

УДК 532.5

О МОДЕЛИРОВАНИИ ПНЕВМОТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Чальцев М.Н., канд. техн. наук, проф.,
Автомобильно-дорожный институт

При моделировании сложных технологических процессов могут быть использованы методы теории подобия. Преимущества этих методов показаны на примере уравнения движения однородного пневмотранспортного потока.

At modelling complex technological processes methods of the theory of similarity can be used. Advantages of these methods are shown by the example of the equation of a homogeneous pneumotransport flow movement.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Методы физического и математического моделирования сложных технологических процессов давно используется в различных областях научных исследований. Вначале, особенно при исследовании тепловых процессов, создавалась общая теория подобия, затем Л.И. Седов и другие ученые разработали метод размерностей, широко применяемый в гидромеханике, в частности для анализа потоков несжимаемых однофазных сред [1], [2].

При моделировании пневмотранспортных потоков большое значение приобретает вопрос о числе переменных, существенных для исследуемого процесса. К таким переменным относятся параметры окружающей среды, несущей и дисперсной фаз, транспортного трубопровода и т.д., количество которых достигает нескольких десятков. При таком большом числе переменных найти скрытые между ними связи, построить определяющую систему уравнений и решить эту систему иногда не представляется возможным.

Постановка задачи. Целью данного исследования является оценка возможности анализа пневмотранспортных потоков методами теории подобия и создание на этой основе предпосылок для совершенствования инженерных методик расчета пневмотранспортных систем.

Анализ исследований и публикаций. Известно, что влияние отдельных факторов, представленных различными величинами, прояв-

ляется не порознь, а совместно. По сути дела надо рассматривать не эти отдельные величины, а их совокупности, определенные для каждого данного процесса. В теории подобия разработан метод построения таких совокупностей, позволяющий на основании анализа постановки задачи найти связь между отдельными группами величин и соединить их в безразмерные комплексы строго определенного вида. Являясь устойчивыми комбинациями из величин, существенных для изучаемых процессов, комплексы получают значение особого рода переменных, характерных для этих процессов.

Переход от обычных физических величин к величинам комплексного типа создает важные преимущества. Прежде всего, достигается уменьшение числа переменных. Вместе с тем при исследовании задачи в этих величинах, отражающих влияние отдельных факторов не порознь, а в совокупности, более отчетливо выступают внутренние связи, характеризующие процесс. Наконец, новые переменные обладают еще одной важной особенностью. При этом исследуется не единичный частный случай, а множество различных случаев, объединенных некоторой общностью свойств. Таким образом, новые переменные по существу являются обобщенными. Их применение придает всему анализу обобщенный характер и создает возможности существенного усиления результатов исследования.

Показанные преимущества комплексных переменных создают благоприятные перспективы и в деле решения задач, связанных с анализом сложных пневмотранспортных процессов. Во-первых, в случаях, когда удастся описать процесс системой дифференциальных уравнений, но эта система остается незамкнутой, замена простых переменных, входящих в систему, на комплексные позволяет уменьшить число параметров и этим облегчает решение проблемы. Во-вторых, если построить математическую модель процесса не представляется возможным, то при наличии перечня существенных переменных величин с помощью процедуры анализа размерностей возможно создание так называемых определительных уравнений процесса с комплексными переменными. И, наконец, теория подобия позволяет обобщить и распространить применение эмпирических зависимостей на более широкую группу процессов и условий, подобных тем, при которых выполнен эксперимент.

Изложение материала и результат.

Составлено определительное уравнение потерь давления при пневмотранспортировании тонкодисперсного материала по горизон-

тальному трубопроводу в умовах постійності температури (ізотермічний процес).

Як показують дослідження, втрати тиску, виникаючі при рівномірному русі пилу в потоці повітря залежать від наступних факторів: масовий витрат матеріалу M_M^* , швидкість руху повітря V_B , густина частинок матеріалу ρ_M , густина повітря ρ_B , кінематична в'язкість повітря ν , еквівалентний діаметр частинок $d_{\text{Э}}$, діаметр трубопроводу D , довжина ділянки трубопроводу L , швидкість витання частинок матеріалу, $V_{\text{Вит}}$, прискорення вільного падіння g . В цьому випадку неявна залежність між змінними буде виражена рівнянням:

$$\Delta P = f(M_M^*, V_B, \rho_M, \rho_B, \nu, d_{\text{Э}}, D, L, V_{\text{Вит}}, g) \quad (1)$$

Згідно з π -Теоремою Бекінгема будь-яке рівняння, що зв'язує між собою n фізичних величин (наприклад, швидкості, в'язкості, густини і т.п.), серед яких m величин мають незалежними розмірностями (наприклад, маса, довжина, час), може бути перетворено в рівняння, що зв'язує $(n - m)$ безрозмірних комплексів (критеріїв) і симплексів, складених з цих величин.

π -Теорема дозволяє знаходити зв'язок не між окремими фізичними змінними, а між їх безрозмірними співвідношеннями (π), складеними за певними законами. При цьому кількість змінних зменшується на кількість використаних основних одиниць вимірювання.

Доказано також [1,2], що виразити явну функціональну зв'язок між величинами, що входять в рівняння (1) можна тільки в формі добутку степенів входять в нього змінних:

$$\Delta P = M_M^{*a_1}, V_B^{a_2}, \rho_M^{a_3}, \rho_B^{a_4}, \nu^{a_5}, d_{\text{Э}}^{a_6}, D^{a_7}, L^{a_8}, V_{\text{Вит}}^{a_9}, g^{a_{10}} \quad (2)$$

Функція (2) методами аналізу розмірностей може бути перетворена в залежність безрозмірних змінних виду:

$$\pi = C \Delta P^a M_M^{*b}, V_B^c, \rho_M^d, \rho_B^e, \nu^f, d_{\text{Э}}^i, D^k, L^m, V_{\text{Вит}}^n, g^q \quad (3)$$

де C – безрозмірна константа;

$a, b, c, d, f, i, k, m, n, q$ – показателі степеня.

Розмірність всіх входять в залежність (3) величин можна виразити з допомогою трьох основних змінних M, L, T (маса, довжина, час). Температуру ми в розрахунок не беремо, оскільки процес є ізотермічним.

Рассмотрим размерности переменных:

$$[\Delta P] = \left[\frac{KZ}{c^2 M} \right]; [v] = \left[\frac{M^2}{c} \right]; [g] = \left[\frac{M^2}{c} \right]; [\rho_M] = \left[\frac{KZ}{M^3} \right]; [M_M^*] = \left[\frac{KZ}{c} \right]$$

$$[d_{\Sigma}] = [M]; [V_{Bum}] = [M]; [L] = [M]; [V_B] = \left[\frac{M}{c} \right]; [D] = [M]; [\rho_B] = \left[\frac{KZ}{M^3} \right]$$

Показатели степеней у размерностей переменных, входящих в зависимость (3), объединяются в матрицу размерностей:

	$[\Delta P]$	$[M_M^*]$	$[V_B]$	$[\rho_M]$	$[\rho_B]$	$[v]$	$[d_{\Sigma}]$	$[D]$	$[L]$	$[V_{Bum}]$	$[g]$
$[M]$	1	1	-	1	1	-	-	-	-	-	-
$[L]$	-1	-	1	-3	-3	2	1	1	1	1	1
$[t]$	-2	-1	-1	-	-	-1	-	-	-	-1	-2
R	a	B	c	d	e	f	i	k	m	n	q

Примечание: r – показатель степени

По элементам матрицы можно рассчитать показатель степени r, составив однородную линейную систему уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для } [M] \quad a + b + d + e = 0 \\ \text{для } [L] \quad -a + c - 3d - 3e + 2f + i + k + m + n + q = 0 \\ \text{для } [t] \quad -2a - b - c - f - n - 2q = 0 \end{array} \right\} \quad (4)$$

Согласно π-теореме число ожидаемых безразмерных комплексов равно разности между числом колонок матрицы размерностей и числом строк, то есть $11 - 3 = 8$.

Поэтому, для нахождения вида каждого безразмерного комплекса в данном случае могут быть произвольно выбраны значения восьми показателей степени. Эти значения выбираются по целесообразности. Например, для выявления первого безразмерного комплекса следует принять $a=1$, так как ΔP является искомой величиной. Примем также $b=d=f=i=m=n=q=0$. Тогда решение системы (2.16) дает $c=-2$, $e=-1$ и $k=0$.

Аналогично рассчитываются и остальные 7 комплексов.

В результаті отримуємо матрицю рішення:

	$[\Delta P]$	$[M_M^*]$	$[V_B]$	$[\rho_M]$	$[\rho_B]$	$[\nu]$	$[d_{\text{Э}}]$	$[D]$	$[L]$	$[V_{\text{Вит}}]$	$[g]$
π_1	1	0	-2	0	-1	0	0	0	0	0	0
π_2	0	1	-1	-1	-1	0	0	-2	0	0	0
π_3	0	0	1	0	0	-1	0	1	0	0	0
π_4	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
π_5	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
π_6	0	-1/2	1/2	1/2	0	0	0	0	1	0	0
π_7	0	-1	0	1	0	0	0	2	0	1	0
π_8	0	0	-2	0	0	0	0	1	0	0	1

По кожній строці матриці рішення отримуємо вісім безрозмірних комплексів, в тому числі:

$$\pi_1 = \frac{\Delta P}{\rho_B V_B^2} = E_u \text{ – критерій Ейлера;}$$

$$\pi_2 = \frac{M_M^*}{\rho_B V_B D^2} = 0,785 \mu \text{ – концентрація потоку;}$$

$$\pi_3 = \frac{V_B D}{\nu} = Re \text{ – критерій Рейнольдса;}$$

$$\pi_4 = \frac{\rho_M}{\rho_B} = \rho \text{ – відносна густина частинок матеріалу;}$$

$$\pi_5 = \frac{d_{\text{Э}}}{D} = d \text{ – відносна крупність частинок матеріалу;}$$

$$\pi_6 = L \cdot \sqrt{\frac{V_B \rho_M}{M_M^*}} = \frac{L}{D} = l \text{ – відносна довжина трубопроводу;}$$

$$\pi_7 = \frac{V_{\text{Вит}} D^2 \rho_M}{M_M^*} = \frac{V_{\text{Вит}}}{V_B} = v \text{ – відносна швидкість витання;}$$

$$\pi_8 = \frac{g D}{V_B^2} = Fr \text{ – критерій Фруда.}$$

Таким образом, зависимость (1) в критериальной форме можно представить в виде

$$E_u = f(\mu, Re, \rho, d, l, \nu, Fr) \quad (5)$$

Согласно теории групп зависимость (5) может быть преобразована следующим образом:

$$E_u = C Re^{b_1} Fr^{b_2} \nu^{b_3} \mu^{b_4} \rho^{b_5} d^{b_6} l^{b_7} \quad (6)$$

Численные значения константы C и показателей степени b_i невозможно определить методами теории подобия – их определяют экспериментально.

При решении конкретных задач, таких, как проектирование ПТС, когда некоторые параметры, например ρ , d и l , входящие в уравнение (6), могут быть определены иными методами, количество независимых переменных может быть сокращено до четырех:

$$E_u = C Re^{b_1} Fr^{b_2} \nu^{b_3} \mu^{b_4} \quad (7)$$

В этом случае исследование пневмотранспортных потоков существенно упрощается.

На основании уравнения (7) нами разработана методика расчета пневмотранспорта по экспериментальным замерам удельных потерь давления в горизонтальном трубопроводе. Определены характеристики b_1 , b_2 , b_3 , b_4 и C для различных материалов и диаметров трубопровода. Методика предназначена для проектирования пневмотранспортных систем (ПТС).

Выводы и направление дальнейших исследований.

Транспортирование сыпучих материалов ввиду многофакторности является сложным процессом с точки зрения его анализа и расчета. Известно множество эмпирических зависимостей, адекватных только тем условиям, в которых был проведен эксперимент. Теоретические исследования также пока не дали практических результатов, действительных для широкого диапазона изменения параметров ПТС.

В данной статье показана возможность анализа пневмотранспортных потоков в безразмерной форме методами теории подобия. Выведены расчетные зависимости, проведены эксперименты по определению расчетных характеристик. Полученная модель пневмотранспортного процесса является общей для широкого диапазона параметров процесса и может быть использована для анализа и расчета ПТС на стадии проектирования.

Список источников

1. Седов Л.И. Методы подобия и размерностей в механике. М.: Наука, 1965, 320с.
2. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. М.: Высшая школа, 1973, 296 с.