

На основании формул 22, 23, 24 построим развернутые и векторные диаграммы тока, напряжения и ЭДС самоиндукции (рис. 12а и 12б)

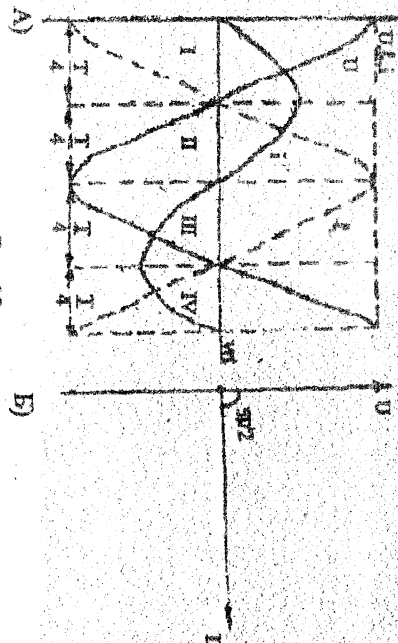


Рис. 12

Из развернутой диаграммы видно, что скорость изменения тока  $di/dt$  имеет максимальное значение в те моменты времени, когда ток равен нулю.

В эти моменты ЭДС самоиндукции также максимальна. В моменты, когда ток достигает максимального значения  $i_m$  скорость его изменения  $di/dt$  стремится к нулю и, следовательно, ЭДС самоиндукции  $e_L=0$ .

Направление ЭДС определяется правилом Ленца: при увеличении тока ЭДС самоиндукции направлена навстречу току и препятствует его увеличению, при уменьшении тока ЭДС самоиндукции, противодействуя его уменьшению, имеет одинаковое с ним направление.

Из диаграммы видно, что в цепи переменного тока с индуктивностью, напряжение, приложенное к ее зажимам, опережает по фазе протекающий ток на угол  $\pi/2$  и опережает по фазе ЭДС.

самондукции на угол  $\pi$ . Физический смысл имеет следит фаз обьектоста дей-  
 ствием ЭДС самондукции, задерживающей изменение тока при изме-  
 нях предложенного напряжения.

Из формулы (24) следует, что напряжение  $U$  достигнет максимального  
 значения  $U_m$  при  $\sin(\omega t + \pi/2) = 1$  и тогда

$$U_m = \omega L \cdot I_m$$

Разделив левую и правую часть последнего равенства на  $\sqrt{2}$ , получим:

$$U = \omega L \cdot I, \text{ откуда } I = U/\omega L \quad (1.25)$$

Формула (25) является законом Ома для действующих значений тока и  
 напряжения.

Выражение  $\omega L$ , находясьея в знаменателе формулы, называется ин-  
 дуктивным сопротивлением ( $X_L$ )

$$X_L = \omega L = 2\pi fL \quad (1.26)$$

Индуктивное сопротивление - это условное сопротивление, которое  
 учитывает противодействие ЭДС самондукции изменению перемещенного  
 тока, другими словами это есть проявление реакции индуктивности на пе-  
 риодические изменения тока.

График изменения индуктивного сопротивления в зависимости от час-  
 тоты тока представлен на рис.13. Индуктивное сопротивление катушки  
 прямо пропорционально частоте тока.

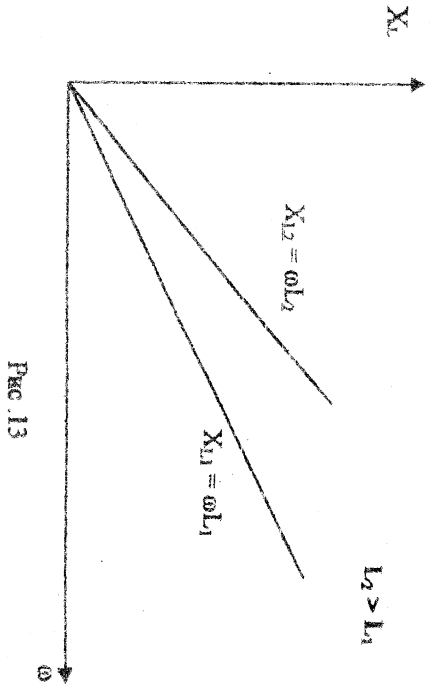


Рис. 13

Мгновенная мощность  $P$  в данной цепи равна произведению мгновен-  
 ных значений тока и напряжения.

$$P = U \cdot i = U_m \sin(\omega t + \pi/2) \cdot I_m \sin \omega t = U_m \cos \omega t \cdot I_m \sin \omega t = 2I_m \cos \omega t \cdot U_m \sin \omega t \sin \omega t \cos \omega t = U \cdot I \cdot \sin 2\omega t \quad (1.27)$$

Из формулы (27) следует, что мгновенная мощность есть величина си-  
 нусоидальная, изменяющаяся с двойной частотой по сравнению с частотой  
 тока и напряжения.

График изменения мгновенной мощности для цепи с индуктивностью  
 показан на рис. 14.

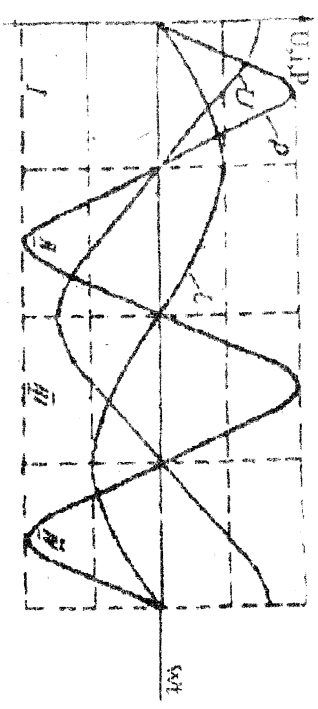


Рис. 14.

В первую и третью четверти периода (I и III) мгновенная мощность  
 есть величина положительная, что является следствием произведения оди-  
 наковых по знаку тока и напряжения.

За это время катушка забирает энергию от генератора и запасает ее в  
 своем магнитном поле

$$W_L = L \cdot I^2 m / 2 \quad (1.28)$$

Во вторую и четвертую четверти периода (II и IV) мгновенная мощ-  
 ность - есть величина отрицательная. За это время энергия, запасенная в  
 катушке, возвращается в генератор.

Средняя за период (активная) мощность равна нулю  $P_{\text{ср}} = 0$ . Это значит, что в цепи с индуктивностью происходит периодический обмен энергией между генератором катушкой без преобразования электрической энергии в тепловую, механическую в другие виды энергии.

Такой обмен характеризуется реактивной мощностью, которая в отличие от активной измеряется в вольт-ампер реактивных (ВАР),

$$Q_L = U_L I = I^2 \omega L \quad (1.29)$$

### ВЫВОДЫ

1. В цепи с индуктивностью ток отстает от приложенного напряжения на угол  $\varphi = \pi/2$ .
2. Между генератором и катушкой происходит обмен энергией, активная мощность равна нулю.

§ 1.6. Цепь переменного тока с индуктивностью и активным сопротивлением.

Реальная катушка индуктивности обладает некоторым активным сопротивлением  $R$ , которым пренебречь нельзя. Она может быть представлена в виде цепи с последовательно соединенным активным сопротивлением и индуктивным сопротивлением (рис. 15)

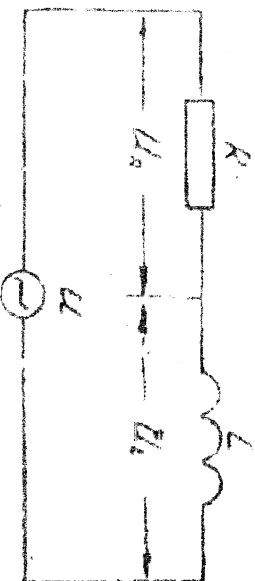


Рис. 15

Рассмотрим, как должно измениться напряжение на зажимах цепи, если в ней протекает синусоидальный ток

$$i = I_m \sin \omega t$$

Это напряжение складывается одновременно в активном и индуктивном сопротивлениях.

$$U = U_L + U_R = U_L \sin(\omega t + \pi/2) + U_R \sin \omega t \quad (1.30)$$

Произведем векторное сложение этих напряжений для действительных значений. За исходный вектор примем вектор тока (рис. 16).

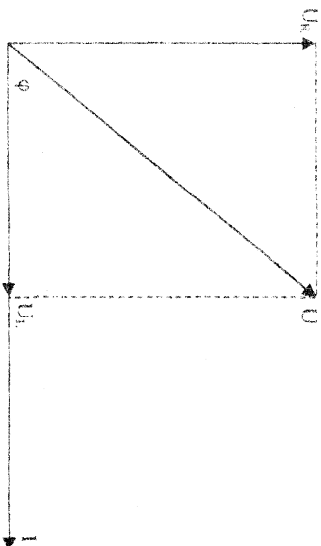


Рис. 16

Напряжение  $U_L$  опережает ток  $I$  по фазе на угол  $\pi/2$ , а напряжение  $U_R$  совпадает с ним по фазе. Из векторной диаграммы следует, что в данной цепи ток отстает от приложенного напряжения на угол  $90^\circ > \varphi > 0^\circ$ , зависящий от соотношения активного и индуктивного сопротивлений. Тогда уравнение (30) для напряжения, приложенного к цепи  $R, L$ , перепишем в следующем виде

$$U = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.31)$$

Выделим из векторной диаграммы треугольник напряжений (рис. 17а) и определим соотношение между напряжениями

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \quad (1.32)$$

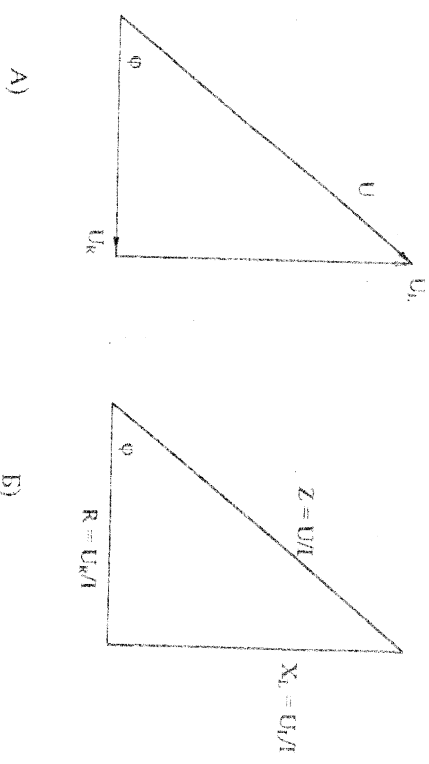


Рис. 17

Разделив стороны треугольника напряжений на величину тока, получим треугольник сопротивлений (рис. 17б). Из треугольника имеем:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (1.33)$$

где Z - полное сопротивление цепи.

Тогда закон Ома для цепи с RL запишется следующим образом:

$$I = U/Z = U/\sqrt{R^2 + X_L^2} = U/\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (1.34)$$

Угол сдвига фаз  $\phi$  между током и напряжением

$$\phi = \arccos R/Z = \arctg X_L/R = \arcsin X_L/Z \quad (1.35)$$

Развернутая диаграмма тока и напряжения изображена на рис. 18.

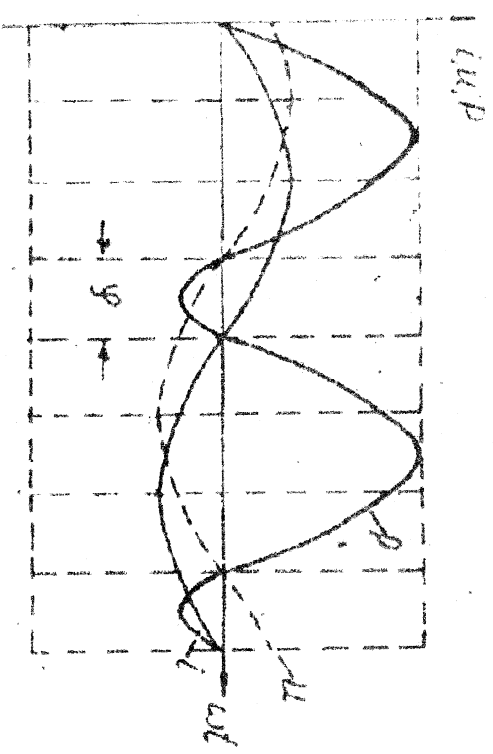


Рис. 18

Мгновенная мощность, развиваемая током в цепи RL, равна:

$$P = U \cdot I = U_m \sin(\omega t + \phi) \cdot I_m \sin \omega t = (U_m \cdot I_m) / 2 \cdot \cos \phi - (U_m \cdot I_m) / 2 \cdot \cos(2\omega t + \phi) = U I \cos \phi - U I \cos(2\omega t + \phi) \quad (1.36)$$

Таким образом мгновенная мощность равна сумме двух величин:

- а) постоянной  $U I \cos \phi$
- б) переменной  $U I \cos(2\omega + \phi)$  изменяющейся с удвоенной частотой.

Из графика изменения мгновенной мощности (рис. 18) можно видеть, что площадь, ограниченная кривой мощности и осью абсцисс, выражает энергию, поступающую от генератора к потребителю (положительные значения) и от потребителя к генератору (отрицательные значения). Преобладание положительных значений энергии свидетельствует о наличии необратимого процесса преобразования электрической энергии в другие виды энергии.

Это обусловлено, наличием в цепи активного сопротивления, на котором расходуется активная мощность

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (1.37)$$

где  $\cos \varphi$  - коэффициент мощности.

Коэффициент мощности можно определить из формулы (35)

$$\cos \varphi = R/Z = R/\sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (1.38)$$

Следовательно, чем больше активное сопротивление, тем больше активная мощность, расходуемая в цепи. В пределе, когда

$$X_L = 0 \text{ и } Z = R, \cos \varphi = 1$$

Кроме активной мощности в цепи действует реактивная мощность

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (1.39)$$

Величина проводимости  $U \cdot I$  называется полной мощностью

$$S = U \cdot I \quad (1.40)$$

Между полной, активной и реактивной мощностями существует соотношение

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (1.41)$$

## ВЫВОДЫ

1. В цепи с  $KL$ , ток отстает от приложенного напряжения на угол  $\pi/2 < \varphi < 0$
2. Наряду с колебательным процессом (реактивная мощность) существует обратимый процесс преобразования энергии источника в тепловую энергию (активная мощность)

### § 1-7 Цель переменного тока с емкостью.

Определим, как будет меняться ток в емкости, если к зажимам цепи подключено синусоидальное напряжение (рис. 19)

$$U = U_m \cdot \sin \omega t$$

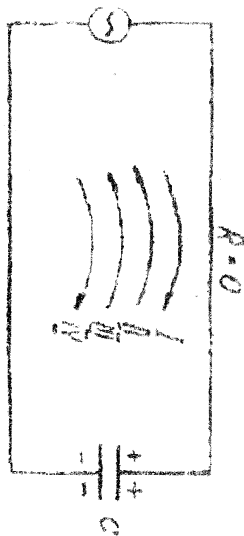


Рис. 19

При наличии переменного напряжения на емкости, величина заряда также будет переменное. При увеличении заряда на емкости ток протекает в одну сторону, при уменьшении в другую.

Тогда мгновенное значение переменного тока

$$i = dq/dt \quad (1.42)$$

Учитывая, что  $dq = C \, du/dt$ , можно записать

$$i = C \, du/dt \quad (1.43)$$

Таким образом, ток в цепи с емкостью пропорционален скорости изменения приложенного напряжения

Подставим значение напряжения  $u$  в выражение (43)

$$i = C \, d(U_m \cdot \sin \omega t)/dt = U_m \cdot \omega C \cdot \cos \omega t = I_m \cdot \sin(\omega t + \pi/2) \quad (1.44)$$

$$\text{где } I_m = U_m \cdot \omega C \quad (1.44a)$$

Сравнивая выражения тока и напряжения можно сделать вывод: ток протекает через емкость, опережает по фазе приложенное напряжение на угол  $\varphi = \pi/2$  (рис. 20).

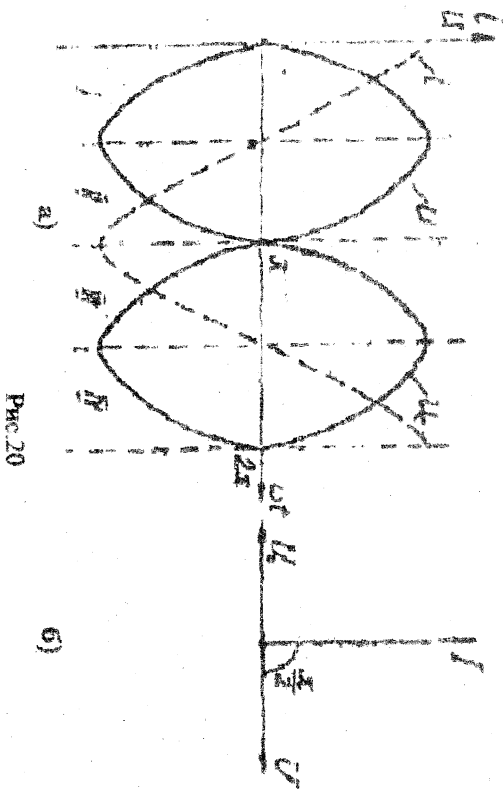


Рис. 20

Физический смысл состоит в том, что наибольшая скорость изменения напряжения имеет место при пересечении графиком  $U(t)$  оси абсцисс. Это соответствует максимальному значению тока.

В первую четверть периода напряжение возрастает, конденсатор заряжается и направление тока совпадает с направлением приложенного напряжения.

Напряжение же на заряженном конденсаторе ( $U_C$ ) направлено в противоположную сторону (против ЭДС).

При  $\phi = \pi/2$  конденсатор полностью заряжается и  $I=0$ .

Во второй четверти конденсатор начинает разряжаться (т.к. напряжение источника убывает), что вызовет ток противоположного направления.

В третьей четверти конденсатор перезаряджается и ток убывает, сохраняя знак, который был во II четверти.

В четвертой четверти напряжение источника уменьшается и конденсатор разряжается, ток при этом меняет знак.

Таким образом, сдвиг фаз сопровождается противоположным ЭДС емкостью конденсатора перемещению тока.

Перенесем выражение (44а) в действующих значениях, разделив левую и правую часть равенства на  $\sqrt{2}$ :

$$U = I \cdot 1/\omega C; \quad I = U / 1/\omega C = U/X_C \quad (1.45)$$

$$\text{где } X_C = 1/\omega C = 1/2\pi fC \quad (1.46)$$

Выражение (45) есть закон Ома для цепи с емкостью.

Величина  $X_C$  - называется емкостным сопротивлением или реактивным сопротивлением емкости.

Размерность этого сопротивления - [Ом]

Емкостное сопротивление есть, противоположное конденсатора переменному току. Оно обратно пропорционально частоте тока и емкости конденсатора (рис. 21).

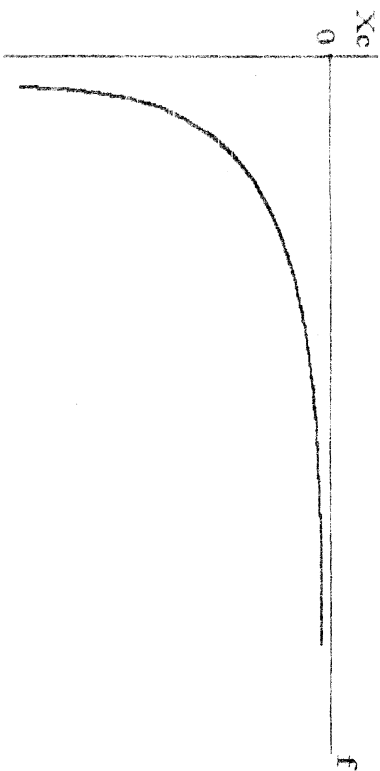


Рис. 21

Условно емкостное сопротивление считают отрицательным (в отличие от индуктивного), поэтому оно изображается ниже оси абсцисс.

Определим мгновенную мощность в цепи.

$$P = U i = U_m \sin \omega t \cdot I_m \cos \omega t =$$

$$(U_m I_m / 2) \cos \omega t \sin \omega t = U I \sin 2\omega t \quad (1.47)$$

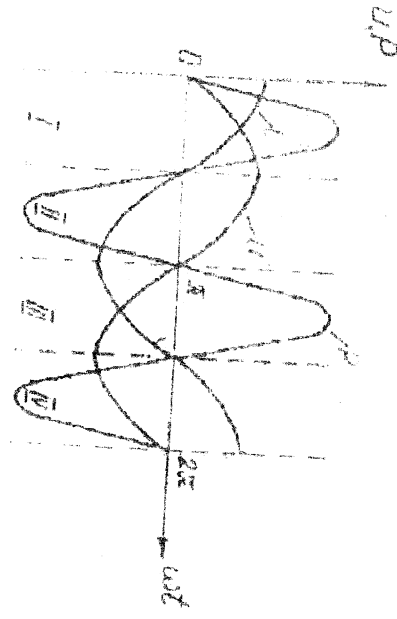


Рис 22

Из выражения (17) видно, что мгновенная мощность в цепи "С" изменяется по синусоидальному закону с частотой, в два раза большей частоты приложенного напряжения (рис. 22).

В первой и третьей четвертях периода, конденсатор заряжается и энергия от генератора поступает к потребителю (конденсатору)

Энергия конденсатора  $W_C = \frac{1}{2} C * U^2_m$  (1.48)

Во второй и четвертой четвертях периода конденсатор разряжается и энергия возвращается к генератору.

Таким образом, в цепи происходит периодический и равновесный обмен энергией между генератором и потребителем, без превращения ее в тепловую, механическую или химическую.

Величина обменной энергии характеризуется максимальным значением мгновенной мощности этой цепи и называется реактивной мощностью конденсатора.

$$Q_C = U_m * I_m = U^2_m * C \quad (1.49)$$

Активная мощность (средняя за период) для цепи с емкостью равна нулю.

### ВЫВОДЫ

1. В цепи переменного тока с емкостью ток опережает приложенное напряжение на угол  $\varphi = \pi/2$
2. Активная мощность равна нулю. Происходит обмен энергией между конденсатором и генератором

§ 1-8 Цепь переменного тока с последовательным включением емкости и активного сопротивления

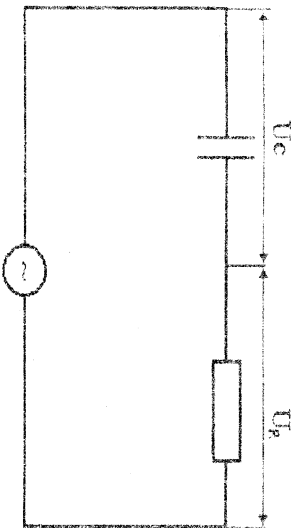


Рис 23

Рассмотрим, как должно измениться напряжение, приложенное к цепи, если под его воздействием в цепи протекает синусоидальный ток (рис.23)

$$i = I_m * \sin \omega t$$

При этом на элементах цепи создаются падения напряжения

$$U_R = I_m * R * \sin \omega t \quad \text{и} \quad U_C = I_m * C * \sin(\omega t - \pi/2)$$

Согласно второму закону Кирхгофа напряжение на зажимах цепи

$$U = U_R + U_C$$

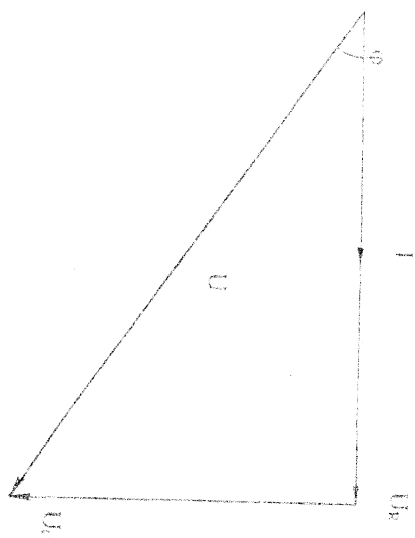


Рис.24

Проведем сложение действующих значений этих величин геометрически на векторной диаграмме, приняв вектор тока за исходный (рис.24).

Из диаграммы видно, что в цепи "RC" ток опережает приложенное напряжение на угол  $90^\circ > \varphi > 0^\circ$ . Чем больше величина активного сопротивления по сравнению с реактивным, тем ближе угол сдвига фаз к 0.

Тогда математическое выражение для напряжения источника будет иметь вид:

$$U = U_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (1.50)$$

Из полученного треугольника напряжений определим напряжение источника:

$$U = \sqrt{IR^2 + (IX_C)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2} I = IZ \quad (1.51)$$

откуда

$$I = U/Z, \text{ где } Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad (1.52)$$

Выражение (51) является законом Ома для "RC" цепи, а

величина "Z" называется полным сопротивлением цепи и измеряется в [Ом].  
Величину "Z", а также угол сдвига фаз  $\varphi$  легко можно определить из треугольника сопротивлений (рис.25).

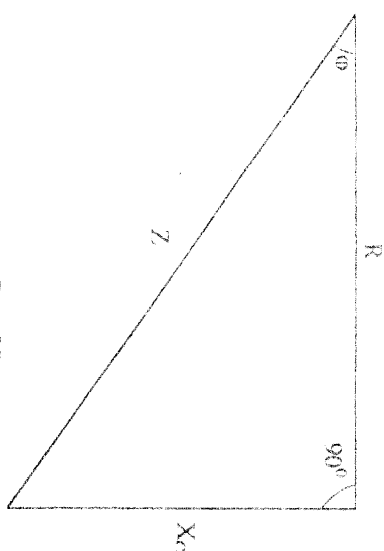


Рис. 25

Угол сдвига фаз зависит от соотношения сопротивлений R, Xc  
 $\varphi = \arcsin X_C/Z = \arccos R/Z = \arctg X_C/R \quad (1.53)$

Определим мгновенную мощность в цепи "RC".

$$P = U \cdot I = U_m \sin(\omega t - \varphi) \cdot I_m \sin \omega t = \frac{1}{2} [U_m \cdot I_m \cos \varphi - U_m \cdot I_m \cos(2\omega t - \varphi)] = U \cdot I \cos \varphi - U \cdot I \cos(2\omega t - \varphi) \quad (1.54)$$

Значит, мощность в цепи "RC" складывается из постоянной составляющей и переменной, которая изменяется с частотой, в два раза большей частоты приложенного напряжения.

График изменения мощности в цепи "RC" представлен на рис. 26.

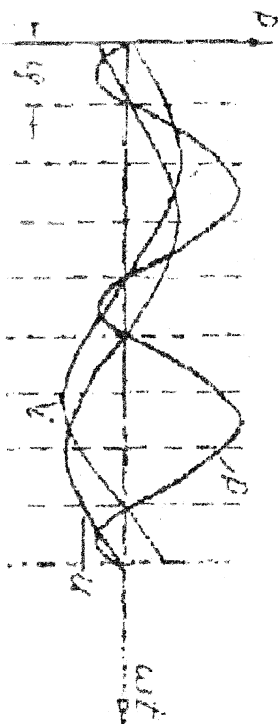


Рис.26



Таким образом, график мгновенной мощности представляет несинусоидальную функцию.

Постоянная составляющая является активной мощностью (средняя за период), выделяющейся на сопротивлении R.

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (1.55)$$

Переменная составляющая является реактивной мощностью, характеризующая величину обменной энергии между генератором и конденсатором.

Площадь ограниченного графикам, мгновенной мощности выражает энергию, поступающую от генератора к потребителю (положительные значения) и от потребителя к генератору (отрицательные). Преобладание положительных значений свидетельствует о наличии процесса преобразования электрической энергии в тепловую.

Угол сдвига фаз  $\varphi$  соответствует той части периода, когда энергия возвращается к генератору.

Чем меньше  $\varphi$ , тем более целесообразно используется мощность генератора (цель ближе по характеру к активной).

Величина  $\cos \varphi$  называется коэффициентом мощности. В зависимости от величины  $\cos \varphi$  активная мощность изменяется от 0 ( $\varphi = \pi/2$ ) до максимального значения  $UI$  ( $\varphi=0$ ).

Полную мощность цепи "R,C" можно определить из треугольника мощностей, умножив сторону треугольника напряжения на ток (рис. 27).

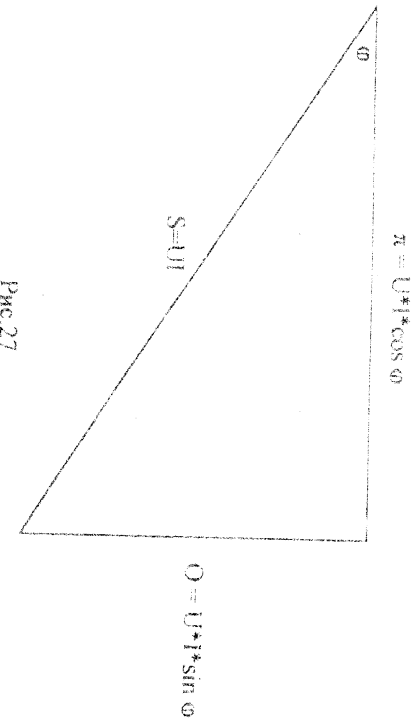


Рис. 27

Полной мощности соответствует гипотенуза треугольника.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (1.56)$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = P/S \quad (1.57)$$

Выводы:

1. Ток опережает приложенное напряжение на угол  $\pi/2 > \varphi > 0$

2. Часть мощности источника безвозвратно расходуется в активном сопротивлении, преобразуясь в тепловую энергию (активная мощность). Другая часть мощности колеблется между источником и конденсатором (реактивная мощность)

§ 1.9. Цепь переменного тока с последовательно соединенными индуктивностью, емкостью и активным сопротивлением (R,L,C).  
Определим напряжение на участках цепи (рис.28), если в ней протекает синусоидальный ток  $i = I_m \cdot \sin \omega t$

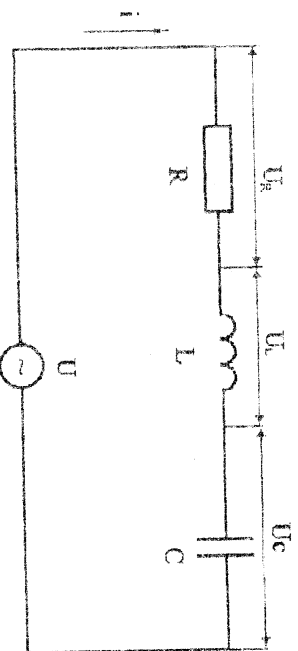


Рис. 28

Результатирующие напряжения равно сумме мгновенных значений активного  $U_R$ , индуктивного  $U_L$  и емкостного  $U_C$  падений напряжений.

$U = U_R + U_L + U_C = U_m R \sin \omega t + U_m L \sin(\omega t + \pi/2) + U_m C \sin(\omega t - \pi/2)$   
 Действующее значение напряжения на зажимах цепи определяется как геометрическая сумма действующих значений напряжений на активном сопротивлении, индуктивности, емкости:

$$U = U_R + U_L + U_C$$

Проведем геометрическое сложение этих векторов.

В данной цепи возможны три случая:

1.  $X_L > X_C$
2.  $X_L < X_C$
3.  $X_L = X_C$

Построим векторную диаграмму для 1-го случая (рис. 29а)

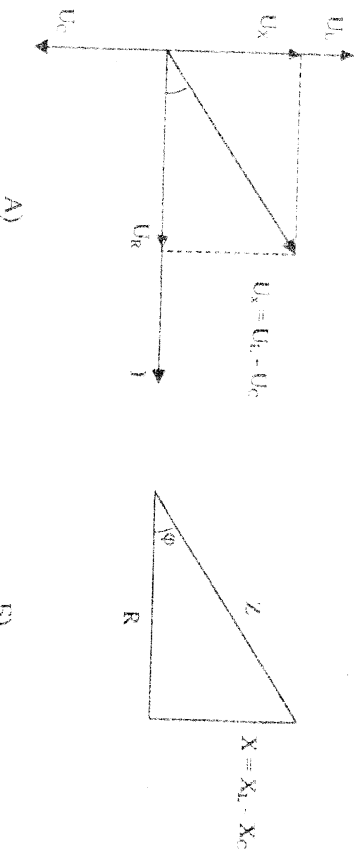


Рис. 29

Условием разности между индуктивным и емкостным падениями напряжения именовать реактивным напряжением  $U_X = U_L - U_C$

Из векторной диаграммы видно, что напряжение на зажимах цепи опережает по фазе ток на угол  $\phi$ . Цепь имеет индуктивный характер. Угол сдвига фаз положительный. Значит, для того, чтобы в цепи проходил ток  $i = I_m \sin \omega t$ , напряжение на зажимах цепи должно изменяться так:

$$U = U_m \sin(\omega t + \phi)$$

Если векторную диаграмму построить для второго случая, то напряжение на зажимах цепи будет отставать по фазе от тока на угол  $\phi$ .

Цепь будет иметь емкостный характер.

Если стороны треугольника напряжений разделить на величину тока, то получим треугольник сопротивлений (рис. 29б).

Из треугольника напряжений получим:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{U^2 R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I \cdot Z \quad (1.58)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (1.59)$$

Z - полное сопротивление цепи

Формула (58) выражает закон Ома для цепи RLC

Напряжение, приложенные к активному, индуктивному и емкостному сопротивлениям, определяются по известным формулам:

$$U_R = I \cdot R; \quad U_L = I \cdot \omega L; \quad U_C = I \cdot 1/\omega C$$

Если  $\omega L > R$ ;  $1/\omega C > R$  то может оказаться, что  $U_L$  и  $U_C$  будут больше напряжения U, приложенного ко всей цепи. Наличие больших напряжений на емкости и индуктивности говорит о том, что в магнитном и электрическом полях сосредоточено большое количество энергии, которая колеблется между емкостью и индуктивностью, а также частично между ними и источником.

## ВЫВОД

В зависимости от соотношения реактивных величин сопротивлений  $X_L$  и  $X_C$  цепь RLC может иметь индуктивный ( $X_L > X_C$ ) или емкостной ( $X_C > X_L$ ) характер.

Случай, когда  $X_L = X_C$  будет рассмотрен в следующей главе.

§ 2.1. Свободные колебания в контуре

Колесательным контуром называется электрическая цепь, состоящая из емкости, индуктивности и активного сопротивления. В зависимости от способа подключения контура к генератору переменного тока различают последовательный (рис. 1) и параллельный (рис. 2) колесательные контуры.

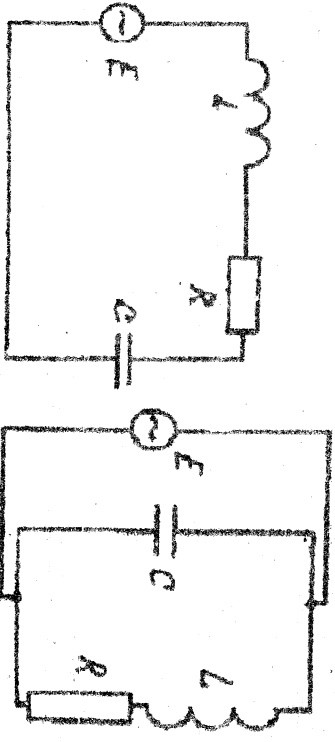


Рис. 1

Рис. 2

Индуктивность контура  $L$ , конструктивно выполняется в виде катушки из медного изолированного провода, намотанного на каркас из керамики или пластмассы.

Катушка может иметь ферритовый сердечник, вывинчивая который, можно изменить индуктивность катушки.

Емкость  $C$  контура конструктивно выполняется в виде конденсаторов постоянной или переменной емкости. Под активным сопротивлением понимают все виды потерь при колебаниях в контуре: потери в проводке, в диэлектрике, на тепловые электромагнитной энергии и т. д.

Свободные колебания — это колебания, существующие без воздействия внешней ЭДС. Для их возбуждения в контур необходимо внести начальный запас энергии. Замкнем переключатель (рис. 3а) в положение «1».

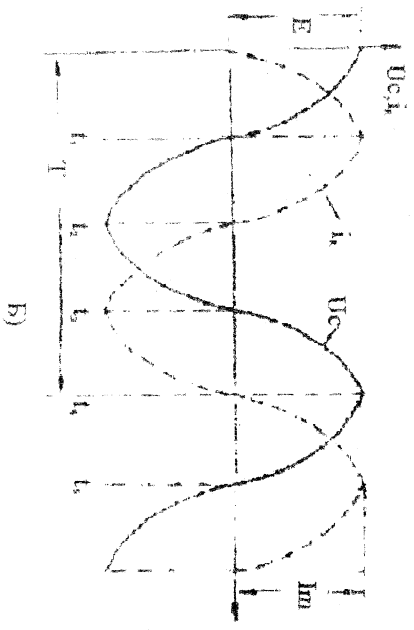
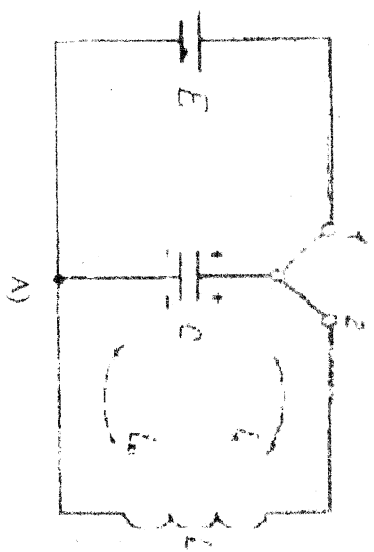


Рис. 3

При этом конденсатор заряжается до напряжения, равному величине ЭДС источника  $E$ . В его электрическом поле накапливается потенциальная энергия, равная

$$W_{эм} = CU^2 / 2 \quad (2.1)$$

Чтобы обобщить понимание физических процессов, будем рассматривать идеальный контур, у которого активное сопротивление  $R = 0$ .

Переведем переключатель в положение "2". Заряженный конденсатор оказывается подключенным к катушке  $L$  и начинает через нее разряжаться. В контуре появляется электрический ток  $i_c$ , протекающий от верхней пластины конденсатора через катушку  $L$  к нижней пластине. В катушке нарастает ЭДС самоиндукции, которая согласно правилу Ленца, препятствует нарастанию тока и замедляет скорость разряда конденсатора.

Поэтому ток в контуре нарастает плавно и плавно уменьшается на протяжении конденсатора (рис. 3б). По мере уменьшения напряжения конденсатора уменьшается энергия в его электрическом поле, а по мере увеличения тока увеличивается энергия в магнитном поле катушки. Таким образом, при разряде конденсатора энергия электрического поля преобразуется в энергию магнитного поля катушки.

К моменту 1! конденсатор разряжается полностью и напряжение конденсатора  $U_c=0$ . Ток в этот момент достигает максимума и в магнитном поле катушки сосредотачивается максимальная энергия, равная

$$W_{Lm} = L \cdot I_m^2 / 2 \quad (2.2)$$

Поскольку мы рассматриваем идеальный контур, то вся энергия электрического поля преобразовалась в энергию магнитного поля

$$W_{Lm} = W_{Em} \quad (2.3)$$

Начиная с момента 1! ток в контуре начнет уменьшаться, и в катушке индуцируется ЭДС самоиндукции, которая препятствует уменьшению тока. В результате этого ток уменьшается постепенно и осуществляется заряд конденсатора напряжением обратного знака, т.е. нижняя пластина заряжается положительно, а верхняя - отрицательно.

При этом энергия магнитного поля катушки преобразуется в энергию электрического поля конденсатора. К моменту 2 ток в контуре  $i_c=0$ , а напряжение конденсатора достигнет максимума  $U_c = U_m$  - противоположной полярности. После этого повторяется разряд конденсатора через катушку (на рис. 3а направление тока показано пунктиром). Снова энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию магнитного поля катушки.

К моменту 3 разряд конденсатора заканчивается, напряжение конденсатора  $U_c=0$ , а ток в контуре достигает максимального значения. Затем ток начинает уменьшаться, происходит заряд конденсатора. К моменту 4 ток  $i_c=0$ , а напряжение конденсатора достигает максимума. Вся энергия заключена в электрическом поле конденсатора. После этого начинается снова разряд конденсатора и процесс повторяется.

Рассмотренный процесс преобразования энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно называют свободными электромагнитными колебаниями.

В идеальном контуре первоначальный запас энергии сохраняется. Поэтому амплитуды тока в контуре и напряжения на элементах контура остаются постоянными (рис. 4а). Колебания, амплитуда которых с течением времени остается постоянной, называют незатухающими.

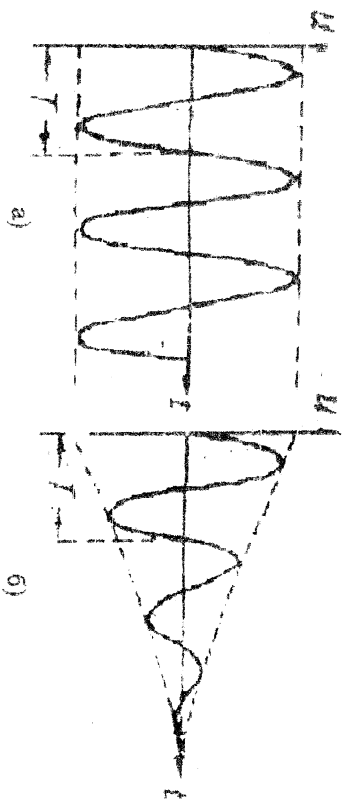


Рис. 4

В реальном контуре всегда происходят потери энергии. Это приводит к уменьшению амплитуды колебания по экспоненциальному закону (рис.4б). Чем больше потери энергии в контуре (больше активное сопротивление контура  $R$ ), тем уменьшение амплитуды колебания происходит быстрее.

Колебания, амплитуды которых с течением времени уменьшаются, называются затухающими.

### § 2-2. Параметры колебательных контуров

Параметры контуров принято делить на первичные и вторичные. Первичными параметрами контуров являются индуктивность, емкость и активное сопротивление.

Основными вторичными параметрами являются период свободных колебаний, частота свободных колебаний, волновое сопротивление, добротность.

Частотой свободных колебаний контура  $f_0$  называют количество полных колебаний, происходящих за 1 сек.

Выразим частоту  $f_0$  через первичные параметры контура. Для этого учтем, что в идеальном контуре энергии электрического поля конденсатора равна энергии магнитного поля катушки индуктивности:

$$W_C = W_L$$

$$\text{или } CU^2/2 = LI^2/2 \quad (2.4)$$

Амплитуда напряжения на контуре

$$Um = Im * Xc = Im * 1/\omega_0 C$$

где  $\omega_0$  - круговая частота свободных колебаний контура. Умножив обе части равенства (2.4) на 2 и, подставив в левую часть равенства значение  $Um$ , получим

$$I^2 m^2 C / \omega_0^2 C^2 = I^2 m^2 L \quad \text{или} \quad 1/\omega_0^2 C = L$$

отсюда

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}; \quad f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC} \quad (2.5)$$

Периодом свободных колебаний  $T_0$  называют время, в течении которого совершается одно свободное колебание (рис.3.4). Период свободных колебаний измеряется в секундах, а частота  $f_0$  в герцах (Гц).

$$T_0 = 1/f_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (2.6)$$

Таким образом, частота свободных колебаний в контуре, их период зависят от индуктивности и емкости контура. Чем больше индуктивность и емкость контура, тем меньше частота  $f_0$  и больше период  $T_0$ .

Это объясняется тем, что конденсатор большей емкости разряжается и заряжается большее время. Чем больше индуктивность контура, тем больше величина ЭДС самоиндукции и меньше скорость изменения тока в контуре.

Следовательно, для изменения частоты  $f_0$  в контуре нужно изменить его индуктивность  $L$  или емкость  $C$ .

Процесс изменения частоты свободных колебаний контура называется настройкой контура на заданную частоту

Волновым сопротивлением контура  $\rho$  называют такое сопротивление, которое оказывают реактивные элементы контура  $X_L$ ,  $X_C$  току свободных колебаний. Определим величины этих сопротивлений на частоте свободных колебаний  $\omega_0$ .

$$\rho = X_L = \omega_0 L = 1/\sqrt{LC} * L = \sqrt{LC}$$

$$\rho = X_C = \omega_0 C = \sqrt{LC} / C = \sqrt{LC}; \quad \rho = \sqrt{LC} \quad (2.7)$$

Таким образом, волновое сопротивление контура численно равно индуктивному или емкостному сопротивлению на частоте свободных колебаний.

Добротность контура  $Q$  — это число, показывающее во сколько раз волновое сопротивление больше активного сопротивления

$$Q = p/R = \omega_0 L/R = 1/\omega_0 CR \quad (2.8)$$

Добротность характеризует степень затухания колебаний в контуре. Чем меньше потери энергии в контуре, тем добротность выше. В контуре с большей добротностью колебаний существуют во времени дольше, чем в контуре с низкой добротностью. Добротность колебательных контуров в радиотехнических схемах 50-300.

### § 2-3 Последовательный колебательный контур

Для получения незатухающих колебаний необходимо в такт собственным колебаниям подавать энергию в контур от генератора переменного тока. Колебания, существующие в контуре под воздействием внешней по-  
ременной ЭДС, называются вынужденными.

При вынужденных колебаниях в контуре так же, как и при свободных колебаниях, происходит непрерывное преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно. Отличие состоит только в том, что этот процесс происходит не самопроизвольно, а под непрерывным воздействием источника переменного тока. В результате этого вынужденные колебания в контуре всегда происходят на частоте генератора  $f$  и частота вынужденных колебаний не зависит от индуктивности и емкости контура. Амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты генератора. По мере приближения частоты генератора к частоте свободных колебаний контура  $f_0$  амплитуда вынужденных колебаний увеличивается и достигает максимума при равенстве  $f = f_0$ . Такой режим работы колебательного контура называют резонансом.

В последовательном колебательном контуре (рис. 5) возникает явление резонанса напряжений при условии равенства индуктивного и емкостного реактивных сопротивлений

$$X_L = X_C; \quad \omega_0 L = 1/\omega_0 C \quad (2.9)$$

где  $\omega_0$  — резонансная частота, совпадающая с частотой собственных колебаний

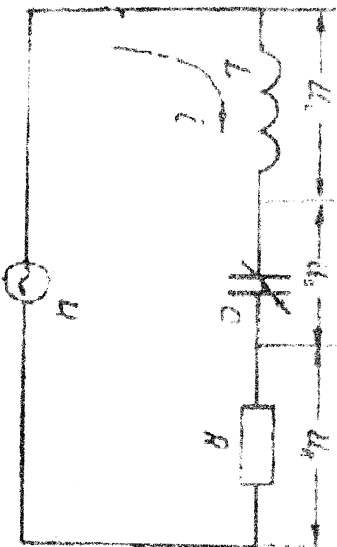


Рис. 5

Определим свойства последовательного контура при резонансе

1. Полное сопротивление контура с учетом равенства (2.9) минимально и равно активному сопротивлению

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R \quad (2.10)$$

2. Ток и напряжение в контуре совпадают по фазе и цепь носит активный характер (рис. 6).

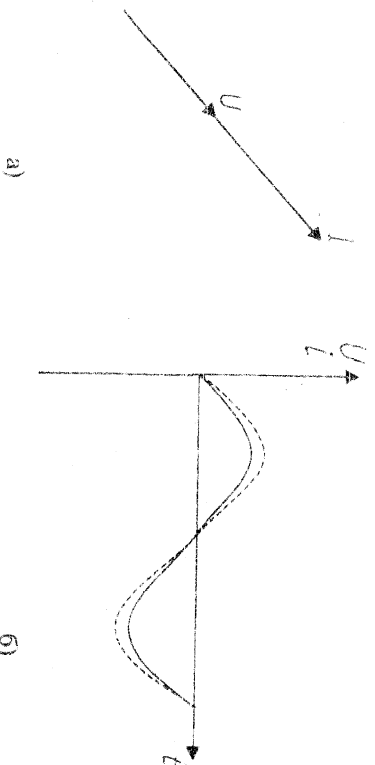


Рис. 6

3. Ток в контуре  $I_0$  в момент резонанса имеет максимальное значение.

$$I_0 = U/Z = U/R \quad (2.11)$$

4. Напряжения на участках контура:

а) напряжение на активном сопротивлении равно

$$U_L = I_0 * X_L = U/R * R = U \quad (2.12)$$

напряжению источника;

б) напряжения на индуктивности и емкости соответственно равны

$$U_L = I_0 * X_L = U/R * X_L = U * Q$$

$$U_C = I_0 * X_C = U/R * X_C = U * Q \quad (2.13)$$

Поскольку при резонансе  $X_L = X_C$ , то  $U_L = U_C$  и в Q раз больше приложенного напряжения.

При исследовании резонансных явлений важную роль играют резонансные кривые, выражающие зависимость тока, напряжения, сопротивления контура от частоты приложенного напряжения (рис. 7).

Построим графики зависимости, воспользовавшись формулами:

$$X_L = \omega L; \quad X_C = 1/\omega C; \quad X = X_L - X_C;$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad I = U/Z.$$

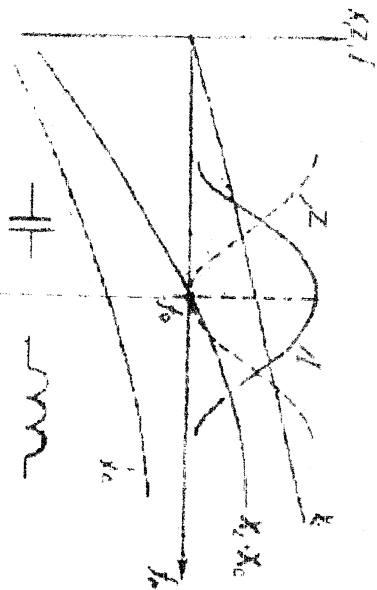


Рис. 7.

## ВЫВОДЫ

1. При резонансе ( $f=f_0$ ) сопротивление последовательного контура имеет активный характер и минимально по величине.
2. При частоте генератора большей частоты собственных колебаний ( $f > f_0$ ) последовательный контур имеет индуктивный характер.
3. При частоте генератора меньшей частоты собственных колебаний ( $f < f_0$ ) последовательный контур имеет индуктивный характер.

При рассмотрении условий получения резонанса был взят случай, когда частота источника подбирается равной частоте собственных колебаний контура. На практике чаще частоту контура подбирают равной частоте генератора. Для настройки контура в резонанс с генератором изменяют емкость конденсатора или индуктивность катушки, останавливаясь на таком значении этих параметров, которые соответствуют условию  $X_L - X_C = 0$ .

В этом случае резонансная кривая (рис. 8) будет показывать зависимость тока от величины емкости (или индуктивности).

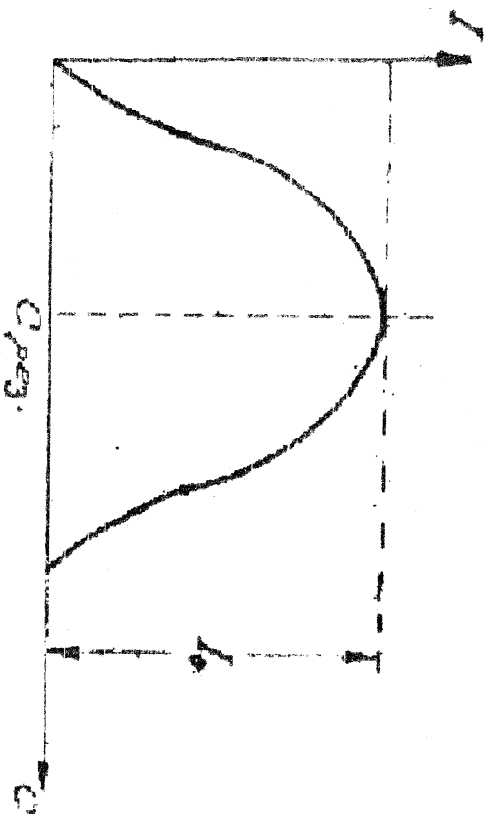


Рис. 8

Избирательностью контура, называется способность выделить из всех действующих на него гармонических составляющих те, частота которых совпадает с собственной частотой контура или близка к ней.

Эта способность обусловлена резонансом и проявляется тем сильнее, чем выше добротность контура.

Избирательные свойства контура характеризуются резонансной кривой (рис. 9).

Сравнив токи в контуре при резонансе ( $I_0$ ) и при расстройке (1). Разность между частотой источника тока и частотой собственных колебаний контура называется расстройкой;

$$\Delta\omega = \omega_s - \omega_0$$

$\omega_s$  - частота источника

$\omega_0$  - резонансная частота.

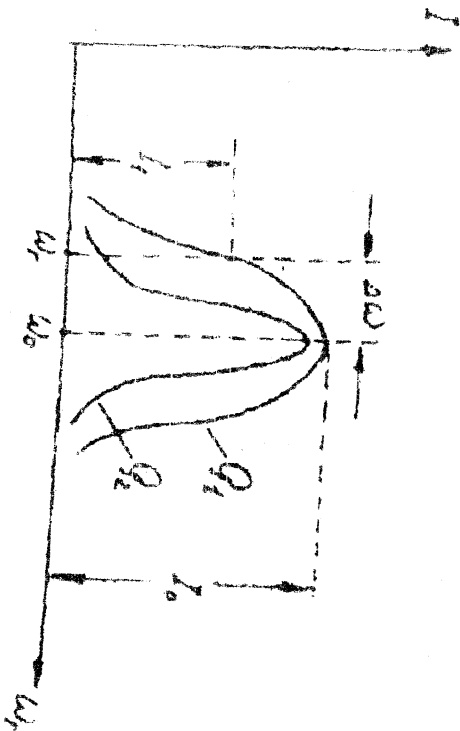


Рис. 9

Ток в контуре при резонансе

$$I_0 = U/R$$

Ток в контуре при расстройке

$$I = U/Z = U/\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

(Определим отношение тока в контуре при расстройке к току при резонансе. Это отношение называется уравнением резонансной кривой  $U$ .

$$U = I/I_0 = R/\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (2.14)$$

Преобразуем выражение под корнем

$$\omega L - 1/\omega C = \omega L (1 - 1/\omega^2 LC) = \omega L (1 - \omega^2/\omega_0^2) = \omega L (\omega^2 - \omega_0^2)/\omega^2 = (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)/\omega^2 * \omega L$$

Будем полагать, что  $\omega - \omega_0 = \Delta\omega$ , а вблизи резонанса  $\omega \approx \omega_0$ , мало отличаясь от величины  $2\omega_0$ . Тогда можно будет написать

$$\omega L - 1/\omega C = 2\Delta\omega/\omega_0 * \omega_0 L \quad (2.15)$$

Подставим выражение (2.15) в (2.14) числитель и знаменатель на  $R$

Учитывая, что  $\omega_0 L / R = Q$ , получим

$$U = 1/\sqrt{1 + Q^2(2\Delta\omega/\omega_0)^2} \quad (2.16)$$

Из уравнения кривой следует, что при одной и той же расстройке  $\Delta\omega$  уменьшение нерезонансного тока ( $I$ ) тем больше, чем выше добротность контура (рис. 9).

Избирательные свойства контура оцениваются полосой пропускания  $2\Delta f_r$  и полосой мешания  $2\Delta f_m$ .

Полосой пропускания называется область частот, ограниченная значением ожа раннего 0,707 ( $1/\sqrt{2}$ ) от резонансного значения  $I_0$  (рис. 10а).

Полосой мешания называется область частот ограниченная значением тока равного 0,1 от резонансного значения  $I_0$ .



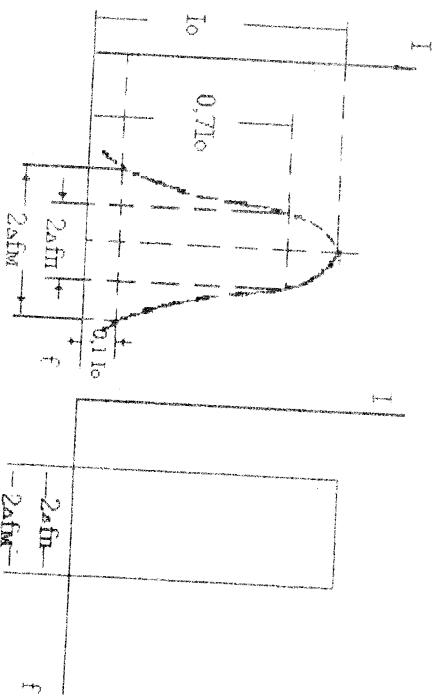


Рис. 10

Избирательность контура тем лучше, чем меньше отличается  $2f_n$  от  $2\Delta f_n$ . Поэтому для оценки избирательных свойств берут отношение полосы пропускания к полюсу мессания:

$$K_n = 2\Delta f_n / 2\Delta f_n \rightarrow 1 \quad K_n - \text{коэффициент прямоугольности.}$$

В идеальном контуре  $K_n = 1$ , а кривая имеет форму П (рис. 10б). Полоса пропускания зависит от частоты колебаний и добротности контура.

Из выражения (2.17) и определения полосы  $2\Delta f_n$  имеем

$$I_1/I_0 = 1/\sqrt{1 + Q^2(2\Delta\omega_n/\omega_0)^2}$$

$$\eta = 1 + Q^2(2\Delta\omega_n/\omega_0)^2$$

$$Q^2(2\Delta\omega_n/\omega_0)^2 = 1;$$

$$2\Delta\omega_n = \omega_0/Q;$$

$$2\Delta f_n = f_0/Q \quad (2.18)$$

Из выражения (2.18) видно, что чем выше частота колебаний и меньше качество контура, тем шире полоса пропускания.

Для неэкранированного приема сигналов при различий видах работ требуются различные полосы пропускания:

- телеграф АМ  $2\Delta f_n = 0,3 \text{ кГц}$
- телефон АМ  $2\Delta f_n = 4+5 \text{ кГц}$
- телефон ЧМ  $2\Delta f_n = 15+20 \text{ кГц}$
- радиолокация, телевизионные сигналы  $2\Delta f_n = 8+10 \text{ МГц}$ .

Важный генератор обладает внутренним сопротивлением  $R_i$  поэтому при включении его в контур резонансные свойства ухудшаются:

1. Добротность контура уменьшается, что приводит к увеличению полосы пропускания

$$Q = r / (R + R_i)$$

2. При большой разнице  $R_n$  и  $R_i$  нарушается условие максимальной отдачи мощности в нагрузку.

Поэтому в радиотехнических схемах применяют трансформаторное включение генератора в контур (рис. 11)

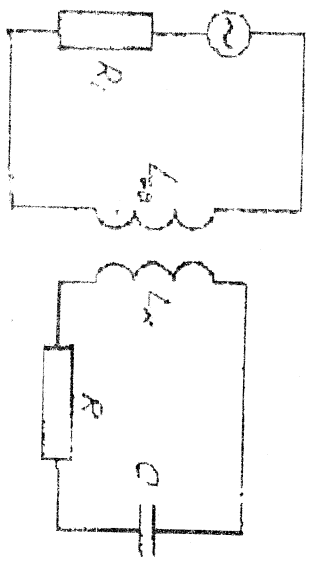


Рис. 11

Подбирая связь между катушками, можно добиться согласования генератора с большим внутренним сопротивлением  $R_n$  с последовательным настроенным контуром. При этом улучшаются резонансные свойства контура и увеличивается мощность, отдаваемая генератором контуру.

Выводы:

1. Избирательные свойства контура (полоса пропускания) зависят от добротности.

Величину добротности можно регулировать изменением активных потерь. Чем больше активное сопротивление, тем меньше добротность и шире полоса пропускания.

2. Возможность регулировки полосы пропускания широко используется в радиоприемных устройствах для согласования резонансной кривой ее спектром принимаемого сигнала.

§ 2-5 Параллельный колебательный контур

Режим, возникающий в параллельном, колебательном контуре, при равенстве емкостного ( $X_C$ ) и индуктивного ( $X_L$ ) сопротивлений, называется резонансом токов

Рассмотрим, как меняются токи в контуре (рис. 12), если к нему приложено напряжение (контур идеальный)

$$U = U_m \sin \omega t$$

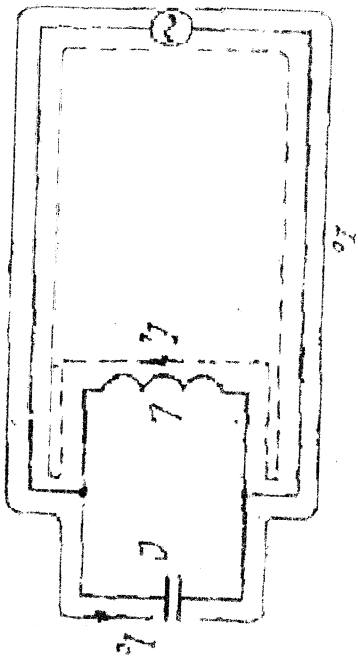


Рис. 12

Ток в индуктивности отстает от приложенного напряжения на угол  $\pi/2$ , а в емкости опережает напряжение на угол  $\pi/2$ .

Поэтому  $I_L = I_m L \cdot \sin(\omega t - \pi/2)$

$$i_C = I_m C \cdot \sin(\omega t + \pi/2)$$

где

$$I_m L = U_m / X_L = U \cdot \omega L,$$

$$I_m C = U_m / X_C = U \cdot \omega C.$$

$\omega L = 1 / \omega C$  - индуктивная проводимость катушки

$\omega C = 1 / X_C$  - емкостная проводимость

Согласно первому закону Кирхгофа

$$I_0 = I_L + I_C$$

где  $I_0$  - ток в неразветвленной части контура (общий ток).

Произведем векторное сложение этих величин, приняв за исходный вектор напряжения. В контуре могут быть три режима работы.

1.  $\omega L > \omega C$ . При этом  $I_L > I_C$  (рис. 13а) и общий ток  $I_0$  отстает от приложенного напряжения на угол  $(\varphi = \pi/2)$ .

Следовательно контур имеет индуктивный характер.

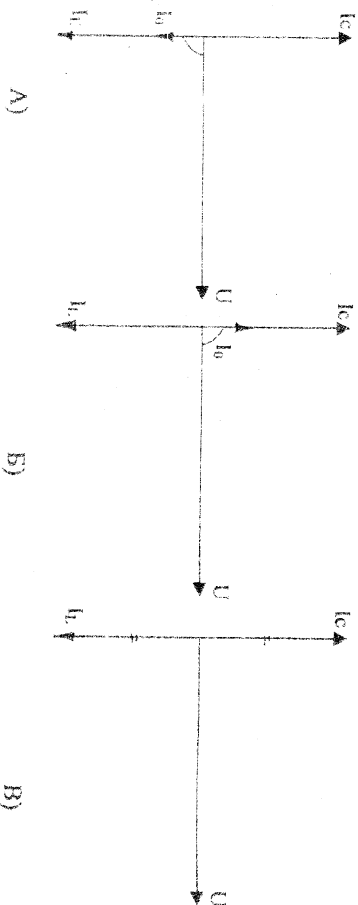


Рис. 13

2.  $b_1 < b_2$ . При этом (рис. 13б) и общий ток  $I_0$  опережает приложенное напряжение на угол  $\varphi = \pi/2$ .

Следовательно контур имеет емкостный характер.

3.  $b_1 = b_2$ . При этом  $I_1 = I_2$  (рис. 13в) и общий ток  $I_0 = I_1 - I_2 = 0$ .

Возникает резонанс токов, свойства которого можно определить из диаграммы рис. 13б.

а) Токи в индуктивной и емкостной ветвях равны и находятся в противофазе, образуя единый контурный ток (рис. 12).

б) Общий ток  $I_0 = I_1 - I_2 = 0$

в) Резонансное сопротивление контура (идеального) бесконечно велико

$$Z_k = U/I_0 = \infty$$

г) Мгновенные мощности в индуктивности и емкости равны между собой и противофазны.

Следовательно, между электрически полем конденсатора и магнитным полем катушки происходит обмен энергией (колебания), а т.к. потери энергии нет, то источник электрической энергии участия в энергетических процессах не принимает. Однако, источник сообщает контуру первичный запас энергии в момент включения.

В реальном ( $R \neq 0$ ) контуре (рис. 14а) часть колеблющейся энергии расходуется в активном сопротивлении.

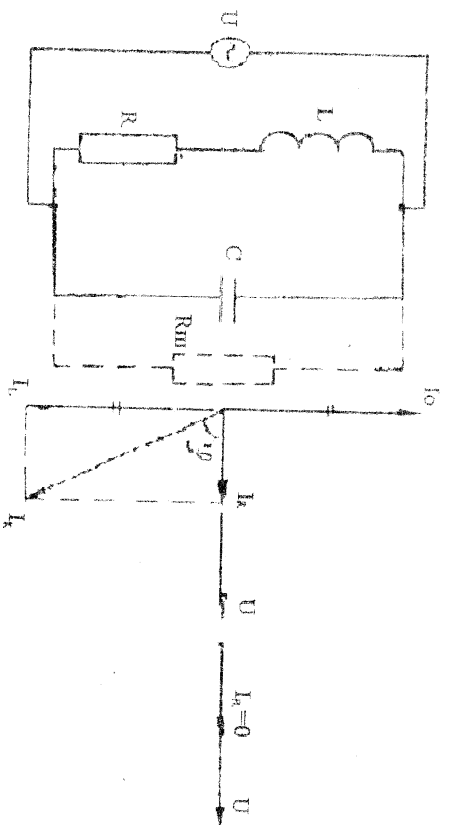


Рис. 14

Построим векторную диаграмму, приняв за исходный вектор напряжения (рис. 14б), учитывая, что ток в катушке  $I_k$  отстает от приложенного напряжения на угол  $\varphi < 90^\circ$

$$I_k = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

Ток в катушке можно представить в виде геометрической суммы активной составляющей этого тока  $I_k$  и реактивной составляющей  $I_r$

$$I_k = I_r + I_a$$

Активная составляющая совпадает по фазе с приложенным напряжением, а реактивная отстает от напряжения на угол  $\varphi = \pi/2$ . При резонансе ( $b_1 = b_2$ ) реактивная составляющая индуктивного тока равна по величине емкостному току и находится в противофазе. Геометрическая сумма токов равна общему току в цепи  $I_0$  который в свою очередь равен активной составляющей тока  $I_k$ , протекающей в катушке  $I_r = I_0$ .

Значит, контур в момент резонанса обладает определенным конечным сопротивлением  $Z_0$ .

Определим его.

Мощность, отдаваемая генератором в контур

$$P_r = U^2/Z_0 \quad (2.19)$$

где  $U$  - напряжение генератора.

Мощность, расходуемая в активном сопротивлении

$$P_R = I_r^2 * R \quad (2.20)$$

$I_r$  - ток катушки;

$$I_r = U/Z_0 = U/\sqrt{X_L^2 + R^2} \quad (2.21)$$

Тогда,  $P_R = U^2 / X_L^2 + R^2 * R$ , т.к.  $X_L \gg R$ , то

$$P_R = U^2 / X_L^2 * R = U^2 / \rho^2 * R \quad (2.22)$$

где  $X_L = \omega L$ ,  $\rho = \sqrt{L/C}$

Согласно закону сохранения энергии, мощность, отдаваемая генератором, равна мощности, расходуемой в активном сопротивлении

$$P_r = P_R \quad (2.23)$$

Подставим (2.19) и (2.22) в выражение (2.23)

$$U^2/Z_0 = U^2 / \rho^2 * R \quad \text{отсюда} \quad Z_0 = \rho/R = L / CR \quad (2.24)$$

Таким образом, чем больше  $R$ , тем меньше резонансное сопротивление контура, и тем больше энергии поступает от генератора в контур для компенсации активных потерь. Следовательно,

ток в неразветвленной части цепи возрастает. Однако, его величина по сравнению с токами в ветвях невелика. Токи в ветвях равны:

$$I_L(I) = U/X_L = I_0 * Z_0 / \rho = I_0 * L\sqrt{C} / C * R \sqrt{L} = I_0 * \rho/R = I_0 * Q \quad (2.25)$$

где  $Q$  - добротность.

Из полученных соотношений можно определить свойства контура при резонансе:

1. Контур имеет чисто активный характер, т.к. ток совпадает по фазе с приложенным напряжением;  $\varphi=0$ .
2. Полное сопротивление при резонансе максимально  $Z_0 = L / CR$
3. Ток в неразветвленной части цепи минимален  $I_0 = U / Z_0$
4. Токи в ветвях равны  $I_L = I_C$  и в  $Q$  раз больше тока в неразветвленной части цепи  $I_L = I_C = I_0 * Q$

Энергетический процесс в реальном контуре состоит в колебательном обмене энергией между индуктивностью и конденсатором. Кроме того, источник непрерывно посылает энергию в контур для компенсации активных потерь на сопротивлении.

Построим резонансные кривые параллельного контура, используя формулы

$$b_r, b_c, b, Z, I$$

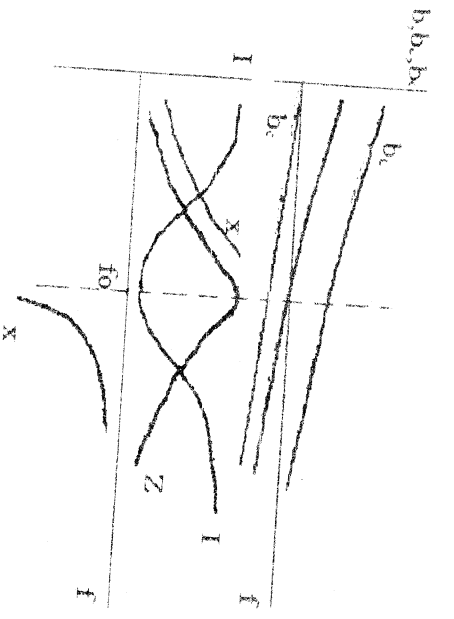


Рис.15

- 1)  $b_e = 1/2\pi\Omega$
- 2)  $b_e = 2\pi fC$
- 3)  $b = b_c + b_e$
- 4)  $x = 1/b$
- 5)  $Z_0 = L/CR$
- 6)  $1 = U/Z$

В радиотехнических схемах параллельный контур включают в анодную цепь лампы (коллекторную цепь транзистора). Резонансные кривые сопротивления лампы (транзистора)  $R_i$  и резонансного сопротивления внутреннего тура  $Z_0$  следует иметь в виду, что  $R_i$  не зависит от частоты, а  $Z_0$  зависит. При  $R_i \ll Z_0$  ( $R_i \neq 0$ ) напряжение на контуре не меняется и равно ЭДС генератора (рис.16а), меняется ток  $I_0 = E/Z_0$ . Поэтому в этом случае говорят о резонансной кривой тока.

При  $R_i \ll Z_0$ , ток практически не зависит от частоты  $I_0 = E/R$ , а напряжение на контуре резко изменяется при изменении частоты генератора (рис.16 б). В этом случае говорят о резонансной кривой напряжения.

В общем случае, когда  $R_i$  и  $Z_0$  соизмеримы, резонансные кривые тока и напряжения показаны на рис.16в.

Из графиков рис.16 видно, что форма резонансных кривых тока и напряжения зависит от соотношения  $R_i$  и  $Z_0$ .

Избирательные свойства параллельного контура оцениваются теми же параметрами, что и последовательного. Особенность расширения

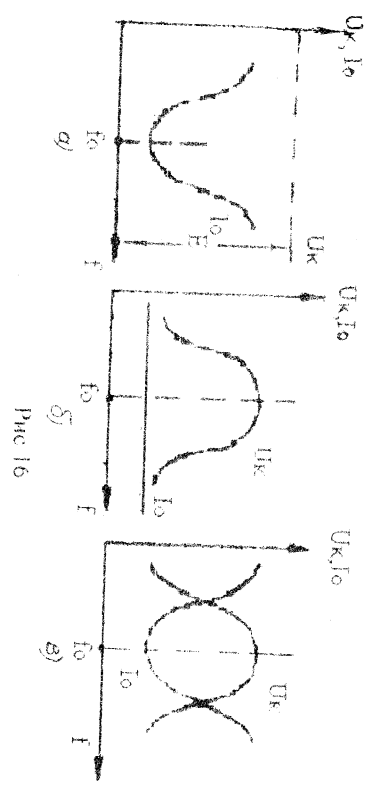


Рис.16

полюсы пропускания параллельного контура состоит в том, что увеличение активных потерь добавляется пущитровываем контура небольшим сопротивлением  $R_{in}$  (рис.14а). При этом увеличивается потери энергии и уменьшается добротность контура, а следовательно расширяется его полосу пропускания.

**ВЫВОДЫ**

Параллельный контур, как и последовательный, на разных частотах имеет величину и характер своего сопротивления.

1. При резонансе ( $f = f_0$ ) сопротивление контура имеет активный характер и максимально по величине.
2. При  $f > f_0$  контур имеет емкостный характер.
3. При  $f < f_0$  контур имеет индуктивный характер.

**§ 2.6. Сложные контура II и III видов.**

В радиотехнике часто применяют контуры с двумя индуктивностями и двумя емкостями. Они называются соответственно контурами второго и третьего видов.

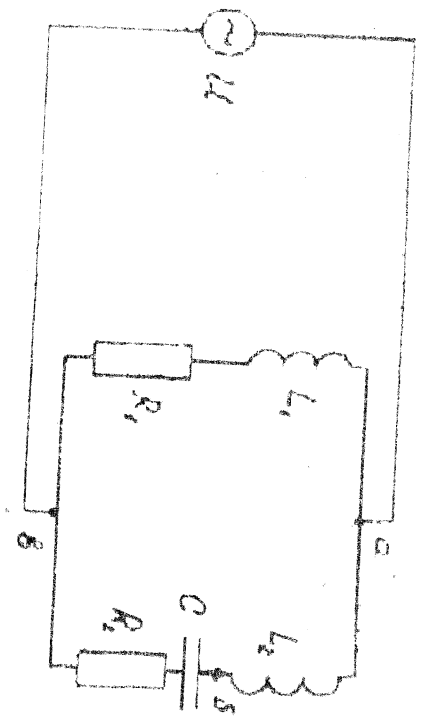


Рис. 17

Контур II вида (рис. 17) можно превратить в контур I вида, подключив источник к точкам "6" и "8". Особенностью такого контура является то, что в нем могут возникнуть резонансные явления на двух различных частотах.

Когда  $\omega L_2 = 1/\omega C$ , в правой ветви возникает резонанс напряжений. На частоте  $\omega_1$  правая ветвь представляет небольшое активное сопротивление и через нее течет почти весь ток, т.е. наименее сопротивляющиеся контура II вида на этой частоте будет  $Z_{0II} = R$ .

На частоте  $\omega_2$  сумма всех реактивных сопротивлений контура может оказаться равной нулю.

$\omega_2 L_1 + \omega_2 L_2 - 1/\omega_2 C = 0$

В контуре возникает резонанс токов и он представляет собой большое чисто активное сопротивление.

Из условий резонансов найдем частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$

$$\omega_1 = 1/\sqrt{L_2 * C} \quad (2.26)$$

$$\omega_2 = 1/\sqrt{L_1 + L_2} * C \quad (2.27)$$

Значит резонанс токов возникает на более низкой частоте.

чем резонанс напряжений.

На частотах, близких к  $\omega_2$ , изменение сопротивления контура II вида соответствует изменению сопротивления параллельного контура, а на частотах близких к  $\omega_1$  соответствует изменению сопротивления последовательного контура (рис. 18)

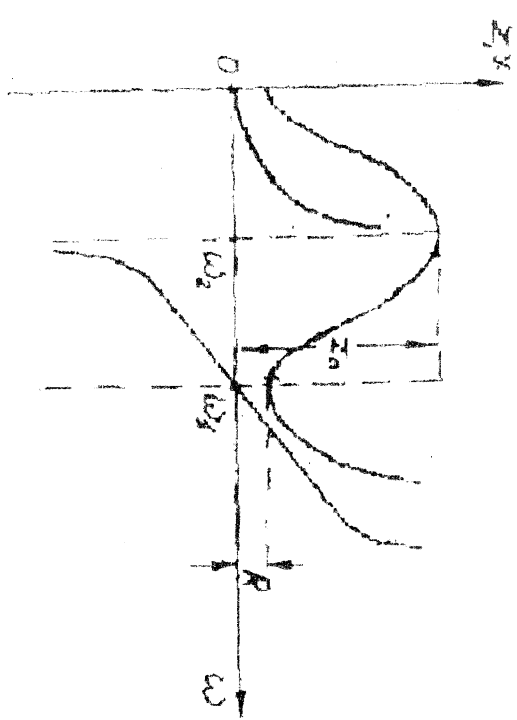


Рис. 18

Введем понятие о коэффициенте включения P.

Коэффициентом включения называется отношение реактивного сопротивления индуктивной ветви к индуктивному сопротивлению всей катушки.

$$P = \omega L_1 / (\omega L_1 + \omega L_2) = L_1 / (L_1 + L_2)$$

$$L_1 = L_1 + L_2 \quad (2.28)$$

Эквивалентное сопротивление контура II вида при резонансе токов определяется выражением

$$Z_{0II} = P^2 Z_{0I} \quad (2.29)$$

Этот результат имеет большое практическое значение.

Если точку подключения источника "а" переместить вдоль катушки то можно изменить величину эквивалентного сопротивляющего контура II вида до нужной величины, при этом частота резонанса токов не изменяется.

Такой способ изменения сопротивляющего контура широко используется в радиопередающих устройствах коаксиальных радиостанций.

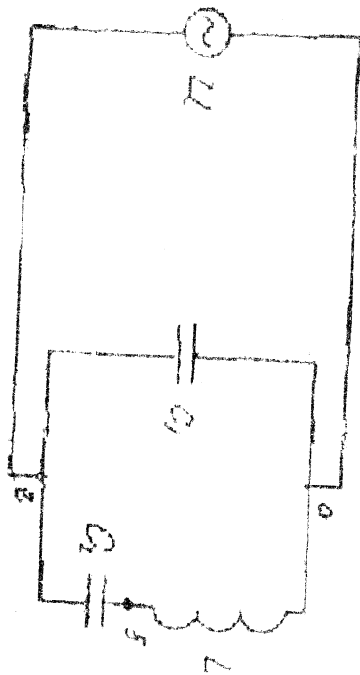


Рис. 19

Контур III вида (рис. 19) можно преобразить в контур I вида, подключив источник к точкам "а", "б". В таком контуре резонанс напряжения в правой ветви возникает при равенстве

$$\omega_1 L = 1/\omega_1 C_2 \quad \omega_1 = 1/\sqrt{LC_2} \quad (2.30)$$

Резонанс токов возникает при равенстве

$$\omega_2 L - 1/\omega_2 C_1 - 1/\omega_2 C_2 = 0; \quad \omega_2 = 1/\sqrt{L * C_1 C_2 / (C_1 + C_2)} \quad (2.31)$$

Сравнимка выражения (2.30) и (2.31) интересно видеть, что  $\omega_1 < \omega_2$ . Значит резонанс напряжения возникает на более низкой частоте, чем резонанс токов (рис.20)

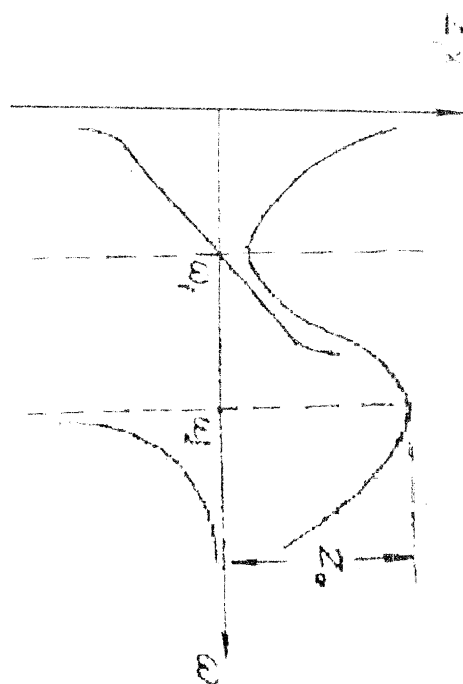


Рис.20

Коэффициент включения, для контура III вида определяется как отношение реактивного сопротивляющего емкостной ветви к общему емкостному сопротивлению контура

$$P = X_{C1} / X_{C1} + X_{C2} = 1/\omega C_1 / (1/\omega C_1 + 1/\omega C_2) = C_2 / (C_1 + C_2) \quad (2.32)$$

Его смысл остается таким же, как и в контуре II вида, поэтому эквивалентное сопротивление контура III вида при резонансе токов будет

$$Z_{\text{III}} = P^2 Z_{\text{II}} \quad (2.33)$$

Регулировать эквивалентное сопротивление такого контура изменением коэффициента включения P менее удобно, чем в контуре II вида, т.к. это требует изменения емкости C1 или C2, что приводит к изменению резонансной  $\omega_0$  частоты контура. Для устранения этого приходится одновременно регулировать емкости C1 и C2 (при уменьшении C1 -увеличивать C2), поддерживая емкость контура постоянной, что усложняет настройку.

## ВЫВОДЫ

1. В колебательных контурах II и III пиллов можно за счет изменения коэффициента включения изменять величину их резонансного сопротивления. При этом частота настройки контуров не меняется (резонанс не нарушается).

2. Эти контуры (с "полным" включением) применяются в радиотехнических схемах для согласования сопротивлений генератора и контура. При этом мощность, отдаваемая контуру, будет максимальной.

## § 2-7. Общие сведения об электрических фильтрах

В радиотехнических цепях обычно одновременно протекают токи различных частот. Воздействие токов некоторых частот на последующие элементы — нежелательно. В других случаях необходимо, чтобы из множества действующих в цепи токов с различными частотами были выделены для использования только определенные. Следует отметить токи одних частот от других.

Необходимость в создании фильтров возникает, в первую очередь, в связи с решением задач ускоренного использования линий связи, по которым осуществляется передача нескольких независимых сообщений при их последующем частотном разделении.

Первые опыты многократного использования одной пары проводов были успешно проведены русским офицером Инженерным Г. Г. в конце прошлого столетия. Игнатьев добился передачи и приема телефонного и телеграфного сигналов по одному проводу с помощью простейшего фильтра "L-C", состоящего из конденсатора и катушки.

В наше время, благодаря применению электрических фильтров, удалось возможным осуществление магистралей дальней телефонной, телеграфной и других видов связи.

Электрические фильтры реализуются не только в виде цепей с индуктивностями и емкостями

Искусственное протеснение, получивши кварцевые, электромеханические, фильтры СВЧ на отрезках линий и волноводов и т.д.

Электрическим фильтром называется устройство, позволяющее из состава сложного электрического колебания выделить частотные составляющие лежащие в заданной полосе частот (полоса пропускания) и подавить частотные составляющие в другой полосе частот (полоса задерживания). Частота разделения эти полосы называется частотой среза.

В основу классификации фильтров положено взаимное расположение полос пропускания (ПП) и задерживания (ПЗ). На рис. 21 показаны наиболее часто применяемые фильтры:

1. Фильтр нижних частот (ФНЧ) (рис. 21а), у которого ПП лежит в пределах  $\omega < \omega_c$ , а ПЗ расположена выше этой полосы частот.
2. Фильтр верхних частот (ФВЧ) (рис. 21б) определяется другим взаимным расположением ПП и ПЗ.

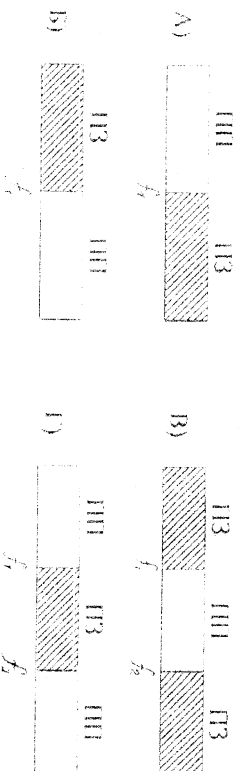


Рис. 21

3. Полосовой фильтр (ФПЧ), у которого ПП расположена в пределах  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ . За пределами этого участка частот располагаются участки ПЗ (рис. 21в).
4. Заграждающий (режекторный) фильтр (ЗФ) имеет расположение ПП и ПЗ обратное по отношению к расположению их для полосового фильтра (рис. 21г). Качественные показатели фильтров



ослабляется частотной характеристикой звуухания (рис. 22), представляющей зависимость звуухания фильтра от частоты  $\nu$  (ФГц).

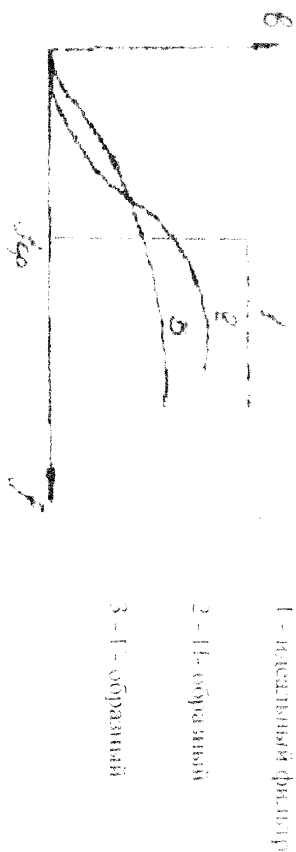


Рис. 22

Звуухание — это степень ослабления тех или иных гармонических составляющих сигнала. Звууханием фильтра называют натуральные логарифмы отношения тока (напряжения) на входе к току (напряжению) на его выходе

$$\nu = \ln(I_{\text{вх}}/I_{\text{вых}}) = \ln(U_{\text{вх}}/U_{\text{вых}}) \quad (2.34)$$

На практике звуухание фильтров измеряется в интервалах десятикратных

$$\nu[\text{дБ}] = 20 \lg(U_{\text{вх}}/U_{\text{вых}}) = 20 \lg(I_{\text{вх}}/I_{\text{вых}})$$

Нели

$$\nu[\text{дБ}] = 10 \lg(P_{\text{вх}}/P_{\text{вых}})$$

Звууханием в 1 непер ( $\nu = 1$  непер) обладает фильтр, в котором отношение амплитуд на входе и на выходе равно основанию натурального логарифма  $e = 2.72$

Для определения звуухания в интервалах можно пользоваться формулой

$$\nu[\text{дБ}] = 1/2 \ln(P_{\text{вх}}/P_{\text{вых}})$$

Один непер в 8,7 раза больше децибела, т. е.  $1 \text{ непер} = 8,7 \text{ дБ}$ ;  $1 \text{ дБ} = 0,115$  непер

Принцип действия фильтров основан на зависимости реактивных составляющих емкости и индуктивности от частоты

$$X_C = 1/\omega C, \quad X_L = L\omega$$

В зависимости от комбинации емкости и индуктивности, различают П, П-образные фильтры (рис. 23а, б, в)

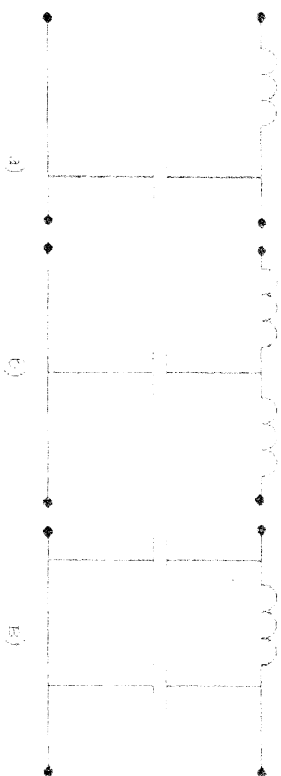


Рис. 23

Увеличение числа элементов улучшает качественные показатели фильтров (рис. 22)

#### РЫВКД/ДМ

Электрические фильтры обеспечивают высокое звуухание в полосе пропускания и малое звуухание в полосе пропускания.

#### § 2.8 Электрические фильтры «LC»

Электрические фильтры, составленные из сосредоточенных элементов индуктивности и емкости могут быть осуществлены с помощью различных схем включения этих элементов.

#### А) фильтры нижних частот (ФНЧ)

Это фильтры, обладающие малым звууханием на частотах ниже частоты среза.

На рис. 24а, б, в изображена схема ФНЧ и его характеристика

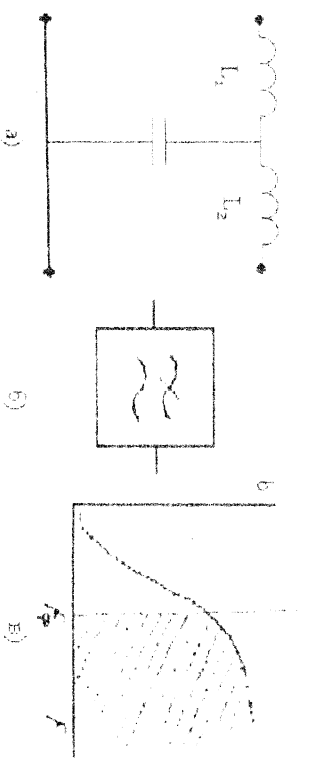


Рис. 24

Токи низких частот легко проходят через индуктивность и с трудом проникают через конденсатор. Наоборот, токи высоких частот легко отсеиваются конденсатором и задерживаются катушками  $L_1, L_2$ . Это приводит к тому, что ФНЧ будет оказывать возрастающее сопротивление с увеличением частот выше частоты среза.

Вопрос об использовании Т-образных или П-образных фильтров решается в зависимости от конкретных условий. Так, если в линии «А» (рис. 25) протекают токи низкой  $\Omega$  частоты и высокой частоты  $\omega$ ,

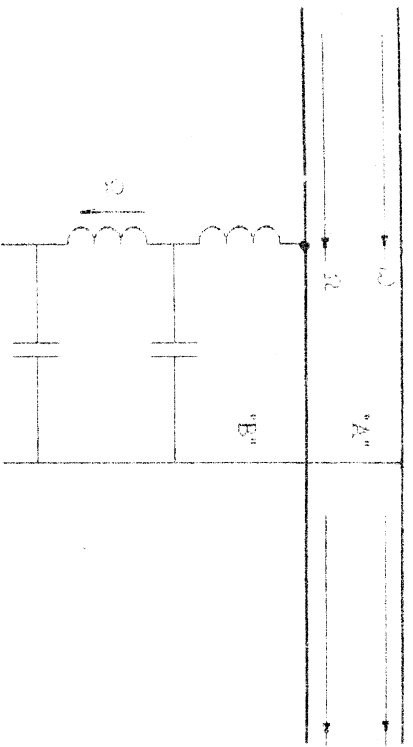


Рис. 25

а в линию «В» необходимо пропустить только ток низкой частоты  $\Omega$ , не влияя на режим работы линии «А», то используют только Т-образный фильтр, т.к. при включении П-образного фильтра конденсатор, стоящий на его входе, создает короткое замыкание для токов высокой частоты.

#### б) Фильтры высоких частот (ФВЧ)

Это фильтры, пропускающие токи всех частот выше частоты среза и задерживающие токи всех частот ниже частоты среза (рис. 26).

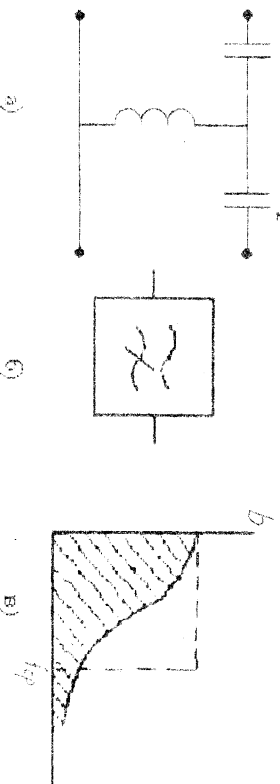


Рис. 26.

Токи высокой частоты легко пройдут через конденсаторы, а катушка индуктивности будет оказывать им большое сопротивление. Наоборот, токи низких частот легко огибаются через катушку и задерживаются конденсаторами. Это приводит к тому, что ФНЧ оказывает возрастающее сопротивление токам всех частот, меньших частоты среза. Это проявляется тем резче, чем больше число звеньев в фильтре.

#### в) Полосковые фильтры (ПФ)

Это фильтры, обладающие малым затуханием в пределах заданной полосы частот П- $\Omega$  и большим затуханием выше и ниже указанной полосы частот. Получить такой фильтр можно путем последовательного включения ФНЧ, имеющего частоту среза  $\Omega$  и ФВЧ с частотой среза П (рис. 27).

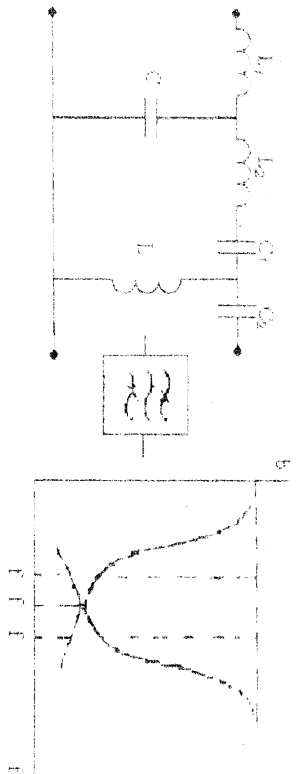


Рис. 27

Такой ПФ можно получить из Т-образных и из П-образных фильтров. Однако, чаще на практике используют в качестве элементов ПФ колебательные контуры (рис. 28).

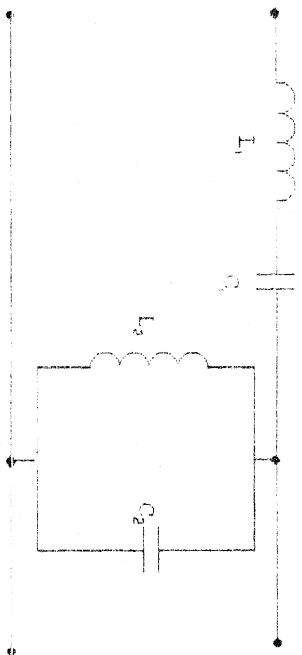


Рис. 28

Контур  $L_2C_2$  (настраиваемый) и (параллельный) настраиваются на резонансную частоту  $f_0$ . Поэтому для токов с частотами близкими к  $f_0$ , контур  $L_2C_2$  представляет малое, а контур  $L_1C_1$  - весьма большое сопротивление. Значит эти токи будут легко проходить через фильтр. Для токов, частоты которых сильно отличаются от частоты  $f_0$ , фильтр будет оказывать большое затухание и эти токи через фильтр не проходят.

1) Резекторные (выраженные) фильтры (31)

Это фильтры, обладающие большим затуханием в пределах определенной области частот ( $f_1$ - $f_2$ ) и малым затуханием для частот ниже и выше этой полосы (рис. 29).

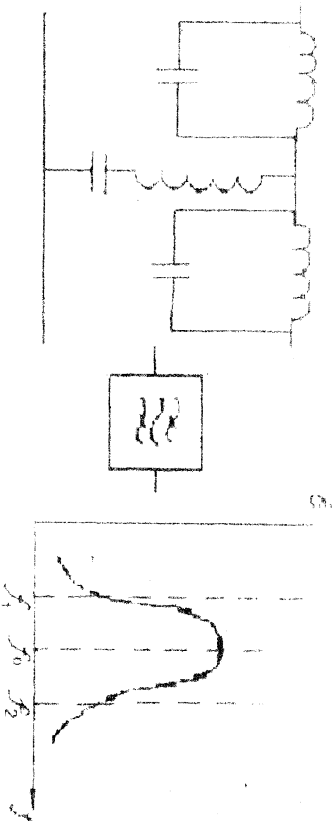


Рис. 29

Очевидно, такой фильтр может быть получен из полосового фильтра заменой мест элементов, включенных последовательно и параллельно источнику. Все контуры настраиваются на частоту  $f_0$ . Поэтому для токов всех частот вблизи  $f_0$  (т.е. в пределах  $f_1$ - $f_2$ ) сопротивление фильтра будет велико, а для токов частот, выходящих за пределы  $f_1$  и  $f_2$  сопротивление фильтра будет небольшим.

### ВЫВОДЫ:

Работа фильтров «L,C» основана:

1. На способности емкости оказывать большое сопротивление токам низкой частоты.
2. На способности индуктивности оказывать большое сопротивление токам высокой частоты.

3. На большом резонансном сопротивлении параллельного контура и малом резонансном сопротивлении последовательного контура.

4. Комбинирование этих элементов позволяет построить любой из рассмотренных фильтров.

### § 2.9. Кварцевые и электромеханические фильтры

#### а) Кварцевые фильтры

Общее место в радиотехнических устройствах занимают кварцевые фильтры, относящиеся к поперечным фильтрам.

Стабильность частоты любой колебательной системы определяется, в основном, двумя параметрами: добротностью и стабильностью - способностью сохранять свои параметры неизменными под влиянием внешних воздействий.

Роль высокодобротных стационарных контуров могут выполнять электромеханические резонаторы - пластины кварца.

Кварц - твердый минерал, химически представляет двуокись кремния. Кристалл кварца имеет вид 6-гранной призмы ограниченной с обеих концов 6-гранными пирамидами (рис. 30 а).

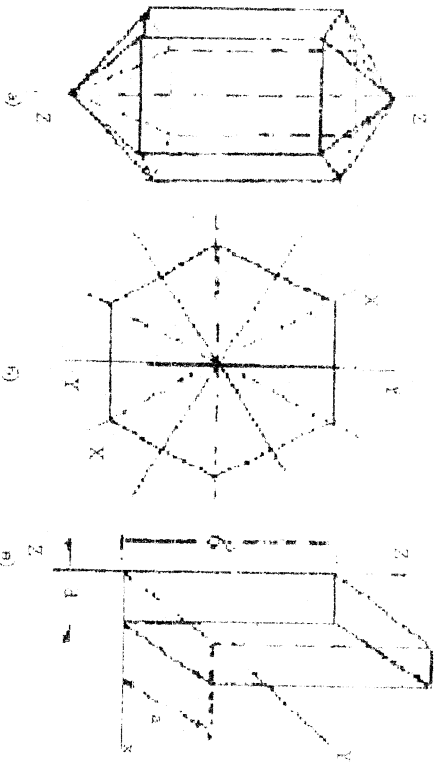


Рис. 30

(Он имеет несколько осей симметрии: оптическую ось  $ZZ'$  (при распрощении света вдоль этой оси поворачивается плоскость поляризации световой волны), три электрические оси  $XX'$  и три механические оси  $YY'$  (рис. 30б). Электромеханические свойства кварца проявляются только в направлении этих осей).

Кварцевые пластины вырезаются из призматической части кристалла (рис. 30в). При простых срезах пластина вырезается так, что ее плоскость перпендикулярна оси  $X$  ( $X$ -срез) или оси  $Y$  ( $Y$ -срез). В настоящее время, несмотря на сложность изготовления, применяются косые срезы ( $A^1B^1$ ). При этом пластина вырезается под углом к оси  $Z$ . Эти пластины имеют нулевой температурный коэффициент.

Кварц обладает прямым и обратным пьезоэлектрическим эффектом. (Упругость прямого эффекта состоит в том, что если пластину кварца подвергнуть механической деформации, то на ее гранях возникнут электрические заряды. Обратный пьезоэффект состоит в том, что если кварц поместить в электрическое поле, то в нем возникает упругая деформация - сжатие или растяжение в зависимости с направлением электрического поля.) Кварц как упругое тело имеет собственную частоту механических колебаний  $f_0$ , которая зависит от толщины пластины  $d$  и выражается формулой

$$f_0 [МГц] = (1,6-3,6) / d [мм]$$

Коэффициент  $1,6-3,6$  определяется типом среза. Если частота внешнего напряжения  $f$  совпадает с собственной частотой кварца  $f_0$ , то механические колебания достигают наибольшей величины. При этом величина зарядов на гранях кварца, обусловленных прямым пьезоэлектрическим эффектом, максимальна. Возникает резонанс, характеризующийся максимальным пьезоэлектрическим током. Значит, кварц эквивалентен последовательному колебательному контуру (рис. 31).

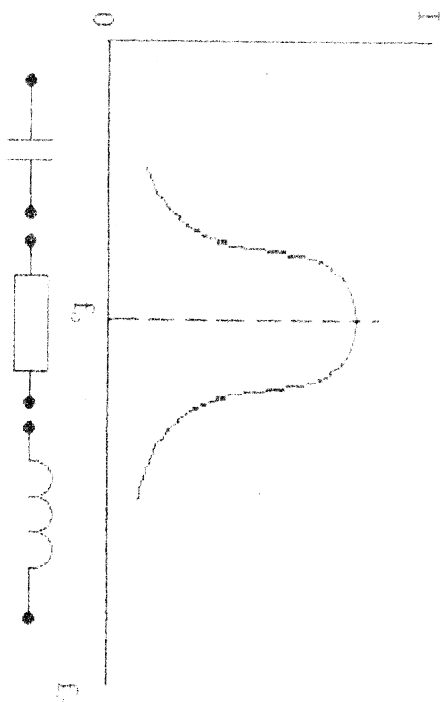


Рис. 31

Параметры этого контура необычны:

- индуктивность  $L_0$  — 3-15 мГн — велика
- емкость  $C_0 = (0,01-0,05)$  пФ — мала
- сопротивление потерь  $R_0$  — 10 Ом — мало

В результате этого добротность эквивалентного контура имеет весьма значительную величину

$$Q = (3-30) \cdot 10^4$$

При такой высокой добротности полосу пропускания получается очень узкой, а стабильность этой полосы — очень высокой.

Высокая добротность кварцевых резонаторов позволяет строить фильтры импедансы очень большую крутизну нарастания затухания.

Для обеспечения надежного включения кварца в схему он укрепляется в кварцелержателе, который образует с пластинкой кварца статическую емкость ( $C_{\text{ст}} = 20-25$  пФ).

В связи с этим эквивалентная схема кварца с кварцелержателем представляет контур III вида (рис. 32).

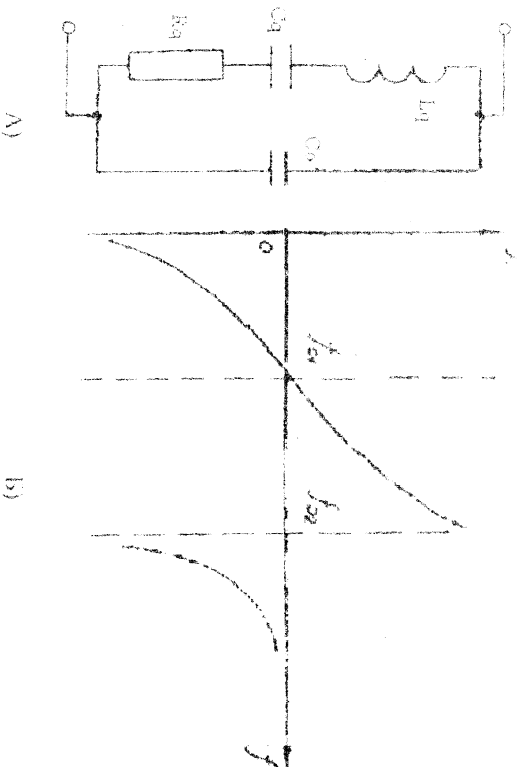


Рис. 32

Чаще всего кварц применяется для стабилизации частоты автогенераторов, причем используется в тех местах автогенераторов, где он выполняет роль эквивалентной индуктивности (участок  $f_{01} - f_{02}$ ). Для получения еще большей стабильности кварц помещается в вакуумизированный экран, а последний в термостат. Практически кварц применяют на частотах не выше 30 МГц, так уже при этой частоте толщина пластины поддается около 0,30 мкм. Изготовление более тонких пластин на высоких частотах из-за хрупкости нецелесообразно. Поэтому на высоких частотах используют генератор с кварцем, генерирующий сравнительно низкую частоту и умножитель частоты.

#### б) Электромеханические фильтры

Эти фильтры используют в качестве резонаторов металлические стержни или диски, механически соединенные между собой. Представляют собой высокоелектривные устройства, позволяющие в широком диапазоне частот (сотни кГц) выделить полосу пропускания в несколько десятков Гц.

Электромеханические фильтры содержат три составные части (рис. 33).

1. Входной электромеханический преобразователь электрических колебаний в механические.

2. Многорезонаторную механическую колебательную систему, т.к. механический фильтр.
3. Выходной электромеханический преобразователь, осуществляющий преобразование отфильтрованных механических колебаний определенной частоты в электрические колебания.

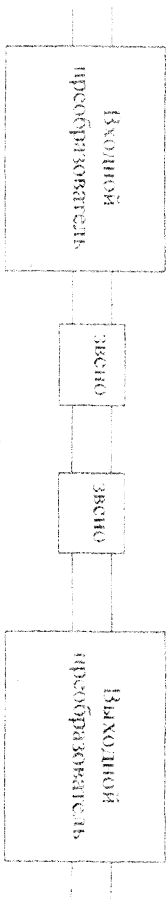


Рис. 33

Электромеханические преобразователи построены на использовании магнитоупругого эффекта. Он заключается в том, что под действием магнитного поля стержни из магнитного материала меняют свою длину. Механические колебания, которые возникают во входном преобразователе, передаются механическим звеньям, представляющим механические фильтры высокой селективности. На выходе механического фильтра, обеспечивающим выделение узкой полосы частот, колебания воспринимаются выходным преобразователем, который преобразует механические колебания в электрические. Добротность электромеханических резонаторов очень велика, и поэтому фильтры, построенные с использованием этих резонаторов, имеют очень большую крутизну нарастания затухания.

### ИВЛЮДН

1. Пьезоэлектрические, электромеханические фильтры обеспечивают высокую крутизну нарастания затухания, приближая частотную характеристику затухания к идеальной.

## ГЛАВА ТРЕТЬЯ

### СВЯЗАННЫЕ КОНТУРЫ

#### § 3-1 Виды связи между контурами

В радиотехнике кроме одиночных контуров широко применяются два или несколько контуров, электрически взаимодействующих друг с другом. Такие контура называются связанными.

Это взаимодействие заключается в том, что колебания, возникшие в одном контуре, вызывают колебания в другом, и в свою очередь эти колебания оказывают влияние на первый контур.

Контур, колебания в котором возникают за счет энергии источника переменного ЭДС, называется первичным.

Контур, получающий энергию от первичного, называется вторичным (рис. 1)

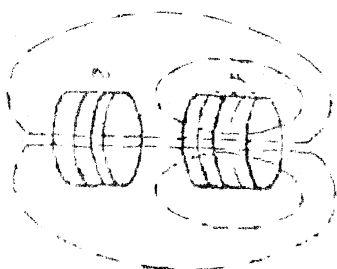


Рис. 1

Связанные цепи предназначены:

- для передачи энергии из одной цепи в другую;
- для получения резонансной кривой желаемой формы;
- для целей измерения.

Различают следующие виды связи:

- индуктивная;
- автотрансформаторная;
- внешняя емкостная;
- внутренняя емкостная;
- комбинированная.

## а) Индуктивная (трансформаторная) связь

При этой связи (рис. 2) колебания во вторичном контуре возникают за счет ЭДС взаимной индукции, наводимой во вторичном контуре током первичного.

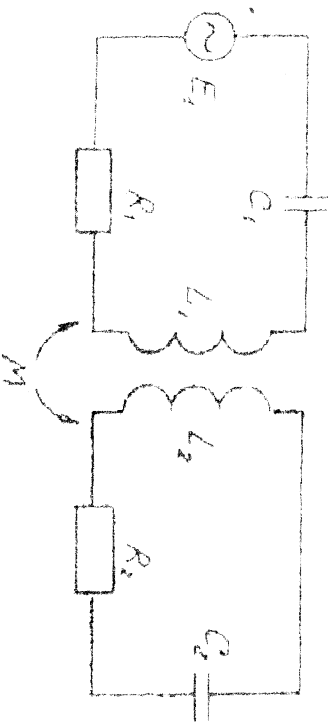


Рис. 2

Во вторичном контуре имеет место резонанс напряжений. Связь между контурами меняется изменением расстояния между катушками  $L_1$ ,  $L_2$  и чаще изменением их взаимного расположения. Поворачивая одну из катушек относительно другой можно менять величину ЭДС во вторичном контуре. При взаимной индукции рядом расположенны катушек ЭДС наводимая во втором контуре, равна нулю даже при малом расстоянии между контурами. Изменение между контурами связи на настройку вторичного контура не влияет.

Степень взаимодействия связанных контуров оценивается коэффициентом связи  $K$ , который показывает, какую часть ЭДС  $E_1$ , действующей в первичном контуре, составляет ЭДС  $E_2$ , наведенная во вторичном.

$$K = E_2 / E_1 < 1 \quad (3.1)$$

" $K$ " может принимать значения от нуля до единицы и часто выражается в процентах. В аппаратуре связи применяют контуры, где коэффициент связи достигает нескольких процентов.

В общем случае коэффициент связи определяется соотношением

$$K = X_{02} / \sqrt{X_1 X_2} \quad (3.2)$$

$X_{02}$  - сопротивляющие связи

$X_1$ ,  $X_2$  - реактивные сопротивляющие вторичного и первичного контуров, соответственно с элементом связи

Так для индуктивной связи

$$K = X_{02} / \sqrt{X_1 X_2} = \omega M / \omega \sqrt{L_1 L_2} = M / \sqrt{L_1 L_2} \quad (3.3)$$

$M$  - коэффициент взаимной индукции катушек.

## б) Автотрансформаторная связь (рис. 3)

При этой связи колебания во вторичном контуре возникают от напряжения, создаваемого на индуктивности связи  $L_{св}$ . Во вторичном контуре имеет место резонанс напряжений.

Практически связь между контурами изменяют за счет перемещения точки подключения "а" вдоль катушки  $L_1$ . Чем больше отношение

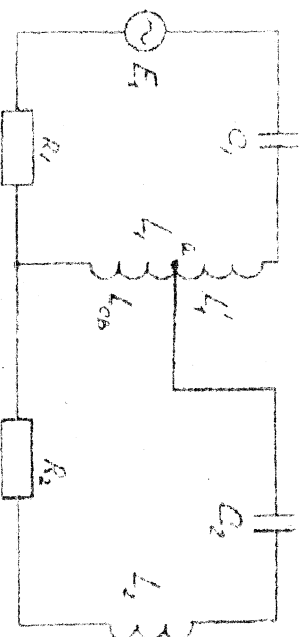


Рис. 3

$L_{св} / L_1$  тем сильнее связь. Индуктивность связи входит в состав вторичного контура как параметр, значит при изменении связи будет меняться настройка вторичного контура.

## в) Внешняя емкостная связь (Рис. 4)

Под действием напряжения первичного контура через

Конденсатор связи  $C_{св}$  пропускает ток по элементам вторичного контура. Чем больше емкость связи, тем меньше величина сопротивления  $X_{св} = 1 / \omega C_{св}$  и тем больше ток, протекающий по элементам вторичного контура. Это приводит к увеличению связи между контурами. Настройка вторичного контура при этом не меняется. Во вторичном контуре имеет место резонанс токов.

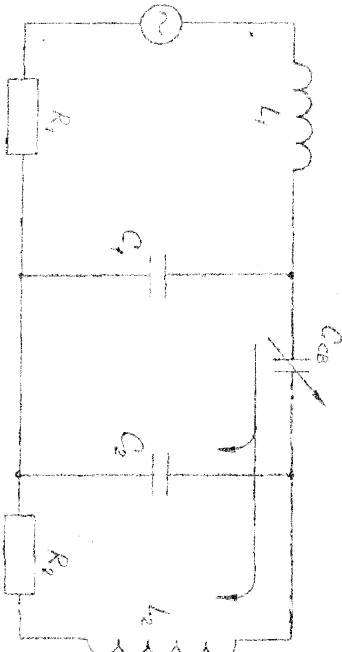


Рис 4

1) Внутренняя емкостная связь (рис. 5)

Колебания во вторичном контуре возникают от напряжения, создаваемого на конденсаторе связи  $C_{св}$ . Чем больше емкость, конденсатора связи, тем меньше его сопротивление  $X_{св} = 1 / \omega C_{св}$  и тем меньше связь. Во вторичном контуре имеет место резонанс напряжений. Конденсатор связи входит в состав емкостного параметра как первичного, так и вторичного контуров. Это обуславливает изменение настройки вторичного контура при изменении коэффициента связи.

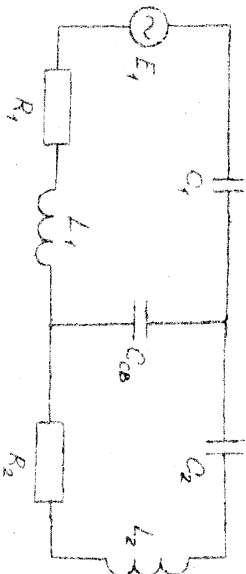


Рис 5

Указанные виды связи применяются не только для связи контуров между собой, но также для связи контуров с лампой.

В радиотехнических схемах иногда возникает необходимость решения задачи противоложной расстройкой.

Связь между отдельными цепями не только не желательна, но вредна. Однако между отдельными радиоприемными устройствами возникает паразитная связь - емкостная или индуктивная, искажающая работу схемы.

Для устранения такой связи контур помещают в металлические экраны, стенки которых должны иметь возможно меньшее сопротивление.

§ 3.2 Физические процессы в двух индуктивно связанных настроенных контурах

Физические процессы в связанных контурах аналогичны при любых видах связи, но проще всего эти процессы рассматриваются на примере индуктивной связи (рис 6).

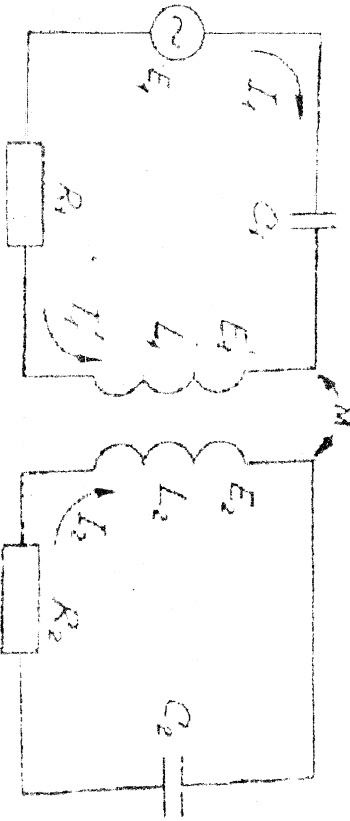


Рис 6.

Если оба контура настроены одинаково и частота их собственных колебаний совпадает с частотой источника (резонанс)

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

то в первичном контуре ток и напряжение (ЭДС) совпадают по фазе

$$U_1 = I_1 m_1 \sin \omega t \tag{3.4}$$

$$I_1 = I_1 m_1 \sin \omega t \tag{3.5}$$



Часть магнитного потока, создаваемого током  $I_1$ , пронизывает витки катушки вторичного контура и наводит ЭДС взаимной индукции  $e_2$

$$e_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad (3.6)$$

Подставим выражение (3.5) в выражение (3.6)

$$e_2 = -M \frac{d(I_m_1 \cdot \sin \omega t)/dt = -M \omega I_m_1 \cos \omega t = -I_m_2 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)} \quad (3.7)$$

$$\text{где } I_m_2 = \omega M \cdot I_m_1 \quad (3.8)$$

Сравнивая выражения (3.4) и (3.7) видим, что ЭДС взаимной индукции вторичного контура  $e_2$  отстает от ЭДС первичного контура  $e_1$  на  $90^\circ$  (рис. 7)

ЭДС взаимной индукции  $e_2$  создает во вторичном контуре ток  $i_2$ , совпадающий с ней по фазе, так как во вторичном контуре имеет место резонанс напряжений.

$$I_2 = -I_m_2 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (3.9)$$

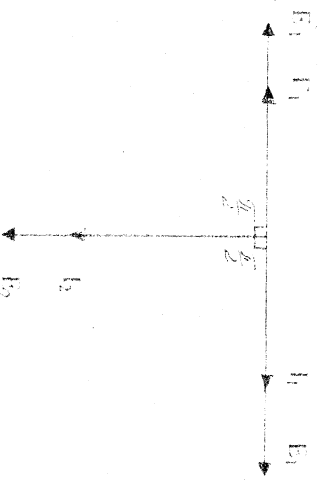


Рис. 7

В свою очередь, ток вторичного контура наводит ЭДС взаимной индукции в первичном контуре

$$e_1' = -M \frac{di_2}{dt} = -M \frac{d(-I_m_2 \cdot \cos \omega t)/dt = -M \omega I_m_2 \sin \omega t = -I_m_1 \cdot \sin \omega t \quad (3.10)$$

$$\text{где } E_{m_1}' = \omega M \cdot I_{m_2} = \omega^2 M^2 \frac{I_{m_2}}{R_2} \quad (3.11)$$

Из графика рис. 7 видно, что в результате воздействия вторичного контура на первичный в последнем наводится ЭДС  $e_1'$ , направленная навстречу ЭДС источника, создающего ток в первичном контуре. Это приводит к уменьшению тока в первичном контуре.

Результатирующий ток в первичном контуре:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_1'}{R_1} = \frac{E_1 - \frac{I_1 \cdot \omega^2 M^2}{R_1 \cdot R_2}}{R_1} = \frac{E_1}{R_1 + \Delta R} \quad (3.12)$$

откуда

Выражение (12) показывает, что уменьшение тока в первичном контуре можно объяснить увеличением сопротивления первичного контура, вследствие влияния на него вторичного. Значит влияние вторичного контура на первичный можно заманить включением в первичный контур некоторого сопротивления. Исходя из выражения (12) оно равно:

$$\Delta R = \frac{\omega^2 M^2}{R_2} \quad (3.13)$$

Это сопротивление носит название выносимого.

Вносимым сопротивлением называется такое сопротивление, которое будет включено в первичный контур, уменьшает в нем ток равноценно влиянию вторичного контура.

Эквивалентная схема связанных контуров, настроенных в резонанс, имеет вид, изображенный на рис. 8:

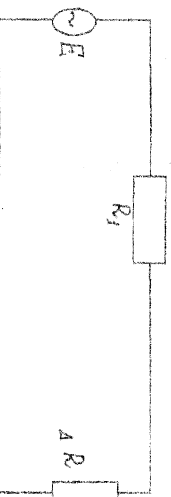


Рис. 8

Мощность, образуемая у генератора системой связанных контуров дается

$$P = I_1^2(R_1 + \Delta R) = I_1^2 R_1 + I_1^2 \Delta R = P_1 + P_2 \quad (3.14)$$

где  $P_1$  - мощность, расходуемая в активном сопротивлении первичного контура;

$P_2$  - мощность, расходуемая на вносимом сопротивлении, т.е. это та мощность, которая передается во вторичный контур.

Коэффициентом полезного действия системы связанных контуров называется число, показывающее, какую часть составляет мощность, передаваемая во вторичный контур, от полной мощности, отдаваемой генератором.

$$\eta = P_2 / (P_1 + P_2) = \Delta R / (\Delta R + R_1) \quad (3.15)$$

Из электротехники известно, что потребитель (вторичный контур) получает от генератора максимальную мощность при условии, если сопротивление нагрузки (внешнее сопротивление  $\Delta R$ ) равно собственному сопротивлению питающей цепи (первичный контур)

$$\Delta R = R_1 \quad (3.16)$$

Величина связи, при которой выполняется это равенство называется критической.

§ 3-3 Физические процессы в двух связанных расстроенных контурах

Рассмотрим более общий случай, когда в контурах резонанс отсутствует ( $X_1 \neq 0, X_2 \neq 0$ ).

$$A) I_1' = I_1 = I_2$$

Посмотрим векторную диаграмму (рис.9), учитывая, что реактивное сопротивление контуров будет иметь емкостный характер.

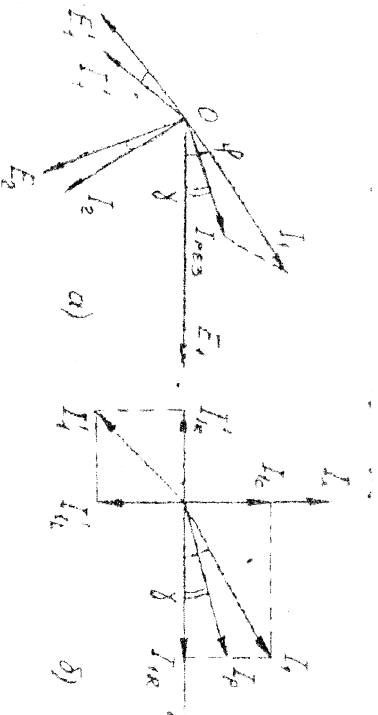


Рис.9

Ток  $I_1$  первичного контура опережает ЭДС  $E_1$  на угол  $\varphi$ . ЭДС  $E_2$  на величину во вторичном контуре этим током, отстает от него на  $90^\circ$ . Наведенный ток  $I_2$  опережает ЭДС  $E_2$  на тот же угол  $\varphi$ . Значит фазовый сдвиг между токами  $I_1$  и  $I_2$  меньше  $90^\circ$ .

Ток  $I_2$  вторичного контура создает ЭДС взаимной индукции в первичном контуре, которая отстает от него на  $90^\circ$ . В свою очередь ток  $I_1$ , создавая ЭДС  $E_1$ , опережает ее на угол  $\varphi$ .

$$\text{Сложим геометрически векторы токов } I_1 \text{ и } I_1' \\ I_{\text{рез}} = I_1 + I_1'$$

Регулирующий вектор тока  $I_{\text{рез}}$ , действующий в первичном контуре, имеет угол сдвига фаз относительно ЭДС  $E_1$ , равный

$$\gamma > \varphi$$

Уменьшение сдвига фаз между током и напряжением эквивалентно внесению в первичный контур реактивного сопротивления противоположного знака, т.е. индуктивности.

Действительно, если разложить на составляющие векторы токов  $I_1$  и  $I_1'$  (рис.9б), то будет видно, что активная составляющая  $I_{\text{ак}}$  направлена навстречу активной составляющей  $I_{\text{ак}}$ .



1. Слабая связь  $\Delta R_1 < K_1$ . При этом из первичного контура во вторичный передается меньше мощности.

2. Критическая связь  $\Delta R_1 = K_1$ . При этом первичный контур отдает во вторичный половину своей мощности.

3. Сильная связь  $\Delta R_1 > K_1$ . При этом из первичного контура во вторичный передается меньше энергии, чем при критической связи.

Наибольший практический интерес представляют резонансные кривые  $I = f(\omega)$  для системы из двух одинаковых контуров с разными собственными частотами  $\omega_0 = \omega_0' = \omega_0$ .

При сильной связи и наличии некоторой расстройки ( $f_0 > f_1$ ) индуктивное сопротивление первичного контура  $X_1$  на какой-то частоте  $f = f^*$  окажется равным вносимому емкостному сопротивлению  $\Delta X_1$ . Контур при этом представляет для источника небольшое чисто активное сопротивление и в системе контуров имеет место резонанс. Токм в обоих контурах резко возрастает (рис. 12).

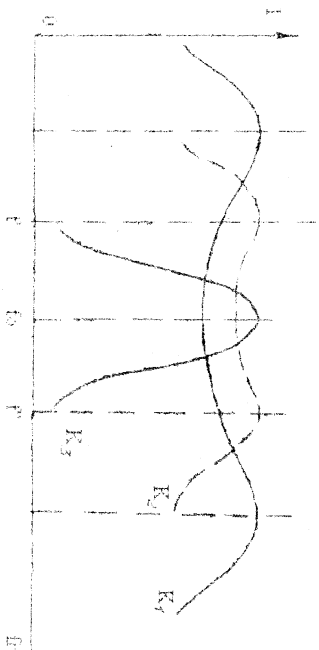


Рис. 12

При противоположной расстройке ( $f_0 < f_0'$ ) на какой-то частоте емкостное сопротивление первичного контура станет равным вносимому индуктивному. В системе снова возникает резонанс.

При  $f_0 = f_0'$  возникает резонанс на частоте собственных колебаний контуров. Однако, вносимое сопротивление  $\Delta R$

становится больше сопротивлений  $K_1$  и ток  $I_1$  первичного контура на частоте  $f_0$  становится меньше, чем на частотах  $f_1$  и  $f_2$ .

Частота  $f^*$  называется верхней частотой связи,  $f_1$  — называется нижней частотой связи.

Таким образом, система из двух одинаковых, достаточно сильно связанных контуров, обладает тремя резонансными частотами  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ . Резонансная характеристика приобретает вид двугорбой кривой, максимумы которой соответствуют частотам связи.

Чем больше связь между контурами, тем больше реактивное сопротивление, вносимое из вторичного контура в первичный. Поэтому компенсация реактивных сопротивлений происходит при большей расстройке первичного контура, и, следовательно, частоты связи будут расположены дальше друг от друга ( $K = K_2$ ).

При связи, меньшей некоторого значения, называемого "критическим", вносимых сопротивлений не хватает для компенсации собственных реактивных сопротивлений контуров и резонанс имеет место только на частоте собственных колебаний контуров  $f_0$ . Поэтому при такой связи резонансная характеристика подобна характеристике одиночного контура ( $K = K_2$ ).

Резонансные кривые тока вторичного контура  $I_2 = f(\omega)$  не отличаются от рассматриваемых.

Если контуры имеют разную добротность  $Q \neq Q_0$  или нарушится настройка контура  $\omega_0 \neq \omega_0'$ , то двугорбая кривая окажется несимметричной (рис. 13) и станет неприменимой для решения некоторых задач радиотехники.

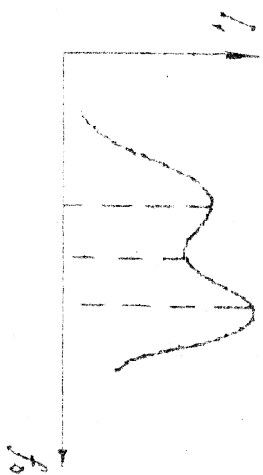


Рис. 13

Полосой пропускания, если контуры ориентованы в конструктивном отношении (внухконструктивные полюсные (фильтры)).

### §3-5. Полоса пропускания связанных контуров

Полосой пропускания системы связанных контуров называется область частот, в пределах которой от вторичного контура не падает ниже  $0,707 I_{\text{max}}$  (рис. 14).

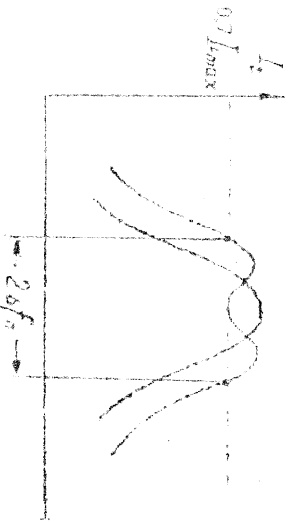


Рис. 14

При изменении коэффициента связи меняется положение частот связи относительно собственной частоты контуров и, следовательно, меняется полоса пропускания.

Наибольшего значения полоса пропускания достигает при связи, когда провал между максимумами кривой доходит до уровня  $0,7 I_{\text{max}}$ . При этом  $K_{\text{св}}=2,41 K_{\text{кр}}$ , а полоса пропускания становится равной  $2\Delta f_{\text{max}}=3,1 * f_0 / Q$ , т.е. более чем в 3 раза превышает полосу пропускания одиночного контура.

Дальнейшее увеличение связи приводит к резкому ослаблению гармонических составляющих, расположенных в средней части резонансной кривой.

При  $K_{\text{св}}=K_{\text{кр}}$ ,  $2\Delta f_{\text{кр}}=1,41 * f_0 / Q$ .

С уменьшением связи между контурами полоса пропускания уменьшается и при слабой связи становится меньше, чем у одиночного контура.

Связанные контуры широко применяются в радиотехнических устройствах, особенно приемниках. Это обуславливается следующими преимуществами связанных контуров:

1. Регулируя связь между контурами, можно в широких пределах изменять полосу пропускания.
2. Резонансная кривая системы связанных контуров имеет крутые скаты, что обеспечивает высокому избирательности при нужной полосе пропускания. Система связанных контуров обладает гораздо большим коэффициентом прямоугольности по сравнению с одиночным контуром, имеющим ту же полосу пропускания (рис. 15).

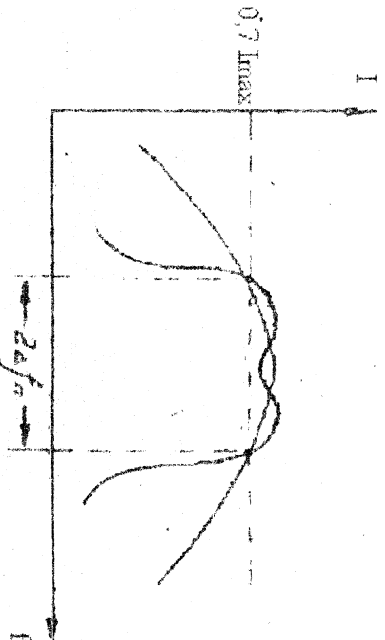


Рис. 15

Тем самым разрешается противоречие между избирательностью и полосой пропускания.

### § 3-6. Настройка связанных контуров

Под настройкой связанных контуров понимается процесс получения максимального тока  $I_{\text{max}}$  во вторичном контуре. При этом мощность колебаний во вторичном контуре также получается максимальной.

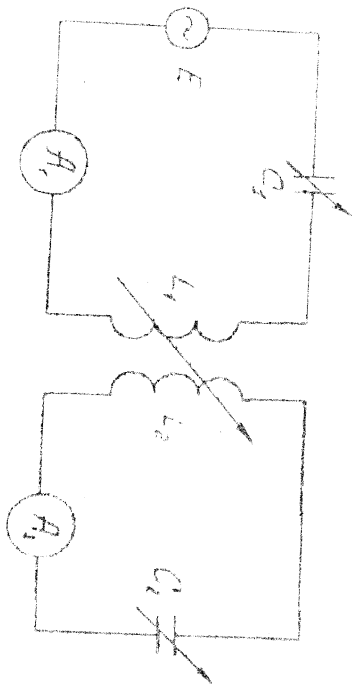


Рис. 16

Элементами настройки служат (рис. 16):

в первичном контуре - конденсатор  $C_1$  (регулирует реактивное сопротивление  $X_1$ ), во вторичном контуре - конденсатор  $C_2$  (регулирует реактивное сопротивление  $X_2$ ) и вариметр, меняющий взаимную индуктивность между контурами (регулирует величину взаимных сопротивлений  $\Delta R_1, \Delta X_1$ ). Различают несколько видов резонанса.

#### а) Первый частный резонанс

Это процесс получения наибольшего тока во вторичном контуре с помощью настройки одного только первичного контура, без изменения остальных параметров (рис. 17).

При этом реактивное сопротивление  $X_1$  становится равным по величине и противоположным по характеру сопротивлению  $\Delta X_1$ , вносимому из вторичного контура.

Полное сопротивление первичного контура становится минимальным, ток  $I_1$  - максимальным, а ЭДС  $E_2$  и ток  $I_2$  достигают наибольших значений.

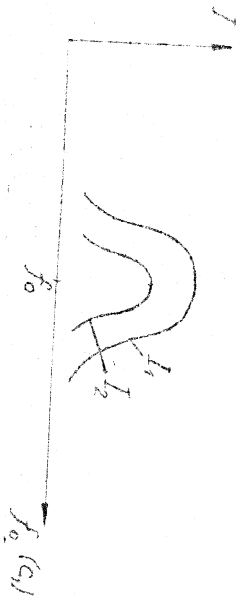


Рис. 17

Значит, при приближении собственной частоты первичного контура  $\omega_0$  к частоте первого частотного резонанса  $\omega_0$  токи в обоих контурах возрастают.

#### б) Второй частный резонанс

Явление возникновения максимального тока во вторичном контуре при настройке только его параметров, называется вторым частным резонансом.

Целью настройки состоит в том, чтобы собственное реактивное сопротивление вторичного контура  $X_2$  сделать равным по величине и противоположным по знаку сопротивлению  $\Delta X_2$ , вносимому из первичного контура.

При этом полное сопротивление вторичного контура становится минимальным и чисто активным, а ток  $I_2$  достигает максимального значения.

Это приводит к увеличению сопротивления  $\Delta R_1$ , вносимого в первичный контур и ток в нем заметно уменьшается (рис. 18).

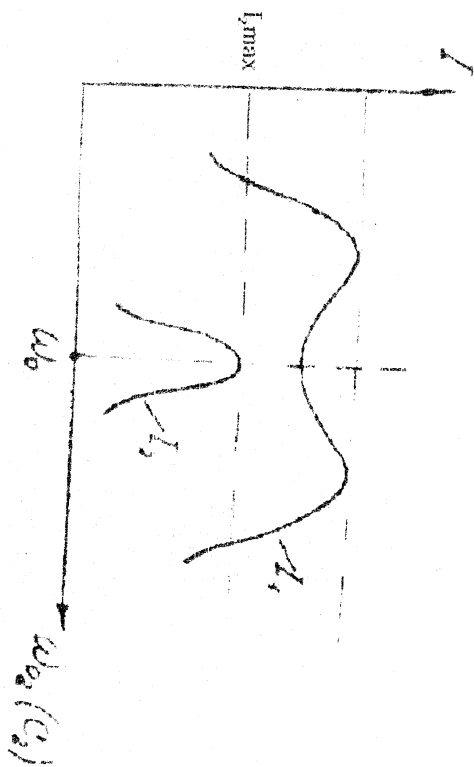


Рис. 18

Значит, отклонение собственной частоты  $\omega_0$  от частоты второго частотного резонанса  $\omega_0$  сопровождается уменьшением тока во вторичном контуре  $I_2$  и увеличением тока в первичном контуре  $I_1$ .

При получении частотного резонанса каждому значению связи и настройке одного из контуров должна соответствовать определенная настройка другого контура. Таким образом, можно получить множество парных резонансов - первых и вторых, каждый из которых характеризуется своим значением  $I_{max}$ .

Предельный максимум тока во вторичном контуре  $I_2$  достигается при полном резонансе

в) Полный резонанс

В этом случае приходится производить три операции:

1. При слабой связи между контурами (или разомкнутом вторичном контуре) настраивают в резонанс первичный контур, т. е. влияние вторичного контура исключено, то реактивное сопротивление первичного контура  $\Delta X_1 = 0$ .

2. Вторичный контур связывают с первичным и настраивают его в резонанс так, чтобы его реактивное сопротивление

$$X_2 = 0$$

(т. е.  $X_1 = 0$ ), то реактивное сопротивление во вторичном контуре не входит.

После этих настроек их собственные сопротивления становятся активными и наименьшими, а эквивалентная схема приобретает вид, изображенный на рис. 19.

3. Подбирают оптимальную связь между контурами, при которой ток  $I_2$  оказывается наибольшим

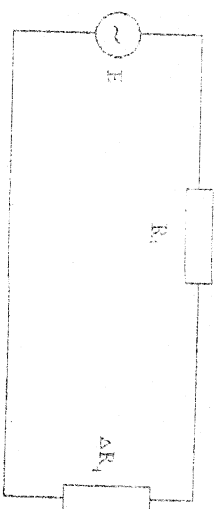


Рис. 19

В схеме рис. 19  $R_1$  - внутреннее сопротивление генератора,  $\Delta R_1$  - сопротивление нагрузки.

Условием максимальной отдачи мощности в нагрузку является равенство

$$\Delta R_1 = R_1$$

При этом  $I_2 = I_{2max}$  и такая связь называется критической ( $K = K_{кр}$ ).

Если связь между контурами будет больше или меньше критической, то равенство  $\Delta R_1 = R_1$  нарушается и

$$I_2 < I_{2max}$$

С ростом взаимной индукции (рис. 20) ток  $I_2$  сначала увеличивается, а затем уменьшается. Максимум тока  $I_2$  оказывается при критической связи ( $K = K_{кр}$ ).

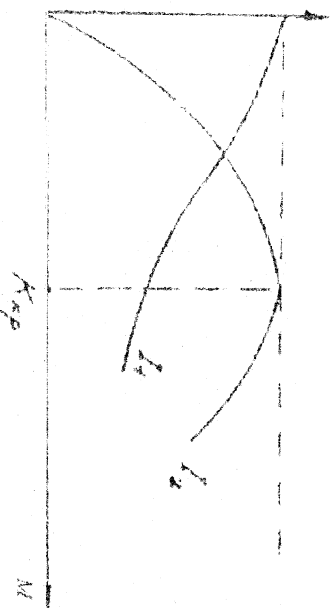


Рис. 20

Ток  $I_2$  первичного контура уменьшается с ростом  $M$ , т. е. при этом увеличивается вносимое сопротивление в первичный контур.

Таким образом, полный резонанс позволяет получить наибольшее из всех возможных значений тока во вторичном контуре  $I_{2max}$ .

**ДЛИННЫЕ ЛИНИИ**

§ 4.1. Длинная линия и ее параметры

В радиотехнике кроме систем с сосредоточенными параметрами (каждый индуктивностью, конденсаторы) применяются системы с распределенными параметрами. К таким системам относятся длинные линии, которые в конструктивном отношении могут быть различных видов:

- двухпроводные;
- коаксиальные;
- волноводные и др.

Каждая из таких линий обладает индуктивностью, активным сопротивлением и емкостью, которые распределены вдоль всей ее длины.

Для примера на рис. 1 изображена двухпроводная линия, и ее эквивалентная схема

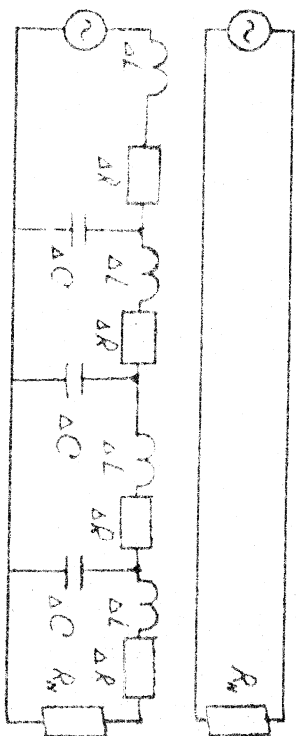


Рис. 1

Таким образом, эквивалентная схема представляет собой последовательно соединенные элементы  $\Delta R$ ,  $\Delta L$  реальных проводов линии, между которыми имеются электрические емкости  $\Delta C$ .

Свойства линии зависят от ее длины и величины основных параметров, приходящихся на единицу длины. К ним относятся:

- погонная индуктивность - это индуктивность одного метра линии; измеряется в  $[мГн / м]$ , обозначается -  $L_1$ ;
- погонное сопротивление - это активное сопротивление проводов линии длиной 1 м, измеряется в  $[Ом / м]$ , обозначается -  $R_1$ ;
- погонная емкость - это емкость между проводами длиной 1 м, измеряется в  $[пФ / м]$ , обозначается -  $C_1$ .

Линия длиной и той же длины может быть как короткой, так и длинной. Погонные параметры неразрывно связаны с длиной волны электрического колебания, распространяющегося вдоль этой линии. Например, линия длиной  $l=5м$  является короткой, если в ней действует электрическое колебание с частотой  $f=100 кГц$ , т.к.

$$\lambda = c/f = 3000м, \text{ т.е. } \lambda \gg l$$

Если же частота будет  $f=30 МГц$ , то  $\lambda_2 = c/f = 10м$  и такая линия будет длиной.

Если длина линии соизмерима с длиной волны, то и время распространения электромагнитного колебания вдоль этой линии соизмеримо с периодом электрических колебаний. Следовательно, за время, пока электрическое колебание достигает конца линии, произойдет изменение фазы этого колебания в начале линии. Поэтому в такой линии между напряжением (током) в начале линии и напряжением (током) в конце линии существует сдвиг фаз:

$$\varphi = 360^\circ l / \lambda$$

где  $l$  - длина линии;

$\lambda$  - длина волны электрического колебания;

$\varphi$  - сдвиг фаз между напряжениями в начале и конце линии.

Для второго случая ( $f=30 МГц$ ) сдвиг фаз между напряжениями в начале и конце линии равен  $180^\circ$ , т.е. они находятся в противофазе. В этом проявляются реактивные свойства длинной линии.



Для первого случая ( $t_1 = 0,1 \text{ Мкс}$ ) сдвиг фаз  $\varphi = 360^\circ \cdot 5 / 3000 = 0,6^\circ$ , т.е. сдвиг фаз практически не существует, поэтому гравю линию сингаль длиной ноль.

§. 4.2. Образование бегущих волн в линии

Рассмотрим образование бегущей волны в двухпроводной бесконечно длинной линии.

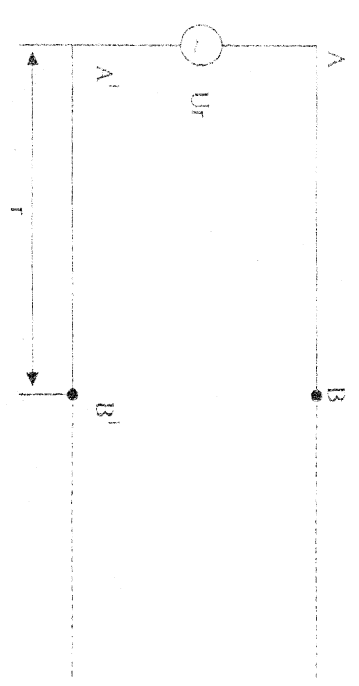


Рис.2

Пусть напряжение генератора (в сечении А-А) изменится по синусоидальному закону:

$$U_A = U_m \sin \omega t \quad (4.1)$$

В момент времени  $t_1(t)$  напряжение на зажимах генератора равно нулю ( $U_A = 0$ ). С течением времени в данном сечении появляется напряжение, т.е. разность потенциалов между точками А и А'.

В точке А появляется положительный заряд (недостаток электронов), а в точке А' - отрицательный заряд (избыток электронов). Избыточный заряд не может быть сосредоточен в одной точке, он начнет распространяться вдоль линии со скоростью близкой к скорости света.

Данные заряды достигнут сечения В-В' через отрезок времени  $t_2 = l / V_0$ , где  $l$  - расстояние от начала линии до

точки В.  $V_0$  - скорость распространения зарядов вдоль линии. Следовательно, разность потенциалов, т.е. напряжение в сечении В-В', будет отставать по фазе на величину  $\varphi = \omega t_2$

$$t_2 = U_m \sin \omega(t - l/V_0) \quad (4.2)$$

Учитывая, что  $\omega = 2\pi/T$ ,  $\lambda = V_0 T$ , выражение (2) примет вид:

$$U_B = U_m \sin 2\pi(t/T - l/\lambda) \quad (4.3)$$

Выражение (3) называется уравнением бегущей волны напряжения. Оно показывает распределение напряжения вдоль линии в любой момент времени.

Определим напряжение в различных сечениях линии для 3-х моментов времени:  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = l/4$ ,  $t_3 = l/2$ . После чего построим графики распределения напряжения вдоль линии для указанных выше моментов времени.

1.  $t_1 = 0$ , тогда уравнение бегущей волны примет вид:

$$U = U_m \sin 2\pi(0 - l/\lambda)$$

В данный момент времени напряжение вдоль линии распределится следующим образом:

- А) в начале линии ( $l=0$ ):  $U_A = U_m \sin 2\pi \cdot 0 = 0$ .
- Б) на расстоянии  $l = \lambda/4$ :  $U_B = U_m \sin 2\pi \cdot (0 - 1/4) = -U_m$ .
- В) на расстоянии  $l = \lambda/2$ :  $U_B = U_m \sin 2\pi \cdot (0 - 1/2) = 0$ .
- Г) на расстоянии  $l = 3\lambda/4$ :  $U_G = U_m \sin 2\pi \cdot (0 - 3/4) = U_m$ .
- Д) на расстоянии  $l = \lambda$ :  $U_D = U_m \sin 2\pi \cdot (0 - 1) = 0$ .

График распределения напряжения вдоль линии в данный момент времени (1) (0) показан на рис. 3 (кривая 1).

2.  $t_2 = T/4$ , уравнение бегущей волны будет иметь вид:

$$U = U_m \sin 2\pi(1/4 - t/\lambda)$$

В данный момент времени напряжение вдоль линии распределится следующим образом:

а) В сечении "а" ( $t=0$ )

$$U_a = U_m \sin 2\pi(1/4 - 0) = U_m$$

б) В сечении "б" ( $t=\lambda/4$ )

$$U_b = U_m \sin 2\pi(1/4 - 1/4) = 0$$

в) В сечении "в" ( $t=\lambda/2$ )

$$U_v = U_m \sin 2\pi(1/4 - 1/2) = -U_m$$

г) В сечении "г" ( $t=3\lambda/4$ )

$$U_r = U_m \sin 2\pi(1/4 - 3/4) = 0$$

д) В сечении "д" ( $t=\lambda$ )

$$U_d = U_m \sin 2\pi(1/4 - 1) = U_m$$

График распределения напряжения вдоль линии в момент времени  $t_2$  показан на рис. 3 (кривая 2).

3.  $t_3 = T/2$ , уравнение бегущей волны будет иметь вид:

$$U = U_m \sin 2\pi(1/2 - t/\lambda)$$

В данный момент времени напряжение вдоль линии распределится следующим образом:

а)  $U_a = 0$

б)  $U_b = U_m$

в)  $U_v = 0$

г)  $U_r = -U_m$

д)  $U_d = 0$

Определение этих напряжений произведено аналогично.

Распределение напряжения вдоль линии в данный момент времени (1, 1/2T) показано на рис. 3 (кривая 3).

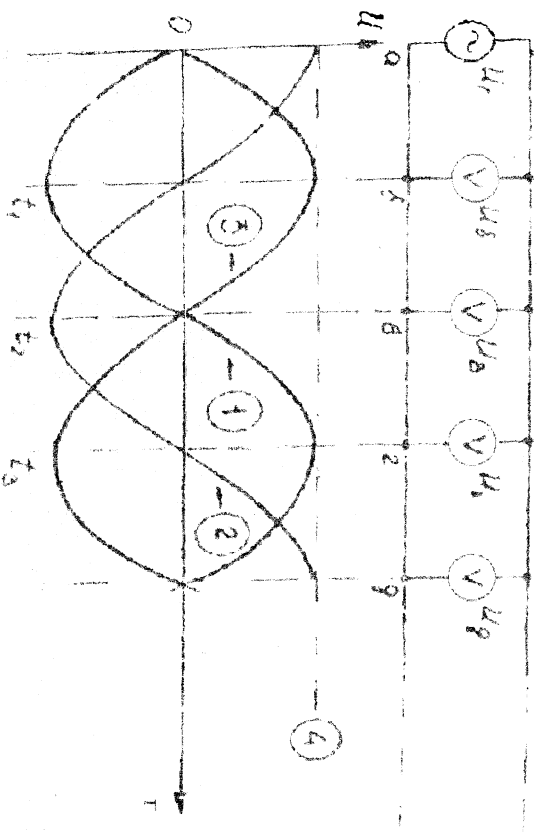


Рис. 3

Из рис. 3 видно, что с течением времени волна напряжения перемещается вправо (к концу линии). Примем, максимальное напряжение (напрямик отримательное) последовательно переключается из сечений "б" в "в", затем в "г" и т.д. Последовательно проходят все промежуточные сечения. Следовательно, если в сечениях измерять не мгновенные значения, а амплитудные (или действующие), то во всех этих сечениях приборы покажут одно и тоже значение напряжения.

График распределения амплитуды напряжения (тока) изображен на рис. 3 (график 4). Такая волна называется бегущей или падающей.

Волна напряжения, распространяющаяся вдоль линии, порождает в ней волну тока. Так как в сечении, где будет максимальное

напряжения. Будет максимальная концентрация движущихся зарядов, а движущийся заряд представляет собой электрический ток, то в этих же точках линии будет и максимальный ток. Следовательно, бегущая волна тока будет совпадать по фазе с бегущей волной напряжения, и уравнение бегущей волны тока будет иметь вид

$$i = I_m \sin 2\pi(t - r/\lambda)$$

Графики же падающей волны тока будут такими же, как и графики напряжения, изображенные на рис. 3.

Амплитуда падающей волны тока зависит от волнового сопротивления линии ( $\rho$ ), которое является функцией параметров этой линии и равно:

$$\rho = \sqrt{L/C}$$

Волновое сопротивление линии можно определить экспериментально, зная амплитуды падающих волн напряжения и тока:

$$\rho = U_m / I_m$$

Так как амплитуды падающих волн напряжения и тока вдоль линии одинаковы, то в любом сечении линии (в том числе и в начале, где  $t=0$ ) это отношение будет постоянным и равным волновому сопротивлению линии.

Если к генератору подключено устройство, то от его входного сопротивления зависит амплитуда тока на зажимах генератора. В данном случае к зажимам генератора подключена бесконечно длинная линия, при этом отношение амплитуды напряжения к амплитуде тока равно волновому сопротивлению линии. Следовательно, входное сопротивление такой линии равно ее волновому сопротивлению:  $Z_{\text{вх}} = \rho$ .

Если же взять любое сечение и в нем сделать разрез, то входное сопротивление отрезанной части (бесконечной длины) будет также равно волновому сопротивлению. Следовательно, отрезанную часть линии можно заменить активным сопротивлением нагрузки, но величине равным волновому. При этом режим бегущих волн в линии останется неизменным.

Такой образом, режим бегущих волн можно получить в линии конечной длины на конце которой включено сопротивление нагрузки  $R_n = \rho$  (рис. 4).

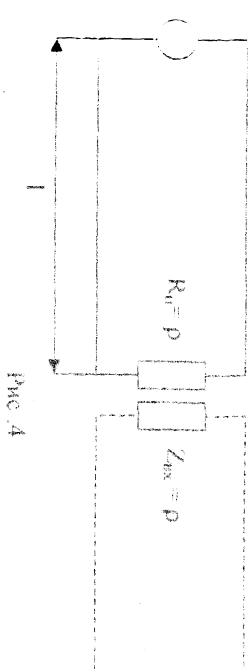


Рис. 4

#### ВЫВОДЫ:

- 1 Бегущая волна образуется в бесконечно длинной линии или в линии конечной длины нагруженной на активное сопротивление, но величине равное волновому сопротивлению данной линии.
- 2 По фазе бегущие волны тока и напряжения совпадают, следовательно, входное сопротивление такой линии  $Z_{\text{вх}} = \rho$ .
- 3 Амплитуды напряжения и тока вдоль линии остаются неизменными. Причем, амплитуда тока зависит как от амплитуды напряжения ( $U_m$ ), так и от волнового сопротивления данной линии ( $\rho$ ), которое зависит от параметров этой линии.
- 4 Вся энергия от генератора перемещается в сторону нагрузки, от нагрузки же энергия не возвращается к генератору, а поглощается ею. Колебаний энергии в такой линии нет, т.е. бегущие волны переносят активную мощность.

5 Если амплитуды напряжения и тока вдоль линии остаются неизменными, то это не значит, что их мгновенные значения в любом сечении будут одинаковы. Распределение напряжения (тока) вдоль линии зависит от начальной фазы  $\varphi_0$  (фазы в начале линии).

рис. 6)  $U/L$ . Так как фаза напряжения (тока) в начале линии с течением времени изменяется, то и распределение напряжения (тока) вдоль линии с течением времени также изменяется. Для правильного построения графика распределения напряжения (тока) вдоль линии необходимо правильно изобразить фазу напряжения (тока) и начало линии, а дальше вдоль линии напряжение (ток) изменятся по синусоидальному закону.

Начальная фаза определяется по графику (рис. 5).

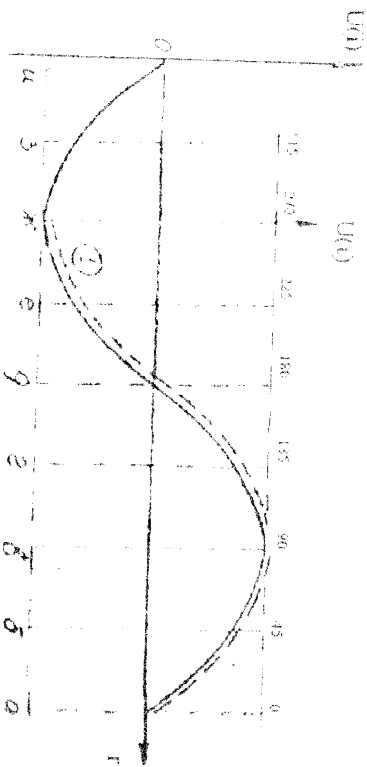


Рис. 5

Для упрощения построения будем считать не положительное синусоиды вдоль оси, а начало отсчета (ось  $O-x$ )

При  $\varphi_0 = 0^\circ$  ось разместим в сечении "а"

При  $\varphi_0 = 45^\circ$  " " " " "б"

При  $\varphi_0 = 90^\circ$  " " " " "в"

При  $\varphi_0 = 135^\circ$  " " " " "г"

Например, пусть  $\varphi_0 = 270^\circ$ , тогда в данный момент времени график распределения напряжения (тока) вдоль линии будет изображен кривой 1 (рис. 5).

### § 4.3. Образование стоячих волн и пинки

Если линия конечной длины разомкнута на конце ( $R_n = \infty$ ) или замкнута ( $R_n = 0$ ), то энергия падающей волны не может поглощаться нагрузкой, и она будет отражаться от конца линии. Следовательно, в линии кроме падающей волны образуется отраженная, которая распространяется от конца линии к генератору.

Таким образом, напряжение (ток) в любом сечении линии будет складываться из напряжения (тока) падающей и напряжения (тока) отраженной волны. В линии образуется суммарная волна, которая, как будет показано ниже, не будет перемещаться вдоль линии и поэтому называется стоячей.

Рассмотрим образование стоячей волны в линии длиной  $l = 3/4\lambda$ , разомкнутой на конце (рис. 6, 7). Для этого построим падающие и отраженные волны в различные моменты времени:

1.  $t = 0$  т.е.  $\varphi = 0$  (рис. 6а и 7а)

2.  $t = 1/8T$  т.е.  $\varphi = 45^\circ$  (рис. 6б и 7б)

3.  $t = 1/4T$  т.е.  $\varphi = 90^\circ$  (рис. 6в и 7в)

Т.к. в конце разомкнутой линии ток в любой момент времени равен нулю, то падающая и отраженная волны тока на конце линии должны быть в противофазе, т.е. отраженная от разомкнутого конца линии волна тока меняет фазу на  $180^\circ$ . Но, зато, отраженная от разомкнутого конца линии волна напряжения свою фазу не меняет.

В результате сложения падающей и отраженной волн тока образовалась стоячая волна тока, у которой на конце разомкнутой линии будет узел, а на расстоянии  $\lambda/4$  от конца линии - пучность, а далее через отрезки  $\lambda/4$  узлы и пучности чередуются. Узлы характерны тем, что амплитуда тока в них равна нулю, а в пучности амплитуда тока в два раза больше амплитуды тока падающей волны.

В результате сложения падающей и отраженной волн напряжения образовалась стоячая волна напряжения, имеющая пучность на конце линии, а через  $\lambda/4$  будет узел, которые затем чередуются. В пучностях также происходит удвоение амплитуд напряжения, а в узлах амплитуда равна нулю. Графики распределения амплитуд тока и напряжения в стоячей волне изображены на рис. 8. Из этих графиков

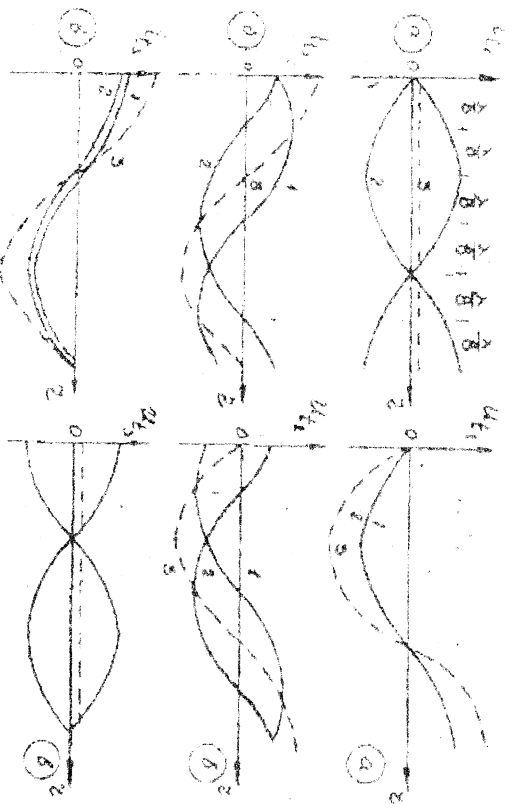


Рис. 7

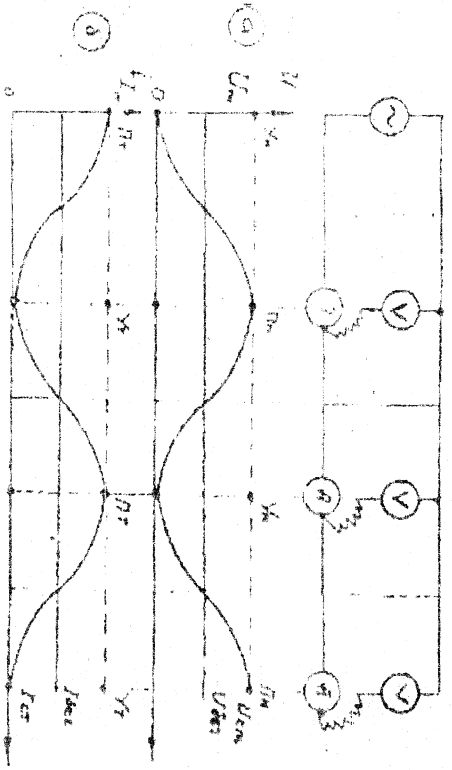


Рис. 8

илим, что в тех точках, где имеются пучности напряжения, находятся узлы тока и наоборот, т.е. стоячие волны тока и напряжения сдвинуты друг относительно друга на четверть длины волны. Кроме того, если в пучности напряжения принимает значение в два раза превышающее амплитуду падающей волны напряжения, то в этот же момент времени ток в пучности равен нулю (рис. 6а и 7а) и наоборот (рис. 6в и 7в).

Из рисунков 6 и 7 видно, что в пучностях напряжение (ток) изменяется от максимального отрицательного значения  $-2 U_{max}$  ( $-2 I_{max}$ ) до максимального положительного значения  $2 U_{max}$  ( $2 I_{max}$ ), проходя через нулевые значения, т.е. в пучностях происходит нульсложение (волна "дышит"). Под процесс изменения напряжения и тока показан на рис. 9.

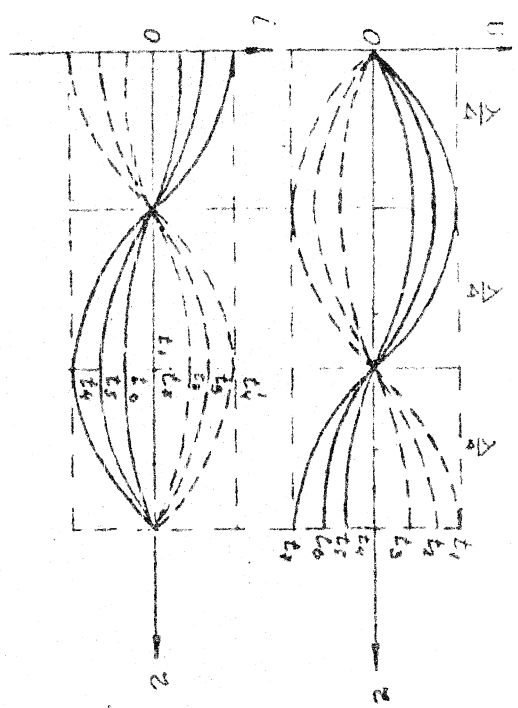


Рис. 9

Сдвиг по фазе между током и напряжением говорит о том, что существует обмен энергией между магнитным и электрическим полями линии.

Если линия замкнута на конце, то в ней также образуются стоячие волны тока и напряжения, но пучности и узлы поменяются местами, т.е. на конце замкнутой линии напряжение всегда будет равно нулю (узел), следовательно отраженная волна напряжения изменит свою фазу (при отражении) на  $180^\circ$ . На конце замкнутой линии будет пучность тока и отраженная волна тока своего фазу не меняет. На рис. 6, 7, 8 и 9 для линии замкнутой на конце наглядно показаны места образования токов и напряжений, а графики остаются теми же.

## ВЫВОДЫ

1. Стоячие волны напряжения и тока образуются в линии либо разомкнутой, либо замкнутой на конце.
2. Если линия разомкнута, то на ее конце всегда (независимо от ее длины) будет пучность напряжения и узел тока.
3. Если линия замкнута, то на ее конце всегда (независимо от ее длины) будет узел напряжения и пучность тока.
4. Вдоль линии, через отрезки  $\Gamma = \lambda/4$ , начиная от ее конца, происходит чередование узлов и пучностей.
5. Пучности тока и напряжения в одной и той же линии сдвинуты друг относительно друга на  $\Gamma = \lambda/4$ .
6. Максимальные значения напряжений (токов) будут в пучностях и по величине равны удвоенной амплитуде падающей волны напряжения (тока).
7. Во времени между стоячей волной тока и стоячей волной напряжения существует сдвиг фаз, равный  $90^\circ$ .
8. Движение волн вдоль линии не наблюдается, т.е. от генератора активная мощность не распространяется.

### 1.4.4 Входное сопротивление линии и его зависимость от длины линии

Как было указано в предыдущем занятии по отношению амплитуды напряжения к амплитуде тока на зажимах генератора можно судить о входном сопротивлении линии.

Рассмотрим зависимость входного сопротивления линии от ее длины. Для этого зафиксируем положение конца линии, а точки подключения генератора будем перемещать вдоль линии, фиксируя в определенных сечениях.

Так как распределение стоячих волн тока и напряжения, начиная от конца, не изменяется, то при перемещении генератора от конца линии будут изменяться значения напряжения и тока только на зажимах генератора, т.е. будет изменяться входное сопротивление линии при изменении ее длины.

На рис. 10а и 10б изображена линия произвольной длины (для примера  $l = \lambda/4$ ) и распределение вдоль нее амплитуд тока и напряжения в стоячей волне.

Так как независимо от длины разомкнутой линии на ее конце всегда будет пучность напряжения и узел тока, то для любой длины линии (рис. 10а-10б) можно построить стоячие волны тока и напряжения. Пусть  $l = \lambda/4$  (рис. 10б), тогда для того случая на входе линии (на зажимах генератора) будет пучность тока и узел напряжения. Входное сопротивление этой линии будет равно  $Z_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}/I_{\text{вх}} = 0/I_{\text{вх}} = 0$ , т.е. эта линия будет эквивалентна последовательному контуру, настроенному в резонанс с генератором. Но так как линия имеет потери, то ее входное сопротивление не будет равно нулю, а является чисто активным небольшой величины. Пусть  $l = \lambda/2$  (рис. 10а), тогда входное сопротивление такой линии будет равно:

$$Z_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}/I_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}/I_0 = \infty$$

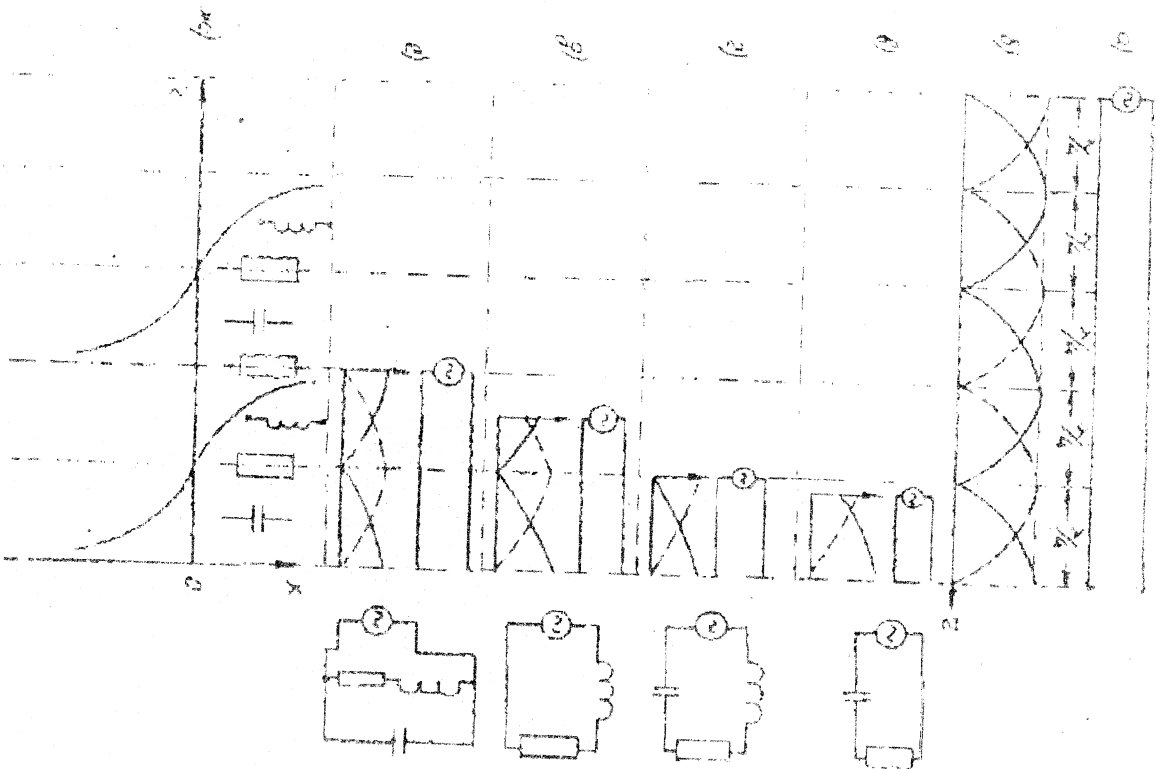


Рис 10

Длина линии эквивалентна параллельному контуру, индукционному в резонансе с генератором. Но для реальной линии ее входное сопротивление будет чисто активным, большим по величине, но не равным бесконечно-  
 110

Нуль если  $l = \lambda/4$ , то в линии будет резонанс напряжений, если  $l = \lambda/2$ , то в ней будет резонанс токов. Нетрудно убедиться, что если длина линии мншла  $\lambda/4$ , то в ней будет либо резонанс токов, либо резонанс напряжений. Если же длина линии не кратна  $\lambda/4$ , то на зажимах генератора не будет ни нульностей, ни узлов, следовательно, ее входное сопротивление будет иметь реактивный характер.

Если (рис. 10в), то сопротивление линии будет иметь емкостной характер. Если  $l = \lambda/4$  то сопротивление линии будет индуктивным. При дальнейшем увеличении длины линии характер ее сопротивления будет чередоваться.

График изменения реактивного сопротивления от длины линии изображен на рис. 10ж. Из него видно, что при изменении длины линии меняется не только характер ее сопротивления, а изменяется и величина реактивного сопротивления.

Мы рассмотрели зависимость входного сопротивления разомкнутой линии от ее длины. Если же линия замкнута на конце, то стоячие волны и ток и напряжения изменяются местами и характер сопротивления такой линии изменится на обратный.

#### 1.4.3. Образование смешанных волн в линии

Рассмотрим образование волн в линии, нагруженной на активное сопротивление, которое не равно волновому сопротивлению линии ( $R \neq Z_0$ ).

Так как  $R \neq Z_0$ , то часть энергии падающей волны поглощается нагрузкой, а часть — отражается от нее. Поэтому амплитуда отраженной волны будет меньше амплитуды падающей волны. Распределение амплитуды тока и напряжения вдоль такой линии будет определяться от распределения напряжений и тока вдоль замкнутой или

разомкнутой линии. Так как амплитуды падающей и отраженной волн не равны между собой, то в точках, где раньше были узлы, будут минимальные (не равные нулю) значения напряжения или тока. В точках же, где были пучности, будут максимальные (но не удвоенные) значения напряжения или тока. На рис. 11 показано распределение напряжения вдоль линии для трех случаев:

а)  $R_n = R$ , когда образуется бегущая волна;

б)  $R_n = \infty$ , когда образуется стоячая волна;

в)  $R < R_n < \infty$ , когда образуется смешанная волна.

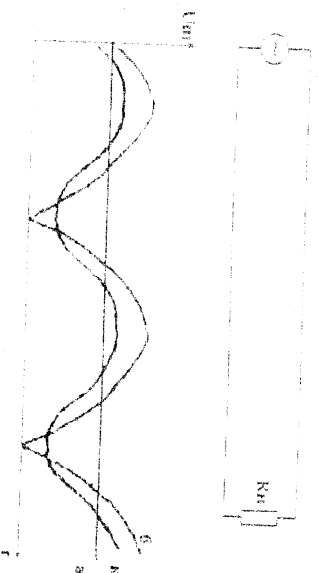


Рис. 11

Значения напряжений в точках максимума и минимума определяются следующим образом:

$$U_{\max} = U_{\text{пад}} + U_{\text{отр}}$$

$$U_{\min} = U_{\text{пад}} - U_{\text{отр}}$$

$$\text{т.е. } U_{\max} = U_{\text{отр}} + U_{\text{пад}} \leq 2U_{\text{пад}}; U_{\min} \geq 0$$

При  $R < R_n < \infty$  на конце линии будет максимум напряжения, но не равный удвоенному значению амплитуды падающей волны, а через  $l = \lambda/4$  от конца линии будет минимум напряжения, но не равный нулю, как в стоячей волне.

Если же  $0 < R_n < R$ , то на конце линии будет максимум тока. Чем ближе сопротивлению нагрузки к возможному сопротивлению линии, тем меньше отличаются значения напряжения в точках максимума и минимуму, т.е. тем ближе режим к бегущей волне. И наоборот - чем больше отличается по величине сопротивление нагрузки от волнового сопротивления линии, тем ближе режим к стоячей волне. Для характеристики режима смешанных волн применяется коэффициент бегущей волны, который определяется следующим выражением:

$$KBV = U_{\max} / U_{\min}$$

где KBV - коэффициент бегущей волны;

$U_{\min}$  - минимальное напряжение вдоль линии;

$U_{\max}$  - максимальное напряжение вдоль линии.

При режиме бегущих волн  $U_{\min} = U_{\max}$  и KBV=1.

При режиме стоячих волн KBV=0.

Т.е., чем ближе KBV к единице, тем ближе режим в линии к бегущей волне и наоборот.

#### § 4-6. Применение длинных линий в технике связи

В технике связи длинные линии используются:

1. В качестве фильтров - для передачи энергии высокочастотных колебаний от генератора к нагрузке.
2. В качестве изоляторов при прокладке линий.
3. В измерительной технике для измерения параметров высокочастотных колебаний.
4. В качестве линий задержки.



- 5) Изменение колебательных контуров и реактивных элементов
- 6) Для снижения или полного сопротивления линии с сопротивлением нагрузки и др. целей

Рассмотрим некоторые из перечисленных выше примеров применения длинных линий.

Линию, предназначенную для передачи энергии, называют фидером. Наиболее часто используется двухпроводный воздушный фидер и коаксиальный фидер (рис. 12).

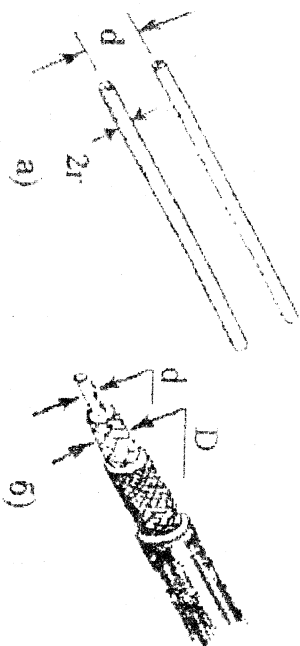


Рис. 12

Волновое сопротивление фидера зависит от конструктивных параметров фидера и определяется по следующим формулам:

а) для двухпроводного воздушного фидера (рис. 12а):

$$R = 276 \cdot \lg d/l$$

б) для коаксиального фидера (рис. 12б)

$$R = (138 / \sqrt{\epsilon}) \cdot \lg D/d$$

$\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость диэлектрика

На рис. 13 изображена схема передачи энергии ВЧ колебаний от генератора к нагрузке.

- I Длинная линия с помощью изоляторов крепится к опорам в точках А, Б.
- II Полятор представляет собой два металлических стержня длиной  $\lambda/4$ , размещенных на конце, т. е. сопротивление четверть волнового отрезка линии минимально на конце бесконечно велико.

Применение металлических изоляторов обусловлено тем, что в

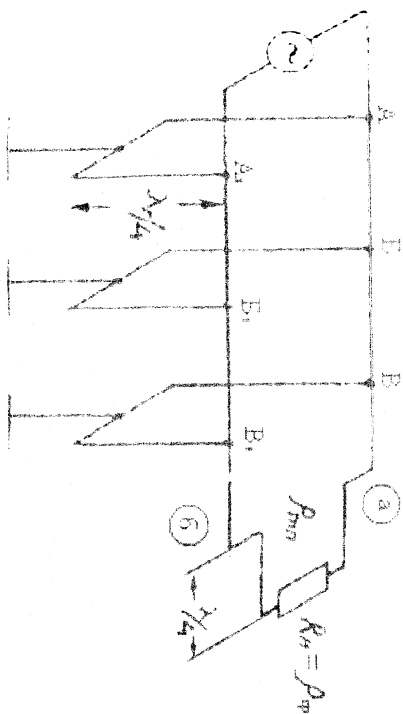


Рис. 13

диапазоне СВЧ будут большие потери в изоляторах из диэлектрика. Но несмотря на металлостержневые изоляторы является возможность использования их только при определенной длине волны, четверть от которых они составляют.

Если сопротивление нагрузки  $R_n$  не равно волновому сопротивлению фидера  $R_0$ , то часть энергии, переносимой падающими волнами, возвращается обратно к генератору отраженными волнами и мощность генератора полностью не используется. Вместе с этим возрастают омические и диэлектрические потери в линии, т. е. в лучностях комбинированной волны ширение и ток становятся большими, чем в линии с бездлинами волнами. Поэтому важно, чтобы нагрузка была согласована с фидером, т. е.  $R_n = R_0$ . О степени согласования можно судить по отношению значений напряжения (тока) в узлах и пучностях, т. е. коэффициенту бегущей волны КБВ.

При КВЧ  $\sim 12$  отраженная волна напряжения составляет 1/3 - падающей. При этом от нагрузки отражается около 11% мощности, приходящей от генератора.

В этом случае можно считать согласование фидера с нагрузкой удовлетворительной.

Если непосредственно согласовать фидер с нагрузкой не удастся, то применяются согласующие устройства.

Для согласования активной нагрузки  $R_n \ll R_0$  используется четвертьволновый трансформатор, представляющий собой отрезок линии длиной  $\lambda/4$  и включаемый между основным фидером и нагрузкой (рис.13).

Сущность согласования состоит в следующем. Волна, подходящая к точкам а и б, частично отражается, а частично проходит через согласующий трансформатор в нагрузку. От нагрузки волна вторично отражается и возвращается к точкам а и б, пройдя по трансформатору расстояние, равное  $\lambda/2$ .

Условий отражения от точек а, б и от нагрузки  $R_n$  одинаковы, и входное сопротивление четвертьволновой линии, нагруженной на активное сопротивление  $R_n$ , активно. Поэтому в точках а и б волны, отраженные от трансформатора и от нагрузки, будут иметь противоположные фазы. При равенстве амплитуд произойдет их полная компенсация, и воль основной фидера будет распространяться чисто бегущая волна. В трансформаторе распространяется смешанная волна, потери при которой больше, чем в случае бегущей волны. Однако из-за малых размеров трансформатора общие потери энергии незначительны.

Если нагрузка не является чисто активной, то часто применяют резонансный трансформатор в виде короткозамкнутой или разомкнутой согласующей линии (рис.14), имеющей длину около четверти волны (рис.14). Длина пассива и точки подключения к нему основного фидера подбираются с таким расчетом, чтобы волна,

отраженная от нагрузки и волна, отраженная от конца пассива компенсировали друг друга в точках а и б. При этом отраженные волны не распространяются по основному фидеру в сторону генератора, т.е. в фидере устанавливается чисто бегущая волна.

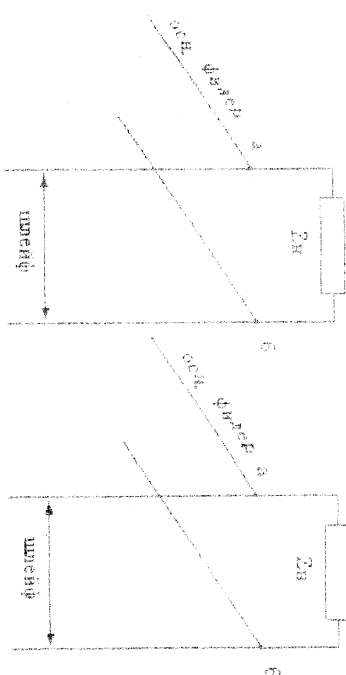


Рис.14

#### § 4-7 Антенна как колебательный контур

##### а) Симметричный вибратор

Антенной называется часть передающей или приемной радиостанции, преобразующая ток высокой частоты в энергию электромагнитных волн при передаче или преобразующая энергию электромагнитных волн в ток высокой частоты при приеме.

Способность антенны выполнять эти взаимобратные функции, обусловлена принципом обратимости. Этот принцип позволяет использовать одну антенну, как для передачи, так и для приема. Антенна является электрической системой с распределенными параметрами и в простейшем случае образуется путем разветвления двухпроводной разомкнутой линии в прямом (рис.15) провод, половина которого симметричны относительно генератора. При этом взаимокompенсация колеб. проводов нарушается и получается открытый колебательный контур. Такая антенна называется

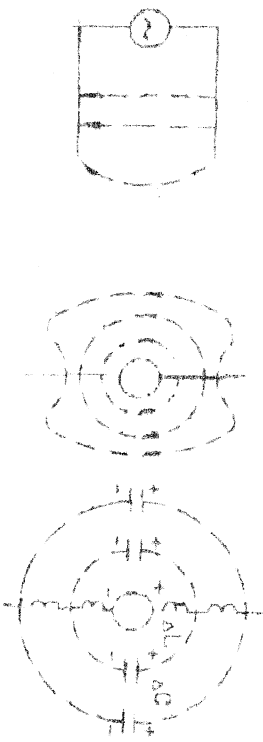


Рис. 15

симметричным вибратором (динодом). Эквивалентная схема (рис. 15) представляет бесконечное число участков, обладающих индуктивностью и емкостью.

Возникающий в процессе колебательный процесс аналогичен процессу в закрытом контуре.

Подсоединим половинку вибратора к зажимам постоянной э.д.с. Рассмотрим различные емкости вибратора зарядятся, и между его половинками возникнет разность потенциалов. Отрицательным источником и замкнем половинки вибратора (рис. 16)

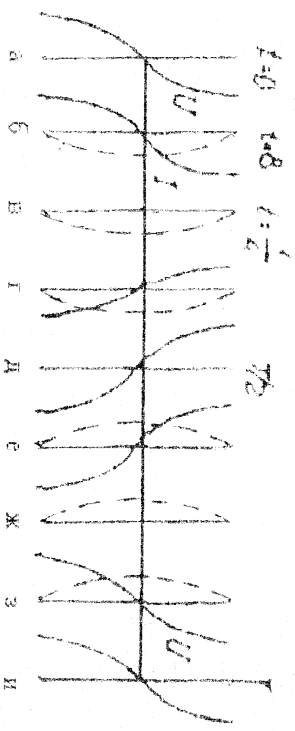


Рис. 16

Возникает разрядный ток. Вблизи концов вибратора он создается движением зарядов небольшого числа элементарных емкостей, в середине вибратора проходит значительный ток, т.к. здесь проходят заряды всех элементарных емкостей.

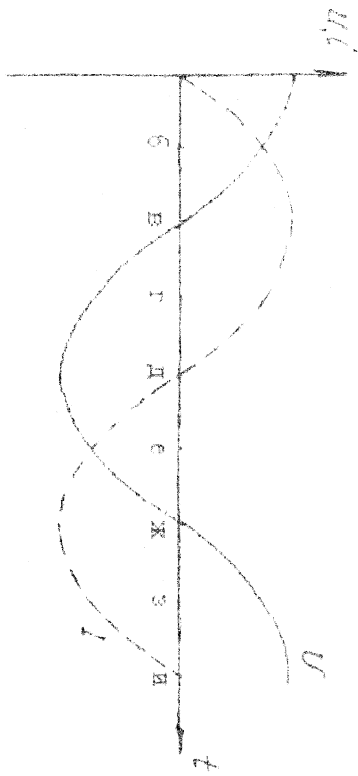


Рис. 17

Следовательно, ток имеет нулевую в середине вибратора и удли на концах. Ток в проводке нарастает постепенно, т.к. в распределенной индуктивности возникает э.д.с. самоиндукции. Когда емкости полностью разрядятся, ток будет максимальным (рис. 16в) и затем начнет постепенно уменьшаться (рис. 16г), сохраняя прежнее направление. За счет этого происходит перезаряд емкости и, когда ток спадает до нуля, напряжение будет максимальным, но обратного знака (рис. 16д). После этого процесс протекает в обратном направлении.

Таким образом, в вибраторе возникают свободные электромагнитные колебания (рис. 17). При этом в нем устанавливается стоячая волна тока и напряжения, причем длина волны вибратора укладывается половинка стоячей волны. Следовательно, длина волны  $\lambda_0$  собственных колебаний симметричного вибратора вдвое больше его длины, т.е.  $\lambda_0 = 2l$ .

Для получения в вибраторе незатухающих колебаний, его связывают с генератором, например, при помощи индуктивной связи (рис. 18).

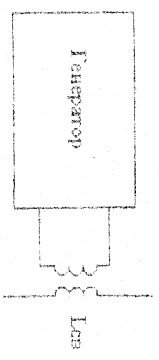


Рис. 18

Амплитуда вынужденных колебаний в антенне максимальна в случае резонанса, когда частота генератора равна собственной частоте антенны. При индуктивной связи антенна является вторичным контуром и в ней может возникнуть резонанс напряжений.

Если передатчик работает в диапазоне, то необходимо настроить антенну, изменив ее собственную частоту путем изменения длины вибратора. Но такой метод неудобен. Практически антенну, настроивают при помощи переменных конденсаторов и вариметров.

Колебательный процесс в вибраторе связан с образованием переменных магнитных и электрических полей, образующих вместе электромагнитное поле. Электромагнитные волны, распространяющиеся в свободном пространстве, называются поперечными, у них электрические и магнитные линии лежат в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волн. На рис. 19 изображены векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{V}$ . Их взаимное расположение получается правилом: если вращать винт по кратчайшему пути от  $\vec{E}$  к  $\vec{H}$ , то его поступательное движение покажет направление распространения волны, т.е. вектора  $\vec{V}$ . От величины  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  зависит мощность волны.

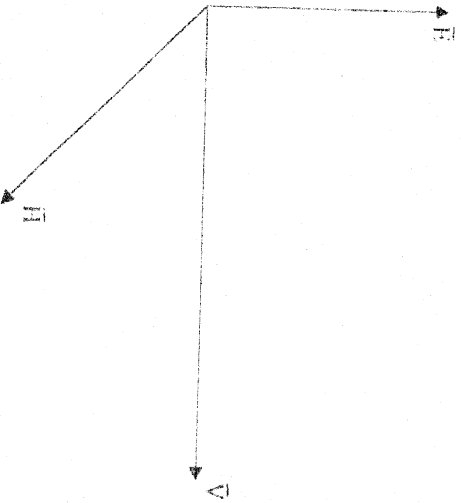


Рис. 19

Их произведение  $\vec{E} \times \vec{H} = \vec{P}$  называется вектором плотности потока энергии.  $\vec{P}$  - это мощность потока энергии, переносимой волной через  $1\text{ м}^2$  поперечного сечения волны.

Раскачивая работу симметричного вибратора, мы изображали только стоячую волну. Однако следует учитывать, что в вибраторе имеется и бегущая волна, наличие которой обусловлено активными потерями. Эти потери, в свою очередь, обусловлены излучением энергии в пространство и потреблением ее активным сопротивлением провода вибратора. Т.е. в вибраторе существует смешанный режим. Значит, полуволновой вибратор подобен четвертьволновой разомкнутой линии с большой активной потерями. В такой линии есть бегущие волны, обусловленные потреблением энергии активным сопротивлением, а стоячие волны, вызванные тем, что линия разомкнута а от ее конца отражаются волны. Входное сопротивление такой линии, а следовательно и полуволнового вибратора, чисто активное

$$Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} = R_A$$

Подводимая к вибратору активная мощность  $P_A$  представляет сумму мощностей излучения  $P_{\text{изл}}$  и потерь  $P_n$ , т.е.

$$P_A = P_{\text{изл}} + P_n$$

Мощностью излучения называется количество энергии, излучаемой антенной за 1сек.

Мощность потерь - это количество энергии, расходуемой за 1сек. в активном сопротивлении проводов антенны, окружающих предметах и земле.

Активная мощность любой цепи  $P = I^2 * R$ .

Следовательно  $P_{\text{изл}} = I_n^2 * R_{\text{изл}}$

$$P_n = I_n^2 * R_n$$

$I_n$  - действующее значение тока в пучности;

$R_{in}$  - сопротивление излучения;

$R_n$  - сопротивление потерь.

Сопротивлением излучения  $R_{in}$  называется такое активное сопротивление, которое будучи включено в цепь ток в антенне, поглощая бы мощность, равную мощности излучения. Зная сопротивление излучения, можно подсчитать излучаемую мощность, т.к.  $I_0$  легко измерить. Сравнение излучения подсчитывается математически. Расчеты показывают, что сопротивление излучения полуволнового вибратора - 73 Ом. Сопротивление излучения (как и сопротивление потерь) зависит от формы антенны, ее размеров, длины волны и других факторов.

Следовательно, полная мощность антенны

$$P_A = P_{изл} + P_n = I_0^2 (R_{изл} + R_n)$$

Из этой формулы следует, что полное активное сопротивление антенны состоит из сопротивления излучения и сопротивления потерь, следовательно последовательно, т.е.

$$R_A = R_{изл} + R_n$$

Сопротивление  $R_A$  распределено по длине антенны. Чем больше  $R_{изл}$  по сравнению с  $R_n$ , тем эффективнее работа антенны как излучающей системы. Эффективность работы антенны оценивается ее КПД, численно равным отношению мощности излучения антенны к полной мощности:  $\eta = P_{изл}/P_A = P_{изл}/(P_{изл} + P_n)$

Величина КПД для полуволнового вибратора  $\eta=0,91-0,95$ .

Радиоволны всегда имеют определенную поляризацию, т.е. электрические и магнитные линии у них располагаются в определенных плоскостях.

Принято поляризацию определять по направлению вектора  $E$  электрического поля. Когда вибратор расположен вертикально, волна поляризована вертикально (вектор  $E$  расположен в вертикальной плоскости). Если же вибратор расположен горизонтально,

то излучаемые им волны имеют горизонтальную поляризацию.

#### 10) Несимметричный вибратор

Для передвижных радиостанций, особенно носимых, симметричный вибратор конструктивно неудобен. Поэтому в таких станциях наиболее распространение получили антенны, состоящие из одного провода, называемые несимметричными вибраторами. К ним относятся Г-образные и Т-образные, наклонные, горизонтальная антенна с отводом и т.д. Обычно, при питании этих антенн, второй зажим генератора замыкается (земля выполняет роль второго провода).

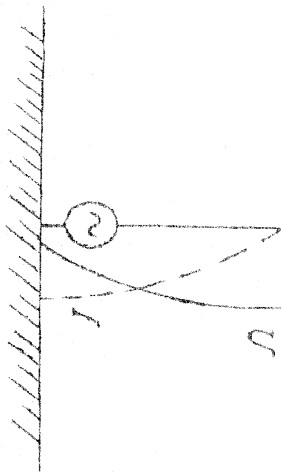


Рис. 20

Носимые на рис. 20 распределение тока и напряжения по длине несимметричного вибратора, трудно видеть, что вдоль несимметричного вибратора удаляется четверть волны собственных колебаний.

$$\lambda_d = 4l$$

Поэтому заземленную антенну часто называют четвертьволновым вибратором. Все сказанное справедливо в том случае, если земля представляет идеальным проводник. Если же земля обладает плохими проводящими свойствами, то характер распределения тока в земле меняется, что приводит к изменению поля излучения вибратора. Кроме того, увеличение активного сопротивления земли приводит к возрастанию потерь в излучающей системе, состоящей из вибратора и земли, уменьшению амплитуды тока, уменьшению мощности излучения.

Особенно большое значение имеет сопротивление земли вблизи основания, куда стекаются все токи, наведенных антенной в земле.

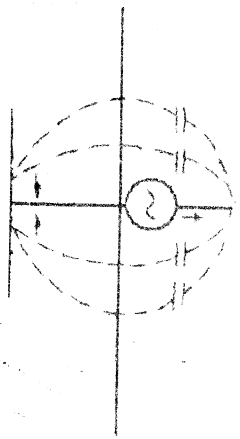


Рис. 21

Для улучшения проводимости этого участка применяют заземление (рис. 21). Заземление выполняется в виде медного листа, металлической трубы, закопанных на уровне грунтовых вод, или системы радиальных параллельных проводов, закопанных на глубину 20+50см. и подключенных к одному из зажимов перелатника. Качество заземления улучшается, если радиальные провода соединяются перемычками. Заземление применяют в стационарных радиостанциях. На подвижных радиостанциях заземление заменяют системой проводов, не зарытых, а подвешенных над землей, называемых противовесом. Последний должен хорошо экранировать антенный провод от земли, перекрывая на себя силовые линии электрического поля (рис. 22). Он обычно дает худшие результаты, чем заземление. Для штатных антенн, имеющих небольшие размеры, роль противовеса выполняет корпус радиостанции или автомашины.

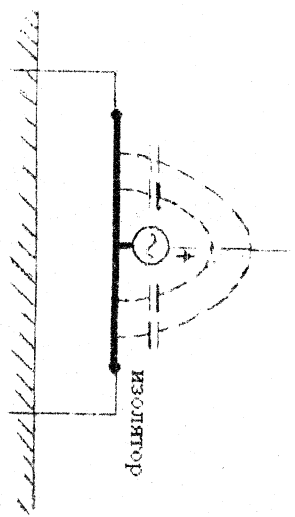


Рис. 22

Противовес должен быть хорошо изолирован от земли, в противном случае он может превратиться в плохое заземление.

### ВЫВОД

1. Симметричный (несимметричный) вибратор - это колебательная система с распределенными параметрами.
  2. Длина волны собственных колебаний вибратора  $\lambda_0$  зависит от его геометрической длины!
- Поэтому вибратор может настраиваться путем изменения его длины. При работе вибратора в широком частотном диапазоне в сто цепь включают от органа настройки, состоящий из переменных конденсаторов и варимометров.

1. Пантюшин В.С. Электротехника. Изд. во "Высшая школа" 1973г.
2. Борисов О.М. и др. Электротехника. Изд. во "Энергоатомиздат" 1985г.
3. Кочанов Н.С. и др. Линейные радиотехнические цепи. Воениздат. 1974г.
4. Каташиков А.М., Стенук Я.В. Кондопательные системы. Воениздат. 1976г.
5. Жеребцов И.П. Введение в технику дециметровых и сантиметровых волн. Изд. во "Энергия" 1976г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |    |
|--|----|
| Введение   | 1  |
| I. Радиотехнические колебания в электрических цепях.   |    |
| I.1. Переменный синусоидальный ток. ....   | 1  |
| I.2. Основные параметры синусоидального тока. ..   | 3  |
| I.3. Трафические изображения синусоидальных величин. ....  | 7  |
| I.4. Цепь переменного тока с активным сопротивлением. ....   | 9  |
| I.5. Цепь переменного тока с индуктивностью. ....  | 13 |
| I.6. Цепь переменного тока с емкостью и активной сопротивлением. ....  | 17 |
| I.7. Цепь переменного тока с емкостью. ....  | 22 |
| I.8. Цепь переменного тока с последовательным включением емкости и активного сопротивления. ....                   | 26 |
| I.9. Цепь переменного тока с последовательно соединенными индуктивностью, емкостью и активным сопротивлением. .... | 30 |
| II. Кондопательные контуры.  |    |
| 2.1. Свободные колебания в контуре. ....   | 33 |
| 2.2. Параметры кондопательных контуров. ....   | 37 |
| 2.3. Показательный кондопательный контур. ....   | 39 |
| 2.4. Исходительные свойства последовательного кондопательного контура. ....  | 43 |
| 2.5. Параллельный кондопательный контур. ....  | 47 |
| 2.6. Сложные контуры II и III видов. ....  | 54 |
| 2.7. Общие сведения об электрических фильтрах. ....  | 59 |
| 2.8. Электрические фильтры "LC" ....   | 62 |
| 2.9. Резонанс и электромеханические фильтры. ....  | 67 |