

**Д. О. Довгаль**, магістр, здобувач  
Донецький національний технічний університет  
(м. Донецьк, Україна)

## **ДОСЛІДЖЕННЯ КРИВИЗНИ ТРАЄКТОРІЙ РУХУ РІЗЦЕВОГО ІНСТРУМЕНТУ ТОРОВИХ ПЛАНЕТАРНИХ ВИКОНАВЧИХ ОРГАНІВ ПОРОДУРІЙНУВАЛЬНИХ МАШИН**

*В роботі розглядається питання дослідження та оптимізації траєкторій руху різцевого інструменту торових планетарних виконавчих органів породоруйнівальних машин за критерієм кривизни. Отримані аналітичні залежності для визначення миттєвих і екстремальних значень радіусів кривизни. Розроблено методику визначення параметрів виконавчого органу, що забезпечують раціональні, за критерієм кривизни, траєкторії руху інструменту відносно поверхні забою.*

**Постановка проблеми.** Пошуки оптимальних конструкцій виконавчих органів породоруйнівальних машин ведуться давно й у різних напрямках. Одними з найбільш раціональних і перспективних для досліджень є, так звані, торові виконавчі органи, що реалізують планетарний спосіб руйнування [1].

Різцевий інструмент торового виконавчого органу здійснює щодо забою планетарний рух, описуючи при цьому складні просторові тороїдальні траєкторії [2, 3]. Одним із критеріїв, що визначають показники ефективності процесу руйнування гірничого масиву таким виконавчим органом є кривизна траєкторій руху різцевого інструмента [4, 5].

Неоднакові значення радіусів кривизни на різних ділянках траєкторії в значній мірі обумовлюють нерівномірні умови роботи інструмента і ряд інших негативних факторів. Оцінка траєкторій за критерієм кривизни дає можливість виявити «несприятливі» ділянки – так звані, точки повернення, де різцевий інструмент може зазнавати сильних перевантажень або тертя боковими і задніми гранями об масив, що руйнується, а також установити співвідношення між конструктивними і кінематичними параметрами виконавчого органу, що забезпечують раціональну роботу різцевого інструмента.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Незважаючи на велику кількість виконаних досліджень з теорії планетарних виконавчих органів, усі вони стосувалися переважно виконавчих органів з пересічними осями переносного і відносного обертання (плоскі, кільцеві, ортосферичні) [4-6]. Що ж стосується питання дослідження процесу роботи планетарних виконавчих органів з перехресними осями, до яких належать і торові, зокрема дослідження кривизни траєкторій різцевого інструменту, то дотепер досить глибоких і достовірних досліджень у цьому напрямку не проводилося. Дослідження кривизни приведені в роботі [7] для планетарних виконавчих органів з перехресними осями є неповним, при цьому має ряд істотних методичних погрешностей і неточностей, що, як доведено у роботі [5], не дозволяє використовувати його результати при проектуванні торових виконавчих органів.

**Постановка завдання.** У даній роботі розглянемо виведення аналітичних залежностей радіуса кривизни траєкторій руху різцевого інструмента від конструктивних і кінематичних параметрів торових планетарних виконавчих органів і виконаємо їхнє дослідження на предмет оптимальності.

**Основний матеріал дослідження.** Параметричні рівняння руху різцевого інструмента торових планетарних виконавчих органів отримані в роботі [2] та уточнені у роботі [3] мають вигляд

$$\begin{aligned}x &= r \cos(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha) + R \cos \varphi; \\y &= r \cos(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha) + R \sin \varphi; \\z &= \frac{h}{2\pi} \varphi \pm r \sin(\varphi i + \psi),\end{aligned}\quad (1)$$

де  $R$  – радіус кола обертання центру фрезеруючого диска;  $r$  – радіус фрезеруючого диска;  $\varphi$  – кут повороту водила від початкового положення (параметр);  $i$  – передаточне число планетарного механізму;  $\psi$  – кут, що визначає положення інструмента на диску відносно початкового положення, прийнятого за нульове;  $\alpha$  – двогранний кут між вертикальною площиною та площиною обертання фрезеруючого диска у початковому положенні;  $h$  – величина подачі виконавчого органу на зуб за один оберт водила.

У рівняннях (1) і подальших залежностях верхній знак відповідає підсумовуючій схемі роботи виконавчого органу, а нижній – віднімаючій.

У загальному випадку радіус кривизни просторової кривої, зада-

ної параметричними рівняннями (1), визначається за формулою

$$\rho = \sqrt{\frac{\left[ (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{(y'z'' - z'y'')^2 + (z'x'' - x'z'')^2 + (x'y'' - y'x'')^2}}, \quad (2)$$

Враховуючи той факт, що величина подачі  $h$  на забій є величиною достатньо малою по відношенню до решти параметрів виконавчого органу, при розрахунку радіусу кривизни її можна не враховувати. Тоді, підставивши у формулу (2) значення перших і других похідних узятих по параметру  $\varphi$  від рівнянь руху інструменту (1) і виконавши ряд спрощуючих перетворень, отримуємо рівняння, що зв'язує радіус кривизни з основними конструктивними і кінематичними параметрами торового планетарного виконавчого органу

$$\rho = \sqrt{\frac{A^3}{B^2 + C^2 + D^2}}, \quad (3)$$

де

$$\begin{aligned} A &= r^3(k^2 + 2k(i \sin(\varphi i + \psi) \sin \alpha + \cos(\varphi i + \psi) \cos \alpha) + \cos^2(\varphi i + \psi) + i^2); \\ B &= r^4(k(\mp i^2 \pm 1)(i \sin \varphi \sin(\varphi i + \psi) + \cos \varphi \cos(\varphi i + \psi)) + i \sin(\varphi - \alpha) \times \\ &\times (\pm 4 \cos^2(\varphi i + \psi) \mp 3) \pm (4i^2 + 1) \cos(\varphi - \alpha) \sin(\varphi i + \psi) \cos(\varphi i + \psi)); \\ C &= r^4(k(\mp i^2 \pm 1)(i \cos \varphi \cos(\varphi i + \psi) - \sin \varphi \sin(\varphi i + \psi)) + i \cos(\varphi - \alpha) \times \\ &\times (\mp 4 \cos^2(\varphi i + \psi) \pm 3) \pm (4i^2 + 1) \sin(\varphi - \alpha) \sin(\varphi i + \psi) \cos(\varphi i + \psi)); \\ D &= r^4 i^4 (2(1 - 2 \cos^2(\varphi i + \psi)) - k(i \sin(\varphi i + \psi) \sin \alpha + 2 \cos(\varphi i + \psi) \cos \alpha)). \end{aligned}$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності, що зв'язує між собою радіуси  $R$  і  $r$  лінійною залежністю

$$R = k \cdot r, \quad (4)$$

Рівняння (3) дозволяє визначати миттєві значення радіусу кривизни траєкторій руху інструмента в будь-якій точці.

Найбільший практичний інтерес представляють вираження для екстремальних значень радіусів кривизни. Аналіз рівняння (3) показує, що при будь-яких практично прийнятних співвідношеннях конструктивних і кінематичних параметрів виконавчого органу, закон зміни функції  $\rho(\varphi)$ , досить близький до косинусоїдального, тому рівняння, що зв'язують екстремальні значення радіусів кривизни з основними параметрами торового виконавчого органу можна одержати, з достатньою для практичних розрахунків точністю, виходячи з умови періодичності функції кута повороту фрезеруючого диска. Період її зміни дорівнює  $2\pi$ . За цей період радіус кривизни досягає мінімальної величини при значенні  $\cos(\varphi + \psi) = -1$ , тобто при  $(\varphi + \psi) = \pi + 2\pi n$ . Максимальному значенню радіуса кривизни відповідає кут повороту водила, при якому  $(\varphi + \psi) = \pi/2 + 2\pi n$ . Ці екстремальні значення радіусів кривизни визначаються наступними рівняннями:

$$\rho_{\min} = \frac{r(k^2 - 2k \cos \alpha + i^2 + 1)^{3/2}}{i \sqrt{k^2(i^4 - 2i^2(1 - 2\cos^2 \alpha) + 1) - 2k \sin \alpha(3i^2 + 1) + 4i^2 + 1}}, \quad (5)$$

$$\rho_{\max} = \frac{r(k^2 + 2k \sin \alpha + i^2)^{3/2}}{\sqrt{k^2(i^4 + i^2(i^4 \sin^2 \alpha - 2) + 1) - 2k \sin \alpha(2i^4 + 3(i^2 - 1)) + i^2(4i^2 + 9)}}, \quad (6)$$

Як видно з рівнянь (5) і (6), екстремальні радіуси кривизни траєкторій руху інструменту торових виконавчих органів не залежать від схеми їхньої роботи і дорівнюють добуткові радіуса  $r$  фрезеруючого диска на деяку безрозмірну функцію  $v_{\text{кр}} = v(i, k, \alpha)$  передаточного числа  $i$  планетарного механізму, коефіцієнта  $k$  та кута  $\alpha$ .

Таким чином, можна записати

$$\rho_{\min} = r \cdot v_{\min}, \quad (7)$$

$$\rho_{\max} = r \cdot v_{\max}, \quad (8)$$

де  $v_{\min}$  та  $v_{\max}$  представляють собою відповідні екстремальні значення функції  $v = v(i, k, \alpha)$ , які залежать від конкретних величин передаточних чисел  $i$ , коефіцієнтів  $k$  та кута  $\alpha$ .

Безрозмірна функція  $v_{кр} = v(i, k, \alpha)$  дозволяє встановити залежність екстремальних значень радіусів кривизни траєкторій руху інструмента від передаточного числа планетарного механізму при різних значеннях коефіцієнта  $k$  і кута  $\alpha$ .

Функція  $v_{кр} = v(i, k, \alpha)$  має складну квадратичну залежність, характер зміни якої залежить тільки від вибору коефіцієнта  $k$  і кута  $\alpha$ . Дослідимо функцію  $v_{кр} = v(i)$  при різних значеннях  $k$  і  $\alpha$ .

Аналіз функції  $v_{min} = v(i)$  показує, що при виборі значень коефіцієнта  $k \rightarrow 1$  й передаточних чисел на проміжку  $i \in [1; +\infty)$  зі збільшенням останніх, значення функції  $v_{min} = v(i)$  асимптотично наближаються до деякої величини (рис. 1). Для визначення цієї величини знайдемо границю функції  $v_{min} = v(i)$ , вона дорівнює

$$\lim_{i \rightarrow \infty} v_{min}(i) = \frac{1}{k}, \quad (9)$$

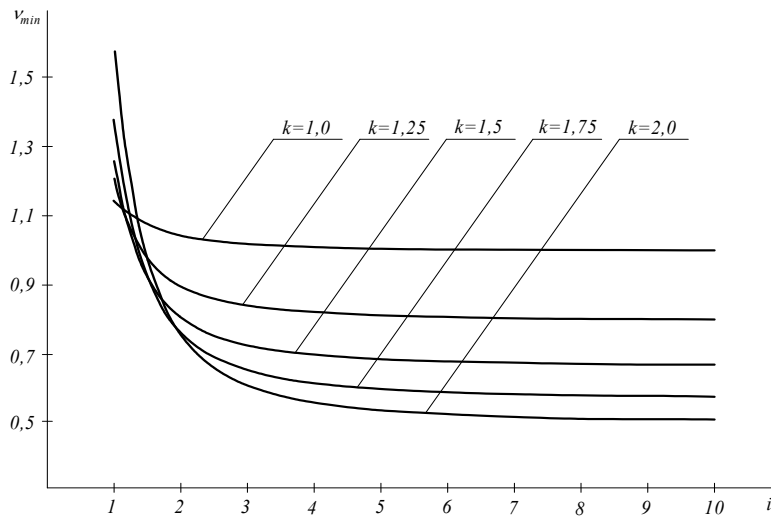


Рис. 1. Графіки залежності функції  $v_{min} = v(i)$  при різних значеннях коефіцієнта  $k$

Таким чином, можна стверджувати, що при будь-яких практично прийнятних значеннях конструктивних і кінематичних параметрів, тра-

екторії руху різцевого інструмента торових планетарних виконавчих органів не мають ділянок з нульовими або близькими до нульових радіусами кривизни, тобто точок повернення, де інструмент зазнає сильні перевантаження і тертя задніми і боковими гранями об поверхню забою.

Характер зміни функції  $v_{\max} = v(i)$ , показаний на рис. 2, звідки видно, що вона як і функція  $v_{\min} = v(i)$  має нелінійну залежність від передаточного числа  $i$ .

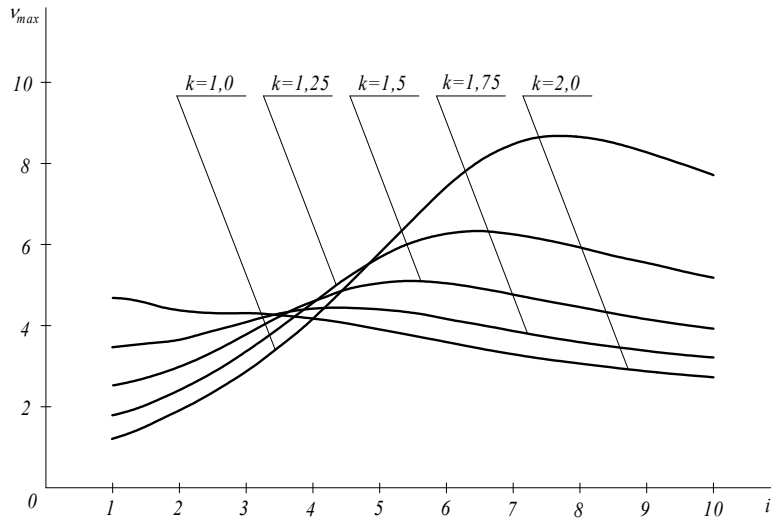


Рис. 2. Графіки залежності функції  $v_{\max} = v(i)$  при різних значеннях коефіцієнта  $k$

Очевидно, що нерівномірність значень радіусів кривизни на різних ділянках траєкторії руху різцевого інструмента визначає нерівномірність швидкості і прискорення його руху. Отже, у процесі проектування необхідно вибирати такі траєкторії, у яких величини відношення між екстремальними значеннями радіусів кривизни будуть найменшими, тобто показник нерівномірності

$$\Delta\rho = \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}},$$

або, що те ж саме

$$\Delta v = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}, \quad (10)$$

повинен прямувати до мінімуму, тобто до одиниці.

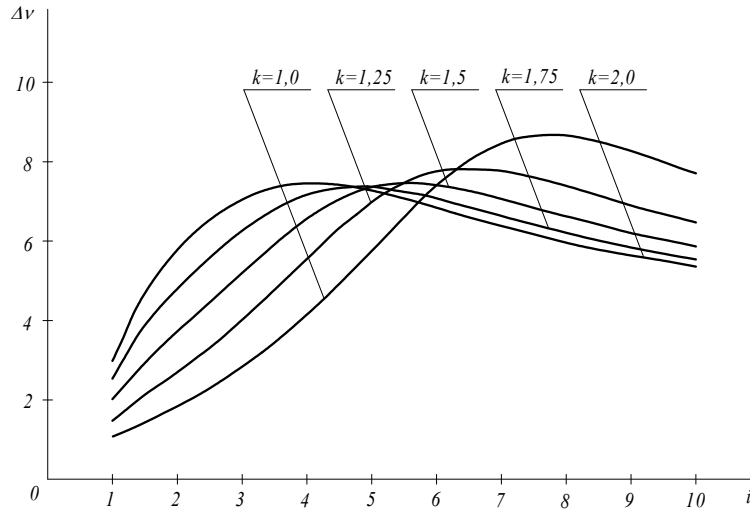


Рис. 3. Графіки залежності функції  $\Delta v = \Delta v(i)$  при різних значеннях коефіцієнта  $k$

З рис. 3 видно, що показник нерівномірності кривизни траєкторії руху інструмента  $\Delta v$  має нелінійну залежність  $i$  і в значній мірі залежить від співвідношення між радіусом водила і фрезеруючих дисків — коефіцієнту  $k$ , що визначає ступінь нерівномірності. Очевидно, що зі збільшенням значень передаточного числа  $i$  планетарного механізму, показник нерівномірності кривизни  $\Delta v$  збільшується, досягаючи максимуму, після чого, при  $i \rightarrow \infty$ , зменшується асимптотично, наближаючись до граничної величини, яка дорівнює

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \Delta v(i) = \frac{1}{\sin \alpha}, \quad (11)$$

З аналізу отриманих даних випливає, що за величиною показника нерівномірності кривизни  $\Delta v$ , оптимальними є траєкторії зі значеннями передаточного числа  $i \rightarrow \infty$  і кута  $\alpha = 90^\circ$ . У конструктивному відношенні, це означає, що, для забезпечення оптимального значення  $\Delta v$ , різцевому інструменту повинно передаватися лише один обертальний рух – переносний або відносний. При цьому торовий планетарний виконавчий орган переходить у роторний, втрачаючи усі основні свої переваги.

З рівняння (11) також очевидно, що при значеннях  $\alpha \rightarrow 0$ ,  $\Delta v \rightarrow \infty$ , що відповідає найбільш нераціональному, за критерієм кривизни траєкторії руху інструмента, режимові роботи виконавчого органу.

Отже, раціональні, за критерієм кривизни, траєкторії руху різцевого інструмента торових планетарних виконавчих органів повинні вибиратися на підставі рівняння (10) шляхом встановлення відповідних значень передаточних чисел при заданих значеннях конструктивних параметрів  $k$  і  $\alpha$ . При цьому слід виходити з гранично допустимого значення показника нерівномірності кривизни  $\Delta v = 3$  [4].

**Висновки.** У результаті теоретичних досліджень за критерієм кривизни траєкторій руху різцевого інструмента торових планетарних виконавчих органів були отримані аналітичні залежності для визначення миттєвих і екстремальних значень радіусів кривизни. На підставі аналізу функції  $v_{кр} = v(i, k, \alpha)$  можна стверджувати, що при роботі торових виконавчих органів, траєкторії руху різцевих інструментів, при будь-яких практично можливих значеннях конструктивних і кінематичних параметрів, не мають точок повернення, а також близьких до них за властивостями. Цей факт визначає значні переваги торових планетарних виконавчих органів, перед планетарними виконавчими органами з пересічними осями обертання.

Виходячи з умови максимальної рівномірності кривизни траєкторій руху інструмента, на підставі функції  $\Delta v(i)$ , можуть бути визначені границі вибору передаточних чисел  $i$  планетарного механізму, при заданих значеннях параметрів  $k$  та  $\alpha$ . Оскільки значення екстремальних радіусів кривизни траєкторій відповідають екстремальним значенням прискорень інструмента, показник нерівномірності кривизни здобуває найважливіше значення при проектуванні таких виконавчих органів як торові, тому що в значній мірі обумовлює нерівномірність умов роботи інструментів.

Отже, отримані аналітичні залежності радіусів кривизни траєкторій руху інструмента від основних параметрів торових планетарних виконавчих органів дозволяють ще на стадії проектування визначати раціональні форми траєкторій, що забезпечують мінімальні амплітуди



зміни швидкостей і прискорень руху інструменту планетарних виконавчих органів такого типу, а також визначати раціональні геометричні параметри самого різцевого інструменту.

#### *Список літератури*

1. *Рогожин А. Г., Довгаль Д. О., Уткіна Р. В.* До питання щодо раціональної конструкції різцевих виконавчих органів породоруйнувальних машин // Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції «Динаміка наукових досліджень 2005». Том 67. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2005. – С. 44-48.
2. *Рогожин А. Г., Кізілов В. В., Довгаль Д. О.* Визначення загальних рівнянь кінематики руху різцевого інструменту планетарних виконавчих органів породоруйнувальних машин // Вісник Хмельницького національного університету (Вісник Технологічного університету Поділля). Технічні науки. Том 1. - 2005. - №6. - с. 142-147.
3. *Довгаль Д. О.* Визначення основних характеристик руху різцевого інструменту при роботі торових планетарних виконавчих органів породоруйнувальних машин // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний зб. наукових праць. – Донецьк: ДонНТУ, 2006. – Вип. 31. – С. 103-111.
4. *Рогожин А. Г.* Геометрическое моделирование процесса работы резцового инструмента планетарных исполнительных органов породоразрушающих машин: Дис... канд. техн. наук: 05.01.01. – К., 1988. – 162 с.
5. *Кизилов В. В.* Исследование и выбор рациональных конструктивных и режимных параметров планетарных исполнительных органов проходческих комбайнов: Дис... канд. техн. наук: 05.05.06. – М., 1982. – 176 с.
6. *Архангельский А. С.* Некоторые вопросы теории планетарных исполнительных органов проходческих комбайнов // Расчеты, конструирование и испытание горных машин. Сборник статей. – 1955. – №2. – с. 143-208.
7. *Барон Л. И., Глатман Л. Б., Губенков Е. К.* Разрушение горных пород проходческими комбайнами. – М.: Наука, 1968, с. 162-168.

Отримано \_\_\_\_\_, ХГУПТ, м. Харків  
© Д. О. Довгаль, 2009