

## **ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОПТИМАЛЬНОЇ СІТКИ РІЗАННЯ ТОРОВИХ ПЛАНЕТАРНИХ ВИКОНАВЧИХ ОРГАНІВ ПОРОДУРІЙНУВАЛЬНИХ МАШИН**

Довгаль Д. О., магістр\*  
Донецький національний технічний університет  
Тел. (06242)4-73-31

**Анотація** – Стаття присвячена питанню дослідження основного геометричного параметра сітки різання торових планетарних виконавських органів – кроку різання. Встановлена і досліджена залежність між величиною кроку різання і параметрами виконавчого органу. Отримана аналітична залежність для визначення кута установки різцевого інструменту, що забезпечує оптимальну сітку різання при різних параметрах виконавського органу.

**Ключові слова** – виконавчий орган, різцевий інструмент, сітка різання, лінія різання, крок різання.

*Постановка проблеми.* Торові планетарні виконавчі органи породурійнувальних машин, різцевому інструментові яких одночасно передається два обертальних рухи, мають значні переваги перед широко використовуваними в даний час на прохідницьких комбайнах обертальними виконавчими органами [1]. У той же час, ці виконавчі органи є найбільш складними в плані визначення раціональних конструктивних і кінематичних параметрів, і, дотепер, процес їхньої роботи є практично недослідженим. У зв'язку з цим, задача дослідження й оптимізації процесу роботи інструменту таких виконавчих органів, з метою визначення раціональних параметрів, що забезпечують високу продуктивність, надійність і низьку енергоємність, є актуальною.

Ріжучі інструменти торового планетарного виконавчого органу, рухаючись щодо поверхні забою по складним траєкторіям [2], покривають його множиною слідів, які називають «сіткою різання». Для планетарних виконавчих органів, сітка різання є визначальним чинником характеру взаємодії різців з забоем й ефективності його роботи.

Якщо, при проектуванні торових виконавчих органів, не брати до уваги сітку різання, то неможливо домогтися раціональної роботи різцевого інструменту, тобто мінімального навантаження на інструмент, необхідної сортності відокремлюваного матеріалу тощо.

*Аналіз останніх досліджень і публікацій.* Дослідження та геомет-

---

\* Науковий керівник – д. т. н., проф. Скідан І. А.

ричне моделювання сітки різання планетарних виконавчих органів виконане лише для часткових випадків (плоских, кільцевих, сферичних) [3], однак, для торового планетарного виконавчого органу, який, по суті, є загальним випадком планетарного виконавчого органу, чітка і науково обґрунтована методика розрахунку параметрів оптимальної сітки різання, у даний час, наскільки нам відомо, відсутня.

*Постановка завдання.* Метою даної роботи є визначення та оптимізація співвідношення між основним геометричним параметром сітки різання – відстанню між лініями різання сусідніх різців, установлених на одному фрезеруючому диску (кроком різання) та параметрами торового планетарного виконавчого органу.

*Основна частина.* Визначення кроку різання розглянемо на прикладі першого різця, точка установки якого збігається з початковим положенням диску та іншого, зміщеного від першого на деякий кут – кут установки.

Закон руху кожного різця, встановленого на фрезеруючому диску торового планетарного виконавчого органа, описується параметричними рівняннями [3]

$$\begin{aligned} x &= r \cos(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha) + R \cos \varphi; \quad y = r \cos(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha) + R \sin \varphi; \\ z &= \frac{h}{2\pi} \varphi \pm r \sin(\varphi i + \psi), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $R$  – радіус водила;  $r$  – радіус фрезеруючого диска;  $\varphi$  – кут повороту водила від початкового положення (параметр);  $i$  – передаточне число планетарного механізму;  $\psi$  – кут установки інструмента на диску;  $\alpha$  – двогранний кут між вертикальною площиною та площиною обертання фрезеруючого диску у початковому положенні;  $h$  – величина подачі виконавчого органу на забій за один оберт водила.

У рівняннях (1) верхній знак відповідає підсумовуючій схемі роботи виконавчого органа, а нижній – віднімаючій.

Отже, відстань між лініями різання сусідніх різців можна знайти як відстань між траєкторіями руху цих різців. При цьому схема роботи виконавчого органу не впливає на відстань між траєкторіями різців, оскільки, як зазначалося в роботі [2], для торових планетарних виконавчих органів траєкторії руху різця при різних схемах роботи дзеркально симетричні. Тоді, рівняння руху першого різця запишуться так

$$\begin{aligned} x_1 &= r \cos(\varphi i) \cos(\varphi - \alpha) + R \cos \varphi; \quad y_1 = r \cos(\varphi i) \sin(\varphi - \alpha) + R \sin \varphi; \\ z_1 &= r \sin(\varphi i), \end{aligned} \quad (2)$$

а другого, з урахуванням кута установки  $\psi$

$$\begin{aligned}
 x_2 &= r \cos(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha) + R \cos \varphi; \\
 y_2 &= r \cos(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha) + R \sin \varphi; \\
 z_2 &= r \sin(\varphi i + \psi),
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

У рівняннях (2) і (3), для спрощення обчислень, величина подачі виконавчого органа на зубій за один оберт водила не враховувалася, тому що її вплив на остаточний результат незначний.

Перетворимо рівняння (2) і (3) таким чином, що початок траєкторії першого різця лежав у площині рівнобіжній площині  $XOY$ , тобто у тій самій, що і початок траєкторії другого різця. Для цього, до кута  $\varphi i$  додамо значення кута  $\psi$ , а для збереження відстані між траєкторіями, до кута  $\varphi$  додамо значення кута, на який повернеться водило, щоб інструмент досяг зазначеного положення, цей кут дорівнює  $\psi/i$ . При цьому, рівняння (2) приймуть вигляд

$$\begin{aligned}
 x_1 &= r \cos(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha + \psi / i) + R \cos(\varphi + \psi / i); \\
 y_1 &= r \cos(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha + \psi / i) + R \sin(\varphi + \psi / i); \\
 z_1 &= r \sin(\varphi i + \psi),
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

У результаті такого перетворення, дотичні до траєкторій  $l_1$  і  $l_2$  відповідно першого і другого різців у точках розташованих у перетинах із площиною  $\Omega$ , що рівнобіжна площині  $XOY$  і неперервно змінює своє положення відповідно зміні параметра  $\varphi$ , будуть рівнобіжні між собою (рис. 1). Це можна перевірити, обчисливши кут між напрямними векторами дотичних, який при будь-яких значеннях параметра  $\varphi$ , дорівнює нулю.

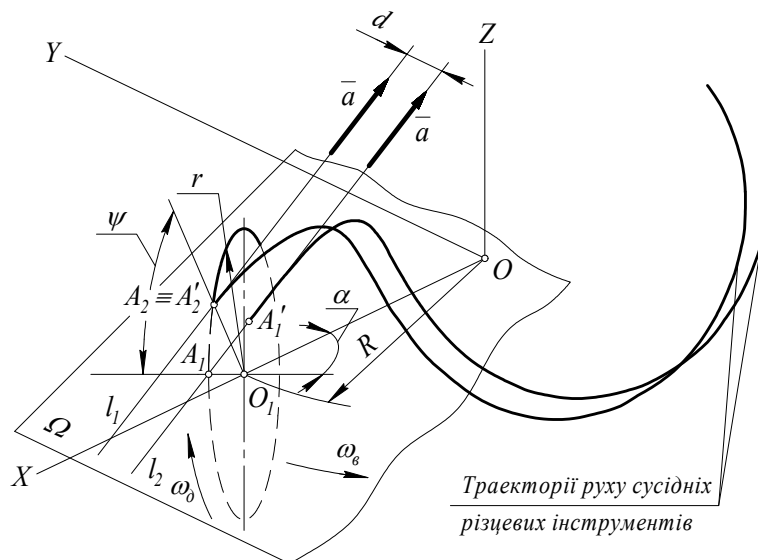


Рис. 1 – Схема розташування траєкторій сусідніх різців установлених на фрезеруючому диску

Отже, з огляду на незначну кривизну поверхні забою в границях відстані між траєкторіями сусідніх різців, цю відстань достатньо точно можна одержати як довжину перпендикуляра між дотичними  $l_1$  і  $l_2$ . Вона визначається за відомою формулою найкоротшої відстані між рівнобіжними прямими у просторі

$$t = \frac{|(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) \times \bar{a}|}{|\bar{a}|}, \quad (5)$$

де  $\bar{r}_1, \bar{r}_2$  – радіус-вектори точок  $A_1, A_2$ ;  
 $\bar{a}$  – напрямний вектор дотичних  $l_1$  і  $l_2$ .

При цьому, координати радіус-векторів  $\bar{r}_1$  і  $\bar{r}_2$  дорівнюють

$$\bar{r}_1 = \begin{pmatrix} r \cos(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha + \psi / i) + R \cos(\varphi + \psi / i) \\ r \cos(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha + \psi / i) + R \sin(\varphi + \psi / i) \\ r \sin(\varphi i + \psi) \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$\bar{r}_2 = \begin{pmatrix} r \cos(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha) + R \cos \varphi \\ r \cos(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha) + R \sin \varphi \\ r \sin(\varphi i + \psi) \end{pmatrix}.$$

Координати напрямного вектора дотичної, як відомо визначається за формулою

$$\bar{a} = \left( \frac{dx}{dt}; \frac{dy}{dt}; \frac{dz}{dt} \right), \quad (7)$$

де  $t$  – час.

Переходячи до параметра  $\varphi$  і вважаючи  $\omega_s = \text{const}$ , маємо  $\varphi = \omega_s t$ ,  $dt = d\varphi / \omega_s$ , тоді формула (7) прийме вигляд

$$\bar{a} = \left( \omega_s \frac{dx}{d\varphi}; \omega_s \frac{dy}{d\varphi}; \omega_s \frac{dz}{d\varphi} \right), \quad (8)$$

Для визначення напрямного вектора дотичних  $l_1$  і  $l_2$  можна скористатися як рівняннями (3) так і (4). Тоді, продиференціювавши параметричні рівняння руху інструменту (4) і підставивши відповідні похідні у (8), отримаємо

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} -\omega_a \{ r [ i \sin(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha + \psi/i) + \cos(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha + \psi/i) ] + R \sin(\varphi + \psi/i) \} \\ -\omega_a \{ r [ i \sin(\varphi i + \psi) \sin(\varphi - \alpha + \psi/i) - \cos(\varphi i + \psi) \cos(\varphi - \alpha + \psi/i) ] - R \cos(\varphi + \psi/i) \} \\ \omega_a r i \cos(\varphi i + \psi) \end{pmatrix} \quad (9)$$

Підставивши значення (6) і (9) у формулу (5), після відповідних перетворень, а також з урахуванням співвідношення  $k = R/r$ , одержимо вираз для визначення відстані між лініями різання сусідніх різців

$$\begin{aligned} t = & r \{ 4i^2 \cos^2(\varphi i + \psi) \sin^2(\psi/2i) [k^2 + 2k \cos(\varphi i + \psi) \cos \alpha + \cos^2(\varphi i + \psi)] + \\ & + [2 \sin^2(\psi/2i) [k^2 + k(i \sin(\varphi i + \psi) \sin \alpha + 2 \cos(\varphi i + \psi) \cos \alpha) + \cos^2(\varphi i + \psi)] + \\ & + i \sin(\varphi i + \psi) \sin(\psi/i) [\cos(\varphi i + \psi) + k \cos \alpha] \}^2 : \\ & : [2k(i \sin(\varphi i + \psi) \sin \alpha + \cos(\varphi i + \psi) \cos \alpha) + \cos^2(\varphi i + \psi) + k^2 + i^2]^{1/2}, \end{aligned} \quad (10)$$

Формула (10) дозволяє визначати миттєвий крок різання в залежності от кута повороту фрезеруючого диска  $\varphi$  торового планетарного виконавчого органу.

Крок різання торового виконавчого органу, як це видно із рівняння (10), непостійний при різних кутах повороту фрезеруючого диска, і дорівнює добуткові його радіуса на деяку безрозмірну функцію  $f_t(i, k, \varphi, \alpha, \psi)$ , виражену складною тригонометричною залежністю.

Приймаючи до увагу, що для схеми планетарного виконавчого органу, що розглядається, прийняті значення передаточного числа  $i$ , коефіцієнта  $k$  і кута  $\alpha$  у процесі роботи не змінюються і, що для кожного фрезеруючого диска величина  $r = \text{const}$ , дійдемо висновку, що характер зміни функції  $f_t$  залежить тільки від параметра  $\varphi$ .

Період зміни функції  $f_t(i, k, \varphi, \alpha, \psi)$ , а значить і кроку різання  $t$ , залежить від кута повороту фрезеруючого диска  $(\varphi i + \psi)$  і дорівнює  $2\pi$ . Загальних характер залежності  $f_t$  представлений на рис. 2.

Встановлено, що зміна величини передаточного числа  $i$ , коефіцієнта  $k$  і кута  $\alpha$  впливає тільки на величину функції  $f_t$ , але не змінює характер самої функції.

Для практики конструювання торових виконавчих органів, при визначенні оптимальної сітки різання, важливо знати екстремальні значення кроку різання.

Найбільші значення кроку різання  $t_{\max}$ , як встановлено графоаналітичними дослідженнями, відповідають кутам повороту водила, при яких  $\cos(\varphi i + \psi) = 1$ , тобто  $(\varphi i + \psi) = 2\pi n$ , а найменші значення  $t_{\min}$  відповідають кутам  $(\varphi i + \psi) = \pi + 2n$ , де  $n$  – будь-яке ціле число. Ці екстремальні значення визначаються наступними формулами:

$$t_{\max} = r \sin \frac{\psi}{i} \sqrt{(k^2 + 2k \cos \alpha + 1) \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2i} - \frac{i^4}{k^2 + 2k \cos \alpha + i^2 + 1} + i^2}, \quad (11)$$

$$t_{\min} = r \sin \frac{\psi}{i} \sqrt{(k^2 - 2k \cos \alpha + 1) \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2i} - \frac{i^4}{k^2 - 2k \cos \alpha + i^2 + 1} + i^2}, \quad (12)$$

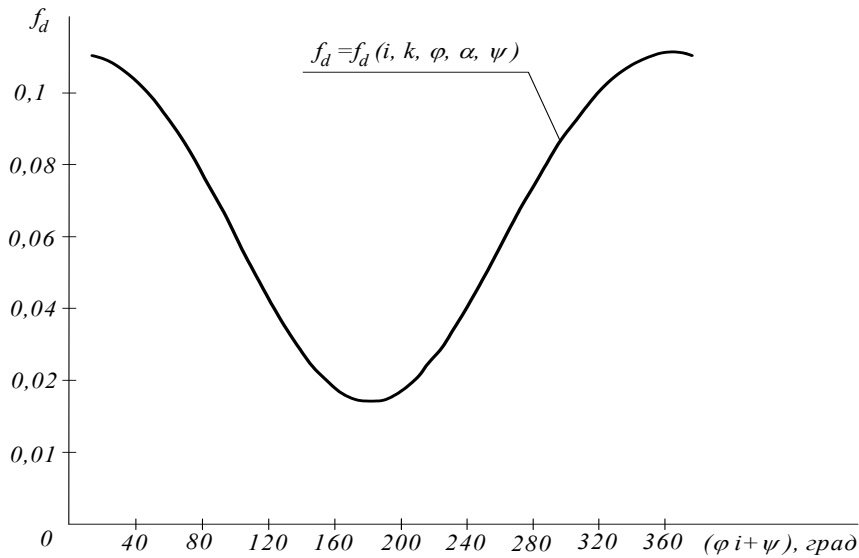


Рис. 2 – Графік залежності функції  $f_t$  від кута повороту фрезеруючого диска ( $\varphi i + \psi$ )

З рівнянь (11) і (12) видно, що екстремальні значення функції кроку різання, як і сама функція  $t$ , дорівнюють добуткові радіуса  $r$  фрезеруючого диска на безрозмірну функцію  $f_{кр} = f_t(i, k, \alpha, \psi)$ . Таким чином, можна записати

$$t_{\max} = r \cdot f_{\max}; \quad t_{\min} = r \cdot f_{\min}, \quad (13)$$

де  $f_{\min}^{\max}$  – екстремальні значення функції  $f_{кр} = f_t(i, k, \alpha, \psi)$ .

На рис. 3, 4 відповідно представлені графіки зміни функцій  $f_{\max}$  і  $f_{\min}$  у залежності від передаточного числа  $i$  при різних значеннях коефіцієнта  $k$ .

Аналізуючи вплив кута  $\alpha$  на зміну функції  $f_{кр}$ , зауважуємо, що на величину функції  $f_{\max}$ , у границях своєї зміни, кут  $\alpha$  не робить помітного впливу. Що стосується функції  $f_{\min}$ , то, як показав аналіз рівняння (12), при зміні значень кута  $\alpha$ , характер функції не змінюється, однак її величина змінюється пропорційно зміні  $\alpha$ . При одночасних значеннях параметрів  $k = 1$ , а  $\alpha = 0$ , функція  $f_{\min}$ , незалежно від значень пере-

даточного числа перетворюється у нуль, тобто це означає, що при кутах повороту фрезеруючого диск, де функція  $t$  має мінімум, лінії різання сусідніх інструментів сходяться.

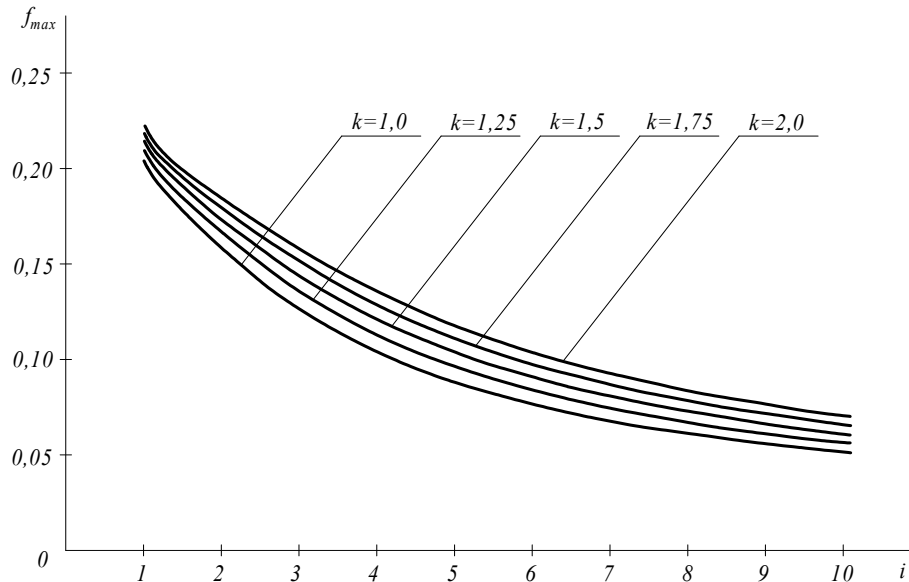


Рис. 3 – Залежність функції  $f_{\max}$  от передаточного числа  $i$  при різних значеннях коефіцієнта  $k$

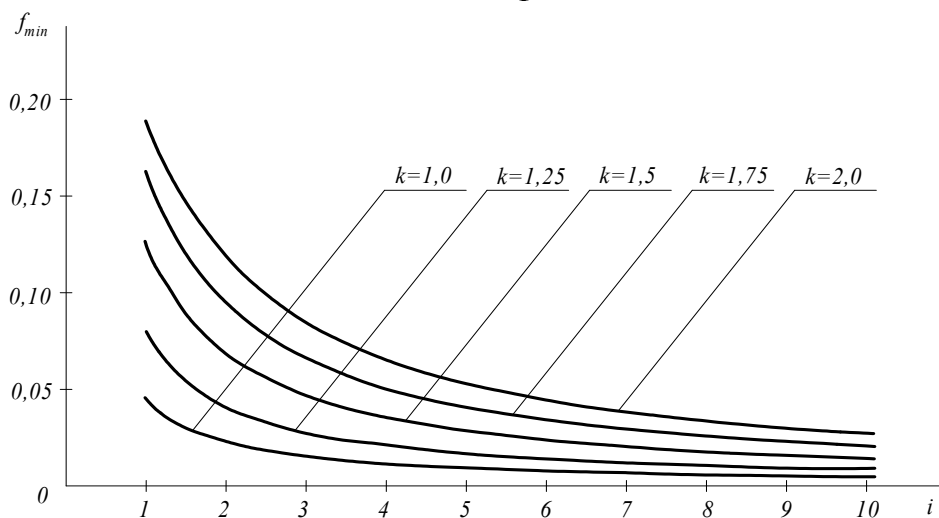


Рис. 4 – Залежність функції  $f_{\min}$  от передаточного числа  $i$  при різних значеннях коефіцієнта  $k$

З рис. 3, 4 видно, що функції екстремальних значень кроку різання при необмеженому зростанні значень передаточного числа  $i$ , убувають і асимптотично наближаються до деякої мінімальної величини. Границі функцій  $f_{\max}$  і  $f_{\min}$  при  $i \rightarrow \infty$ , дорівнюють нулю, отже екстремальні значення функції  $t$ , при необмеженому збільшенні значень передаточного числа, прямують до нуля.

Нерівномірність значень кроку різання на різних ділянках трає-

кторій руху сусідніх різців визначає нерівномірність умов роботи кожного різця протягом обороту фрезеруючого диска, зокрема, змінюється сила різання і питома енергія руйнування [4]. Отже, у процесі проектування необхідно забезпечувати такі співвідношення між конструктивними і кінематичними параметрами виконавчого органу, щоб величина відношення між екстремальними значеннями кроку різання була мінімальною, тобто показник нерівномірності

$$\Delta t = \frac{t_{\max}}{t_{\min}},$$

або, що те ж

$$\Delta f = \frac{f_{\max}}{f_{\min}}, \quad (14)$$

прямував до одиниці.

Графічне зображення залежності (14) зображене на рис. 5.

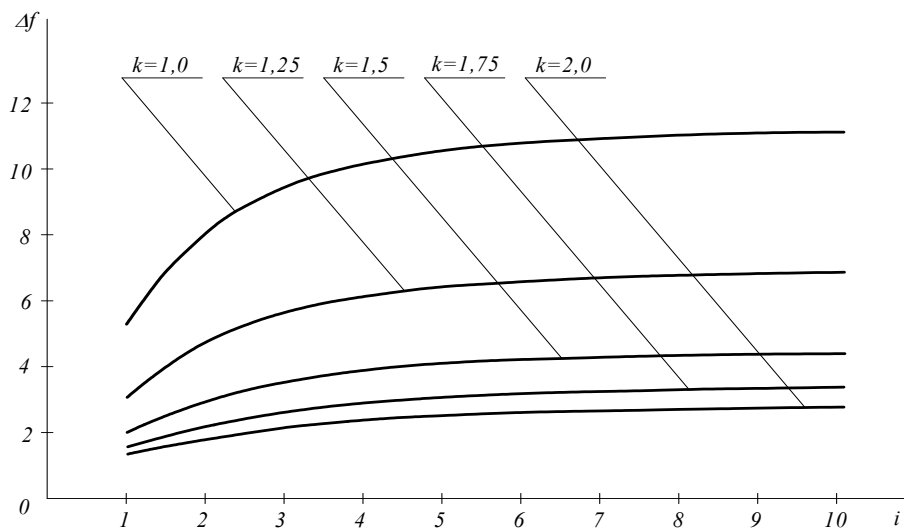


Рис. 5 – Залежність показника нерівномірності кроку різання  $\Delta f$  від передаточного числа  $i$  при різних значеннях коефіцієнта  $k$

Функція  $\Delta f$ , як і  $f_{\text{кр}}$  має асимптотичний характер зміни, зі збільшенням значень передаточного числа, функція зростає і при  $i \rightarrow \infty$  наближається до деякої величини, для визначення якої необхідний обчислити границю функції  $\Delta f$  при  $i \rightarrow \infty$ , яка дорівнює

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \Delta f(i) = \sqrt{\frac{k^2 + 2k \cos \alpha + 1}{k^2 - 2k \cos \alpha + 1}}, \quad (15)$$

Аналіз рівняння (15) показав, що зі збільшенням значень кута  $\alpha$ ,



значення функції  $\Delta f$  різко збільшуються, причому тим більше, чим менше величина коефіцієнта  $k$ . Оптимальне значення функції  $\Delta f$ , рівне 1, можна забезпечити лише у двох випадках, коли  $i \rightarrow \infty$ ;  $\alpha = 0$  або  $i \rightarrow \infty$ ;  $k = 0$ . Однак, у конструктивному відношенні це означає, що для забезпечення оптимального значення показника нерівномірності  $\Delta f$ , кутова швидкість обертання фрезеруючого диска або водила повинна дорівнювати нулю, тобто різцевому інструментові повинно передаватися лише один обертальний рух. При цьому планетарний виконавчий орган втрачає свої переваги і переходить в обертальний.

Виходячи з результатів виконаного аналізу, можна зробити висновок про неможливість забезпечення рівномірного кроку різання на всіх ділянках руху інструмента торового планетарного виконавчого органу, при збереженні основних переваг планетарного способу руйнування. Тому, для забезпечення оптимальної сітки різання, необхідно визначити співвідношення між конструктивними і кінематичними параметрами, при яких сукупність різців дисків виконавчого органу буде найбільш рівномірно обробляти всю поверхню забою.

При тій або іншій схемі різання, для забезпечення рівних умов роботи різцевого інструмента і рівномірного оголення поверхні забою, після кожного оберту водила, у сталому режимі роботи виконавчого органу, поверхня забою повинна приймати первісну форму [4]. У зв'язку з цим, для торових планетарних виконавчих органів, з огляду на нерівномірність кроку різання, у першу чергу необхідно забезпечити повне оголення поверхні забою, за один оберт водила, у точках де функція  $f_t$  має максимальні значення.

На підставі рівняння (11) визначимо співвідношення між конструктивними і кінематичними параметрами торового виконавчого органу, що забезпечує заданий максимальний крок різання  $t_{\max}$  (рис. 6). Для цього складемо наступне рівняння

$$r^2 \sin^2 \frac{\psi}{i} \left( (k^2 + 2k \cos \alpha + 1) \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2i} - \frac{i^4}{k^2 + 2k \cos \alpha + i^2 + 1} + i^2 \right) - t_{\max}^2 = 0, \quad (16)$$

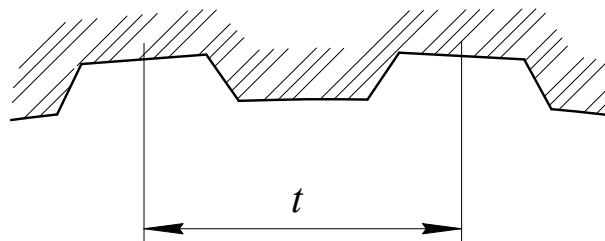


Рис. 6 – Поперечний переріз поверхні забою на ділянці максимальної відстані між лініями різання сусідніх різців

Тоді, розв'язавши тригонометричне рівняння (16), після виключення мнимого кореня, одержимо вираження для визначення кута установки інструмента  $\psi$  на фрезеруючому диску, що забезпечує заданий максимальний крок різання  $t_{\max}$

$$\psi = \arccos \left[ 1 + \frac{i^2}{k^2 + 2k \cos \alpha + 1} - \frac{\sqrt{t_{\max}^2 [k^2 + 2k \cos \alpha + i^2 + 1] + r^2 i^4}}{r(k^2 + 2k \cos \alpha + 1)} \right] \cdot i, \quad (17)$$

Отримана залежність (17) дозволяє швидко і з високою точністю визначати кут установки, а отже і кількість різців на фрезеруючому диску торового планетарного виконавчого органу, необхідне для забезпечення оптимальної сітки різання при тій або іншій схемі різання прийнятої для даного виконавчого органу і при заданих параметрах  $k$ ,  $r$ ,  $i$ ,  $\alpha$ .

*Висновки.* Таким чином, на підставі виконаних у даній роботі теоретичних досліджень отримані наступні результати:

1. Вперше отримана залежність, що дозволяє визначати миттєву відстань між лініями різання сусідніх різців або миттєвий крок різання  $t$ , у залежності від кута повороту фрезеруючого диска при заданих значеннях конструктивних і кінематичних параметрів торового планетарного виконавчого органу, а також відповідної функції її екстремальних значень. Установлено, що функція  $t$  носить нерівномірний характер і змінюється від нуля до максимальних значень, що залежать від значень відповідних конструктивних і кінематичних параметрів виконавчого органу.

2. Досліджений, так званий, показник нерівномірності кроку різання, у результаті чого встановлено, що при проектуванні торових планетарних виконавчих органів, абсолютну рівномірність функції  $t$ , при збереженні основних переваг планетарного способу руйнування, забезпечити неможливо. Це повинно враховуватися при розрахунку параметрів процесу зрізоутворення.

3. Вперше отримана залежність між конструктивними і кінематичними параметрами торового планетарного виконавчого органу, що дозволяє визначати кут установки різця  $\psi$  (кількість різців) на фрезеруючому диску, що дає можливість одержувати оптимальну сітку різання при заданій схемі різання.

Отримані результати можуть лягти в основу методики розрахунку параметрів оптимальної сітки різання при проектуванні торових планетарних виконавчих органів породоруйнівальних машин з відповідним народногосподарським ефектом.

## Література

1. *Рогожин А. Г., Довгаль Д. О., Уткіна Р. В.* До питання щодо раціональної конструкції різцевих виконавчих органів породоруйнувальних машин // Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції «Динаміка наукових досліджень `2005». Том 67. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2005. – С. 44-48.
2. *Довгаль Д. О.* Визначення основних характеристик руху різцевого інструменту при роботі торових планетарних виконавчих органів породоруйнувальних машин // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний зб. наукових праць. – Донецьк: ДонНТУ, 2006. – Вип. 31. – С. 103-111.
3. *Рогожин А. Г.* Геометрическое моделирование процесса работы резцового инструмента планетарных исполнительных органов породоразрушающих машин: Дис... канд. техн. наук: 05.01.01. – К., 1988. – 162 с.
4. *Резание угля / А. И. Берон, А. С. Казанский, Б. М. Лейбов, Е. З. Позин.* – М.: Госгортехиздат, 1962. – 437 с.

## **DETERMINATION OF GEOMETRICAL PARAMETERS OPTIMUM NET OF CUTTING OF TORAHS PLANETARY EXECUTIVE UNITS OF MOUNTAIN MACHINES**

D. Dovgal

### *Summary*

**This article is dedicated to the question of the investigation of basic geometrical parameter of net of cutting of torahs planetary executive units – cutting step. Set and investigational dependence between by the size of cutting step and parameters of executive unit. Analytical dependence is got for determination of corner of setting of chisel instrument, providing the optimum net of cutting at the different parameters of executive unit.**