

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ УГОЛЬНОГО СТЕРЖНЯ ПОД ДАВЛЕНИЕМ В ДВУХФАЗНОЙ МОДЕЛИ

Постановка проблемы и цель статьи. Структура ископаемого угля является объектом многочисленных научных исследований [1]. Практическая значимость этих работ обусловлена необходимостью прогнозирования поведения как угольных массивов, так и физико-химических свойств отдельных образцов угольных материалов. Особый интерес представляют электрофизические свойства углей, прежде всего их сопротивление постоянному току. Очевидно из теоретических соображений и известно из практики, что электросопротивление угля зависит прежде всего от структуры углеродной составляющей угля. Известно, что алмаз является классическим диэлектриком, а графит – довольно хорошим и сильно анизотропным проводником электрического тока. Помимо углеродной составляющей – ароматики угля – в его структуре весьма заметную часть занимает алифатика – «бахрома», состоящая преимущественно из углеводородных радикалов CH_3- , $\text{CH}_2=$, кислород- и серосодержащих соединений и т.п. Удельное электросопротивление алифатики весьма велико, порядка $10^5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

Таким образом, уголь состоит в основном из двух фаз – ароматики и алифатики, сильно различающихся по своему удельному электросопротивлению.

Для расчета сопротивления макроскопического образца из угля и влияния давления на эту характеристику мы предлагаем двухфазную модель, в которой ароматика представлена цепочками контактирующих друг с другом шаров, а алифатика заполняет пространство между шарами. Цель состоит в вычислении сопротивления стержня из такого материала и влияния давления на электросопротивление угля.

Основная часть. Рассмотрим «угольный цилиндр» длиной l и площадью поперечного сечения S . Угольное вещество представляет собой совокупность соприкасающихся сфер, структура которых графитоподобна (ароматика). Удельное сопротивление материала сфер обозначим $\rho_{\text{ар}}$. Между сферами находится более «рыхлый» материал – алифатика с удельным сопротивлением $\rho_{\text{ал}}$. Удельное сопротивление алифатики на порядки больше удельного сопротивления ароматики, $\rho_{\text{ал}} \gg \rho_{\text{ар}}$. Под давлением P сферы сближаются, образуются «пятна контакта» на каждой сфере радиусом r . На длине l стержня укладывается много сфер, поскольку радиус сферы R предполагается много меньшим l , $R \ll l$. Вдоль стержня располагается $\frac{S}{\pi R^2}$ таких цепочек. Коэффициент заполнения угольного каркаса ароматикой обозначим через f , алифатикой $(1-f)$. Задача состоит в вычислении электросопротивления R стержня (рис. 1).

Сначала вычислим сопротивление одной цепочки. Сопротивление каждой сферы, как известно, равно $\frac{\rho_{\text{ар}}}{R}$. Сопротивление контакта, как показано в [2], равно

$\rho_{\text{ар}} \frac{0,3\lambda}{\pi^2}$, где λ – длина свободного пробега электрона в графитоподобной структуре.

Рассеяние электронов на контакте предполагается диффузным.

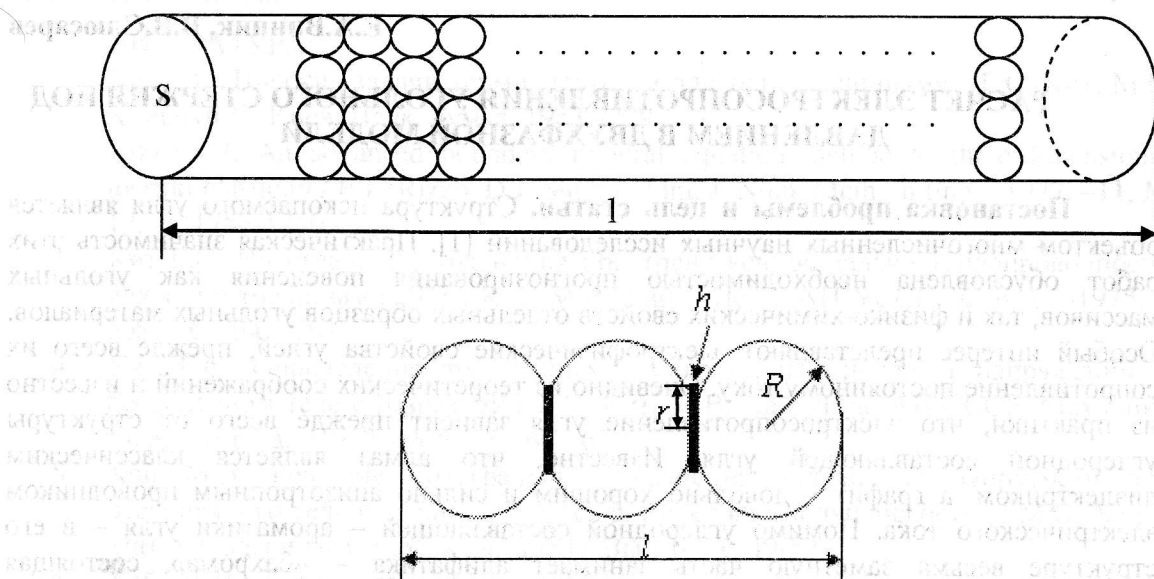


Рис. 1. Модель строения угольного стержня

Количество сфер в цепочке равно $\frac{l}{\lambda}$. Следовательно, полное сопротивление цепочки

$$\mathcal{R}_{ch} = \frac{l}{2R} \left[\rho_{ar} \frac{1}{R} + \rho_{ar} \frac{0,3\lambda}{\pi^2} \right] = \rho_{ar} \frac{l}{2R^2} \left[1 + \frac{0,3\lambda R}{\pi^2} \right]$$

Сопротивление всех цепочек (так как они включены параллельно) в $\frac{\pi R^2}{S}$ раз меньше сопротивления одной цепочки. Следовательно

$$\mathcal{R}_{ch}^{tot} = \rho_{ar} \frac{\pi l}{2S} \left[1 + \frac{0,3\lambda R}{\pi^2} \right] \approx \rho_{ar} \frac{l}{S} \left[1 + \frac{0,3\lambda R}{\pi^2} \right]$$

Теперь учтем, что в цепь включены параллельно ароматика и алифатика. Проводимость ароматики пропорциональна f , а алифатики $-(1-f)$ (f – коэффициент заполнения угля ароматикой). Ток проходит по цепочке: через сферу и площадку контакта и сопротивление зависит от площади контакта. Считаем количество элементов в зависимости от длины цилиндра. Так как цепочки включены параллельно, то складываем проводимости:

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{tot}} = \frac{1}{\mathcal{R}_{ch}^{tot}} + \frac{1-f}{\mathcal{R}_{al}} = \frac{f}{\rho_{ar} \frac{l}{S} \left[1 + \frac{0,3\lambda R}{\pi^2} \right]} + \frac{1-f}{\rho_{al} \frac{l}{S}}$$

После преобразований получаем формулу для сопротивления угольного стержня:

$$\mathcal{R}_{tot} = \rho_{ar} \rho_{al} \frac{l}{S} \frac{1 + \frac{0,3\lambda R}{\pi^2}}{f \cdot \rho_{al} + (1-f) \rho_{ar} \left(1 + \frac{0,3\lambda R}{\pi^2} \right)}$$

Если контакт графитоподобных сфер отсутствует ($r \rightarrow 0$), то

$$\lim_{r \rightarrow 0} \mathfrak{R}_{\text{tot}} = \frac{\rho_{\text{al}}}{1-f} \frac{1}{S}$$

При низких давлениях сферы практически не касаются, и поэтому сопротивление определяется в основном алифатикой (это сопротивление очень велико).

При высоких давлениях ток в основном течет через площадки контакта. Получаем известную формулу

$$\mathfrak{R}_{\text{tot}} \approx \rho_{\text{ar}} \rho_{\text{al}} \frac{1}{S} \frac{1}{f \cdot \rho_{\text{al}} + (1-f) \rho_{\text{ar}}}$$

т.е. сопротивление станет сравнительно с предыдущим малым, обусловленным ароматической частью.

Сопротивление угольного стержня зависит от соотношения количества ароматики и алифатики. Для угля практически важную роль играет зависимость электросопротивления от внешнего давления. Для качественного анализа этой зависимости положим $f = 1/2$. Тогда

$$\mathfrak{R}_{\text{tot}} = \rho_{\text{ar}} \frac{2l}{S} \frac{1+0,3 \frac{\lambda R}{\pi^2}}{1 + \frac{\rho_{\text{ar}}}{\rho_{\text{al}}} \left(1 + 0,3 \frac{\lambda R}{\pi^2} \right)} \quad (1)$$

Пусть уголь находится под давлением P . Сила F , сближающая сферы равна $\pi R^2 P$. Как видно из (1), основное влияние давления реализуется через площадь «пятна» контакта. Соответствующую зависимость находим из решения задачи Герца [3].

$$D \equiv \frac{3}{2} \frac{1-\sigma^2}{E},$$

$$r = F^{1/3} \left(D \frac{R}{2} \right)^{1/3},$$

где E – модуль Юнга, σ – коэффициент Пуассона.

Для оценок положим $\frac{D}{2} \approx \frac{1}{E}$. Тогда $r^2 = F^{2/3} \left(\frac{R}{E} \right)^{2/3} = \pi^{2/3} \frac{P^{2/3}}{E^{2/3}} R^2 = \left(\frac{\pi P}{E} \right)^{2/3} R^2$.

Итоговая формула имеет вид:

$$\mathfrak{R}_{\text{tot}} = 2 \rho_{\text{ar}} \frac{1}{S} \frac{1+0,3 \frac{\lambda E^{2/3}}{\pi^{5/3} P^{2/3} R}}{1 + \frac{\rho_{\text{ar}}}{\rho_{\text{al}}} \left(1 + 0,3 \frac{\lambda E^{2/3}}{\pi^{5/3} P^{2/3} R} \right)} \quad (2)$$

Таким образом, наша модель мезоскопической структуры угля дала возможность получить теоретическую зависимость электросопротивления угля от давления. Из (2) видно, что с ростом давления электросопротивление убывает в основном по закону $P^{-2/3}$, а при давлениях несколько ГПа выходит на постоянное значение, определяемое сопротивлением ароматики.

Нами были проведены измерения электросопротивления ископаемого угля различных шахт под давлением от атмосферного до 2 ГПа. Результаты сопоставления теории и эксперимента приведены на рисунке 2. Они показывают оценочное соответствие результатов расчета в модели и эксперимента.

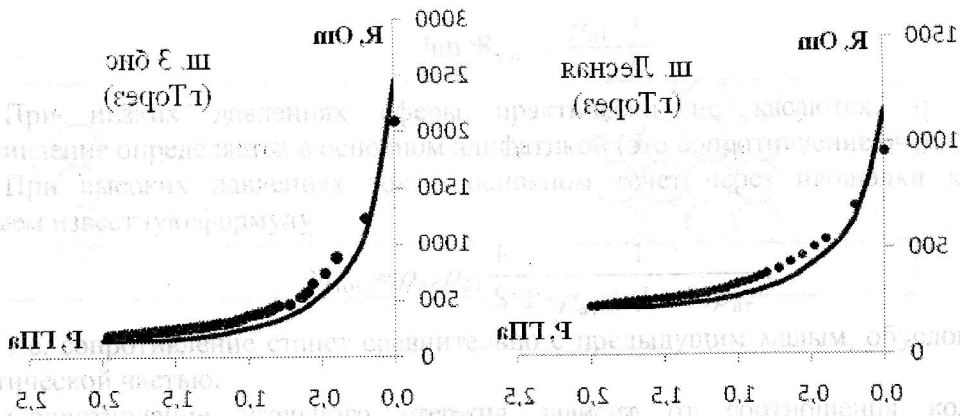


Рис. 2. Зависимость сопротивления образца от напряжения (ток) – теория (сплошная линия), эксперимент (точки).

Выводы и перспективы дальнейших исследований. По результатам исследования можно сделать вывод о том, что образцы, полученные в процессе электролиза, обладают свойствами, которые позволяют использовать их в качестве электродов в топливных элементах. Модель может быть использована для расчета параметров топливного элемента.

1. Александров А. Д., Физика углеродных нанотрубок. – Киев: Наукова думка, 2010. – 424 с.
 2. Навроцкий В. П., Сидоркин В. В., Федоркин Э. П. Теория остаточного сопротивления металлов // ЖТФ. – 1980. – Т. 78. – № 1. – С. 162-179.
 3. Лавров Л. Д., Шифин Е. М. Теория электродов. В 10-ти т. Т. IV. Теория электродов. – М.: Наука, 1987. – 248 с.

ВНННН Елена Александровна – аспирант кафедры естественных наук Краковского университета.
 «Технический университет».

Научные интересы:
 – компьютерные моделирование в области нанотехнологий.

СПОСОБЫ Владимировна – к.т.н., доктор наук, старший научный сотрудник Института физики горючих процессов НАН Украины.
Научные интересы:

– методы создания высококачественных электродов в топливных элементах.
 высокие температуры, взаимодействие электродов с электролитами, свойства материалов. Из (2) видно, что с ростом давления сопротивление увеличивается в основном по закону $R \propto \frac{1}{d}$, при этом несколько 10^4 выдает на порядок большее значение, определяемое сопротивлением электролита.
 Нами были проведены измерения зависимости сопротивления от температуры при различных давлениях от атмосферного до 2 ГПа. Результаты сопоставления теории с экспериментом приведены на рисунке 2. Они показывают отличное соответствие результатов расчета и результатов эксперимента.